S. 804. B.

HISTOIRE
DE
L'ACADÉMIE
ROYALE
DES SCIENCES.

Année M. DCCLXXXII.

Avec les Mémoires de Mathématique & de Physique, pour la même Année,

Tirés des Registres de cette Académie.

NATURAL HISTORY

A PARIS,
DE L'IMPRIMERIE ROYALE.

M. DCCLXXXV.

TABLE
POUR L'HISTOIRE.

PHYSIQUE GÉNÉRALE.

Sur le Méphitiſme des Foſſes d'aiſance ..... Page 13
Obſervations faites en Normandie 15

HISTOIRE NATURELLE DES ANIMAUX.

Sur les Mouches de la Truffe 17
Sur un Os foſſile 18

BOTANIQUE.

Sur le Safran 19

MINÉRALOGIE.

Sur les Herboriſations 21
Sur le Beril 22

CHIMIE.

De l'action que l'Acide phoſphorique exerce ſur les Huiles. 23
Sur différentes eſpèces de Mines 24
Sur l'Acide ſulfureux ..... Ibid.

TABLE.

Sur l'augmentation de poids qu'éprouvent le Soufre, le Phoſphore & l'Arſenic, lorſqu'ils ſont changés en Acide 25
Sur la décompoſition ſpontanée des Acides végétaux . . . 26
Sur la cauſticité de l'Alkali & de la Chaux 27
Sur un nouveau Moyen d'augmenter l'activité du Feu . . . 28
Sur les Moyens d'éprouver la ſalubrité de l'Air 31
Sur les Diſſolutions métalliques 33
Sur les quantités de Principe oxygine, combinées dans les Précipités métalliques 36
Sur la combinaiſon du Fer avec le Principe oxygine 37
Sur les affinités du Principe oxygine 39

MÉTÉOROLOGIE.

Sur les courans d'Airs oppoſés 40

ANALYSE.

Sur un projet de Cadaſtre 42
Sur une nouvelle Méthode d'approximation 43
Sur l'évalution des Droits éventuels 44

ASTRONOMIE.

Sur la figure des Planètes 45
Application des Méthodes analytiques à l'Aſtronomie . . Ibid.
Sur la durée de l'Année 46
Obſervations faites à l'Obſervatoire 48
Obſervation d'une Éclipſe de Soleil 49

Obſervations du paſſage de Mercure ſur le Soleil 50
Sur les Comètes de 1781 ..... Ibid.
Sur l'Aſtronomie des Indiens 51

Ouvrages préſentés à l'Académie 53
Prix ..... Ibid.
Éloge de M. Pringle 57
Éloge de M. d'Anville 69
Éloge de M. Bordenave 78
Éloge de M. Bernoulli 82
Éloge de M. de Montigni 108
Éloge de M. Margraaf 122
Éloge de M. Duhamel 131
Éloge de M. de Vaucanſon 156

TABLE
POUR LES MÉMOIRES.

Sur les approximations des Formules qui ſont fonctions de très-grands nombres. Par M. DE LA PLACE... Page 1

Premier Mémoire ſur le Safran. Par M. FOUGEROUX DE BONDAROY 89

Second Mémoire ſur la maladie du Safran, connue ſous le nom de tacon. Par le même 105

Théorie des attractions des Sphéroïdes & de la figure des Planètes. Par M. DE LA PLACE 113

Mémoire ſur un Moyen propoſé pour détruire le Méphitiſme des Foſſes d'aiſance. Par M. FOUGEROUX DE BONDAROY. 197

Mémoire ſur une excroiſſance de l'Épine blanche. Par le même. 205

Obſervation du paſſage de Mercure ſur le Soleil, arrivé le 12 Novembre 1782: Avec les conſéquences qui en réſultent. Par M. DE LA LANDE 207

Obſervations ſur un grand Os qui a été trouvé en terre dans Paris; Et ſur la conformation des Os de la tête des Cétacées. Par M. DAUBENTON 211

Mémoire ſur l'action de l'Acide phoſphorique ſur les Huiles; & ſur la combinaiſon de cet Acide avec l'Eſprit-de-vin. Par M. CORNETTE 219

Mémoire ſur la durée de l'Année ſolaire. Par M. DE LA LANDE. 227

Obſervations faites à l'Obſervatoire Royal, au mois de Juin 1782, &c. Par M. CASSINI fils 281

Analyſe de la mine de Biſmuth ſulfureuſe. Par M. SAGE. 307

Analyſe de la mine d'Antimoine arſenicale, &c. Par le même. 310

Obſervations ſur le Beril ou Aigue-marine. Par le même. 314

Obſervations ſur une mine de Fer argileuſe, rougeâtre, &c. Par le même. 315

Analyſe d'une nouvelle eſpèce de Mine de Mercure, &c. Par le même. 316

Mémoire ſur les Vers de Truffes & ſur les Mouches qui en proviennent. Par M. MORAND. 318

Nouvelles Méthodes analytiques pour réſoudre différentes queſtions aſtronomiques. Dix-ſeptième Mémoire. Par M. DIONIS DU SÉJOUR. 321

Obſervations de Phyſique faites en 1781, &c. Par M. LE GENTIL. 345

Diſſertation ſur l'origine du Zodiaque, & ſur l'explication des douze Signes. Par le même. 368

Mémoire ſur un Moyen d'augmenter conſidérablement l'action du Feu & de la Chaleur, &c. Par M. LAVOISIER. 457

Deſcription d'un Appareil propre à manœuvrer les différentes eſpèces d'airs, &c. Par M. MEUSNIER. 466

Mémoire ſur l'effet que produit ſur les Pierres précieuſes un degré de feu très-violent. Par M. LAVOISIER. 476

Mémoire ſur la combinaiſon de l'Air nitreux avec les Airs reſpirables, &c. Par le même. 486

Conſidérations générales ſur la diſſolution des Métaux dans les Acides. Par le même. 492

Mémoire ſur la précipitation des Subſtances métalliques, les unes par les autres. Par le même. 512

Mémoire ſur l'affinité du Principe oxygine avec les différentes Subſtances auxquelles il eſt ſuſceptible de s'unir. Par M. LAVOISIER..... 530

Mémoire ſur l'union du Principe oxygine avec le Fer. Par le même..... 541

Mémoire ſur la nature des Fluides élaſtiques aériformes, &c. Par le même..... 560

Obſervation de Mercure, à la Rocheguyon, &c. Par M.rs le Duc de la ROCHEFOUCAULD, DESMARETS, l'abbé ROCHON, le Marquis de SAINT-VALLIER & PATRICAULD.. 576

Obſervation du paſſage de Mercure, le 12 Novembre 1782. Par M. MÉCHAIN..... 577

Mémoire ſur la Comète qui a paru à la fin de Juin & en Juillet 1781. Par le même..... 581

Mémoire contenant les obſervations & la théorie de la ſeconde Comète de 1781. Par le même..... 587

Expériences ſur l'Acide ſulfureux. Par M. BERTHOLLET. 597

Recherches ſur l'augmentation de poids qu'éprouvent le Soufre, le Phoſphore, &c. Par le même..... 602

Obſervations ſur la décompoſition ſpontanée de quelques Acides végétaux. Par le même..... 608

Obſervations ſur la cauſticité des Alkalis & de la Chaux. Par le même..... 616

Rapport ſur un projet pour la réformation du Cadaſtre de la haute Guyenne, préſenté à l'Aſſemblée de cette Province, &c. Par M.rs TILLET, l'abbé BOSSUT, DESMARETS, DU SÉJOUR & DE CONDORCET..... 620

Mémoire ſur le paſſage de Mercure par-deſſus le diſque du Soleil, &c. Par M. LE MONNIER..... 647

Mémoire ſur les courans d'Air en ſens oppoſés, à l'occaſion des Aéroſtats obſervés le 1.er Décembre 1783. Par le même..... 650

Observation de l'Éclipse de Soleil du 17 Octobre 1781, &c. Par M. MESSIER..... 652

Observation du passage de Mercure sur le disque du Soleil, le 12 Novembre 1782, &c. Par le même..... 658

Observation du passage de Mercure sur le Soleil, faite à l'Observatoire royal de Paris, le 12 Novembre 1782. Par M. CASSINI fils..... 663

Mémoire sur les causes qui produisent trois sortes d'herborisations dans les Pierres. Par M. DAUBENTON..... 667

Suite du Mémoire sur le calcul des Probabilités. Troisième Partie. Par M. le Marquis DE CONDORCET..... 674

Mémoire sur le Trembleur, espèce peu connue de Poisson électrique. Par M. BROUSSONET, de la Société royale de Montpellier. 692

FAUTES à corriger pour le Volume de 1781.

Page 366, ligne 11, distance périhélie 9,961013; *lisez* 0,961013.

Pour le Volume de cette année.

Page 7, ligne 5, à compter d'en bas, au lieu de $\int t^n \partial t . e^{-t^n}$; lisez $\int t^n \partial t . e^{-t}$.

Page 30, à la fin, ajoutez ce qui suit:

L'analyse précédente suppose qu'en substituant dans la fonction log. $\frac{y}{Y}$, au lieu de x, x^1, &c. leurs valeurs $a + \theta$, $a^1 + \theta^1$, &c. cette fonction réduite en série prend cette forme,

$$M . \theta^2 + M^1 . \theta^{1\,2} + \&c.$$

en sorte que les termes multipliés par les produits $\theta . \theta^1$, $\theta . \theta^{11}$, $\theta^1 . \theta^{11}$, &c. disparoissent d'eux-mêmes; or, cela n'arrive pas toujours, mais on peut satisfaire à cette condition par une transformation convenable des variables x, x^1, &c. car si l'on suppose $x = u + pu^1 + qu^{11} + \&c.$ $x^1 = u^1 + p^1 u^{11} + \&c.$ $x^{11} = u^{11} + \&c.$ &c. &c. y deviendra fonction de u, u^1, u^{11}, &c. & l'intégrale $\int y \partial x \partial x^1 . \partial x^{11} . \&c.$ se changera

dans $\int y\,\partial u.\partial u^{I}.\partial u^{II}$. &c. Si l'on nomme b, b^{I}, &c. les valeurs de u, u^{I}, &c. qui correſpondent au *maximum* de y, que nous déſignerons par Y; & que l'on ſuppoſe $u = b + \theta$; $u^{I} = b^{I} + \theta^{I}$, &c. la fonction log. $\frac{y}{Y}$ pourra toujours être miſe ſous cette forme $M.\theta^{2} + M^{I}.\theta^{I\,2} +$ &c. car en déterminant convenablement les conſtantes p, q, p^{I}, q^{I}, il ſera facile de faire diſparoître les termes multipliés par $\theta.\theta^{I}$, $\theta.\theta^{II}$, $\theta^{I}.\theta^{II}$, &c.

Il eſt aiſé de voir que l'on a

$$\left(\frac{\partial\partial Y}{\partial u^{2}}\right) = \left(\frac{\partial\partial Y}{\partial x^{2}}\right);\ \left(\frac{\partial\partial Y}{\partial u^{I\,2}}\right) = \left(\frac{\partial\partial Y}{\partial x^{I\,2}}\right);$$

d'où il ſuit, que le théorème général que nous avons donné ci deſſus, eſt vrai, indépendamment de la transformation des variables.

Page 51, ligne 12, au lieu de $x^{I} = uQ$, Q étant une fonction de x; liſez $x^{I} = Q$, Q étant une fonction de x & de u.

Ibid. ligne 15, au lieu de $y_{s,\,s^{I}} = \int\int u^{I\,s^{I}}.Q^{s^{I}}.x^{s}.\downarrow.\partial x.\partial u$; liſez $y_{s,\,s^{I}} = \int\int Q^{s^{I}}.x^{s}.\downarrow.\partial x.\partial u$.

Page 56, ligne 5, à compter du bas, au lieu de $n^{s^{I}}.s^{I} + \frac{m}{n} + \frac{1}{2}.e^{-s^{I}}$; liſez $n^{s^{I}}.s^{I\,s^{I} + \frac{m}{n} + \frac{1}{2}}.e^{-s^{I}}$.

Page 67, ligne 2, au lieu de $A + 1$; liſez $A + (1 + p)^{m}$.

Page 79, ligne 4, au lieu de $\left(\frac{i}{a}\right)^{i+2}$; liſez $\left(\frac{i}{a}\right)^{i+1}$.

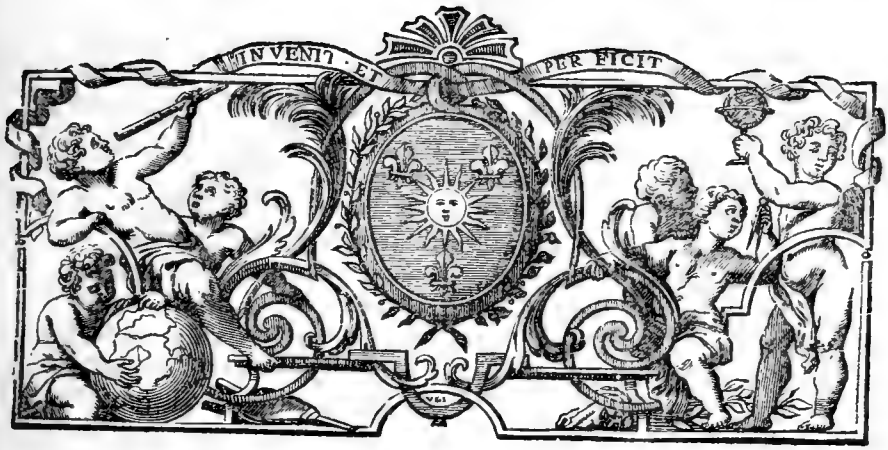
Page 158, lignes 11, 12 & 13; effacez $-x^{II}$, $-y^{II}$, $-z^{II}$.

Ibid. ligne 20; effacez le terme $+\frac{S}{2s^{3}}.(x^{II\,2} + y^{II\,2} + z^{II\,2})$.

Ibid. ligne 3, à compter du bas; *effacez le même terme.*

Page 159, ligne 3, à compter du bas; *effacez le même terme.*

Page 160, ligne 11; effacez les termes $+\frac{2s^{3}}{S} + \frac{S^{4}}{2s^{I\,3}}$ + &c



HISTOIRE
DE
L'ACADÉMIE ROYALE
DES SCIENCES.

Année M. DCCLXXXII.

L'ÉVÈNEMENT que nous allons rapporter n'appartient qu'à l'Hiſtoire de l'année 1785, mais l'Académie a cru devoir s'empreſſer de publier les nouvelles marques qu'elle a reçues de la bonté du Roi. Depuis l'époque de ſon renouvellement en 1699, les Sciences ont fait des progrès immenſes, & leurs applications ſe ſont étendues & multipliées: on a vu dans toutes les claſſes de la Société, un plus grand nombre d'hommes ſe vouer plus

excluſivement à la culture des Sciences, & cette occupation devenir par ſon influence ſur le bien général, un état honorable, & en quelque ſorte une fonction publique; il étoit naturel de penſer que l'état des Sciences ayant changé, il pouvoit être utile de faire auſſi quelques changemens dans la conſtitution d'un Corps dont l'étude & les progrès des Sciences ſont l'unique occupation & le premier objet.

Le Règlement que nous allons rapporter, contient ces changemens, par leſquels l'Académie a vu avec reconnoiſſance s'établir entre ſes Membres une plus grande égalité, & un partage moins inégal des avantages réſervés aux plus anciens Académiciens, & deſtinés à être la récompenſe de leurs travaux.

DE PAR LE ROI.

LE ROI s'étant fait repréſenter les Règlemens & la Liſte de l'Académie des Sciences, Sa Majeſté a reconnu que la diviſion des Claſſes, adoptée par les Règlemens des 26 Janvier 1699 & 3 Janvier 1716, n'embraſſoit plus aujourd'hui l'univerſalité des Sciences dont l'Académie s'occupe; que l'Agriculture, l'Hiſtoire Naturelle, la Minéralogie, la Phyſique, ne paroiſſent pas être entrées dans le plan de ſon inſtitution, quoique ces Sciences ne ſoient pas moins dignes que les autres, de l'attention des Savans & de la protection du Gouvernement.

Que le Règlement du 3 Janvier 1716, en ſupprimant la claſſe des Élèves, & en établiſſant, à la place, celle des Adjoints, n'avoit fait que ſubſtituer une dénomination à une autre, mais qu'il en réſultoit également une diſtinction au moins inutile.

Ces conſidérations ont déterminé Sa Majeſté à inſtituer deux nouvelles Claſſes, à incorporer les Aſſociés & les Adjoints, & à réduire à ſix, trois Penſionnaires & trois

Aſſociés, le nombre des Membres attachés à chaque Claſſe. Elle a vu avec ſatisfaction que ces diſpoſitions n'augmentoient que de ſix le nombre des places, & que cette augmentation tomboit entièrement ſur l'ordre des Penſionnaires; que par le plan qui lui avoit été propoſé, preſque tous les Académiciens obtiendroient, les uns une augmentation de penſion, les autres une eſpérance plus prochaine d'y arriver. Enfin, qu'elle pouvoit trouver dans le nombre même des Surnuméraires qu'Elle avoit nommés en différentes circonſtances, à la demande de l'Académie, de quoi remplir cinq des places de nouvelle création. Et Sa Majeſté voulant donner à l'Académie des Sciences, de nouvelles marques de ſon affection, ainſi que de la protection qu'Elle accorde aux Sciences & aux Arts, Elle a ordonné & ordonne ce qui ſuit:

ARTICLE PREMIER.

L'ACADÉMIE ſera à l'avenir compoſée de huit Claſſes; ſavoir, une de Géométrie, une d'Aſtronomie, une de Mécanique, une de Phyſique générale, une d'Anatomie, une de Chimie & de Métallurgie, une de Botanique & d'Agriculture, une d'Hiſtoire Naturelle & de Minéralogie.

2.

CHAQUE Claſſe demeurera irrévocablement fixée à ſix Membres; ſavoir, trois Penſionnaires & trois Aſſociés, indépendamment, tant des Secrétaire & Tréſorier perpétuels, des douze Honoraires, des douze Aſſociés-Libres & des huit Aſſociés-Étrangers, à l'égard deſquels il ne ſera rien innové, que de l'Adjoint-Géographe qui prendra, à l'avenir, le titre d'Aſſocié-Géographe.

3.

LESDITES huit claſſes ſeront remplies; ſavoir, celle de Géométrie, par MM. de Borda, Jeaurat & Vandermonde, comme Penſionnaires; MM. Couſin & Meuſnier, comme Aſſociés: celle d'Aſtronomie, par MM. le Monnier, de la

Lande & le Gentil, comme Penſionnaires; MM. Meſſier, de Caſſini & Dagelet, comme Aſſociés : celle de Mécanique, par MM. l'abbé Boſſut, l'abbé Rochon & de la Place, comme Penſionnaires: MM. Coulomb, le Gendre & Perrier, comme Aſſociés : celle de Phyſique générale, par MM. Leroy, Briſſon & Bailly, comme Penſionnaires; MM. Monge, Méchain & Quatremere, comme Aſſociés : celle d'Anatomie, par MM. Daubenton, Tenon & Portal, comme Penſionnaires; MM. Sabatier & Vicq-d'azir, comme Aſſociés: celle de Chimie & Métallurgie, par MM. Cadet, Lavoiſier & Beaumé, comme Penſionnaires; MM. Cornette & Bertholet, comme Aſſociés : celle de Botanique & d'Agriculture, par MM. Guettard, Fougeroux & Adanſon, comme Penſionnaires; MM. de Juſſieu, de la Marck & Deſfontaines, comme Aſſociés: celle d'Hiſtoire naturelle & de Minéralogie, par MM. Deſmaretz, Sage & l'abbé de Gua *(a)*, comme Penſionnaires; MM. Darcet, l'abbé Haüi & l'abbé Teſſier, comme Aſſociés.

4.

IL ſera procédé en la forme ordinaire, à l'élection des trois places d'Aſſociés vacantes dans la claſſe de Géométrie, d'Anatomie & de Chimie & Métallurgie, lorſque Sa Majeſté aura donné à ce ſujet les ordres néceſſaires *(b)*.

5.

LA claſſe de Phyſique générale fera partie des claſſes mathématiques, & la claſſe d'Hiſtoire naturelle & de Minéralogie fera partie des claſſes phyſiques pour tous les cas où les places, ſoit d'Officiers, ſoit de Commiſſaires,

(a) M. l'abbé de Gua, Adjoint-Géomètre, en 1741, avoit demandé la Vétérance en 1745 : des occupations relatives aux Sciences, & en particulier à l'Hiſtoire Naturelle, l'avoient écarté pendant long-temps d'une carrière où il avoit obtenu & mérité une réputation diſtinguée, & ne lui ont permis d'y rentrer que depuis un petit nombre d'années.

(b) La place d'Aſſocié-Géomètre a été donnée depuis à M. Charles, celle d'Aſſocié-Chimiſte à M. de Fourcroy, & celle d'Aſſocié-Anatomiſte à M. Brouſſonet.

ſont affectées par les règlemens ou par l'uſage, à l'une de ces deux diviſions.

6.

POUR remplir les places d'Aſſociés, vacantes, il ſera préſenté par la claſſe, & à l'égard des Aſſociés libres & Étrangers, par les huit Commiſſaires élus dans chaque claſſe par l'Académie, au moins trois ſujets, & jamais plus de cinq, parmi leſquels les Académiciens ayant droit de ſuffrage pour les élections, en choiſiront deux à la pluralité des voix.

7.

SA MAJESTÉ déclare qu'à l'avenir, il ne ſera admis dans l'Académie aucun Surnuméraire, ſous quelque prétexte que ce ſoit.

FAIT à Verſailles le vingt-trois Avril mil ſept cent quatre-vingt-cinq. *Signé* LOUIS. *Et plus bas,* LE B.^on^ DE BRETEÜIL.

LEURS Alteſſes Impériales le Grand-Duc & la Grande-Ducheſſe de Ruſſie, qui voyageoient en France, ſous le nom de *Comte* & de *Comteſſe du Nord*, ont fait à l'Académie l'honneur d'aſſiſter à ſa Séance du 6 Juin 1782.

Le Secrétaire a ouvert l'Aſſemblée par la lecture du Diſcours ſuivant:

LE temps n'a pu affoiblir parmi nous la mémoire de ce jour où l'Académie vit pour la première fois un Souverain aſſiſter à ſes Aſſemblées, & s'intéreſſer au récit de ſes travaux; mais ce ſouvenir nous eſt encore plus cher dans ce moment où l'arrière-petit fils de ce Prince vient, après ſoixante-cinq ans, occuper la même place, & nous montrer, par ce témoignage d'un amour héréditaire pour les Sciences, qu'il eſt appelé à ſuccéder aux grands deſſeins de Pierre Ier comme à ſon Empire.

Avant le Czar, aucun Souverain n'avoit joint le titre modeſte d'Académicien à ces titres réſervés au premier

degré des grandeurs humaines. Le vainqueur de Charles XII parut flatté de voir ſon nom placé dans une liſte que décoroient alors les noms de Newton & de Fontenelle. *Il n'y a de rang dans les Sciences*, écrivoit-il, *que ceux qu'y donnent l'application & le génie.* Jaloux de paroître ne rien devoir qu'à lui-même, & ſur-tout d'en donner l'exemple, il voulut mériter ſes titres Littéraires par ſes travaux, comme il avoit voulu ne monter aux grades Militaires que par ſes ſervices. Il n'accepta le titre d'Académicien qu'après avoir envoyé à l'Académie un Mémoire ſur la Géographie de la mer Caſpienne, comme il n'avoit pris le titre de Vice-Amiral qu'après une victoire. On l'avoit vu rechercher avec empreſſement dans tous les pays, les hommes qui pouvoient lui donner des lumières utiles pour ſes Sujets, il ne ſe repoſait que ſur lui-même du ſoin de les inſtruire, comme du devoir de les gouverner; & dès-lors, il fut aiſé de prévoir que les bornes de l'Europe alloient ſe reculer, & que les Sciences avoient conquis un nouvel empire.

Cette époque d'une ſi grande révolution pour la Ruſſie, fut auſſi celle d'une révolution heureuſe pour les Sciences dans l'Europe entière. Juſque-là, pluſieurs Souverains les avoient protégées, ſoit par un goût naturel pour quelque genre de connoiſſances, ſoit par un deſir ardent de la gloire. Mais le Czar a montré le premier, par ſa conduite, qu'un Prince doit regarder la protection accordée aux Sciences, & comme une ſage politique dictée par ſon propre intérêt, & comme un véritable devoir, puiſque leurs progrès ſont une des ſources de la proſpérité des États & de la félicité des peuples. Cette opinion eſt devenue celle des Souverains de toutes les Nations policées. Des établiſſemens formés partout en l'honneur des Sciences, en ont répandu les principes & inſpiré le goût dans les Provinces comme dans les Capitales. Les heureux effets de cette protection ont été ſi prompts & ſi étendus, qu'elle a pour ainſi dire, ceſſé d'être néceſſaire. L'amour de l'étude, le ſentiment de l'utilité & de la dignité des Sciences eſt trop général, pour qu'elles aient déſormais

beſoin de ſecours étrangers; & l'on peut dire que le plus grand bienfait des Princes à leur égard, a été de les rendre indépendantes de leur puiſſance.

Mais parmi les travaux néceſſaires au progrès des Sciences, il en eſt qui exigent, ou le concours de pluſieurs générations ou le concert de pluſieurs peuples. Si ceux qui ſe livrent à ces travaux pouvoient être témoins de l'utilité qui doit réſulter de leurs efforts; s'ils pouvoient eſpérer pour récompenſe ou le plaiſir de connoître des vérités nouvelles ou la gloire de les avoir découvertes; ſi le ſuccès de ces travaux n'exigeoit point dans les obſervations un concert que la diverſité des vues, ou peut-être l'amour-propre rendent ſi difficile, on pourroit tout attendre de l'activité & de la puiſſance du génie. Tant que le deſir du bien des hommes, l'amour de la gloire & le plaiſir de ſaiſir une vérité peuvent être le prix du travail, les Sciences n'ont à demander aux Princes que la paix & la liberté. Mais pourroit-on eſpérer des Savans, même les plus modeſtes, que ſans aucune autre récompenſe que cette froide eſtime qu'on accorde au travail, à l'exactitude ou au zèle, ils ſe dévoueront à préparer la gloire de leurs ſucceſſeurs, à recueillir des matériaux pour la découverte de vérités qu'ils ne doivent jamais entendre, & dont l'utilité eſt réſervée pour des générations qu'ils ne doivent jamais voir?

La vérité de ces réflexions deviendra plus frappante ſi l'on jette ſes regards ſur l'état des Sciences en Europe. D'un côté, on ſera frappé des progrès rapides qu'elles ont faits depuis un demi-ſiècle, de cette immenſe collection de vérités ignorées de nos pères, du grand nombre des méthodes, &, pour ainſi dire, des Sciences nouvelles qui ont ajouté à la force de l'eſprit humain & à ſes richeſſes. On ſera ſurpris de cette multitude d'hommes que de véritables découvertes ont placés dans cette première claſſe de l'humanité, celle des inventeurs; mais en même-temps on verra que pluſieurs parties des Sciences ſe ſont dérobées à cette impulſion générale, & on obſervera que ce ſont préciſément

celles où le génie ſeul ne peut trouver en lui-même ni ſes moyens ni la récompenſe de ſes efforts, celles où une découverte importante ne peut-être le prix que des recherches de pluſieurs ſiècles & des travaux de pluſieurs peuples. Qu'il me ſoit permis de développer ici cette obſervation, & de l'appuyer par quelques exemples; parler en cette occaſion de ce que les Sciences ont droit d'attendre encore du ſecours des Souverains, c'eſt nous entretenir de nos eſpérances.

Tout concourt à prouver que la Nature entière eſt aſſujettie à des loix régulières; tout déſordre apparent nous cache un ordre que nos yeux n'ont pu apercevoir. Il ne peut être connu que par l'obſervation des faits, dont l'enſemble & la ſuite ſont néceſſaires pour rendre cet ordre ſenſible à notre foible vue; il faut donc que ces faits puiſſent ſe réunir ſous les yeux d'un obſervateur, ou que par des expériences il les force, pour ainſi dire, à ſe préſenter au gré de ſa volonté. Il faut encore que les loix auxquelles ils ſont aſſujettis ſe marquent par des révolutions dont la durée n'excède point ce court eſpace que la Nature a marqué à notre exiſtence. Si cette heureuſe réunion de circonſtances ne vient point au ſecours de notre foibleſſe, les efforts du génie peuvent reſter long-temps inutiles.

Cette foule de phénomènes que nous préſente l'atmoſphère, ſes variations ſi promptes qu'il nous eſt impoſſible de prévoir, ſuivent cependant des loix générales. Ces phénomènes dépendent de cauſes conſtantes, univerſelles ou locales; mais la nature de ces cauſes eſt à peine ſoupçonnée, & les loix qu'elles ſuivent nous ſont inconnues.

Soumis pour notre exiſtence, pour tous nos beſoins, à l'influence de ces phénomènes, en deviner les cauſes ſeroit preſque les maîtriſer. Si l'homme pouvoit prévoir les révolutions des ſaiſons, il deviendroit en quelque ſorte indépendant d'elles; car dans cette Science comme dans preſque toutes les autres, toute découverte eſt une conquête de l'homme ſur la Nature & ſur le haſard. Mais pour s'élever à cette connoiſſance, il faudroit connoître & la liaiſon qu'ont entr'eux les phénomènes

phénomènes de l'atmoſphère dans les différentes parties de la Terre, & les loix de leurs périodes, dont les révolutions s'étendent peut-être à des ſiècles entiers; il faudroit embraſſer dans ſes recherches & tous les climats & une longue ſuite d'années.

La Terre que nous habitons, les révolutions qu'elle a eſſuyées, celles que les ſiècles futurs doivent y amener, nous ſont auſſi peu connues que le mouvement du fluide qui l'entoure & les phénomènes qui ſe produiſent dans ſon ſein. En vain nous avons parcouru la ſurface de la Terre, fouillé dans ſes entrailles, décrit, analyſé même les ſubſtances qu'elles renferment. Les cauſes qui ont hériſſé le globe de montagnes, qui l'ont ſillonné de vallées, qui ont creuſé les mers, élevé les Iſles, diſtribué ſur la Terre les combinaiſons ſi diverſes d'un petit nombre d'élémens; les loix qui ont préſidé à la formation de ces combinaiſons, à la fois ſi conſtantes & ſi variées, tous ces objets nous ſont inconnus. Nous avons créé des ſyſtèmes; mais à l'inſtant qu'on a fait un pas de plus ſur la ſurface de la Terre, qu'on s'eſt enfoncé quelques pieds plus avant dans ſon ſein, tous ces fantômes de l'imagination ſe ſont évanouis. Comment un être éphémère ſurprendra-t-il le ſecret des opérations que la Nature prépare dans des temps ſi longs pour notre durée? Comment un homme ſaiſira-t-il un enſemble dont les parties ſont répandues comme en déſordre ſur un eſpace ſi vaſte, qu'en y conſacrant ſa vie entière, il lui ſeroit impoſſible, non pas d'en obſerver toute l'étendue, mais de la parcourir; non de tout examiner, mais de tout voir?

Combien l'hiſtoire de l'homme même eſt-elle encore ignorée? La Terre qu'il habite, ſa température, ſon humidité, ſon élévation plus ou moins grande, les productions du ſol, les travaux de la culture, les différentes eſpèces d'occupation, la manière de vivre, de ſe vêtir, les uſages, les gouvernemens, les loix, toutes ces cauſes agiſſent ſur la durée de la vie, ſur la fécondité, ſur la force de l'homme, ſa ſanté, ſon activité, ſon induſtrie, ſon caractère, ſa morale même & ſon génie.

Ces cauſes ſont en même temps liées entr'elles, dépendent l'une de l'autre, & peuvent encore être modifiées par l'effet des changemens même qu'elles ont produits. Nous n'avons ſur ces objets que des obſervations générales, mais vagues, & dont la plupart ſont même conteſtées. Ici l'homme, la terre, les influences du climat ont cédé à la force des loix & des opinions; là, au milieu des révolutions politiques, des changemens dans les préjugés, il a conſervé le même caractère avec ſa conſtitution & ſon climat. Ici, un peuple tranſplanté a changé de mœurs comme de pays. Là, il a porté avec lui ſon caractère; & ni le temps, ni les évènemens, ni les mélanges avec d'autres peuples n'ont pu en effacer l'empreinte. La liaiſon qui exiſte entre la conſtitution phyſique de l'homme, ſes qualités morales, l'ordre ſocial, & la nature du climat où il vit, du ſol qu'il habite & des objets qui l'entourent, ne peut être connue que par une longue ſuite de recherches qui embraſſent à la fois différens climats, différentes mœurs & différentes conſtitutions politiques. Il doit en réſulter une Science importante, & cette Science ne ſera véritablement créée qu'après qu'une collection immenſe d'obſervations conſtantes & préciſes aura permis d'aſſujettir au calcul, & les réſultats des obſervations, & la certitude de ces réſultats.

Dans ces diverſes parties de nos connoiſſances, comme dans toutes celles qui nous auroient fourni des exemples ſemblables, il peut arriver ſans doute qu'au bout d'une longue ſuite de ſiècles, un heureux haſard raſſemble ſous les yeux d'un homme de génie, les monumens épars & confus amaſſés par le temps. Les Souverains ſeuls ont entre leurs mains des moyens de rendre ces ſuccès indépendans du temps & du haſard; eux ſeuls peuvent preſcrire & faire exécuter ſur un même plan, ces longs & pénibles travaux dont la gloire ne peut être le ſalaire. Qui formera ces grandes entrepriſes dont l'utilité ne peut être ſenſible que dans un avenir éloigné, ſi ce n'eſt un Prince qui ſait meſurer ſes projets, non ſur la durée de la vie d'un homme,

mais ſur celle des Empires ? Les Souverains ſeuls peuvent, en ſe réuniſſant, donner aux recherches des Savans, l'étendue qu'exige toute partie des Sciences dont la Nature a diſperſé les élémens ſur la Terre entière.

Jamais aucun moment n'a été plus favorable pour les deſſeins qu'on peut former en faveur des Sciences : jamais leur empire n'a embraſſé un ſi grand eſpace, jamais elles n'ont réuni un auſſi grand nombre de Diſciples. Les Linnæus & les Bergman ont éclairé l'Europe du fond des mêmes climats où les Savans raſſemblés par Chriſtine, n'avoient excité que de l'indifférence & du mépris. Un Philoſophe né ſur ces bords où les Anglois n'avoient trouvé dans le ſiècle dernier que des Sauvages barbares, a ſu deviner la cauſe de la foudre, la ſoumettre à ſes loix, & déſarmer le Ciel de la même main qui devoit briſer les fers du Nouveau-Monde ; tandis que dans cette ville rivale de Rome & de Byzance, qui, preſque de nos jours, s'eſt élevée du ſein des marais de la Neva, on voit un homme d'un génie infatigable (M. Euler), produire des découvertes profondes avec une fécondité qui étonneroit dans les genres les plus futiles, ſans que l'âge lui ait rien ôté de ſa force, ni la perte de la vue, de ſon ardeur ou ſon incroyable facilité ; ſemblable (ſi pourtant ce n'eſt point rabaiſſer de grands Hommes que de leur comparer des Héros fabuleux) ſemblable à ce Tireſias, que les Dieux privèrent de la vue pour le punir d'avoir pénétré leurs ſecrets, mais à qui le Deſtin les força de laiſſer cette Science divine dont ils avoient été ſi jaloux.

Si l'on a pu former l'eſpérance de voir les Princes ſe réunir pour accélérer les progrès de l'eſprit humain, c'eſt ſans doute dans l'époque où nous vivons. Ceux même que les connoiſſances qu'ils ont acquiſes & l'état floriſſant des Sciences dans leur Empire ſembleroient diſpenſer de recourir à des lumières étrangères, s'empreſſent cependant, non de les appeler auprès d'eux, mais de les chercher, & mettent leur gloire à remporter dans leur pays ces tréſors, les ſeuls qu'on puiſſe partager ſans rien ôter à ceux qui les poſsèdent. Les

Souverains ſe hâtent de détruire à-la-fois les barrières élevées entre les Peuples par ces prétendus intérêts nationaux, fantômes créés par la cupidité & par l'ignorance, & celles que des préjugés de toute eſpèce mettoient entre les ſujets d'un même Empire. On ſait enfin que tous les hommes ne forment qu'une même famille, & n'ont qu'un ſeul intérêt. Le nom de l'humanité, de ce ſentiment qui embraſſe les hommes de tous les pays & de tous les âges, eſt dans la bouche des Rois comme dans celle des Philoſophes, & ſemble réunir dans les mêmes vues ceux dont l'ambition eſt d'éclairer les hommes, & ceux dont le devoir eſt de veiller à leur bonheur & de défendre leurs droits.

Le Czar a ſenti le premier qu'un des plus grands bienfaits d'un Prince envers ſes ſujets eſt de les éclairer. Puiſſe ſon petit-fils montrer un jour qu'un des plus grands biens que la Nature puiſſe accorder à une Nation, eſt de lui donner un Souverain qui ſache à-la-fois employer pour elle toutes les connoiſſances de ſon ſiècle, & préparant de nouvelles lumières pour les générations qui n'exiſtent point encore, leur ouvrir des ſources inconnues de proſpérité & de bonheur!

V. les Mém. p. 667.

M. DAUBENTON à lû un Mémoire *ſur les cauſes des herboriſations qu'on obſerve dans les Plantes.*

M. MACQUER a lû des Recherches *ſur les moyens chimiques de faire diſparoître pluſieurs eſpèces d'odeurs déſagréables.*

V. les Mém. p. 457.

M. LAVOISIER a fait pluſieurs expériences *ſur l'action du feu animé par l'air vital;* & il a fondu en très-peu de temps le cuivre, le fer & la platine.

M. l'Abbé ROCHON a lû des Obſervations *ſur le degré de chaleur des rayons diverſement colorés.*

M. PORTAL a lû un Mémoire *ſur des altérations ſingulières cauſées dans l'organe de la voix par différentes maladies.*

M. DE FONTANIEU a fait voir ſon Tour à portraits, & a exécuté celui du Roi.

PHYSIQUE GÉNÉRALE.

SUR LE MÉPHITISME DES FOSSES D'AISANCE.

IL eſt utile de conſerver dans les Recueils publiés par les Compagnies ſavantes, la mémoire de ces ſecrets merveilleux qui ſont pendant quelques jours l'objet de l'attention, & ſouvent de l'enthouſiaſme public, que les Savans ne peuvent combattre ſans encourir le reproche de partialité, & même d'envie, en faveur deſquels on cite des témoins au-deſſus du ſoupçon, des hommes dont l'autorité ſeroit impoſante dans tout autre genre, & qui finiſſent promptement par être oubliés pour faire place à d'autres merveilles. L'hiſtoire de ce qui s'eſt paſſé ſur ces prétendus ſecrets, eſt un des moyens les plus ſûrs de préſerver le Public d'être la dupe de ceux qui doivent reparoître, car ils ſe reſſemblent tous, quant à la manière de les annoncer, au ton que prennent leurs inventeurs, à l'enthouſiaſme de leurs premiers partiſans. V les Mém. P. 197.

L'anti-méphitiſme fit beaucoup de bruit en 1782; il ne s'agiſſoit de rien moins que de détruire, avec quelques pintes de vinaigre, les exhalaiſons mal-faiſantes qui s'échappent des foſſes d'aiſance, & d'en faire en même-temps diſparoître l'odeur. L'importance de cet objet détermina le Gouvernement à charger des Commiſſaires de l'Académie & de la Société Royale de Médecine, d'examiner la nouvelle méthode: c'eſt du réſultat de leurs expériences que M. Fougeroux, l'un des Commiſſaires, rend compte dans ce Mémoire. Un des Ouvriers, frappé d'aſphixie, n'a pu être ſauvé; pluſieurs

autres, & même quelques-uns des Commiſſaires & quelques témoins, ont été incommodés, & cette expérience, malheureuſement trop déciſive, a fait diſparoître le prétendu ſecret.

Nous ne nous permettrons qu'une ſeule réflexion; avant cette épreuve, les hommes inſtruits dans les Sciences, étoient convaincus du peu d'efficacité de ce moyen; ainſi, ce n'eſt pas à eux, c'eſt à l'enthouſiaſme public qu'on doit imputer l'accident funeſte qui n'a que trop vérifié leurs conjectures.

Pendant que des épreuves en grand éclairoient le Public ſur le peu de réalité du nouveau ſecret, M. Lavoiſier crut devoir s'occuper de l'examen chimique des fluides aériformes qui ſe dégagent de ces matières en fermentation; il n'a point été rebuté par le dégoût qu'entraînent néceſſairement de pareilles expériences, il lui a ſuffi qu'elles fuſſent utiles. Si dans les Sciences on a ſouvent abuſé des expériences faites en petit, pour en tirer des concluſions précipitées, il n'en eſt pas moins vrai que dans beaucoup de circonſtances ce ſont les ſeules qui puiſſent donner des réſultats certains & précis.

V. les Mém. p. 560.

M. Lavoiſier a trouvé que les matières nouvelles produiſoient beaucoup plus de fluides aériformes que celles qui avoient ſubi une longue fermentation dans les foſſes; que dans les deux ce fluide étoit un mélange d'air inflammable & d'air fixe ou air gazeux, mais que dans les premières la proportion de l'air inflammable étoit de deux vingt-quatrièmes, & de neuf vingt-quatrièmes dans les autres, & M. Lavoiſier conjecture, d'après ſes expériences, que cette proportion de l'air inflammable devient continuellement plus forte.

Les acides développent une quantité conſidérable d'air gazeux, ſi on les mêle avec des matières anciennes; & les alkalis cauſtiques ou la chaux, arrêtent la production des fluides aériformes.

Tels ſont les réſultats des expériences, lorſque les matières ne ſont pas plongées dans l'air; M. Lavoiſier les a répétées en introduiſant une certaine quantité d'air atmoſphérique ou d'air vital ſous les bocaux, le réſultat a été le même, à cela près, qu'une petite partie de l'air vital a été détruite,

vraiſemblablement parce qu'elle ſe combinoit avec une portion de l'air inflammable qui ſe dégageoit, enfin l'air devenoit moins ſalubre par la plus grande proportion d'air méphitique qui y étoit mêlée.

Il réſulte de ces expériences, que le mélange des acides avec les matières, loin de prévenir le danger du méphitiſme ne peut que l'augmenter. Les alkalis cauſtiques ou la chaux au contraire produiſent un effet utile, non-ſeulement en s'oppoſant au dégagement des fluides aériformes, effet qui n'eſt que momentané, mais en abſorbant une grande quantité d'acide craïeux; en effet cet air eſt le plus dangereux: comme plus peſant que l'air commun, il reſte dans le bas des foſſés, & y retient même l'air inflammable qui s'eſt mêlé avec lui; tandis que l'air inflammable ſeul traverſe promptement l'atmoſphère.

C'eſt d'après cette obſervation que M. Lavoiſier propoſe des moyens de s'oppoſer au méphitiſme, & qui conſiſtent à employer la chaux ou les leſſives alkalines, & à ouvrir un cours libre à l'air inflammable & léger qui alors eſt ſeul à craindre.

Il conjecture qu'en général on a peu à craindre le dégagement du gaz hépatique, il n'a rien trouvé qui en annonce la préſence, peut-être n'exiſte-t-il que lorſque l'acide vitriolique contenu dans les plâtras a pu agir ſur une partie des matières, & alors il eſt aiſé de voir que la production doit en être très-peu ſenſible, excepté dans un petit nombre de cas particuliers.

OBSERVATIONS

FAITES EN NORMANDIE.

CE Mémoire eſt le réſultat des obſervations que M. le Gentil a faites en Normandie pendant pluſieurs années. Il eſt diviſé en deux parties: dans la première, M. le Gentil prouve par ſa propre expérience & par le témoignage

V. les Mém. p. 345.

commun des habitans du pays, que ſur cette côte le temps des plus hautes marées répond à l'Équinoxe; de manière que la marée la plus haute eſt en général celle qui répond à la pleine Lune qui ſuit l'Équinoxe, & non à la pleine Lune qui le précède, même quand celle-ci en eſt plus voiſine: cette obſervation confirme celle que Jacques Caſſini avoit faite ſur le même objet.

La ſeconde partie contient la deſcription de pluſieurs bancs d'une eſpèce de ſable dépoſé ſur les bords de la mer, & que les cultivateurs du Cotentin emploient comme engrais. Ce ſable qui paroît à M. le Gentil n'avoir pas été apporté par la mer, mais avoir été plutôt dépoſé par les rivières, eſt formé de ſable quartzeux, & d'un amas de coquilles briſées ou de coquilles microſcopiques, dignes par leur forme & leur conſtruction de l'attention des Naturaliſtes. La proportion de ces deux ſubſtances varie, & plus la portion calcaire domine, plus ce ſable eſt propre à fertiliſer les terres.

HISTOIRE NATURELLE
DES ANIMAUX.

SUR LES MOUCHES DE LA TRUFFE.

M. GEOFFROI le jeune a obſervé & décrit une des eſpèces de vers de la truffe, & la mouche qui en provient: M. de Réaumur avoit obſervé des vers différens de celui de M. Geoffroi, mais il n'avoit pu en décrire les mouches, tous ces vers ayant péri dans l'état de nymphe. La mouche que M. Morand a obſervée, eſt préciſément celle qui répond au ver de M. de Réaumur, & elle eſt très-différente de celle de M. Geoffroi: M. Morand ſe propoſoit de ſuivre ces obſervations, & de les étendre aux truffes de différens pays. L'hiſtoire des inſectes ainſi attachés plus ou moins excluſivement à certaines productions végétales, eſt un des phénomènes le plus curieux de cette partie de l'Hiſtoire Naturelle, elle eſt même très-utile lorſqu'il s'agit de productions végétales qui ſervent à nos beſoins, & que nous ſommes obligés de diſputer à ces animaux auxquels la Nature ſembleroit les avoir deſtinées. On peut ſans doute ne pas convenir que tout ce qui exiſte ſur ce globe, ait été fait pour nous, mais on ne peut nier que la Nature ne nous ait donné les moyens de nous en rendre propre une grande partie; chaque jour nous étendons notre empire, chaque jour nous voyons diminuer les eſpèces qui nous le diſputoient; & ſi la Terre ne nous a pas été donnée toute entière, du moins eſt-il vraiſemblable qu'un jour elle nous appartiendra par droit de conquête.

V. les Mém. p. 318.

La mort prématurée de M. Morand, nous a privés de la continuation de ſon travail, & c'eſt une raiſon de plus de le regretter.

SUR UN OS FOSSILE.

V. les Mém. p. 211.

ON a trouvé en 1782, dans une des caves de la rue Dauphine, un os d'une grandeur extraordinaire, & même trop grand pour avoir appartenu à aucun animal terreſtre actuellement exiſtant ſur la partie connue du Globe; M. le Chevalier de Lamanon a donné une deſcription exacte de cet os, l'a fait graver, & en a même dépoſé un modèle en terre cuite dans le Cabinet de Sainte-Geneviève, moyen préférable à la gravure, quand il s'agit de conſerver exactement la forme de quelque individu extraordinaire.

M. Daubenton rend compte ici de ſes recherches pour déterminer à quel animal cet os a pu appartenir, & il le regarde comme une portion du bas du crâne d'un grand cachalot; opinion qu'il prouve par la comparaiſon de cet os avec l'os correſpondant d'un cachalot beaucoup plus petit, dont le ſquelette eſt au Cabinet du Roi.

Cet os n'eſt point vraiment foſſile, c'eſt-à-dire qu'il n'eſt pas formé d'une matière pierreuſe qui a pris la forme de l'os en s'infiltrant dans ſa ſubſtance & en détruiſant ſon organiſation, mais c'eſt l'os lui-même, très-peu altéré par ſon ſéjour dans la terre: c'étoit dans un dépôt de la rivière qu'il avoit été enterré, ſoit qu'il ait été entraîné par les eaux, ſoit que abandonné ſur le terrein, les dépôts ſucceſſifs l'aient couvert. Ces os de cétacées étoient aſſez communs autrefois dans les Tréſors des égliſes & des monaſtères, ſouvent on les ſuſpendoit à la voûte ou au-deſſous des arcades du portail, & ils paſſoient dans l'eſprit du peuple pour les os de quelque géant ou de quelque monſtre, dont l'hiſtoire faiſoit partie des fables particulières qui dans ces temps étoient répandues dans chaque canton: il eſt vraiſemblable qu'apportés d'abord comme une curioſité précieuſe, ils étoient devenus l'objet de la crédulité populaire, lorſque la trace de leur première origine s'étoit effacée.

BOTANIQUE.

SUR LE SAFRAN.

LE Safran, production naturelle des pays Méridionaux de l'Europe, a été transporté en France, vers le temps des Croisades, & la culture s'en est introduite dans le Gâtinois, à la fin du seizième siècle; les provinces plus septentrionales ne l'ont pas adoptée, mais elle s'est établie depuis en Angleterre: ce commerce très-avantageux pour le Gâtinois, commence à y languir, & il ne faut pas s'en étonner; d'abord la consommation du safran employé autrefois dans beaucoup de mets, a diminué avec le goût de cet assaisonnement: toutes les fois qu'une culture s'étend, elle finit par se fixer dans les pays où elle est la plus avantageuse, & se détruit peu-à-peu dans les autres; enfin, la facilité que donne un commerce plus sûr & plus étendu, de tirer du safran des pays méridionaux, doit nuire à sa culture dans une province aussi septentrionale que le Gâtinois. Mais d'autres causes ont servi encore à la diminuer; le safran y est sujet à deux maladies qui le font périr, l'une est désignée par le nom de *mort*, l'autre par celui de *tacon*: ce sont les moyens de prévenir ces maladies que donne ici M. Fougeroux, d'après des expériences qu'il a faites dans ses terres. Il propose de lever chaque année les oignons de safran qu'on ne lève que tous les quatre ans, de les dépouiller de leurs enveloppes, d'enlever les taches qui annoncoient le *tacon*, espèce de carie semblable à celle du blé, & qui attaque de même en particulier la partie amidonacée de ces oignons; de les tremper

V. les Mém. pages 89 & 105.

enfin dans une leſſive alkaline qui détruit cette carie comme celle du blé, & qui fait périr auſſi la Plante paraſite que M. du Hamel a prouvé être la cauſe de la maladie appelée *la mort :* cette opération ſeroit peu coûteuſe, & en plantant un peu plus d'oignons dans une même quantité de terrein, on auroit dès la première année, une recolte auſſi abondante que celle qui a lieu la ſeconde année dans la culture actuelle.

Les recherches de M. Fougeroux, l'ont conduit à des obſervations curieuſes ſur ce genre de Plantes ; par exemple, il a vu que les caïeux qui chaque année naiſſent ſur l'oignon du ſafran, ſe nourriſſent, non de la terre, mais de la partie amidonacée de cet oignon qui n'eſt plus ſuſceptible de donner des fleurs, & ne ſert qu'à cet uſage.

V. les Mém. p. 205.

Un autre Mémoire de M. Fougeroux a pour objet la deſcription d'une excroiſſance qu'on obſerve ſur l'épine blanche; cette eſpèce de loupe formée par la ſubſtance ligneuſe, ſert d'enveloppe à un ver, & a pour cauſe l'altération produite dans la ſubſtance encore ténue de la branche, par la piqûre de l'inſecte qui y dépoſe ſes œufs.

MINÉRALOGIE.

SUR LES HERBORISATIONS.

LES Naturaliſtes ont donné le nom d'*herboriſations* à certains accidens qu'on obſerve dans différentes eſpèces de pierres tranſparentes ou opaques ; & qui repréſentent des plantes ou des parties de plantes. Les accidens de ce genre doivent-ils toujours ou quelquefois ſeulement leur origine à des corps étrangers du règne végétal enfermés dans la pierre? Cette queſtion n'avoit point encore été réſolue d'une manière préciſe, & M. Daubenton a cru devoir la ſoumettre à un nouvel examen. Ses obſervations lui ont fait découvrir trois ſortes d'herboriſations bien diſtinctes. V. les Mém. p. 667.

Dans les unes, & celles des agates ſont du nombre, il a trouvé des parties de plantes aſſez bien déterminées pour reconnoître le genre de la plante à laquelle elles ont appartenu. Ainſi dans ce Mémoire il rapporte les herboriſations obſervées par lui dans les agates, à neuf eſpèces de plantes connues.

La ſeconde eſpèce d'herboriſation eſt dûe à une mine de fer dépoſée dans la pierre, & dont les grains ſont diſpoſés de manière à offrir des ramifications. Ces herboriſations ſe trouvent dans un grand nombre d'eſpèces de pierres calcaires & de marbres.

Enfin on en voit dans le criſtal de roche & dans le quartz; & celles-ci, ſuivant M. Daubenton, ne ſont ordinairement formées que par de petits eſpaces reſtés vides au milieu de ces pierres, ce qui en trouble la tranſparence & en détruit l'homogénéité.

Outre ces herboriſations, M. Daubenton a obſervé celles

que préſentent les pierres de Nagueza en Eſpagne, & les accidens des pierres de Florence; mais ſes recherches ſur cet objet feront le ſujet d'un autre Mémoire.

Il a examiné avec la même attention les empreintes des plantes qu'on trouve ſur les ſchiſtes, & il y a reconnu dix eſpèces de plantes dont les analogues ſe trouvent parmi les plantes du pays où les carrières de ces pierres ſont ſituées.

Ces recherches peuvent conduire à des conſéquences très-curieuſes ſur l'époque de la formation & ſur l'origine des ſubſtances dans leſquelles on obſerve des corps étrangers. On voit, par exemple, que dès le temps de la formation de ces ſchiſtes, le même pays produiſoit déjà les mêmes végétaux qu'il produit encore.

On voit qu'antérieurement à la formation des agates, il exiſtoit des terres couvertes de produits du règne végétal. Les obſervations de ce genre ſe multiplient de jour en jour, il arrivera un temps où elles deviendront des matériaux utiles à la formation d'une théorie générale de la Terre, & en attendant elles ſervent à détruire les ſyſtèmes qu'on s'eſt trop hâté d'élever.

SUR LE BERIL.

V. les Mém. p. 311.

CETTE pierre qui eſt connue ſous le nom *d'aigue-marine*, lorſque ſa couleur approche plus du bleu, & de *beril*, quand elle tire plus ſur le vert, ſe trouve preſque par-tout en priſmes ſtriés & tronqués. On ne l'avoit point connue d'abord ſous ſa forme criſtalliſée, & ſeulement ſous cette forme arrondie qui caractériſe les pierres roulées; mais depuis que l'Hiſtoire naturelle a été plus cultivée, & que les correſpondances entre les Naturaliſtes, ſe ſont étendues, on a eu occaſion de ſe procurer ces pierres telles qu'elles ſe trouvent dans le lieu même dont elles ſont originaires; & par-tout elles affectent une forme ſemblable.

Celles que M. Sage a préſentées à l'Académie, viennent, les unes de Saxe, les autres des montagnes de la Sibérie.

CHIMIE.

DE L'ACTION QUE L'ACIDE PHOSPHORIQUE EXERCE SUR LES HUILES.

M. CORNETTE continue dans ce Mémoire le grand travail qu'il a entrepris ſur la combinaiſon des Huiles graſſes, ſiccatives ou eſſentielles, avec tous les Acides connus : après avoir développé les phénomènes qu'éprouvent ces huiles, lorſqu'on les ſoumet à l'action des acides minéraux, il conſidère ici l'action de l'acide phoſphorique ſur ces mêmes ſubſtances : cet acide n'agit que lorſqu'il eſt dans un grand degré de concentration, & cette action ſe borne ſur les huiles graſſes & les huiles ſiccatives, à les altérer, ſans former avec elles de combinaiſon durable ; mais les huiles eſſentielles, ou du moins quelques principes de ces huiles, ſe combinent avec l'acide phoſphorique. Ce même acide a de l'action ſur l'eſprit-de-vin, & M. Cornette eſt parvenu à former, par ce moyen, une liqueur éthérée, mais il n'a point pouſſé aſſez loin ſes expériences pour avoir un véritable éther phoſphorique, & il s'eſt contenté d'en prouver la poſſibilité, & d'indiquer les moyens de le produire.

V. les Mém. p. 219.

SUR DIFFÉRENTES ESPÈCES DE MINES.

V. les Mém. P. 307. L'OBJET de ces quatre Mémoires eſt l'analyſe de pluſieurs eſpèces de Mines encore peu connues. La première eſt une mine de biſmuth ſulfureux, de laquelle l'on retire ſoixante livres de biſmuth par quintal : M. Sage la compare avec une combinaiſon artificielle de biſmuth & de ſoufre, qui préſente à peu-près les mêmes formes & les mêmes phénomènes que la mine naturelle.

Page 310. Dans le ſecond Mémoire, M. Sage examine une mine d'antimoine arſenicale, qui ſe trouve dans les mines d'Allemont en Dauphiné, qui contient une beaucoup plus grande quantité d'antimoine que d'arſenic, & ne s'altère point à l'air, comme la pyrite arſenicale.

Page 315. La deſcription d'une mine de fer rougeâtre, criſtalliſée en priſmes aſſez ſemblables à ceux du baſalte, eſt l'objet d'un troiſième Mémoire. Cette mine ſe trouve en Allemagne; elle agit ſur l'aiguille aimantée; ſoumiſe à l'action d'un feu aſſez vif, ſa forme ne change point, mais les priſmes perdent de leur volume, & ſe rapprochent; la couleur de la mine devient noire, & dans cet état elle eſt plus attirable à l'aimant.

Page 316. Enfin, M. Sage décrit une mine de mercure ſous forme de chaux ſolide, elle eſt tirée d'Itria dans le Frioul; le mercure y eſt combiné avec l'air vital, & forme une eſpèce de précipité *per ſe* naturel. Le quintal de mine donne, par la diſtillation, quatre-vingt-onze livres de mercure coulant, & il reſte une poudre griſe que M. Sage a trouvé contenir de l'argent.

SUR L'ACIDE SULFUREUX.

V. les Mém. P. 597. L'ACIDE ſulfureux, dont on doit la connoiſſance à Stalh, eſt également produit par la combuſtion du ſoufre, ou par la diſtillation de l'acide vitriolique ſur les matières charb onneuſes;

charbonneuſes ; & juſque dans ces derniers temps les Chimiſtes l'ont regardé comme une combinaiſon de l'acide vitriolique avec le phlogiſtique.

M. Berthollet a tenté de nouvelles expériences ſur cet acide. En diſtillant la combinaiſon de l'acide ſulfureux avec l'alkali fixe végétal, il eſt parvenu à en ſéparer du ſoufre, & le réſidu s'eſt trouvé être du tartre vitriolé. Il réſulte de cette expérience, que l'acide ſulfureux n'eſt autre choſe qu'une combinaiſon d'acide vitriolique & de ſoufre, ou bien une ſubſtance particulière, dans laquelle la ſubſtance qui, unie à l'air vital, forme l'acide vitriolique, ſe trouve en plus grande proportion que dans cet acide.

SUR L'AUGMENTATION DE POIDS Qu'éprouvent le Soufre, le Phoſphore & l'Arſenic, lorſqu'ils ſont changés en Acide.

M. Berthollet a diſtillé des mélanges de nitre & de ſoufre, d'acide nitreux & de ce même minéral ; la première expérience lui a donné du tartre vitriolé, la ſeconde de l'acide vitriolique qu'il a combiné avec la terre peſante ; & ces deux expériences l'ont également conduit à trouver que pour former l'acide vitriolique, il s'étoit combiné avec le ſoufre environ moitié de ſon poids d'air vital. V. les Mém. p. 602.

En diſtillant l'acide nitreux ſur du phoſphore, on obtient de l'acide phoſphorique, & dans cette opération le phoſphore ſe charge d'une quantité d'air vital égale & même un peu ſupérieure à ſon poids. Cette proportion ſe rapproche beaucoup de celle que M. Lavoiſier a trouvée en produiſant l'acide phoſphorique par la combuſtion.

Par des expériences ſemblables, M. Berthollet a prouvé qu'en ſe convertiſſant en acide, l'arſenic blanc ſe combine avec environ un neuvième de ſon poids d'air vital.

SUR LA DÉCOMPOSITION SPONTANÉE DES ACIDES VÉGÉTAUX.

V. les Mém. p. 608.

LES Chimiſtes avoient obſervé depuis long-temps, que tandis que les acides minéraux paroiſſoient inaltérables dans un grand nombre d'expériences, & ſur-tout n'éprouvoient, lorſqu'ils étoient ſeuls, aucune eſpèce de changement, les acides végétaux au contraire étoient ſuſceptibles même d'une décompoſition ſpontanée. M. Berthollet a cru que l'obſervation des phénomènes que préſente cette décompoſition, pourroit conduire à des connoiſſances utiles ſur la nature des acides, & même ſur ce qui conſtitue le principe de l'acidité. La crême de tartre diſſoute dans l'eau, & abandonnée à elle-même, lui a donné, au bout d'un long temps, une quantité d'alkali à peu-près égale à celle que l'on auroit obtenue par la combuſtion de la même ſubſtance; ce qui confirmeroit, s'il en étoit beſoin, l'opinion de M.rs Margraf & Rouelle, ſur l'exiſtence de l'alkali dans le tartre. L'acide a paru complétement détruit, & il n'eſt reſté que quelques parties d'une ſubſtance huileuſe mêlée avec l'alkali, & une mucoſité très-abondante, mais très-légère, qui ſe réduit preſque à rien par la deſſiccation, & laiſſe, après ſa combuſtion, une très-petite quantité de cendre alkaline. En traitant la terre foliée du tartre par un procédé ſemblable, la décompoſition du vinaigre lui a offert les mêmes phénomènes que celle de l'acide de la crême de tartre: mais le ſel d'oſeille ne s'eſt point décompoſé; auſſi cet acide ne contient-il point à beaucoup près, ni autant d'huile, ni autant de matière charbonneuſe que les deux autres. M. Berthollet a obſervé que ce même ſel d'oſeille avoit beaucoup plus que la crême de tartre, la propriété de ſuſpendre les progrès de la putréfaction. Il étoit naturel de penſer que la décompoſition du vinaigre & de l'acide de tartre, ne pouvoit ſe faire ſans qu'il s'échappât une quantité conſidérable d'air vital;

cependant cette même décompoſition a lieu, quoique plus lentement, dans les vaiſſeaux clos, ſans être accompagnée d'aucune production de fluides aériformes : mais M. Berthollet obſerve que les acides en ſe décompoſant peuvent laiſſer échapper à la fois de l'air vital & de l'air inflammable; & qu'il eſt vraiſemblable que ces deux airs ſe combinent pour former de l'eau à meſure qu'ils ſe produiſent.

SUR LA CAUSTICITÉ DE L'ALKALI ET DE LA CHAUX.

Nous avons vu dans un Mémoire de l'année 1780, l'explication que M. Berthollet a donnée de l'action qu'exercent ſur les ſubſtances animales, les ſels ou les précipités métalliques. Cette explication ne peut s'appliquer à la cauſticité des alkalis ou à celle de la chaux, ſoit qu'on regarde l'altération qu'éprouve le métal lorſqu'il ſe combine avec un acide & qu'il paſſe à l'état de la chaux, comme une perte de phlogiſtique, ſoit qu'on ne voie dans ce changement qu'une combinaiſon du métal avec l'air vital. Pour découvrir la cauſe de cette cauſticité, M. Berthollet a examiné l'action des alkalis cauſtiques ſur les ſubſtances animales. Il ſe produit alors une véritable combinaiſon, les alkalis perdent leur cauſticité; ſi on les mêle avec les acides, il ne ſe fait point d'effervescence, ce qui prouve que ce n'eſt point en ſéparant l'acide crayeux des matières animales, qu'ils en détruiſent l'organiſation. La ſubſtance animale ſe précipite alors, & n'eſt plus ſuſceptible de putréfaction; ſi on précipite cette même ſubſtance animale en mêlant l'alkali avec des diſſolutions métalliques, les ſubſtances animales ſe combinent avec les métaux; mais ſi on emploie des diſſolutions calcaires, cette combinaiſon n'a pas lieu : d'où il reſulte que la chaux n'a point, comme les alkalis, une véritable tendance à ſe combiner avec les matières animales, & n'agit ſur elles que par ſon affinité avec l'eau. Cette

V. les Mém. p. 616.

obſervation paroît expliquer pourquoi la magnéſie qui, malgré pluſieurs propriétés communes avec la chaux, n'a pas celle de ſe diſſoudre dans l'eau, n'exerce aucune action ſur les matières animales. Si on précipite ces diſſolutions des matières animales dans l'alkali, en y verſant une diſſolution d'alun, on obtient une combinaiſon de ſa terre avec ces ſubſtances; ce qui peut expliquer la propriété qu'a la terre d'alun de fixer les couleurs ſur la laine & la ſoie, & celle qu'ont certaines terres argileuſes de conſerver les corps qui y ſont dépoſés. Les alkalis n'ont paru à M. Berthollet former aucune combinaiſon avec des ſubſtances végétales, tels que l'amidon & le ſucre. On auroit pu ſoupçonner que cette combinaiſon des alkalis & des matières animales, ne différoit point de celle qui eſt connue ſous le nom d'*alkali pruſſien;* mais M. Berthollet a trouvé que ces deux combinaiſons étoient eſſentiellement différentes.

SUR UN NOUVEAU MOYEN D'AUGMENTER L'ACTIVITÉ DU FEU.

V. les Mém. P. 457.

LES Chimiſtes ſentent depuis long-temps l'utilité de pouvoir donner au feu une activité plus grande que celle où l'on peut le porter dans les fourneaux ordinaires; on y eſt parvenu juſqu'à un certain point, en perfectionnant la forme & la conſtruction des fourneaux, mais les limites de cette augmentation ont été très-étroites. L'uſage des verres lenticulaires a donné d'abord de grandes eſpérances, mais ce moyen étoit très-borné en lui-même, par la difficulté extrême de ſe procurer & de travailler d'aſſez grandes maſſes de verre: les loupes à eau, connues depuis long-temps, offrent moins de difficultés, & celle que M. de Bernieres a exécutée pour M. Trudaine, dans de très-grandes dimenſions, a pu être employée à des expériences très-curieuſes; mais le prix de ces inſtrumens, la difficulté de les manier, la néceſſité d'employer une ſeconde loupe pour réunir les rayons, la crainte

bien fondée de ne pouvoir en augmenter la grandeur fort au-delà de ce premier eſſai, ont fait craindre qu'on ne ſe bornât à les employer pour quelques expériences iſolées, preſque uniquement deſtinées à en conſtater les effets, & qu'elles ne devinſſent jamais un inſtrument à la portée des Chimiſtes.

La loupe à échelons, propoſée par M. de Buffon, exécutée & perfectionnée par M. l'abbé Rochon, ſeroit plus utile, ſur-tout, ſi, comme on le peut, ſans en diminuer beaucoup l'effet, on la conſtruiſoit de pluſieurs pièces; en effet, on peut alors en augmenter ou en diminuer la grandeur à volonté, & ſuivant l'intenſité de chaleur qu'on veut produire: mais cette loupe n'a point encore été entre les mains d'aucun Chimiſte, & l'on ignore juſqu'à quel point elle peut être utile à des expériences qui exigent que l'on puiſſe recueillir les réſultats ſans peine, & les examiner avec préciſion.

Le moyen propoſé par M. Lavoiſier eſt d'une autre nature, il conſiſte à faire ſervir d'aliment au feu, non l'air commun, mais l'air vital: on ſait que cet air qui n'eſt qu'environ un quart de celui de l'atmoſphère, eſt la ſeule partie de ce dernier fluide qui ſerve d'aliment au feu. L'expérience a prouvé le ſuccès de cette idée ingénieuſe, & M. Lavoiſier eſt parvenu le premier de tous les Chimiſtes, à fondre la platine, ſeulement en dirigeant ſur un charbon dans lequel il avoit mis quelques grains de platine, un courant d'air vital contenu dans une veſſie qu'on preſſoit avec les mains: il ne s'agiſſoit donc plus que d'avoir un moyen moins groſſier & plus commode de ſe procurer un courant de cet air, qu'on pût diriger & ménager à volonté. M. Lavoiſier imagina une eſpèce de ſoufflet hydraulique, dans lequel une caiſſe pleine d'air vital, en deſcendant verticalement dans une caiſſe pleine d'eau, forçoit cet air à paſſer par un tuyau terminé comme le ſoufflet d'une lampe d'Émailleur. L'extrémité de ce tuyau étoit fermée d'un alliage de platine, d'argent & d'or, propre à réſiſter à un degré de chaleur très-violent.

M. Meuſnier a perfectionné ce ſoufflet, en y ajoutant un V. les Mém. p. 466.

appareil, au moyen duquel on peut à la fois meſurer avec exactitude & le volume d'air qui en ſort, & la preſſion conſtante exercée ſur cet air, ce qui en donne la denſité; cette meſure a même une grande préciſion, ce qui rend cet inſtrument de la plus grande utilité dans la plupart des expérienes qu'on peut faire avec les fluides aériformes; on voit en effet combien cette méthode eſt plus expéditive, plus commode, plus applicable à des expériences en grand, que celle qu'on étoit réduit à employer, & qui conſiſtoit à meſurer ſous des cloches placées ſur l'eau ou le mercure, la quantité d'air qu'on vouloit employer. M. Lavoiſier ne donne dans ce volume que le réſultat des expériences qu'il a faites avec cet agent ſur les pierres précieuſes, elles l'ont conduit à en diſtinguer quatre genres différens, ſans y comprendre le diamant qui a, comme l'on ſait, la propriété très-ſingulière de brûler en entier dans le feu.

V. les Mém. p. 476.

Les premières, comme le rubis & le ſaphir, s'amolliſſent au feu, aſſez pour ſe réunir & ne former qu'un ſeul corps, elles paroiſſent abſolument fixes, leur couleur eſt altérée mais n'eſt pas détruite.

L'hyacinthe perd ſa couleur, & du reſte préſente les mêmes phénomènes que le ſaphir & le rubis.

D'autres, comme les topazes, ſont décolorées, & ſe fondent en globules blancs & ſans tranſparence, comme la porcelaine ou le quartz blanc.

Un grand nombre enfin, comme les émeraudes & les grenats, perdent leur couleur propre & ſe changent en un verre opaque & coloré.

M. Lavoiſier ſe propoſe de donner dans un autre Mémoire les détails de ſes expériences ſur les terres & les ſubſtances regardées comme les plus réfractaires, il ſe contente d'en préſenter ici quelques quelques réſultats.

L'or & l'argent ſoumis à l'action de ce nouveau feu, ſe volatiliſent, tous les autres métaux y brûlent; les chaux métalliques donnent également de la flamme, ainſi que la terre peſante; ce qui confirme l'opinion de M. Bergman ſur

cette terre qu'il regarde comme métallique, quoique juſqu'ici on n'ait pu ſe procurer le régule qui y correſpond.

La terre d'alun ſe vitrifie ſeule, mais aucune des terres alkalines n'a cette propriété, quoique toutes puiſſent ſervir de fondans: toutes les pierres ſilicées ſont fuſibles, le quartz même donne des ſignes de fuſion, tandis que le criſtal de roche reſte abſolument réfractaire. Enfin tous les ſels ſe volatiliſent lorſqu'ils ſont ſoumis à cette action.

On ſent que cette méthode doit être une mine féconde de découvertes & d'obſervations curieuſes; c'eſt un moyen nouveau que la Chimie doit à M. Lavoiſier, & par conſéquent un nouveau droit qu'il acquiert à la reconnoiſſance de tous ceux qui cultivent cette Science. L'utilité même de ce moyen ne doit pas ſe borner aux découvertes théoriques qui en ſeront les ſuites. Le moyen lui-même, & les nouveaux produits qu'on pourra former en l'employant, ne peuvent manquer de devenir très-utiles dans un grand nombre d'opérations des Arts. Juſqu'ici à la vérité l'air vital eſt d'un prix qui ſemble éloigner de pareilles eſpérances, mais on ſait qu'il exiſte en grande quantité dans l'eau & dans l'air; & à meſure que le beſoin d'en avoir pour les expériences ſe fera plus ſentir, on eſt en droit d'eſpérer que les méthodes de l'obtenir ſe multiplieront & ſe perfectionneront.

SUR LES MOYENS D'ÉPROUVER LA SALUBRITÉ DE L'AIR.

LE fluide de l'atmoſphère ne contient qu'environ un quart de ſon poids d'air vital, c'eſt-à-dire, de celui qui eſt néceſſaire à la conſervation des animaux. Il étoit naturel de regarder la plus grande ou la plus petite proportion de cet air, comme une échelle propre à meſurer le plus ou le moins de ſalubrité de l'atmoſphère; ce n'eſt pas que l'on puiſſe ſuppoſer cette ſalubrité rigoureuſement proportionnelle à la quantité d'air vital, ni qu'il ſoit bien ſûr que l'air vital très-pur convienne mieux à l'économie

V. les Mém. p. 486.

animale, que ce même air altéré dans certaines proportions: il eſt même vraiſemblable que ce fluide très-actif pourroit avoir des effets dangereux, ſi on le reſpiroit pur pendant long-temps; mais on peut aſſurer que dans l'état commun de l'atmoſphère, la ſalubrité croît & decroît avec la proportion de cet air vital. On a donc avec raiſon donné le nom d'*eudiomètre*, à un inſtrument propre à meſurer la quantité réelle de cet air, contenue dans un volume donné d'air atmoſphérique; ce moyen conſiſte à mêler des quantités déterminées d'air atmoſphérique & d'air nitreux, & à obſerver la diminution cauſée par la combinaiſon de l'air nitreux avec l'air vital, qui produit alors de l'acide nitreux ſous forme fluide. Si l'on avoit de l'air nitreux abſolument pur, il ſeroit facile en ſaiſiſſant le point où ceſſe la combinaiſon, de déterminer avec exactitude, la quantité d'air vital, contenue dans celui qu'on examine; mais il s'en faut beaucoup qu'on puiſſe regarder l'air nitreux comme pur ni même comme altéré conſtamment au même degré.

Si l'on ne vouloit avoir que la proportion de l'air vital dans différens airs qu'on voudroit comparer, on la trouveroit facilement en mêlant avec une portion de chaque air, une égale portion d'air nitreux, toujours plus que ſuffiſante pour abſorber toute la partie d'air vital: la quantité de cet air dans les différens fluides que l'on compare, eſt alors en effet proportionnelle à la diminution qu'ils éprouvent.

Mais il eſt aiſé de voir que ſi l'on connoît une ſeule fois pour de l'air vital & de l'air nitreux très-purs, la proportion ſuivant laquelle ils ſe combinent, on parviendra, par un calcul très-ſimple, à s'aſſurer de la quantité réelle d'air vital contenue dans chaque air ſoumis à l'examen, pourvu que l'on emploie une quantité d'air nitreux plus que ſuffiſante; ou bien à connoître la quantité réelle d'air nitreux contenue dans une partie donnée de celui qu'on emploie, pourvu que l'on emploie une portion de cet air plus petite qu'il ne faut pour détruire la totalité de l'air vital.

D'après une ſuite d'expériences très-préciſes, M. Lavoiſier trouve

trouve qu'il faut de ſoixante-ſix à ſoixante-neuf parties d'air nitreux pur, pour abſorber quarante parties d'air vital également dans l'état de pureté: ainſi l'on peut déjà connoître à un centième près, la quantité d'air vital contenue dans l'air que l'on examine; on détermine même avec plus de préciſion le rapport des quantités de cet air dans les différens fluides que l'on ſoumet aux expériences; & cette exactitude que M. Lavoiſier ſe propoſe d'augmenter encore, peut déjà ſuffire à nos beſoins; car il eſt vraiſemblable que de plus petites différences dans la quantité d'air vital que contient l'air atmoſphérique, n'en produiroient que d'inſenſibles dans la ſalubrité de l'air, & dans ſes effets ſur l'économie animale.

SUR LES DISSOLUTIONS MÉTALLIQUES.

JUSQUE dans ces derniers temps, on a regardé la diſſolution d'un métal dans un acide, comme la combinaiſon immédiate du métal & de l'acide, de même que les diſſolutions alkalines ſont la combinaiſon de l'acide & de l'alkali; l'eau employée dans ces diſſolutions, étoit regardée comme un ſimple véhicule indifférent dans la combinaiſon. L'examen des précipités métalliques qui pour la plupart, ſont bien éloignés de préſenter le métal dans l'état où il étoit avant la diſſolution, faiſoit ſeulement naître des doutes que les explications ingénieuſes propoſées par quelques Chimiſtes, n'avoient pas diſſipés. Il étoit à la vérité bien difficile de pénétrer plus avant, tant que l'on n'avoit pas les moyens de recueillir & de ſoumettre à l'examen les fluides aériformes que les opérations chimiques dégagent ou abſorbent: mais ces mêmes moyens une fois découverts, devoient inſpirer aux Chimiſtes le deſir d'analyſer avec exactitude une opération dont les phénomènes & les réſultats intéreſſent à la fois la Chimie & les Arts: tel eſt le but que M. Lavoiſier s'eſt propoſé, & voici la méthode qu'il a ſuivie.

V. les Mém. P. 492.

Prenons pour exemple la diſſolution du fer dans l'acide nitreux ; avant le mélange, l'on a du fer, de l'acide nitreux & de l'eau ; c'eſt-à-dire, du fer, de l'air nitreux, une portion de principe oxygine qui entre dans la compoſition de l'acide nitreux, une autre portion du même principe qui entre dans celle de l'eau ; enfin l'air inflammable qui s'eſt combiné avec le principe oxygine pour former de l'eau : & M. Lavoiſier détermine, par des méthodes très-préciſes, & dont la plus grande partie lui eſt dûe, quelle eſt, dans l'eſpèce d'acide nitreux employé dans une diſſolution, la quantité de l'acide & celle de l'eau, & quelle eſt la proportion des fluides aériformes qui compoſent ces deux ſubſtances.

En précipitant le fer de ſa diſſolution, par un alkali cauſtique, on a de l'éthiops martial pour lequel on détermine la quantité d'air vital ou de principe oxygine qu'il contient, & un ſel neutre ; & l'on cherche la quantité d'eau & celle d'acide nitreux qui ont contribué à le former.

On connoît avec exactitude par cette opération, la quantité d'eau, d'acide nitreux, d'éthiops martial dont la combinaiſon immédiate conſtitue la diſſolution métallique ; on ſait quelle partie du principe oxygine combiné avec le fer pour former l'éthiops martial, eſt dûe à la décompoſition de l'eau ou à celle de l'acide nitreux, & par conſéquent quelles quantités d'air inflammable & d'air nitreux ſe ſont dégagées pendant l'opération.

On voit aiſément comment la même analyſe s'applique aux autres diſſolutions métalliques. Il faut obſerver que toutes les opérations faites avec le même acide & le même métal, ne donnent pas des réſultats toujours ſemblables ; par exemple, le fer ſe combine avec une plus grande quantité de principe oxygine, ſi l'on donne au mélange un plus grand degré de chaleur. Une autre obſervation très-curieuſe, c'eſt que ſi on mêle du fer à cette diſſolution, le fer attaque encore l'acide nitreux & l'eau, les décompoſe, ſe diſſout dans l'acide nitreux ſous la forme d'éthiops martial, tandis

que le fer qui a été diſſous le premier, ſe ſurcharge du principe oxygine, & eſt précipité ſous la forme d'ocre.

Dans cette analyſe, M. Lavoiſier a employé des formules algébriques qui lui ont paru propres à préſenter d'une manière plus nette, plus préciſe & plus ſenſible, les réſultats auxquels l'expérience l'a conduit; & nous devons ajouter qu'il n'en a point abuſé, mérite très-rare dans ceux qui tranſportent dans une Science, les expreſſions & les procédés d'une autre.

Il n'en eſt point auxquelles des formules telles que M. Lavoiſier les donne ici pour les opérations chimiques, ne ſoient très-utiles: en effet, les formules algébriques ne ſont autre choſe qu'une méthode ſimple, générale, & ſur-tout préciſe, d'exprimer des combinaiſons d'idées bien déterminées; c'eſt la ſeule langue qui ne laiſſe jamais rien de vague ou équivoque.

Nous rappellerons que M. Lavoiſier donne le nom de *principe oxygine*, à la partie de l'air vital qui entre dans la compoſition de tous les acides qui s'uniſſent aux métaux, les réduit à l'état de chaux, & produit l'air vital lorſqu'elle ſe combine avec le principe de la chaleur. Les faits nouveaux qui ont été obſervés depuis quelques années, ont obligé les Chimiſtes, ſinon à totalement abandonner, du moins à modifier la doctrine de Stalh, au point que la queſtion de ſavoir ſi le principe de la chaleur appartient aux corps combuſtibles ou à l'air vital, agent néceſſaire de la combuſtion, eſt preſque la ſeule qui puiſſe partager encore les partiſans des deux opinions; & cette queſtion eſt bien difficile à décider par des expériences immédiates.

SUR LES
QUANTITÉS DE PRINCIPE OXYGINE,
Combinées dans les Précipités métalliques.

V. les Mém. p. 512.

M. BERGMAN avoit trouvé un moyen très-ingénieux de mesurer la quantité de phlogistique contenue dans les différens métaux; comme dans les dissolutions par les acides ils sont dans l'état de chaux, & que précipités par les autres métaux ils reprennent la forme métallique, on doit en conclure que la quantité de phlogistique dans un métal est à celle que contient une masse égale d'un autre métal, comme la quantité du second nécessaire pour précipiter une masse donnée du premier, est à cette même masse; par exemple, si trente-une livres de cuivre précipitent cent livres d'argent, on peut dire que les quantités de phlogistique contenues dans l'argent & dans le cuivre, sont entr'elles comme 31 est à 100.

Mais ce raisonnement suppose que la calcination d'un métal consiste à le priver de son phlogistique; aussi M. Lavoisier, qui est très-éloigné d'admettre ce principe, & qui l'a même combattu avec succès, a-t-il cru devoir employer au contraire cette même méthode pour déterminer dans quelle proportion les métaux se chargent du principe oxygine dans ces mêmes opérations. Comme on peut varier les précipitations de plusieurs manières différentes, on a nécessairement l'avantage très-grand de pouvoir comparer les résultats obtenus par des méthodes différentes.

Enfin on peut comparer ces résultats avec ceux que donneroit immédiatement la calcination des substances métalliques.

On sent qu'on ne doit pas s'attendre ici à une correspondance parfaite, d'abord la plupart des métaux sont susceptibles de se charger d'une plus ou moins grande quantité de

principe oxygine; & de plus il y en a pluſieurs qui même ſous la forme métallique en contiennent plus ou moins.

Mais malgré ces différences, la Table que M. Lavoiſier publie dans ce Mémoire, eſt propre à donner une idée plus exacte des phénomènes qui ſe préſentent dans ces opérations, & une meſure plus préciſe des quantités de principe oxygine dont les métaux peuvent s'emparer.

SUR LA COMBINAISON DU FER AVEC LE PRINCIPE OXYGINE.

ON a vu dans les Mémoires précédens, que la combinaiſon du fer avec le principe oxygine dans de certaines proportions, étoit préciſément ce qu'on appelle l'*éthiops martial:* ſi on calcine l'éthiops à l'air libre, il ſe change en ocre jaune, & il augmente de poids. Dans cet état le fer eſt uni à une plus grande quantité de principe oxygine & à quelques parties d'air fixe ou air acide crayeux : pouſſé au feu dans les vaiſſeux fermés, il perd ce dernier air & même une partie du principe oxygine, il redevient de véritable éthiops, & le feu ceſſe d'avoir aucune action ſur lui. V. les Mém. p. 541.

C'eſt dans l'état d'éthiops martial que le fer eſt diſſous dans les acides, mais plus cet éthiops eſt chargé de principe oxygine, moins les acides l'attaquent, il devient même preſque inattaquable s'il en eſt ſurchargé juſqu'à devenir ce qu'on appelle *ocre*, & alors au contraire ce ſont les alkalis qui ont une plus grande tendance à ſe combiner avec lui.

L'éthiops ſe forme également, ſoit qu'on mêle la limaille de fer avec de l'eau, du vinaigre, de l'acide nitreux, de l'acide vitriolique plus ou moins concentré; mais le principe oxygine qui s'unit au fer, eſt dû tantôt à l'eau, tantôt à l'acide qu'on emploie, tantôt aux deux enſemble: on obſerve même que ſi on emploie de l'acide vitriolique concentré, c'eſt à l'acide ſeul que le fer enlève ce principe; & que ſi cet acide eſt étendu dans l'eau, c'eſt alors de cette dernière ſubſtance qu'il le ſépare.

Les différentes eſpèces de fer connues, ſont ſuſceptibles d'augmenter plus ou moins de poids par la diſſolution dans un acide ; or, cette différence paroît tenir à la quantité plus ou moins conſidérable d'éthiops déjà formé dans ces différentes eſpèces de fers, en ſorte que l'on aura un moyen très-ſimple de les eſſayer, & de connoître pour chacun, la portion d'éthiops qu'il contient, par les différentes augmentations de poids que les différens fers éprouveront dans la même opération.

C'eſt ſur-tout par la quantité d'air inflammable qui ſe dégage de la diſſolution du fer dans l'acide vitriolique étendu d'eau, que M. Lavoiſier propoſe de déterminer cette proportion ; en effet, le principe oxygine dont ſe charge le fer, eſt alors fourni par l'eau, & l'on connoît les proportions de ce principe & d'air inflammable qui entrent dans ce fluide.

En plongeant le fer rouge dans l'eau, il ſe dégage de l'air inflammable, & la ſuperficie ſe change en éthiops, ſubſtance plus dure & plus caſſante que le fer : la même transformation a lieu dans la trempe de l'acier, opération à laquelle il doit ſa dureté ; auſſi ne réuſſit-elle pas ſi on emploie, au lieu d'eau, des fluides qui ne peuvent pas fournir au fer du principe oxygine en abondance : & de plus on obſerve que ſi on eſſaie de diſſoudre dans de l'acide vitriolique affoibli, un cylindre d'acier trempé, les premières couches, qui ſont de l'acier, dégagent moins d'air inflammable, & abſorbent moins de principe oxygine que les couches ſuivantes qui ſont reſtées dans l'état de fer. Le recuit ſert à unir plus étroitement la couche d'éthiops martial, le véritable acier, à celle qui eſt reſtée dans l'état de fer ordinaire : on voit auſſi pourquoi l'acier eſt moins ſujet que le fer à être attaqué par l'air & par l'eau. Ce qui eſt éthiops a de la dureté & de la roideur, mais ſe caſſe aiſément, le reſte a conſervé le liant & la malléabilité du fer, & cette conſidération a influé ſur la forme des inſtrumens d'acier deſtinés à différens uſages ; ainſi les raſoirs très-épais par le dos, ſont terminés par un tranchant très-fin & aſſez large, & l'on a évité par ce moyen l'inconvénient d'avoir des inſtrumens trop faciles à ſe briſer,

& celui de les voir s'uſer trop promptement; en effet, dans cette conſtruction toute la partie mince de la lame trempée dans toute ſon épaiſſeur, peut former ſucceſſivement le tranchant de l'inſtrument.

SUR LES AFFINITÉS DU PRINCIPE OXYGINE.

Les Tables d'affinités ſont deſtinées à repréſenter les loix conſtamment obſervées dans les phénomènes de la Chimie; à la vérité ces loix varient quelquefois ſuivant les différens degrés de chaleur qu'on applique aux corps; & de plus comme on a obſervé qu'en mêlant deux ou trois ſubſtances compoſées, ce n'étoit pas toujours à l'action de ces ſubſtances elles-mêmes, mais à celle de leurs principes conſtituans devenus libres, & agiſſans ou ſeuls ou par de nouvelles combinaiſons, qu'il falloit attribuer ces phénomènes; on ſent combien il eſt difficile qu'une Table des affinités, les repréſente tous, en explique ou en faſſe deviner de nouveaux, & qu'elle ne ſoit pas ſujette à un grand nombre d'exceptions. V. les Mém. p. 530.

Mais ces difficultés n'ont pas rebuté les Chimiſtes, en au-lieu de renoncer aux Tables d'affinités, ils ont jugé avec raiſon qu'il ſeroit plus utile & plus philoſophique de chercher à les perfectionner, & de ne les employer qu'avec réſerve.

M. Lavoiſier préſente ici la Table des affinités du principe oxygine, elle contient les affinités de vingt-cinq ſubſtances avec ce principe. Une ſubſtance priſe dans cette colonne, ſépare du principe oxygine toutes celles qui ſont au-deſſous, & en eſt ſéparée par toutes celles qui ſont au-deſſus.

Une grande partie des expériences néceſſaires pour former cette Table, appartiennent à M. Lavoiſier & ſont expoſées dans les différens Mémoires qu'il a publiés.

MÉTÉOROLOGIE.

SUR LES COURANS D'AIR OPPOSÉS.

V. les Mém. p. 650.

L'OBSERVATION des nuages a fait connoître depuis long-temps, que les courans d'air ſuivoient, à différens degrés de hauteurs, des directions oppoſées, ou ſe croiſant ſous différens angles; mais comme la hauteur des nuages ne peut être déterminée avec exactitude; comme ſouvent même leur changement de forme empêche d'obſerver leur direction d'une manière certaine, on étoit borné à ſavoir que ces courans oppoſés exiſtoient réellement, & qu'ils pouvoient quelquefois ſervir à prédire les variations de l'atmoſphère. Les globes aéroſtatiques nous ont offert des moyens de faire ces obſervations avec plus de ſûreté & de préciſion, puiſqu'on peut connoître à peu-près par l'obſervation, leur hauteur, leur direction & leur viteſſe: en même temps ces différentes directions de courans peuvent fournir aux obſervateurs qui s'élèvent dans ces machines, des moyens de diriger leur route, même en ſe bornant à profiter de ces courans: on a vu en effet dans l'expérience du 1.er Décembre 1783, deux globes partis du même lieu & à peu-près dans le même temps, mais dont l'un s'eſt élevé plus haut que l'autre, deſcendre l'un à Vincennes, & l'autre à Pontoiſe.

L'objet de M. le Monnier, dans ce Mémoire, eſt d'expoſer en détail les obſervations faites, ſoit par lui-même, ſoit par M.^rs l'abbé Rochon & Méchain, ſur la direction & les différentes hauteurs de ces deux aéroſtats.

Nous

Nous n'avions eu juſqu'ici qu'à rendre un juſte tribut d'éloge aux Auteurs de cette découverte, à nous occuper des moyens de la perfectionner, ou de l'employer aux progrès de quelques parties des connoiſſances humaines, à admirer enfin l'intrépidité & le ſuccès des premiers Navigateurs aériens ; mais nous avons de plus aujourd'hui à déplorer un accident funeſte ; le premier qui ait oſé tenter cette entrepriſe hardie, en a été la première victime dans un troiſième voyage, & a augmenté le nombre malheureuſement trop grand, des martyrs de l'amour des Sciences, & du zèle pour leurs progrès. Une immortalité honorable doit être du moins le prix de leur dévouement ; & l'Académie qui s'eſt occupée des aéroſtats, qui a ſenti toute l'utilité qu'on pouvoit eſpérer de cette découverte, prévu les dangers auxquels elle expoſoit, & cherché les moyens d'en préſerver, s'empreſſe de conſacrer dans ſes faſtes le nom de M. Pilatre, & les regrets que doit cauſer ſa perte à tous les amis des Sciences & de l'humanité.

ANALYSE.

SUR UN PROJET DE CADASTRE.

V. les Mém. p. 620.

L'ASSEMBLÉE provinciale de la haute Guyenne ayant demandé à l'Académie ſon avis ſur un Projet pour la réforme du Cadaſtre de cette Province, les Commiſſaires ont rendu compte de ce Projet à la Compagnie, & c'eſt leur Rapport qui a été inſéré dans ce volume.

Les objets les plus ſuſceptibles d'une diſcuſſion ſcientifique, étoient 1.° de ſavoir ſi la diviſion des différentes terres en claſſes, n'introduiſoit pas dans la proportion de l'impôt une erreur plus grande que celle qui eſt inévitable dans les eſtimations: 2.° d'examiner ſi par la méthode propoſée de faire partiellement la réforme du Cadaſtre, on pouvoit ſe flatter d'atteindre à l'exactitude néceſſaire ; & l'Académie a jugé que ſur ces deux points les Auteurs du Projet avoient ſuivi une marche ſimple, & qui les mettoit à l'abri de toute erreur ſenſible.

On propoſoit dans ce même Projet de joindre aux eſtimations néceſſaires pour chaque terre, des détails phyſiques ſur l'expoſition, la nature du terrein, celle des pierres qui s'y trouvoient mêlées, des eſpèces de plantes qui y croiſſoient ſpontanément, &c. L'Académie a vu dans ces Obſervations un moyen de vérification, qui pouvoit être utile, & en même-temps celui d'obtenir un très-grand nombre d'obſervations importantes aux progrès de l'Agriculture, obſervations qu'il auroit été difficile de raſſembler par un autre moyen.

SUR UNE
NOUVELLE MÉTHODE D'APPROXIMATION.

PLUS l'analyſe s'eſt étendue, & à meſure qu'on a mieux ſenti de combien d'applications utiles ou curieuſes elle étoit ſuſceptible, on a dû ſentir auſſi tout l'avantage des méthodes d'approximation, ſouvent les ſeules qu'on puiſſe employer, toujours plus ſimples & d'un uſage plus prompt que les méthodes rigoureuſes, enfin preſque toujours dans les applications à des uſages réels, auſſi exactes que les méthodes même rigoureuſes, dont l'exactitude eſt alors néceſſairement du même ordre que celle des obſervations. Les méthodes d'approximation ne ſe bornent point à ſuppléer à celles qui manquent à l'analyſe, ſouvent elles ſont auſſi néceſſaires pour diſpenſer de calculs que leur longueur rendroit abſolument impraticables. Celles que propoſe ici M. de la Place, ont ce double avantage: elles ont pour objet de donner une valeur approchée des formules qui renferment de très-grands nombres dans leurs expoſans, ou qui ſont compoſées d'un très-grand nombre de facteurs; ſi ces formules ſont telles qu'on puiſſe avoir leur expreſſion rigoureuſe, alors la méthode rend le calcul praticable, permet d'appliquer les nombres à ces formules, & par conſéquent d'en faire un uſage utile; ſi les méthodes connues ne peuvent conduire à l'expreſſion rigoureuſe de ces formules, alors la méthode de M. de la Place donne à la fois une valeur approchée de la formule, & une expreſſion ſimple à laquelle il eſt poſſible d'appliquer le calcul numérique.

V. les Mém. p. 1.

Cette méthode s'applique également aux quantités exprimées par des intégrales, quel que ſoit le nombre des ſignes d'intégrations répétées, & celui des variables renfermées ſous ces ſignes, & aux quantités données par des équations linéaires quelconques. L'application de cette méthode au calcul des probabilités, eſt un des avantages les plus immé-

diats qu'elle préſente : en effet, des problèmes en apparence aſſez ſimples, y conduiſent à des formules analytiques auxquelles il ſeroit très-long, ſouvent même impoſſible d'appliquer des nombres, & la nouvelle méthode conduit alors à des formules approchées & ſuſceptiles d'être réduites en nombres avec beaucoup de facilité. M. de la Place ſe propoſe de donner dans les volumes ſuivans, pluſieurs applications de ce genre, propres à faire mieux ſentir l'utilité de ſa méthode, & à en faire mieux connoître l'eſprit & les procédés.

SUR L'ÉVALUATION DES DROITS ÉVENTUELS.

V. les Mém. p. 674.

CE Mémoire a pour objet de déterminer la valeur totale pour un moment donné, de ſommes qui peuvent être reçues un nombre indéfini de fois à des époques dépendantes d'évènemens, dont la probabilité n'eſt connue que par l'obſervation des évènemens ſemblables.

On s'eſt borné à donner les formules générales qui repréſentent ces valeurs, dans différentes hypothèſes, dont chacune, ſuivant la nature du droit qu'on veut évaluer, & celle des obſervations qui doivent ſervir de baſe au calcul, a paru propre à repréſenter plus exactement la valeur moyenne de ces droits.

Ces mêmes méthodes peuvent s'appliquer à d'autres queſtions ſemblables, il en eſt même un aſſez grand nombre dont la ſolution pourroit être utile, mais les différens principes, d'après leſquels on doit chercher à y appliquer les formules algébriques, ſont trop étrangers à l'Analyſe, & ces diſcuſſions auroient pu paroître déplacées.

ASTRONOMIE.

SUR

LA FIGURE DES PLANÈTES.

LA Théorie que donne ici M. de la Place, eſt une des parties les plus importantes du Syſtème du Monde, & elle préſentoit aux Géomètres des difficultés qui, heureuſement, ne leur ont inſpiré que le deſir de les vaincre. Pluſieurs hommes illuſtres dans les Sciences mathématiques, ont réſolu ſucceſſivement d'une manière plus ou moins complète, une partie de ces difficultés. Il reſtoit à terminer l'ouvrage qu'ils avoient heureuſement commencé, à employer à ces mêmes queſtions les nouvelles méthodes, dont l'Analyſe s'eſt enrichie, à préſenter, d'une manière méthodique, l'enſemble de ces travaux épars, & ce qu'il avoit fallu y ajouter pour compléter cette Théorie. Tel eſt l'objet que M. de la Place s'eſt propoſé, & qu'il a rempli dans ce Mémoire. V. les Mém. p. 113.

APPLICATION

DES

MÉTHODES ANALYTIQUES À L'ASTRONOMIE.

DANS ce dix-ſeptième Mémoire, M. du Séjour applique ſes méthodes à la détermination de la parallaxe de la Lune; cet élément important en Aſtronomie, étoit un des principaux V. les Mém. p. 321.

objets du voyage de M. l'abbé de la Caille, au Cap de Bonne-eſpérance; il regardoit, avec la plupart des Aſtronome, les obſervations correſpondantes de la Lune, faites à peu-près ſous le même Méridien, & à des latitudes fort différentes, comme le meilleur moyen de ſe procurer une détermination exacte de la parallaxe de cet Aſtre. C'eſt aux obſervations de ce célèbre Aſtronome, comparées à toutes celles qui ont été faites en Europe dans le même temps, que M. du Séjour applique l'analyſe, & il en déduit des valeurs de la parallaxe, dont l'accord entr'elles prouve la bonté de la méthode & l'exactitude des obſervations.

SUR LA DURÉE DE L'ANNÉE.

V. les Mém. p. 227.

SI la détermination de la durée de l'année ſolaire eſt une des queſtions les plus importantes de l'Aſtronomie, une de ces baſes fondamentales ſur leſquelles l'édifice de toute la Science eſt appuyée, l'hiſtoire des efforts qu'ont faits les hommes pour parvenir à connoître cette durée, eſt une des parties les plus curieuſes de celle de l'eſprit humain. Dès la naiſſance des Sociétés, on dut ſans doute connoître les jours, & obſerver l'égalité de leur durée; apprendre enſuite à meſurer le jour par l'eſpace écoulé entre deux paſſages du Soleil ou d'une Étoile au Méridien; obſerver de quel nombre de jours une lunaiſon eſt compoſée; reconnoître, par l'ordre des ſaiſons, par le retour du lever & du coucher du Soleil aux mêmes points de l'horizon, l'exiſtence d'une année ſolaire, comparer ſa durée avec celle des jours & des lunaiſons, s'en ſervir pour partager l'année en mois correſpondans à peu-près aux lunaiſons, & les mois en périodes de dix jours, parce que l'Arithmétique décimale s'eſt établie naturellement preſque par-tout, ou en ſemaines, à cauſe des quatre phaſes de chaque révolution lunaire. Mais comme l'année ſolaire contient plus de douze & moins de treize lunaiſons, cette diviſion de l'année offrit bientôt des irrégularités aſſez

embarraſſantes, & il fallut, pour rétablir l'ordre, conſulter quelques hommes plus habiles que les autres. Preſque partout les premiers Aſtronomes ont été Prêtres, ſoit que ces Aſtronomes, réunis en Corps, aient eu l'idée de lier leur ſcience au culte religieux, pour augmenter leur crédit, ſoit que des Prêtres déjà établis, ſe ſoient emparés de l'Aſtronomie comme d'un moyen de plus de régner ſur l'eſprit des Peuples; car le mélange des idées aſtronomiques avec les dogmes & les cérémonies de preſque toutes les anciennes religions, rend l'une ou l'autre de ces opinions également probable. Cependant, dans les pays où l'eſpèce humaine a fait des progrès, l'Aſtronomie, en devenant une véritable ſcience, s'eſt peu-à-peu ſéparée du Sacerdoce, & a fini à n'avoir plus avec lui d'autre rapport que de ſervir à régler l'année religieuſe, comme elle règle l'année civile.

M. de la Lande commence le Mémoire ſur la durée de l'année, par examiner ſi, comme on l'a dit, elle n'a été long-temps que de trois cents ſoixante jours, & il prouve très-bien, que du moment où l'on a imaginé de comparer aux Étoiles le lever & le coucher du Soleil, on a dû très-promptement faire les années de trois cents ſoixante-cinq jours, puiſqu'il étoit impoſſible de ne pas s'apercevoir, au bout de très-peu d'années, d'une erreur ſi groſſière. Si donc on a continué de ſe ſervir pour l'année religieuſe ou civile, d'années de trois cents ſoixante jours, cela prouveroit ſeulement l'empire des anciens uſages ſur le Peuple, & le peu de crédit des Savans ſur ceux qui le gouvernent; c'eſt un double mal, mais l'origine en remonte à celle du genre humain, & on eſt ſans doute encore bien loin d'en voir diſparoître les dernières traces.

L'addition de ſix heures aux trois cents ſoixante-cinq jours, eſt très-moderne, ſuivant M. de la Lande, il ne lui croit guère qu'environ deux mille ans d'antiquité : le temps & des obſervations groſſières ſuffiſoient encore pour en ſentir la néceſſité.

Mais cette détermination eſt encore inexacte; & Hipparque, le premier qui ait porté quelque exactitude dans l'Aſtronomie, Hipparque qui en eſt pour nous le véritable fondateur, né chez ce peuple Grec ſi peu nombreux, & le ſeul de l'antiquité, qui ait eu le génie des Sciences, eſt auſſi le premier qui, par une méthode certaine & la même que l'on emploie encore aujourd'hui, ait fixé avec préciſion la durée de l'année tropique; il la donne, à un peu plus de ſix minutes près, telle que M. de la Lande la trouve dans ce Mémoire, en employant toutes les obſervations faites depuis Hipparque juſqu'à nous, & tout ce que la perfection des inſtrumens, l'exactitude des méthodes, les progrès de la théorie, lui donnoient d'avantages ſur l'Aſtronome Grec.

Cette année eſt de $365^j\ 5^h\ 48'\ 48''$; les obſervations d'Hipparque, celles des ſeizième & dix-ſeptième ſiècles, celles des Aſtronomes de ces derniers temps, conduiſent à des réſultats ſi approchés de ce réſultat moyen, qu'on peut regarder cette durée comme rigoureuſement exacte, à quelques ſecondes près, & qu'on doit être aſſuré qu'elle n'eſt ſenſiblement altérée par aucune des équations du mouvement de la Terre.

OBSERVATIONS FAITES À L'OBSERVATOIRE.

V. les Mém. p. 663.

M. le Comte de Caſſini rend compte dans ce Mémoire, des obſervations qu'il a faites dans les derniers mois de 1782.

On a vu dans les Mémoires de l'Académie pour l'année 1778, que M. Caſſini avoit entrepris un grand travail pour déterminer avec exactitude l'obliquité actuelle de l'Écliptique, & la quantité dont cette obliquité diminue par ſiècle, du moins dans l'époque où nous nous trouvons: ſur l'une & l'autre de ces déterminations il ne s'eſt pas trouvé d'accord avec pluſieurs Aſtronomes, & cette différence d'opinions ne lui a paru qu'un motif de ſoumettre ſon travail à un nouvel examen, & de chercher ſi de nouvelles obſervations confirmeroient ſon premier réſultat, ou l'obligeroient à le changer.

Un

Un même instrument avoit servi aux anciennes observations, & devoit servir aux nouvelles, de manière qu'en ayant égard aux erreurs de l'instrument, en ayant soin de les déterminer avec exactitude, on pouvoit être sûr de corriger les observations & les résultats, avec la même précision: c'est ce que M. de Cassini a exécuté, sans être rebuté par le travail long, minutieux & pénible qu'exigeoit cette vérification, & il a trouvé qu'en fixant, dans les Mémoires de 1778, la valeur actuelle de l'obliquité, à $23^d\ 27'\ 55''$, il ne s'étoit écarté que d'environ une seconde en plus de la valeur conclue des observations de 1780 & 1782, & corrigée de l'erreur des instrumens: comme la quantité assignée par lui à la diminution de l'obliquité dans un siècle, avoit été déterminée d'après des observations faites avec le même instrument pendant trente-cinq ans, il a trouvé dans les mêmes vérifications, une nouvelle raison de regarder cette quantité comme déterminée avec exactitude.

On trouve dans ce même Mémoire des observations de l'opposition de Jupiter & de celle de Saturne, de Vénus dans le temps de son aphélie, d'éclipses de Satellites, de la Lune comparée aux Étoiles: les observations de Vénus ont donné à M. Cassini pour l'erreur des Tables, des résultats différens, suivant les Étoiles auxquelles il a comparé cette Planète; ce qui lui a fait sentir la nécessité de déterminer avec plus de précision la position des Étoiles, travail qu'il se propose d'entreprendre & de publier.

OBSERVATION D'UNE ÉCLIPSE DE SOLEIL.

CE fut le 17 Octobre 1781, que M. Messier observa cette Éclipse; & le 6 Novembre suivant, il fit une chute dont les suites longues & cruelles ne lui ont permis de reprendre ses travaux que le 12 Novembre 1782, jour du passage de Mercure. Cette interruption d'un an & six jours dans ses Journaux d'observation, est la circonstance de son

V. les Mém. p. 652.

malheur qui lui laiſſe le ſouvenir le plus pénible : s'il a ſupporté avec la réſignation la plus ſtoïque, les douleurs & la longue contrainte à laquelle il a été condamné, il n'a pu voir avec la même indifférence, qu'il étoit forcé de retrancher une année entière de ſa vie aſtronomique.

OBSERVATIONS DU PASSAGE DE MERCURE SUR LE SOLEIL.

V. les Mém. pages 207, 576, 577, 657, 658 & 663.

ON trouve dans ce Volume, les obſervations du paſſage de Mercure ſur le Soleil, le 12 Novembre 1782, faites à Paris, par M.rs de la Lande, Méchain, le Monnier, Meſſier, de Caſſini ; & à la Roche-Guyon, par M.rs le Duc de la Rochefoucauld, Deſmareſt & l'abbé Rochon.

Les Mémoires où ces obſervations ſont rapportées, renferment de plus un grand nombre d'obſervations faites en différens pays, par des Aſtronomes étrangers à l'Académie.

SUR LES COMÈTES DE 1781.

V. les Mém. pages 581 & 587.

CES deux Comètes ont été découvertes par M. Méchain, qui les a obſervées depuis leur apparition juſqu'au moment où elles ont ceſſé d'être viſibles. Il en a auſſi calculé les élémens, ceux de la première, ſuivant la méthode ordinaire, & ceux de la ſeconde, d'abord ſuivant cette même méthode, & enſuite d'après celle que M. de la Place a propoſée, & qui paroît réunir de plus en plus les ſuffrages des Aſtronomes.

SUR L'ASTRONOMIE DES INDIENS.

LES Peuples, comme les grandes familles, mettent une partie de leur orgueil dans l'antiquité de leur origine; & ceux qui ont étudié l'Hiſtoire d'un Peuple, ou qui dans leurs voyages en ont obſervé les mœurs, ſont quelquefois expoſés, comme les Généalogiſtes, à s'identifier en quelque ſorte avec ceux dont ils ont ſoutenu les prétentions. On pourroit même pouſſer encore plus loin ce parallèle; en effet, ces Peuples ſi fiers de leur origine, qui ſe vantent d'avoir ſubjugué & éclairé l'Univers, les Indiens, les Égyptiens, les Chaldéens, les Chinois, ont tous été ſoumis par une poignée de Barbares. La grandeur de leur origine forme avec leur état actuel un contraſte plus humiliant qu'honorable, & l'on voit de même ceux qui attachent l'origine de leur famille au nom de quelque ancien Conquérant, tirer vanité d'obéir aux deſcendans des ſujets ou des égaux de leurs ancêtres. V. les Mém. p. 368.

M. Dupuis avoit attribué l'invention du Zodiaque aux Égyptiens, & M. le Gentil croit devoir la réclamer en faveur des Indiens chez qui il a long-temps vécu, & qui, ſoumis aux Arabes, aux Tartares, aux Européens, & n'ayant conſervé pour toute ſcience, que quelques méthodes pratiques d'Aſtronomie, n'ont plus que le ſouvenir d'une grandeur dès long-temps abaiſſée, & d'une ſupériorité de lumières qui s'eſt évanouie.

On a regardé preſque généralement les figures & les dénominations du Zodiaque, comme des allégories qui ont rapport aux travaux de l'Agriculture, mais aux travaux de quels Peuples peuvent-elles convenir? Comme le temps où elles ont été établies eſt inconnu, on a une entière liberté de placer dans tel ſigne qu'on voudra, les points équinoxiaux, & l'on n'eſt obligé que de conſerver l'ordre des conſtellations. Cependant la Balance eſt ſi naturellement un ſigne de l'égalité des jours & des nuits, qu'il paroît néceſſaire de faire répondre ce ſigne à l'un des Équinoxes. M. Dupuis a prouvé qu'en

prenant la Balance pour le ſigne qui répond à celui du Printemps, le reſte des Signes répondoit très-bien aux travaux de la terre chez les Égyptiens. M. le Gentil ſe propoſe de montrer ici que dans la même hypothèſe ils ne répondent pas moins aux travaux de l'Agriculture Indienne ; ſi ce rapport eſt également frappant pour les deux Peuples, il paroît à M. le Gentil, que l'on doit plutôt attribuer la première invention aux Indiens, qui, par la nature de leur ſol doivent être plus anciens que les Égyptiens. On ſent que les preuves hiſtoriques doivent manquer ici, qu'il faut donc ſe contenter de conjectures plus ou moins plauſibles. Mais que l'on ſuive l'une ou l'autre de ces opinions, on trouve également que les ſignes du Zodiaque ſont très-vraiſemblablement des allégories rurales, qu'elles ont été établies dans le temps où l'écriture ſymbolique étoit en uſage, chez un peuple agriculteur, & que ce peuple habitoit un pays ſujet à des inondations périodiques qui commençoient vers le temps du Solſtice; tout peuple qui aura ces caractères peut être l'inventeur de notre Zodiaque, & il n'eſt guère poſſible d'en faire honneur à aucun autre. L'établiſſement des Malais dans un Archipel immenſe, prouve juſqu'à quel point peuvent s'étendre les communications d'un peuple, même dans l'état à demi-ſauvage: ainſi la communication réciproque de l'Égypte & des pays que baigne l'Océan indien, permet de ſuppoſer également que l'Inde a été inſtruite par l'Égypte, ou que l'Égypte doit à l'Inde ſes lumières, mais il ſeroit peut-être bien difficile de choiſir entre ces deux partis; cependant l'obſervation, que les Brames ſont une caſte étrangère à l'Inde, qu'ils y ſont arrivés avec une doctrine toute formée, un ſyſtème de fables tout préparé, & déjà exercés dans l'art d'avilir & de tromper les hommes, ſous prétexte de les inſtruire, ſemble donner à l'opinion favorable aux Égyptiens, une probabilité que l'unité plus grande de leur ſyſtème doit augmenter encore.

OUVRAGES
PRÉSENTÉS À L'ACADÉMIE.

PRIX.

L'Académie avoit proposé pour sujet du Prix de 1782 :

La Théorie de la Comète de 1661,

Il a été donné à la Pièce, *N.° 1*, ayant pour devise :

Altiora mundi secat & tum demùm apparet, cùm in imum cursûs sui venit,

dont l'auteur est M. Méchain, depuis Membre de l'Académie.

Le Roi a chargé l'Académie, en 1775, de proposer un Prix de quatre mille livres, sur cette Question :

Trouver les Moyens les plus prompts & les plus économiques de procurer en France, une production & une récolte de Salpêtre, plus abondante que celle qu'on obtient présentement, & sur-tout qui puissent dispenser des recherches que les Salpétriers ont le droit de faire chez les Particuliers.

Ce Prix devoit être donné en 1778 ; mais aucune des Pièces n'ayant satisfait à l'objet proposé, l'Académie l'a remis à l'année 1782, & a obtenu du Roi que le Prix seroit porté à huit mille livres, & que l'Académie distribueroit de plus quatre mille livres, à titre de Prix ou d'*accessit*, à son choix, entre ceux des Concurrens dont les Ouvrages lui paroîtroient mériter un encouragement ou une récompense.

Le premier Prix a été décerné à la Pièce, *N.° 10*, second

Concours, ayant pour deviſe :

Après avoir lû & médité tout ce qui a été écrit ſur cet important ſujet, ne pourroit-on pas s'écrier avec le vieillard de Térence,
Incertior multò ſum quàm dudum.

Les auteurs ſont M. Thouvenel, Docteur en Médecine, Aſſocié-Régnicole de la Société Royale de Médecine ; & M. Thouvenel, Commiſſaire des Poudres & Salpêtres au département de Nanci.

Le ſecond Prix a été donné au Mémoire, *N.° 26*, ſecond Concours, ayant pour deviſe :

On ne doit ni s'aſſurer aiſément de voir ce que les plus grands Hommes n'ont pas vu, ni en déſeſpérer entièrement.

L'auteur eſt M. Lorgna, Colonel des Ingénieurs au ſervice de la République de Veniſe, Directeur de l'École militaire à Vérone, Membre des Académies des Sciences de Péterſbourg, de Berlin, de Turin, de Bologne, Padoue, Mantoue, Sienne, &c. Correſpondant de l'Académie des Sciences de Paris.

Et aux Mémoires, *N.° 33*, premier Concours, & *N.° 18*, ſecond Concours, ayant tous deux pour deviſe :

Nec ſpecies ſuâ cuique manet, rerumque novatrix
Ex aliis alias reparat natura figuras.

Le premier de ces Mémoires a été fait en commun, par M.rs Gavinet, Commiſſaire ; & par M. Chevrand, Inſpecteur des Poudres & Salpêtres dans la province de Franche-Comté.

Le ſecond, par M. Chevrand, ſeul.

L'Académie a donné deux *Acceſſit ;* le premier au Mémoire, *N.° 27*, premier Concours, ayant pour deviſe :

Credidimus ſpiritus acidos nitri nuſquam in rerum naturâ extitiſſe antè inventum modum nitri parandi.

Par M. de Beunie, Médecin à Anvers, de l'Académie des Arts & Belles-Lettres de Bruxelles.

Et au Mémoire, *N.° 29*, premier Concours, ayant pour devise:

Sic materiis arte dispositis naturâ duce abundanter generabitur nitrum.

Par M. le Comte Thomassin de Saint-Omer.

Ces Mémoires sont tous imprimés dans le onzième volume des Savans Étrangers, qui va paroître.

Enfin, l'Académie a cru devoir faire une mention honorable des Mémoires suivans:

N.° 21, second Concours, ayant pour devise:

Utile au Gouvernement, funeste à l'Humanité,

dont l'auteur est M. Rome, Professeur royal de Mathématiques à Rochefort, Correspondant de l'Académie. Ce Mémoire a été jugé, comme les précédens, digne de l'impression.

N.° 12, premier Concours, ayant pour devise:

Sigillum veri simplex.

N.° 22, second Concours, ayant pour devise:

In pace robur & in bello, ros cœli & pinguedo terræ,

dont l'auteur est M. Forestier de Vereux, Chevalier de Saint-Louis, ancien Capitaine de Canonniers.

N.° 24, second Concours, ayant pour devise:

Observatio & experientiæ docent.

N.° 28, second Concours, ayant pour devise,

Tandis que tous s'empressent de concourir aux projets d'un Roi bienfaisant, je veux aussi rouler mon tonneau.

N.° 28, premier Concours, ayant pour devise:

Non fingendum aut excogitandum, sed inveniendum quid natura faciat aut ferat. Bacon.

L'Académie se propose de publier un Extrait détaillé de ces Mémoires, dans le onzième volume des Savans Étrangers.

LES Mémoires préſentés à l'Académie en 1782, & deſtinés à être imprimés dans le Recueil qu'elle publie, ſont au nombre de quinze.

Sur la Planète de Herſchell : Par M. Klenkemberg.

Sur la Latitude de la Haie : Par le même.

Sur l'Hiſtoire Naturelle des environs de Valognes : Par M. du Marais.

Obſervations aſtronomiques : Par M. Méchain, aujourd'hui Membre de l'Académie.

Sur le Coq ſauvage : Par M. Sonerat.

Sur les Interpolations : Par M. Charles, aujourd'hui Membre de l'Académie.

Sur les Comètes obſervées à la Chine : Par M. de Guignes, Correſpondant de l'Académie.

Sur les effets du Tonnerre : Par M. de Fougeroux de Blavau, Correſpondant de l'Académie.

Sur le mouvement de l'aphélie de Saturne : Par M. Dagelet, aujourd'hui Membre de l'Académie.

Sur les Fers du royaume les plus propres à être convertis en acier : Par M. Grignon, Correſpondant de l'Académie.

Sur le Calcul intégral : Par M. Trembley, Correſpondant de l'Académie.

Sur les Nombres premiers : Par M. Genti, Correſpondant de l'Académie.

Sur l'Hiſtoire Naturelle de l'île de Corſe : Par M. de Bavrel.

Sur les caveaux de Toulouſe : Par M. de Puymorin,

ÉLOGE
DE M. PRINGLE.

JEAN PRINGLE, Chevalier-Baronnet, premier Médecin du Roi & de la Reine d'Angleterre, Docteur en Médecine de l'Univerſité de Leyde, Membre des Colléges de Médecine de Londres & d'Édimbourg, Préſident de la Société Royale de Londres, Aſſocié-étranger de l'Académie des Sciences, des Académies de Gottingue, de Harlem, de Naples & de Philadelphie; des Sociétés de Médecine de Paris & de Hanau, & de la Société des Antiquaires de Londres, naquit le 10 Avril 1707, à Sthitchel-houſe dans le comté de Koxburg, au nord de la Grande-Bretagne, de Jean Pringle de Sthitchel, Chevalier-Baronnet, & de Magdeleine Elliot de Stobs.

Le jeune Pringle ſe deſtina de bonne heure à la Médecine. En Angleterre, l'opinion permet à chaque Citoyen de choiſir ſon état, non d'après celui qu'ont exercé ſes pères, ou le degré d'orgueil que leurs titres peuvent inſpirer, mais d'après ſon goût & ſes talens. Cette liberté doit produire d'heureux effets, les particuliers moins contraints ſont plus heureux, moins d'hommes ſont hors de leur véritable place, & la Nation en eſt mieux ſervie.

M. Pringle ne borna point ſes études à la Médecine auſſi fut-il jugé digne, à l'âge de vingt-cinq ans, de remplir une Chaire de Métaphyſique & de Morale dans l'Univerſité d'Édimbourg; ces Sciences, comme celle de la Médecine, devroient ne ſe fonder que ſur des obſervations; le goût des ſyſtèmes, l'habitude de ſe payer de mots, & la routine des Écoles, ont été les plus grands obſtacles aux progrès de toutes trois; & l'importance dont les objets qu'elles traitent

ſont pour les hommes, leur liaiſon avec nos intérêts les plus chers, ſont encore également une des cauſes qui y ont rendu plus puiſſante que dans les Sciences purement ſpéculatives, l'influence des paſſions & des préjugés populaires.

Milord Stairs, Général des troupes Angloiſes dans la guerre de 1741, crut que M. Pringle ſeroit plus utile à ſon pays à la tête des Hôpitaux de l'Armée, que dans une École de Métaphyſique, & le fit nommer Médecin de l'Armée de Flandre. M. Pringle fit avec le même Général la Campagne de 1743, ſur le Mein. Né avec ce ſentiment d'humanité, premier principe & ſeule baſe ſolide de toutes les vertus, il avoit vivement ſenti quelles devoient être les angoiſſes des bleſſés ou des mourans, lorſqu'un mouvement de l'Armée forçoit ou de les tranſporter à la hâte ou de les abandonner à la diſcrétion du Soldat ennemi. Pour éviter ce malheur on étoit ſouvent obligé de placer les hôpitaux loin de l'Armée, & de préférer dans le choix de leur emplacement la ſûreté à la ſalubrité. M. Pringle engagea Milord Stairs & le Maréchal de Noailles à convenir que ces aſiles du malheur ſeroient réciproquement reſpectés ; ſon zèle obtint la récompenſe qui pouvoit le plus le toucher, puiſque ſes compatriotes furent les premiers qui profitèrent de cette convention. Après la bataille d'Étingue, un hôpital Anglois ſe trouva dans le terrein occupé par l'Armée Françoiſe, & le premier ſoin du Maréchal de Noailles fut de raſſurer les Soldats qui y étoient dépoſés, en leur annonçant que les troupes Françoiſes avoient ordre de ne pas les inquiéter; & que ceux qui les ſervoient auroient une liberté entière de remplir leurs fonctions: trait d'humanité auquel le malheur d'avoir été vaincu donne peut-être un mérite de plus.

On doit compter parmi les progrès que le genre humain a faits dans notre ſiècle, ces actions de bienfaiſance ou de juſtice exercées au milieu des horreurs de la guerre, avec une ſimplicité & une nobleſſe inconnues dans les ſiècles précédens, & ſur-tout dans ces temps antiques que l'ignorance ou l'envie s'efforce d'admirer. Les Militaires ſont

peut-être la claſſe de la Société où les progrès de ce ſentiment d'humanité ont été les plus ſenſibles. Si l'on veut trouver des hommes qui aient conſervé toute la barbarie antique au milieu de l'adouciſſement des mœurs de leur ſiécle & de leurs concitoyens, ce n'eſt pas dans les Camps qu'il faut les chercher, ce n'eſt point parmi les Guerriers, qui n'attaquent la vie des autres qu'en prodiguant la leur; c'eſt parmi ceux qui frappent leurs victimes de ſang-froid & ſans danger, & qui exercent des rigueurs auxquelles ils ſe croient ſûrs de n'être jamais expoſés.

En 1745, M. Pringle fut nommé Médecin en chef des Armées Britanniques, & repaſſa en Angleterre pour remplir ſes fonctions auprès des Troupes deſtinées à combattre le Prince Édouard; elles reſtèrent en Campagne pendant le mois de Décembre, & cependant elles ſouffrirent peu. Une Société de Quakers leur avoit fait diſtribuer des gilets. Depuis environ un ſiécle & demi il n'y a pas eu dans l'Hiſtoire d'Angleterre un évènement important, où ces hommes pacifiques n'aient donné quelque exemple éclatant de bienfaiſance ou de généroſité; & parmi tant de Sectes qui ont déſolé la terre en déshonorant la raiſon humaine, celle des Quakers a été la ſeule juſqu'ici où le fanatiſme ait rendu les hommes meilleurs & ſur-tout plus humains.

La place qu'occupoit M. Pringle eſt peut-être la plus pénible & en même-temps la plus brillante qu'un Médecin puiſſe remplir. Au milieu de la dévaſtation & du carnage, lui ſeul exerce un miniſtère conſolateur; citoyens, ennemis, tous également confiés à ſes ſoins, ne ſont pour lui que des frères. Entouré d'une multitude immenſe occupée à exécuter des projets deſtructeurs, il peut ſe livrer aux ſentimens de ſon cœur & céder à toutes les impreſſions de la vertu. Les loix terribles de la guerre ſont muettes pour lui, c'eſt à lui ſeul qu'il eſt permis d'écouter la voix de la Nature. Il paroît au milieu des hommes qui l'environnent, un être d'une eſpèce ſupérieure, ou plutôt lui ſeul eſt véritablement homme & en a pu conſerver ſans atteinte le caractère & la dignité.

En rempliſſant les fonctions de cette place, M. Pringle aperçut combien l'art de la Médecine, employé avec ſageſſe, pouvoit diminuer le nombre des victimes de la guerre. Il eut occaſion d'obſerver en grand ſur une multitude d'hommes obligés aux mêmes travaux, reſpirant le même air, ayant la même nourriture, le même habillement, le même logement, les mêmes vices & les mêmes habitudes, quels pouvoient être les effets des différentes conſtitutions de l'air, des ſaiſons, de la température, des logemens humides ou reſſerrés, des diverſes ſortes d'alimens & des différens régimes, ceux enfin de la négligence & de la mal-propreté. Il put examiner quelles maladies ces cauſes, ou ſéparées ou réunies, produiſent parmi les Soldats, les caractères qui diſtinguent les épidémies des armées, des épidémies ordinaires, & les maladies qui ſont vraiment épidémiques de celles que l'on confond avec les premières, parce quelles attaquent en même temps & dans un même lieu un grand nombre d'individus: il avoit étudié la marche & les ſymptômes du mal, les différentes méthodes que l'art peut employer, les avantages ou les dangers de ces méthodes, les effets des remèdes qui paroiſſent indiqués par la maladie, & de ceux que l'eſprit de ſyſtème ou la routine ont introduits.

Ces obſervations ſervirent de baſe à ſon Ouvrage ſur les maladies des armées: ce Traité réimprimé un grand nombre de fois, traduit dans preſque toutes les langues, a été regardé dans l'Europe comme un de ces livres fondamentaux, ſi rares dans les Sciences. Ce n'eſt point ſeulement un Ouvrage deſtiné à inſtruire les Médecins, tous les hommes y peuvent puiſer des leçons utiles; & ceux qui ſont chargés, ou de l'adminiſtration d'un pays, ou de gouverner un grand nombre d'hommes, peuvent y apprendre à connoître les précautions néceſſaires pour la conſervation de ceux qui leur ſont confiés, & s'éclairer ſur des ſoins importans qui ſont une de leurs premières obligations.

M. Pringle fait voir combien le défaut de propreté,

l'humidité des vêtemens ou des habitations, les lieux où l'air ne circule point, où les hommes ſont entaſſés, les terreins inondés, l'air infecté d'exhalaiſons marécageuſes, produiſent de maladies & font périr de victimes. Ce n'eſt point ici un de ces amis de l'humanité, qu'on accuſe de ſe plaire à en exagérer les maux, c'eſt un Phyſicien exact qui ne parle que de ce qu'il a vu, dont les obſervations répétées, faites ſur des corps nombreux, ne peuvent permettre le doute ſi commode pour les hommes puiſſans, lorſqu'ils ſont indifférens ou corrompus. M. Pringle eut le plaiſir de voir un de ſes Confrères à la Société royale, le Général Melvil, Gouverneur des îles de l'Amérique, mettre ſes préceptes en pratique, & conſerver les Soldats confiés à ſes ſoins, en plaçant ſes hôpitaux ſur les lieux hauts & aérés, en fixant le ſéjour de ſes troupes dans des terreins ſecs, & ſupérieurs aux exhalaiſons humides.

Mais cette utilité des vues de M. Pringle, n'a preſque été ſentie que par les guerriers: eux-ſeuls ſemblent regarder la conſervation des hommes comme un des devoirs du commandement. L'Europe eſt encore couverte de marais dont les exhalaiſons, ou écartent les hommes des terreins fertiles qu'elles infectent, ou les conduiſent à une mort plus prompte par une vie languiſſante ou douloureuſe. Les générations que les terreins rendus à la culture auroient nourries, ſont étouffées dans leur germe: dans la durée d'un ſiècle, plus d'un million d'hommes qui périſſent en Europe par cette ſeule cauſe, ſemblent accuſer, ou le peu de lumières, ou l'indifférence de ceux qui négligent de les préſerver de ce fléau: l'on eſt contraint même d'avouer avec douleur, que ce n'eſt pas à la Nature ſeule qu'on doit l'imputer, une partie du mal & la plus grande partie peut-être, eſt l'ouvrage des hommes; c'eſt à l'avidité du riche, que la ſanté, que la vie du pauvre eſt immolée, & tandis que l'utilité du commerce a fait délivrer les grandes rivières des obſtacles qui en gênoient la navigation, ces digues, ces chauſſées qui ne nuiſent qu'à la vie du peuple, ſont encore reſpectées.

Parmi les maladies que M. Pringle a décrites, & qu'il apprend à guérir & ſur-tout à prévenir, on doit remarquer la fièvre de priſon, maladie terrible que produit la réunion des hommes renfermés dans un eſpace trop petit, ſur-tout lorſque la misère & la mal-propreté augmentent les effets toujours dangereux de cette réunion: cette maladie s'étend quelquefois au-delà des murs où elle a pris naiſſance. Deux fois en Angleterre, les priſonniers apportèrent au milieu de leurs Juges la contagion & la mort, triſte vengeance qu'ils ſembloient tirer de ceux qui avoient ajouté à la misère de ces malheureuſes victimes des loix, des maux que les loix n'avoient point ordonnés. Les hôpitaux, les priſons militaires ſont expoſés aux mêmes maladies: ceux qui gardent ces demeures de ſouffrance & de déſeſpoir, ceux qui y exercent l'autorité, ne ſont point à l'abri du fléau, & s'ils manquent aux devoirs que la Nature leur a impoſés, elle a préparé leur ſupplice.

M. Pringle a obſervé que Londres eſt très-peu ſujet aux épidémies; on a fait la même obſervation ſur Paris: mais ces capitales ne ſont plus entourées de marais; ſi l'humanité n'avoit pu ſe faire entendre, l'intérêt ſeul les eût deſſéchés. La vie, les occupations des hommes y ſont moins uniformes, leur nourriture plus variée, la concurrence, la richeſſe raſſemblent de loin les alimens néceſſaires à un peuple nombreux, le vice que l'intempérie peut faire contracter à ceux d'un petit canton, nourriture néceſſaire de ſes habitans, ne peut infecter qu'une très-petite partie des vivres d'une capitale; ſi l'air y eſt moins ſain, ſes variations y ſont moins ſenſibles: aucune des cauſes qui produiſent les épidémies, ne peut agir ni avec aſſez de durée, ni ſur un aſſez grand nombre d'hommes à la fois, & c'eſt du moins un fléau qui leur a été épargné.

Les travaux de M. Pringle, ſur la putréfaction des matières animales, doivent être regardés comme une ſuite de ſon Traité ſur les maladies des Armées, puiſque ſon objet étoit de chercher par ces expériences, à mieux connoître les maladies

putrides & les effets des remèdes dans ces maladies: il examine ſoigneuſement toutes les circonſtances qui accélèrent ou retardent les progrès de la fermentation putride de toutes les ſubſtances animales, ſoit ſeules, ſoit mêlées avec les différentes humeurs; l'effet que les ſels acides, alkalis ou neutres, les aſtringens, les amers, produiſent dans ces phénomènes: il prouve que preſque tous les ſels, les alkalis même, malgré une opinion preſque générale, contribuent à retarder la fermentation; que les abſorbans terreux l'accélèrent; que les ſels qui, employés à grande doſe, la retardent, la facilitent au contraire lorſqu'ils ſont en doſe très-petite, mais que les émanations putrides en ſont le ferment le plus prompt & le plus ſûr: il tire enfin de ces expériences les conſéquences pratiques où elles conduiſent. Il n'imaginoit pas ſans doute, que ces ſels, ces médicamens produiſiſſent ſur un corps vivant les mêmes effets que ſur les ſubſtances mortes, mais il croyoit que des médicamens qui accélèrent ou arrêtent la fermentation dans les ſubſtances animales privées de la vie, ont un effet analogue ſur les viſcères, ſur les humeurs d'un corps vivant, quoique cet effet doive être modifié par les forces organiques qui s'y exercent, par les opérations qui produiſent la digeſtion ou les diverſes ſecrétions des humeurs: il croyoit enfin que ſi dans ces effets combinés, la propriété antiſeptique des médicamens n'eſt pas conſervée toute entière, elle n'eſt pas non plus abſolument détruite.

Cette Diſſertation ſur les ſubſtances ſeptiques ou antiſeptiques, obtint en 1752, la médaille deſtinée par la fondation du Chevalier Cowlei, au Mémoire fait pendant l'année, qui, au jugement des Commiſſaires de la Société Royale, renferme les expériences les plus utiles; fondation qu'il ſeroit à deſirer que l'on vît ſe multiplier, non peut-être par des inſtitutions perpétuelles, mais par des établiſſemens qui, aſſurés ſeulement pour un certain nombre d'années ſe renouvellent s'ils ſont utiles, & ne peuvent jamais finir, comme tant de fondations anciennes, par devenir d'une éternelle inutilité.

M. Pringle ſervit encore dans les armées d'Allemagne pendant les trois premières campagnes de la guerre de 1755; à la fin de 1758, il quitta des fonctions devenues trop pénibles, & fixa ſon ſéjour à Londres, partageant ſon temps entre la pratique de la Médecine & la Société Royale. Il en étoit Membre depuis 1745, & elle le nomma ſon Préſident en 1772; cette dignité purement élective a été illuſtrée par Newton, qui la conſerva long-temps. Trop modeſte pour croire qu'on eût couronné en lui, comme en Newton, la ſupériorité du génie, M. Pringle, malgré tant de titres à l'eſtime des Savans, ſe crut obligé de ſe montrer digne de ſa place, par le zèle avec lequel il en rempliroit les devoirs, il s'occupa ſur-tout d'introduire dans les élections une forme plus rigoureuſe, & d'exiger davantage des Concurrens, convaincu que ſi la réputation d'une Académie n'eſt dûe qu'aux noms illuſtres qui ornent ſa liſte, ſa conſidération dépend de ſa ſévérité dans ſes choix. Comme Préſident, il étoit chargé d'annoncer à qui la Société Royale donnoit chaque année ce prix des expériences les plus utiles que lui-même avoit remporté; non-ſeulement il expoſoit dans une aſſemblée générale, à l'exemple de ſes prédéceſſeurs, le détail des travaux qui avoient décidé le choix de la Société, mais ces diſcours imprimés ſur le champ, diſtribués dans tous les pays, apprenoient à l'Europe quelle nouvelle obligation les Sciences & l'humanité avoient eue à la Nation angloiſe: la déciſion de la Société Royale étoit ſoumiſe au jugement des Savans de toutes les Nations; & les juges, pour leur propre honneur, comme pour celui de leur pays, ſi cher à tous les Anglois, n'auroient oſé couronner des découvertes ou incertaines ou trop peu importantes, ou dont la propriété pût être conteſtée.

Ces diſcours de M. Pringle, prouvent une univerſalité de connoiſſances très-rare, & ce qui l'eſt encore au moins autant, une philoſophie forte ſans être exagérée, & modérée ſans être timide; ſes ſuccès dans la pratique de la Médecine, lui avoient mérité la confiance de la Famille Royale, du Public de

de Londres & des Étrangers. Il étoit ennemi des méthodes fondées ſur la Théorie qu'il regardoit comme trop vague & trop peu avancée; il paroiſſoit regarder l'Empiriſme, c'eſt-à-dire la pratique appuyée ſur la ſeule obſervation, comme la meilleure méthode: *il faut du moins que cet Empiriſme ſoit raiſonné*, lui diſoit un de ſes Confrères; *le moins qu'il ſe pourra*, répondit M. Pringle, *c'eſt en raiſonnant que nous avons tout gâté.*

En 1778, il quitta la préſidence de la Société Royale, une chute, qu'il regarda comme l'effet d'une attaque de paralyſie, lui parut un avertiſſement de ne plus ſonger qu'au repos; d'ailleurs, une diſcuſſion élevée dans le ſein de la Société, l'avoit vivement affligé: l'uſage des conducteurs électriques, conſtruits ſuivant les principes de M. Franklin, avoit été avidement adopté en Angleterre, dans le temps où M. Franklin étoit Anglois; il avoit ceſſé de l'être, il étoit devenu un des Chefs d'une révolution plus humiliante peut-être pour l'orgueil britannique que contraire aux véritables intérêts de la Nation: on parut ſe repentir d'avoir accueilli la découverte d'un ennemi; une queſtion ſur la forme des conducteurs électriques, devint une affaire de parti entre les ennemis de l'Amérique & les nombreux Partiſans qu'elle avoit conſervés en Angleterre. Ami de M. Franklin, plus ami de la vérité, M. Pringle ſoutint avec courage leur cauſe commune, & il l'emporta; mais il vit avec douleur la Société Royale ſe partager, & l'eſprit des factions politiques profaner le ſanctuaire des Sciences.

Après ſa retraite, M. Pringle réſolut de quitter Londres, & de terminer ſes jours à Édimbourg, où il avoit paſſé ſa jeuneſſe, & où le rappeloient des ſouvenirs que le temps n'efface jamais; mais après un eſſai infructueux, la rigueur du climat le força de revenir à Londres: avant de partir il laiſſa au collége des Médecins d'Édimbourg trois volumes *in-folio* de manuſcrits, avec la condition ſingulière qu'ils ne ſeroient jamais imprimés, ſoit qu'il redoutât, pour ſa mémoire, le zèle indiſcret de ſes diſciples ou de ſes amis, ſoit plutôt

qu'il crût ſes travaux trop imparfaits pour être utiles à ceux qui n'auroient pas aſſez approfondi la Médecine, & qu'il craignît de les égarer.

Peu de mois après ſon retour à Londres, il ſentit ſes forces s'affoiblir, ſa mémoire l'abandonner; & le 14 Janvier 1782 il fut frappé d'une attaque de paralyſie à laquelle il ſuccomba quatre jours après: le roi d'Angleterre lui avoit donné le titre de *Baronnet* qui étoit déjà héréditaire dans la branche aînée de ſa famille.

Les Chevaliers Baronnets ſont les ſeuls qu'en Angleterre on puiſſe regarder comme formant un Corps de nobleſſe héréditaire, car la Pairie eſt plutôt une Magiſtrature ou une dignité Ariſtocratique, qu'un titre d'honneur; celui de Baronnet à la vérité ne donne aucun privilége utile; inſtitué en faveur de la vanité, on a ſagement établi qu'il ne pourroit flatter aucune autre paſſion.

Il avoit été nommé en 1778, à la place d'Aſſocié-Étranger de cette Académie, vacante par la mort de M. de Linné, avec lequel il avoit une conformité bien glorieuſe; leur réputation, leur âge, leurs places les avoient mis chacun à la tête des Savans de leur pays, un zèle égal pour le progrès des Sciences les animoit; & après la perte toujours ſi douloureuſe d'un homme célèbre par ſes travaux, leurs concitoyens ont eu encore à regretter celle d'un véritable ami des Sciences, occupé de former des Savans, d'encourager les talens, d'inſpirer l'amour de l'étude, d'animer l'émulation, & de ſeconder les découvertes.

Toute la conduite de M. Pringle annonçoit une de ces ames formées pour l'exercice des vertus douces & paiſibles; la première partie de ſa vie avoit été employée dans les hôpitaux militaires, à prodiguer les conſolations & les ſoins de l'humanité, plus encore que les ſecours de la Médecine, aux infortunés qui les habitoient; il conſacra pluſieurs années à donner des moyens de prévenir les maux dont le ſpectacle cruel lui avoit fait une impreſſion profonde, le reſte de ſa vie fut partagé entre les ſoins de ſa profeſſion, l'étude & l'amitié.

Il avoit embraſſé à la fois preſque toutes les Sciences phyſiques, la Philoſophie ſpéculative, l'Érudition, la Théologie même: il aimoit à raſſembler autour de lui les Savans d'Angleterre les plus célèbres, les Étrangers, tous ceux, en un mot, de qui il eſpéroit apprendre quelque choſe, ou qui pouvoient profiter de ſes lumières; mais, excepté les jours deſtinés à ces aſſemblées, ſa ſociété ſe bornoit à quelques amis; on retrouvoit dans ſes diſcours, dans ſes procédés, cette candeur qu'il avoit montrée dans ſes Ouvrages & dans ſes opinions; l'amour de la vérité, le plaiſir de faire le bien, étoient ſes deux paſſions les plus chères, & même les ſeules qu'il ait jamais connues.

Il étoit très-pieux, c'eſt-à-dire, qu'il rendoit à un Dieu, Père commun de tous les hommes, un hommage libre & pur; mais ſa religion étoit celle qu'il s'étoit formée d'après ſes réflexions ou par la lecture de la Bible, & il n'adoptoit en entier la croyance d'aucune des Communions chrétiennes: ſuivant lui, les peines deſtinées aux méchans après la mort, n'étoient point éternelles; il croyoit que Dieu donne à la vertu les mêmes récompenſes, de quelque religion qu'aient été ceux qui l'ont pratiquée: ces deux points de ſa croyance, ſur-tout le premier, étoient les ſeuls qu'il ſoutînt avec chaleur, & qu'il parût vouloir perſuader aux autres; il avoit adopté, comme Newton, l'opinion des Unitaires rigides: on a imprimé une Lettre de lui, ſur le ſens de quelques Prophéties, & c'eſt encore une conformité qu'il a eue avec ce grand homme.

On lui deſtine un mauſolée à Weſtminſter, à côté du célèbre Hales ſon ami, dont la vie a été employée comme la ſienne, à des études utiles, qui toutes avoient pour but la conſervation des hommes. Si dans ce temple conſacré à la mémoire des hommes illuſtres, ceux qu'anime l'enthouſiaſme des Sciences, s'empreſſent à chercher de plus grands noms, & portent leur hommage à des génies d'un ordre ſupérieur, du moins les amis de l'humanité s'arrêteront avec attendriſſement au pied de la tombe de deux Savans modeſtes, vertueux, bienfaiteurs éclairés de leurs ſemblables.

Ainſi dans les triomphes de Rome ancienne, tandis qu'une jeuneſſe ambitieuſe contemploit avec avidité ces couronnes d'or, ces lauriers dont ſe paroient les Conquérans des villes & les Vainqueurs des Chefs ennemis, les mères, les épouſes arrêtoient leurs yeux mouillés de larmes ſur ces Guerriers plus modeſtes, qu'une ſimple couronne de chêne annonçoit à la Patrie comme les conſervateurs ou les libérateurs des Citoyens.

ÉLOGE
DE M. D'ANVILLE.

JEAN-BAPTISTE BOURGUIGNON-D'ANVILLE, premier Géographe du Roi ; de l'Académie des Inſcriptions & Belles-Lettres, de la Société des Antiquaires de Londres, Adjoint-Géographe de l'Académie des Sciences, naquit à Paris le 11 Juillet 1697, de Hubert Bourguignon & de Charlotte Vaugon.

Son goût pour la Géographie ſe montra dès ſa première jeuneſſe : dans le cours de ſes études il s'occupoit, en liſant les Auteurs anciens, à deſſiner les Cartes des pays dont ils parloient, à y placer les villes, les champs de bataille, à y tracer les marches des Généraux. A l'âge de vingt-deux ans il obtint un brevet de Géographe, & publia des Cartes qui méritèrent l'approbation de l'abbé de Longuerue, dont le ſuffrage, comme ſavant & comme naturellement déſapprobateur, étoit doublement honorable.

On jouit des travaux d'un Géographe, mais peu de perſonnes ſavent en quoi conſiſtent les difficultés & le mérite de ſon travail. Si la poſition de tous les points importans étoit connue par des obſervations aſtronomiques, ſi les lieux intermédiaires étoient déterminés par des opérations géométriques, la Géographie ne ſeroit plus qu'une partie de Mathématiques-pratiques, & ne demanderoit d'habileté que dans le choix de la manière de projeter ſur un plan des parties de ſphère; choix qui rend les Cartes plus propres à repréſenter l'étendue & la poſition des pays qu'elles renferment, & plus commodes pour l'uſage des Voyageurs. Mais la Géographie eſt bien

éloignée de ce degré de perfection : la poſition d'une grande partie des villes, le cours des fleuves, la forme des côtes, tous ces objets ne ſont connus ſouvent que par des obſervations groſſières, des eſtimes de Voyageurs, des détails d'Itinéraires, des Cartes inexactes ; c'eſt du milieu de ces déterminations incertaines qu'il faut chercher à tirer les véritables poſitions. Un Géographe doit donc connoître toutes les méthodes d'obſerver, leur exactitude, leurs défauts, l'état de ces méthodes aux différentes époques, dans les différens pays ; il faut qu'une critique ſage l'éclaire ſur le degré de confiance que mérite chaque Géographe, chaque Voyageur : ce n'eſt pas tout, après avoir rejeté ce que la critique lui montre comme trop incertain, il aperçoit encore des différences entre les déterminations qui ont pu lui paroître également aſſurées : ainſi, dans une foule de manières de former une Carte que ces données lui offrent, il reſte à trouver celle qui s'accorde le mieux avec les points déterminés par des méthodes certaines, & qui ne ſuppoſe point, dans les obſervations ou dans les faits, qu'on ne peut rejeter, des erreurs qu'il eſt impoſſible d'y admettre. Il ſeroit inutile de chercher une méthode ſcientifique de réſoudre ces difficultés, elle n'échapperoit point aux principes du calcul, mais elle laſſeroit la patience & le courage du calculateur le plus laborieux ; une ſorte d'inſtinct doit y ſuppléer, & cet inſtinct eſt ce qui diſtingue le grand Géographe, c'eſt proprement le génie de cette Science. Il eſt impoſſible de marquer ſur une Carte le degré de probabilité qu'on croit pouvoir aſſigner à la poſition de chaque point : il eſt donc important, pour la Géographie, de n'y placer que les objets dont l'exiſtence eſt à peu-près certaine, dont on connoît la poſition avec une ſorte d'exactitude, mais alors on eſt encore ſouvent expoſé à laiſſer vides de grands eſpaces, & il faut du courage pour s'y réſoudre, il faut être bien ſûr qu'on les attribuera plutôt à l'imperfection de la Géographie qu'à l'ignorance du Géographe.

En diſant ici ce qu'un Géographe doit être, nous avons

dit ce qu'a été M. d'Anville; rien de ce qui pouvoit l'éclairer ne lui avoit échappé, on étoit ſûr qu'il n'ignoroit que ce qu'il étoit impoſſible de connoître à l'inſtant où il compoſoit ſes Cartes ; on y vit diſparoître une foule de fleuves, de royaumes, d'îles qu'il reléguoit dans le pays des chimères : de vaſtes eſpaces en blanc marquoient ce qui reſtoit à connoître, mais ils étoient une preuve de l'exactitude de tout ce qui étoit rempli.

A la Géographie moderne M. d'Anville avoit joint l'étude de la Géographie ancienne, & de celle du moyen âge, qui unit l'une à l'autre : Géographes, Philoſophes, Hiſtoriens, Orateurs, Poëtes même, il avoit tout lû, tout étudié, mais uniquement dans leur rapport à l'objet de ſon travail : de nouvelles difficultés s'oppoſoient à cette partie de ſes études, n'ayant pour guide que des obſervations aſtronomiques, en petit nombre, & preſque toujours inexactes, ſans aucune détermination géométrique des poſitions & des diſtances, il falloit faire d'immenſes recherches pour s'aſſurer de la véritable valeur des meſures employées par les Anciens, tantôt les mêmes, ſous des dénominations différentes, & tantôt, quoique ſous les mêmes dénominations, variant ſuivant les pays & le ſiècle où elles étoient en uſage.

Il falloit reconnoître les changemens que le temps a pu apporter dans le cours des rivières, dans la forme des terreins, dans celle des côtes; retrouver des villes dont la poſition a changé, quoiqu'elles aient conſervé leur nom ; celles qui, reſtées au même lieu, ont perdu leur nom & le ſouvenir de leur origine ; celles enfin dont les ruines ont été ou diſperſées ou enſévelies ſous la terre. Il falloit aſſigner la place qu'ont occupée ſur le Globe, des nations dont il ne reſte plus que le ſouvenir, marquer les limites d'États détruits depuis un grand nombre de ſiècles, ſuivre ces limites au milieu de toutes les révolutions politiques, reconnoître leurs capitales, qui, démolies par des Conquérans, rebâties pour être détruites encore, changeant quelquefois de nom comme d'habitans ou de maîtres, ſemblent ſe dérober à toutes les recherches.

Enfin, outre les fautes & les contradictions des Écrivains dans le peu de détails qu'ils fourniſſent, on a encore à combattre les fables des ſiècles d'ignorance, les traditions fauſſes accréditées par la vanité des Nations ou des Villes, & les erreurs des Savans antérieurs à l'époque où la ſaine critique a pris naiſſance : tels étoient les obſtacles que M. d'Anville avoit à vaincre; une mémoire prodigieuſe, une ardeur infatigable pour l'étude, cet art qu'il avoit de ſaiſir dans toutes les combinaiſons poſſibles, les réſultats les plus vraiſemblables, l'en firent triompher; mais il ne nous appartient point d'apprécier cette partie de ſon mérite. L'Académie des Belles-Lettres, occupée de l'étude de l'antiquité dont elle a dans plus d'un genre percé les ténèbres, l'a choiſi pour un de ſes Membres. Les Recueils publiés par elle renferment un grand nombre de ſes Diſſertations, & c'eſt dans l'Éloge qu'elle lui a décerné que nous devons apprendre à le juger comme Érudit. Nous nous arrêterons ſeulement à une remarque ſingulière, c'eſt que ſouvent il trouva dans l'étude des Anciens, des lumières utiles pour la Géographie de notre temps. Une partie des corrections importantes qu'il fit dans la carte d'Italie, ſont dûes, non aux obſervations modernes, mais à la lecture des Auteurs Grecs ou Romains. L'Italie qui produiſit des Poëtes, dignes rivaux de ceux de l'antiquité, dans un temps où les autres Nations de l'Europe n'avoient que des chanſons groſſières, dont la langue étoit fixée lorſque les autres Peuples n'avoient encore que des jargons ſans règle comme ſans nobleſſe; qui créa l'analyſe mathématique dans un ſiècle où les élémens des Sciences étoient inconnus au reſte de l'Europe; l'Italie n'avoit pas également cultivé la Géographie : partagée en petits États long-temps troublés par des révolutions & par la guerre, le génie avoit pu s'y rallumer au milieu même de ces déſordres, mais les travaux tranquilles qui demandent la protection ſuivie d'un Gouvernement paiſible y avoient été négligés; il ſembloit que ſes habitans euſſent dédaigné de connoître une terre diſputée par des Maîtres étrangers.

Depuis

Depuis la publication de la Carte de M. d'Anville, on a fait en Italie des travaux géographiques bien combinés, & dont le réſultat s'eſt trouvé conforme à ce qu'il avoit deviné; triomphe le plus grand qu'un Géographe puiſſe obtenir, & M. d'Anville l'a obtenu plus d'une fois. Ceux qui ont parcouru ou même meſuré les pays qu'il a décrits, ont été ſouvent ſurpris d'une préciſion à laquelle il paroiſſoit impoſſible que de ſimples conjectures puſſent atteindre: tel eſt le témoignage que lui a rendu en particulier M. le Comte de Choiſeul, qui, entraîné par un goût éclairé pour l'antiquité & pour les Arts, a parcouru, les Cartes de M. d'Anville à la main, les îles de la mer Égée, une partie de la Grèce, de l'Aſie mineure & de la Syrie.

Nous n'entrerons ici dans aucun détail ſur les Cartes qu'a publiées M. d'Anville, nous obſerverons ſeulement que dans celles qui ont pour objet la Géographie moderne, les deux hémiſphères & les quatre parties du Monde, préſentées ſur une grande échelle, renferment tout l'Univers connu au moment où il les a publiées: elles ſont à la fois & une deſcription exacte d'une grande partie du Globe, & un monument précieux de l'état de la Géographie à cette époque.

Dans les Cartes anciennes, l'*orbis veteribus notus* préſente l'enſemble de tous les pays qui ne purent échapper à la curioſité des Voyageurs ou des Philoſophes, à l'ambition d'Alexandre, à la tyrannie des Romains, à l'avidité des Navigateurs phéniciens: l'*orbis Romanus* renferme tous les détails de cet Empire, dont le nom eſt encore ſi impoſant pour les Nations mêmes qui l'ont détruit, & qui ſe ſont élevées ſur ſes ruines, tandis que la Carte des Monarchies du moyen âge offre le tableau de cette deſtruction, le plus grand des évènemens dont l'Hiſtoire nous ait tranſmis le ſouvenir.

Attaché à feu M. le Duc d'Orléans qui, retiré à Sainte-Geneviève, avoit conſervé ſon goût naturel pour les Sciences, mais ne vouloit plus que les faire ſervir à ce qui étoit devenu l'unique objet de ſes études; M. d'Anville fit pour ce Prince, une Carte de la Paleſtine.

L'ignorance dans laquelle les Juifs étoient plongés, le ſilence des Écrivains profanes ſur une petite province abîmée dans les empires des Aſſyriens, des Perſes, d'Alexandre, des Séleucides, des Romains, des Califes & des Turcs, la diſperſion de ſes habitans, la barbarie de ſes derniers maîtres ; tout rendoit difficile à décrire un pays ſtérile où rien n'appelle le commerce, & qui, depuis dix ſiècles, n'a été parcouru que par des Croiſés ou par des Pélerins : Il ne put échapper cependant à la ſagacité de M. d'Anville, & l'on ne ſait ce qui doit étonner le plus, ou de l'immenſité du travail néceſſaire pour embraſſer dans la vaſte étendue de l'empire Romain, cette foule de nations, de colonies, d'établiſſemens militaires & civils qu'il renfermoit, ou de la critique délicate qu'il falloit employer pour retrouver quelques bourgades détruites par les mêmes Romains il y a ſeize ſiècles, dans un coin de l'Aſie.

Lorſque M. d'Anville donnoit une Carte importante, il y joignoit une analyſe de cette Carte ; c'eſt-à-dire l'expoſé des raiſons d'après leſquelles il avoit déterminé la poſition des points les plus importans ; c'étoit révéler en quelque ſorte le ſecret de ſon exactitude, mais il évitoit toute charlatanerie, il vouloit qu'il n'y eût rien de merveilleux dans ſes Ouvrages, que l'immenſe étendue de ſes connoiſſances, ſon obſtination au travail, & la ſagacité de ſa critique.

On croiroit qu'un Géographe ſi laborieux a parcouru quelques-uns des pays qu'il a décrits, qu'il avoit appris par ſes propres obſervations, à bien juger de celles des autres, que les connoiſſances de Géométrie & d'Aſtronomie ſur leſquelles la Géographie eſt fondée, lui étoient familières ; cependant M. d'Anville n'avoit pas voyagé, il ſavoit très-peu de Géométrie & moins encore d'Aſtronomie.

Lorſque la queſtion de l'aplatiſſement de la Terre, partageoit les Aſtronomes, M. d'Anville eſſaya de la réſoudre par les connoiſſances géographiques alors acquiſes :

ſon Ouvrage étoit intitulé, *Meſure conjecturale de la Terre ſous l'Équateur ;* & ſon réſultat fut contraire à ce que donnèrent les obſervations aſtronomiques. Il ne faut pas s'en étonner; la différence des degrés eſt beaucoup plus petite que l'erreur d'une méthode fondée ſur la critique des obſervations d'après leſquelles M. d'Anville avoit été obligé de chercher la détermination la plus probable, & on ne doit regarder cet Ouvrage que comme un eſſai qui conſtate les bornes de l'exactitude à laquelle on peut eſpérer d'atteindre en Géographie, lorſque cette ſcience eſt privée du ſecours des meſures rigoureuſes.

L'Académie des Belles-Lettres avoit élu M. d'Anville non-ſeulement comme un Géographe très-ſavant, mais comme un des hommes de l'Europe qui avoit l'érudition la plus profonde & la critique la plus ſûre.

Celle des Sciences le nomma, en 1773, à la place d'Adjoint-Géographe, la ſeule qui y ait été créée pour cette Science; & quoique M. d'Anville eût traité la Géographie plus en Érudit qu'en Aſtronome ou en Géomètre, elle crut devoir ce titre à celui que toutes les Nations s'accordoient à regarder comme le premier Géographe de l'Europe: M. d'Anville, quoique déjà affoibli par l'âge, voulut donner à cette Compagnie une marque de ſon zèle & de ſa reconnoiſſance, en lui préſentant quelques Mémoires: dans le premier & le plus intéreſſant, il corrigeoit une erreur importante qui ſe trouvoit dans preſque toutes les Cartes, ſur la poſition de la Méſopotamie, erreur que l'examen des obſervations aſtronomiques des Arabes lui avoit fait découvrir.

Il avoit raſſemblé avec ſoin une immenſe collection de Cartes; la grande réputation dont il jouiſſoit dans les pays étrangers, ſes liaiſons avec les Savans, les Navigateurs, les hommes d'État les plus éclairés, le deſir que ceux qui cultivoient la Géographie, avoient d'obtenir ſon ſuffrage, le plaiſir ſi naturel de chercher à ſatisfaire le goût d'un homme célèbre & reſpecté, le mettoit à portée de recueillir en ce genre, des morceaux preſque uniques: cette collection étoit

trop grande pour un particulier, on la plaçoit au nombre de ces choſes rares & précieuſes qui ſemblent appartenir de droit à la Nation; le Roi en fit donc l'acquiſition, en laiſſant M. d'Anville jouir, le reſte de ſa vie, d'un bien qu'il devoit à ſes travaux & à ſa réputation. Le travail néceſſaire pour mettre en ordre cette collection, pour la rendre utile, fut le dernier dont M. d'Anville put s'occuper; à peine fut-il terminé, que privé de ce grand & dernier intérêt, ſon eſprit perdit ſon activité & ſes forces; l'intervalle de deux ans qui s'écoula entre ce moment & ſa mort, ne fut rempli que par le dépériſſement de ſes organes, & il ſuccomba ſous le poids de l'âge & des infirmités le 28 Janvier 1782.

M. d'Anville eut toutes les bonnes qualités que doit avoir un homme laborieux, dont le plus grand plaiſir eſt l'étude; la Science qu'il cultive, la paſſion dominante; & la gloire d'y exceller, la ſeule ambition. On lui reprochoit de laiſſer apercevoir la bonne opinion qu'il avoit de lui-même, mais cette bonne opinion étoit excuſable, on ne conſacre point ſa vie à un objet, on ne lui fait point le ſacrifice entier de ſon temps & de ſes forces, ſans éprouver pour cet objet un véritable enthouſiaſme, ſans être pénétré de ſon importance, ſans l'exagérer même; heureux, lorſque l'objet de cet enthouſiaſme eſt une Science utile & difficile! M. d'Anville regardoit donc la Géographie comme une des connoiſſances les plus dignes d'occuper les hommes, & il ne pouvoit ignorer qu'il étoit, dans cette Science, le premier de ſes contemporains.

Il n'avoit jamais pu ſe réſoudre à rien négliger de tout ce qui pouvoit lui procurer quelque inſtruction, il étoit aſſuré que ſur chaque objet il avoit tout lû, tout étudié; ce n'étoit qu'après un travail opiniâtre qu'il prenoit un parti, qu'il embraſſoit une opinion; il étoit donc naturel qu'il y tînt fermement, qu'il la ſoutînt d'un ton tranchant, & ce ton pouvoit paroître dur, ſur-tout lorſque des hommes qui avoient penſé quelques heures à ce qui l'avoit occupé toute ſa vie, ſe croyoient en droit de diſputer avec lui & de le contredire: dans toute autre circonſtance, il étoit doux, gai,

même très-modeſte, comme le ſont en général tous ceux dont l'amour-propre porte ſur des objets qui intéreſſent peu les autres hommes; l'orgueil qui aſpire à des diſtinctions ou à des ſuccès dans le monde, comme celui de la naiſſance ou de l'eſprit, ſe montre ſouvent & bleſſe dès qu'il ſe montre; mais il eſt très-poſſible de vivre long-temps avec un Savant très-convaincu d'avoir du génie dans une Science étrangère à ce qui occupe la Société, ſans s'apercevoir qu'il ait de l'orgueil, & de l'apercevoir ſans en être bleſſé.

M. d'Anville s'étoit marié en 1730, à M.lle Teſtard, il la perdit au bout de cinquante-un ans, & heureuſement pour lui dans un temps où il ne pouvoit plus être ſenſible à cette perte; l'état où la Nature l'avoit réduit, lui épargnoit du moins le plus grand peut-être des malheurs auxquels une longue vie nous condamne, celui de ſurvivre à ceux que l'on a chéris.

La conſtitution de M. d'Anville étoit délicate, & néanmoins elle ſuffit pendant près de ſoixante ans, à un travail de quinze heures par jour; mais la régularité de ſa vie, une exceſſive ſobriété, un genre de travail qui n'exigeoit point ces grands efforts, plus fatigans qu'une application continue, la douce habitude de ſuccès toujours répétés, qui faiſoit de ſon amour-propre même une ſource de plaiſirs purs & continuels, deſtinée dont bien peu de Savans peuvent jouir, & que bien peu de Sciences peuvent procurer: toutes ces cauſes furent plus puiſſantes pour prolonger ſa vie, pour le ſoutenir dans le travail, qu'une conſtitution plus forte, qui peut-être lui eût donné d'autres beſoins & d'autres paſſions.

Il a laiſſé deux filles, l'une Religieuſe, l'autre mariée à M. de Hauteclair, Tréſorier de France, & honoré dans cette place, par des marques particulières de la confiance du Gouvernement.

La place d'Adjoint-Géographe, que rempliſſoit M. d'Anville, a été donnée à M. Buache, qui lui avoit déjà ſuccédé dans le titre de premier Géographe du Roi.

ÉLOGE
DE M. BORDENAVE.

TOUSSAINT BORDENAVE, Profeſſeur Royal & Directeur de l'Académie de Chirurgie, Aſſocié-Vétéran de l'Académie des Sciences, Membre de l'Académie impériale de Florence, naquit à Paris le 10 Avril 1728, de Pierre Bordenave, Chirurgien, & d'Edmée Marguerite Hauterive.

Quoique ſon père le deſtinât à ſa profeſſion, qui étoit depuis long-temps celle de ſa famille, il lui fit ſuivre le cours des études ordinaires, afin qu'il pût entendre les langues dans leſquelles ont écrit les Anatomiſtes les plus célèbres des derniers ſiècles, & qu'il apprît, autant du moins qu'on pouvoit les apprendre au Collége, ces Sciences renfermées ſous le nom de *philoſophie*, & qui ſont le premier fondement de toutes les Sciences & de tous les Arts.

On ne convenoit point alors qu'un Chirurgien dût être lettré, &, ce qui peut-être étonnera un jour nos neveux, cette diſpute s'agitoit ſérieuſement chez un Peuple & dans un ſiècle éclairés. Il eſt vrai qu'à cette queſtion ſi ſimple on en joignoit d'autres qui pouvoient paroître plus compliquées; on demandoit s'il étoit utile ou dangereux qu'un même homme exerçât à la fois toutes les parties de l'art de guérir? & ce qui eſt encore une queſtion différente, ſi chacune de ces parties d'un même art doit appartenir à un Corps particulier, qui s'y conſacre ſpécialement, & jouiſſe du droit d'empêcher les malades de confier à qui ils veulent le ſoin de leur vie? Il avoit bien fallu confondre tous ces objets, pour occuper le Public, pendant pluſieurs années, d'une querelle dont les hommes inſtruits commençoient à rire dès la fin du ſeizième ſiècle. Heureuſement le père de M. Bordenave ne s'étoit pas trompé en prévoyant que du moins, pour cette

fois, la raiſon finiroit par l'emporter. Son fils, placé à l'époque où la connoiſſance des langues ſavantes eſt devenue une des obligations d'un Chirurgien, eut à cet égard des avantages ſur un grand nombre de ſes Confrères plus anciens que lui, & il dut à la facilité avec laquelle il parloit le latin, non ſa réputation, mais la conſidération qu'il obtint avant l'âge, dans ſon Corps & dans les Écoles.

La place de Profeſſeur qu'il y occupoit, celle de Directeur de l'Académie de Chirurgie, celle encore de Commiſſaire aux Extraits dans la même Compagnie, enfin, une pratique très-étendue, ne ſuffiſoient point à l'activité de M. Bordenave ; non-ſeulement il a donné dans les Mémoires de l'Académie de Chirurgie, des Obſervations ſur les faits extraordinaires que la Pratique lui offroit, des Mémoires ſur le traitement des plaies des armes à feu, & ſur pluſieurs queſtions chirurgicales ; mais il s'eſt occupé encore de recherches purement anatomiques, il a fait des expériences pour éclaircir quelques points de la doctrine de Haller ſur la différence des parties ſenſibles ou irritables; il a compoſé un Ouvrage pour défendre l'opinion de ce célèbre Anatomiſte ſur la formation des os, contre celle de M. Duhamel : enfin, il a traduit pour ſes Élèves les élémens de Phyſiologie de Haller, & donné enſuite un nouveau Traité ſur la même Science, Ouvrage eſtimable par la préciſion, la méthode & la clarté.

M. Bordenave deſiroit depuis long-temps d'être de l'Académie des Sciences, lorſqu'il y entra en 1774, comme Aſſocié-Vétéran. Ce titre annonce qu'il n'avoit pu l'obtenir ſans faire violence à nos Règlemens, & que l'Académie n'avoit pas été libre en le choiſiſſant : il eſt vrai que cette irrégularité, loin d'être ſon ouvrage, étoit contraire à ſon vœu; c'étoit malgré lui qu'on lui avoit rendu ce triſte ſervice : l'Académie ne l'ignoroit pas, & la douceur, la modeſtie de M. Bordenave lui firent regagner bientôt l'amitié de ſes Confrères. Les fautes où la paſſion fait tomber, obtiennent facilement l'indulgence de ceux qui en ſont l'objet, du moins quand ils ſont bien ſûrs qu'elles n'ont que ce motif; & la conduite de M. Bordenave prouvoit que c'étoit par zèle,

par reſpect même pour l'Académie, qu'il s'étoit expoſé à lui déplaire : ſans doute il falloit que ce ſentiment fût bien vif, pour qu'un homme, jouiſſant d'une conſidération méritée, voulût bien ſe donner un tort à réparer, & ſe ſoumettre à ce que peut avoir de terrible le mécontentement d'un Corps qui croit ſes droits bleſſés par un de ſes Membres. D'ailleurs, & en cela M. Bordenave ne s'eſt pas trompé, il rendoit à l'Académie la juſtice de croire que ſon reſſentiment n'étoit pas auſſi à craindre que le ſeroit celui d'une Compagnie, qui, formée d'hommes ſans lumières, & par conſéquent dominés par l'eſprit de Corps, ne ſe laiſſeroit déſarmer ni par le zèle, ni par les ſervices, & dont la haine ſeroit d'autant plus implacable, qu'elle auroit un motif plus frivole ou plus injuſte, & que l'objet de cette haine auroit plus de vertus ou de talens.

Devenu Académicien, M. Bordenave a donné dans nos Recueils pluſieurs Obſervations chirurgicales & deux Mémoires, l'un ſur le mouvement des côtes, pendant la reſpiration; l'autre ſur la néceſſité d'ouvrir les femmes mortes dans l'état de groſſeſſe. On a obſervé en effet que ſouvent l'enfant ſurvivoit aſſez long-temps à la mère, & que cette opération pouvoit le ſauver : il eſt aiſé de ſentir combien cette queſtion eſt délicate, & qu'il ne faut pas s'expoſer à commettre un crime dans l'eſpoir incertain de prolonger de quelques inſtans, ou de quelques années, l'exiſtence d'un individu que rien n'attache encore à la vie.

M. Bordenave étoit Échevin de Paris, & aucun Chirurgien avant lui, n'avoit été élevé à cette place. Les Échevins repréſentans & protecteurs du Peuple, exercent un miniſtère qui reſſemble plus à l'autorité paternelle qu'à une Magiſtrature. Ce peuple dont ils ſont les Chefs, ſemble leur dire : « Condamnés » à travailler pour vivre, nous ne pouvons ni défendre nos » intérêts, ni ſouvent même les connoître, mais vous y » veillerez pour nous ; nous ſavons que des fléaux de toute » eſpèce ſont la ſuite néceſſaire de la réunion d'un trop grand » nombre d'hommes dans une ſeule ville, & nous ignorons » les moyens de nous en garantir, mais votre ſageſſe ſaura prévoir

prévoir ces fléaux ou les détourner. Dépositaires de fonds « consacrés aux besoins ou au bien-être du citoyen, vous « empêcherez que ce patrimoine du pauvre ne soit employé « à satisfaire le goût frivole des riches, ou à les dispenser de « payer leurs plaisirs. Des hommes éclairés s'occupent en silence « des moyens de faire le bien ou du moins de soulager le « mal, nous n'avons ni les facultés, ni même l'instruction « nécessaires pour profiter de leurs travaux; mais vous les « appellerez, vous les écouterez, vous peserez leurs projets, « & rien de ce qu'on inventera d'utile pour nous ne pourra « échapper à vos lumières. Souvent l'avidité d'un Charlatan « prend le masque du zèle pour le bonheur public, & si l'on « nous fait du mal, c'est toujours notre bien qui en est le « motif ou le prétexte; mais vous saurez aussi nous défendre « de ces piéges. Ce n'est plus à la vérité par notre choix « que vous êtes appelés à nous protéger, mais la forme de « votre élection n'a pu rien changer ni à nos droits, ni à vos « devoirs ».

M. Bordenave y fut toujours fidèle, occupé par état de tout ce qui peut intéresser la salubrité, c'est particulièrement sur cet objet qu'il porta la vigilance & la sollicitude d'un Magistrat populaire.

La naissance d'un héritier du Trône, est par un usage ancien & respecté, l'occasion de répandre des graces extraordinaires. Cet évènement fit obtenir à M. Bordenave le cordon de l'Ordre de Saint-Michel, Ordre modeste, spécialement consacré à récompenser les talens ou les services; aussi, comme tous ceux qui ont la même destination, est-il moins considéré dans l'opinion vulgaire, que ces Ordres dont les marques brillantes annoncent que celui qui en est décoré, a obtenu la faveur d'un Prince, & mérité le certificat d'un Généalogiste.

M. Bordenave ne jouit pas long-temps de cet honneur, frappé d'apoplexie, il mourut le 12 Mars 1782, après huit jours de langueurs & de souffrances, laissant deux filles mariées, l'une à M. de Vallancourt, l'autre à M. Sorbet.

ÉLOGE DE M. BERNOULLI.

DANIEL BERNOULLI, Profeſſeur de Philoſophie, de Phyſique & de Médecine dans l'Univerſité de Baſle; Aſſocié-Étranger de l'Académie des Sciences, de la Société Royale de Londres, de l'Inſtitut de Bologne, des Académies de Péterſbourg, de Berlin, de Turin & de Manheim, de la Société économique de Berne, nâquit à Groningue le 9 Février 1700, de Jean Bernoulli, alors Profeſſeur de Mathématiques dans l'Univerſité de cette ville; & de Dorothée Falkner, d'une des plus anciennes & des plus illuſtres familles de Baſle.

Fils & neveu de deux Mathématiciens célèbres que la voix de leurs contemporains avoit placés à côté de Newton & de Léibnitz, on croiroit que le jeune Daniel Bernoulli, formé dès ſon enfance par ſon père, dans l'étude des Mathématiques, eſt devenu Géomètre pour ſuivre en quelque ſorte la vocation de ſa famille, & qu'heureuſement la Nature a ſecondé ce que le haſard de la naiſſance avoit préparé. Cependant on avoit d'abord deſtiné M. Daniel Bernoulli au commerce; mais ſes yeux étoient accoutumés dès l'enfance à l'éclat de la gloire, & on ne put le réſoudre à les abaiſſer ſur la fortune. Alors on l'obligea de ſuivre les études de Médecine, travail plus analogue du moins à ſon goût & à ſon génie. A la vérité on n'avoit pas négligé de lui donner quelques leçons de Mathématiques. Jean Bernoulli ſon père, regardoit ces Sciences comme le fondement de toutes les autres, comme un inſtrument utile dans toutes les profeſſions de la vie; mais ſa manière de les enſeigner eût rebuté tout enfant qui ne ſeroit pas né pour elles. Un jour, pour

eſſayer les forces de ſon fils, il lui propoſa un petit problème, le jeune Daniel l'emporte dans ſon cabinet, l'examine, le réſout, revient palpitant de joie le rapporter à ſon père : il s'attendoit à des applaudiſſemens ; *ne devois-tu pas l'avoir réſolu ſur le champ*, fut toute la réponſe qu'il reçut ; cette réponſe, le ton, le geſte qui l'accompagnoient, conſternèrent le jeune homme, & jamais le ſouvenir de ce premier chagrin ne s'eſt effacé de ſa mémoire : enfin l'inſtinct naturel qui entraînoit M. Daniel Bernoulli, l'emporta ſur les projets de ſes parens, & ſa famille obtint malgré elle, l'honneur unique juſqu'ici, nous ne diſons point dans l'Hiſtoire des Sciences, mais dans les Annales du monde, de produire trois grands hommes en deux ſeules générations. Sans la mort prématurée du frère de M. Daniel Bernoulli, le prodige eût été plus étonnant encore, & l'Europe eût compté deux fois de ſuite deux frères du nom de Bernoulli, parmi ces génies du premier ordre, entre leſquels la génération qui jouit de leurs travaux, partage ſon admiration en laiſſant à la poſtérité ſeule le droit de marquer leur rang.

La vie de M. Bernoulli nous fournira peu d'évènemens : il paſſa quelques années en Italie où il alla pour ſe former dans les ſciences Médicales, ſous Michelotti & Morgagni, mais où il ne s'occupa que de Mathématiques, & il en partit comblé d'honneurs littéraires, après avoir refuſé à vingt-quatre ans, la préſidence d'une Académie que la République de Gènes ſe propoſoit d'établir. L'année ſuivante il fut appelé à Péterſbourg avec Nicolas ſon frère qu'il y perdit au bout de huit mois. Quoiqu'il jouît dans cette Académie naiſſante d'une fortune au-deſſus de ſes deſirs, il tournoit ſans ceſſe ſes regards vers ſa patrie, vers l'égalité républicaine, que la vue d'une Cour auſſi orageuſe que brillante lui rendoit plus chère encore. Il ſongeoit à quitter la Ruſſie, lorſque la Cour de Péterſbourg, qui vouloit le conſerver, augmenta ſes appointemens, & lui en accorda la moitié comme penſion, avec la liberté de ſe retirer. Cette manière de le retenir étoit trop noble pour ne pas lui enlever cette

liberté qu'on paroiſſoit lui rendre. Il reſta encore trois ans à Péterſbourg, d'où il ne partit qu'après avoir terminé les travaux dont il vouloit faire hommage à ſes bienfaiteurs, & lorſque ſa ſanté ne lui permit plus de prolonger ſon ſacrifice. Ce ne fut qu'en 1733 qu'il revint ſe fixer dans ſa patrie, & y occuper dans l'Univerſité, d'abord une Chaire de Médecine, enſuite une Chaire de Phyſique à laquelle il réunit une autre Chaire de Philoſophie ſpéculative. Depuis ce moment l'hiſtoire de ſa vie n'eſt plus que celle de ſes travaux.

Le nombre de ſes Mémoires de Mathématiques, imprimés dans les Recueils des Académies dont il étoit Membre, eſt très-conſidérable : tous ſont très-courts, & il n'en eſt preſque aucun qui ne méritât un article particulier dans ſon Éloge, & qui, s'il étoit le ſeul ouvrage de ſon Auteur, ne ſuffît pour lui faire obtenir le titre d'homme de génie. Mais lorſqu'il s'agit de ces hommes rares qui ont marqué leur carrière par les progrès que les Sciences ont faits entre leurs mains, ce ſont ces progrès & non les détails de leurs travaux qui doivent nous occuper ; & au lieu de préſenter ici la liſte des Ouvrages de M. Bernoulli, nous nous bornerons à montrer quelles ont été ſes découvertes, & quelle influence elles ont eue ſur les différentes parties des Mathématiques dont il s'eſt occupé.

On a vu des Savans médiocres avoir le ridicule orgueil de régler les rangs entre les hommes de génie, & annoncer par-là qu'ils ſe placent dans le même ordre, en prouvant par cette témérité même, combien ils ſont éloignés d'avoir droit d'y prétendre. Si les égaux de ces grands hommes pouvoient avoir cette préſomption, ils ſeroient encore expoſés à ſe tromper: dans ce premier degré, les différences tiennent bien moins à une ſupériorité réelle qu'au caractère d'eſprit qui diſtingue ces hommes extraordinaires, & chacun d'eux (en le ſuppoſant impartial & de bonne-foi) doit néceſſairement prononcer en faveur de celui de ſes rivaux dont le génie a plus de rapport avec le ſien. En parlant de M. Bernoulli, je ne

tenterai donc point de l'apprécier, & encore moins de prononcer entre lui & ſes illuſtres Émules; je n'aurai point l'orgueil de m'ériger en juge de ceux dont je dois m'honorer d'être le diſciple, & je chercherai ſeulement à faire obſerver dans les Ouvrages de M. Bernoulli, le caractère particulier de ſon génie, ce qui le diſtingue de ceux que la Renommée a placés à côté de lui. Cette manière de conſidérer un Grand-Homme, eſt à la fois la ſeule qui ſoit juſte & la ſeule qui puiſſe être utile.

Le premier Ouvrage de M. Bernoulli parut en 1724, ſous le titre d'*Exercitationes quædam mathematicæ*, c'eſt malgré lui qu'il fut publié; des Lettres particulières, écrites pour éclaircir & pour défendre quelques lignes des Ouvrages de ſon père & de ſon oncle, lui paroiſſoient trop au-deſſous du nom dont il devoit ſoutenir ou augmenter la gloire: le Public en jugea autrement, & une ſolution de l'équation célèbre de Ricati, qu'on trouve dans ce Recueil, plaça, dès cette époque, le jeune Daniel Bernoulli au nombre des Géomètres inventeurs. Ces diſſertations imprimées en Italie, parurent avec une approbation de l'Inquiſiteur; une tel e cérémonie néceſſaire alors dans toute cette partie de l'Europe, excepté à Naples, dut paroître bizarre à un Géomètre né libre & Proteſtant, & peut-être fut-elle cauſe, en partie, du refus conſtant que fit M. Bernoulli de s'établir en Italie. Dans le frontiſpice de ſon Ouvrage il n'avoit pris qu'un titre, le ſeul qu'il eût alors, celui de fils de Jean Bernoulli, & il continua de prendre ce même titre à la tête de tous ſes Mémoires, dans un temps où il pouvoit y en ajouter de bien honorables, & où ſon nom n'avoit plus beſoin de ſe parer d'aucun éclat étranger.

Ce même Ouvrage renfermoit des réflexions ſur les ſéries récurrentes, dont peu d'années après il donna le premier une Théorie générale, elle le conduiſit à une méthode d'approximation très ingénieuſe & très-commode pour les équations déterminées, méthode qu'il étendit aux équations compoſées d'un nombre infini de termes, & aux problèmes dépendans

du retour des Suites: ces théories, devenues preſque élémentaires par le progrès immenſe que les Sciences mathématiques ont fait de nos jours, réuniſſoient alors le mérite de la nouveauté à celui de l'élégance.

La théorie des Suites eſt plus féconde qu'aucune autre partie des Mathématiques, en paradoxes ſinguliers qui, offrant une contradiction apparente entre les réſultats du calcul & une propoſition évidente par elle-même, ſeroient le ſcandale de la Géométrie, ſi le calcul manié par des mains habiles, ne ſavoit faire ſortir la vérité de ces mêmes réſultats qui ſemblent la contredire. M. Bernoulli avoit remarqué quelques-uns de ces paradoxes dans ſes premiers travaux ſur les Suites, mais l'explication qui s'offrit à lui, étoit telle, que jeune encore, il n'oſa la propoſer; il attendit, pour la faire paroître, que ſon âge & ſa gloire lui euſſent donné plus d'autorité dans les Sciences, eſpèce de pudeur commune à tous les bons eſprits, lorſque la ſuite de leurs idées les conduit à des réſultats extraordinaires.

Il exiſte des ſéries dont la ſomme eſt périodique, & redevient la même au bout d'un certain nombre de termes; tant que ce nombre eſt déterminé, il eſt aiſé d'avoir cette ſomme, puiſqu'on ſait à quel terme de la période il répond; mais ſi le nombre des termes eſt infini, quelle doit alors être la ſomme de la ſérie? on ne peut ſuppoſer ce nombre infini plutôt d'une des formes qui répondent à un des termes de la période, que de toute autre forme, plutôt pair qu'impair; par exemple, M. Bernoulli tire de cette difficulté même le principe qui, ſelon lui, doit la réſoudre; « puiſqu'il n'y a, » dit-il, aucune raiſon ſuffiſante de préférer une forme à une » autre, il faut les ſuppoſer également poſſibles, & aſſigner à la ſérie la valeur moyenne qui réſulte de cette ſuppoſition; » c'eſt appliquer aux Mathématiques pures, non-ſeulement ce principe métaphyſique de la raiſon ſuffiſante, que Léibnitz a rendu ſi célèbre, mais même les principes du calcul des probabilités; & livrer, pour ainſi dire, au haſard, des réſultats qui doivent être d'une vérité néceſſaire : cette méthode

cependant réuſſit ſur tous les exemples que M. Bernoulli s'eſt propoſés, elle ſe trouve d'accord avec les réſultats que donnent les méthodes directes; mais juſqu'ici cet accord n'eſt prouvé que par les faits: ainſi un Géomètre qui l'emploîroit pour des problèmes qui ne ſeroient point réſolus d'ailleurs par une méthode rigoureuſe, n'auroit (ce qui peut paroître bien ſingulier en Mathématiques) qu'une aſſurance probable d'avoir obtenu un réſultat conforme à la vérité.

Dans le premier Mémoire que M. Bernoulli ait publié ſur la Mécanique, & où il en examine les principes fondamentaux, il donne une démonſtration ſimple & ingénieuſe de la fameuſe loi du parallélogramme des forces, démonſtration qui conſiſte principalement à prouver l'abſurdité de toute autre ſuppoſition.

On retrouve la même élégance dans un autre Mémoire ſur la relation des centres de gravité d'oſcillation & du centre des forces; il y démontre que les oſcillations d'un corps ſont les plus courtes qu'il eſt poſſible, lorſque le point de ſuſpenſion coïncide avec le centre des forces qui poſsède cette propriété ſingulière, quelle que ſoit la figure du corps qu'on fait oſciller autour de ce point.

M. Bernoulli s'occupa enſuite de queſtions plus nouvelles & plus importantes, il chercha quel devoit être le mouvement oſcillatoire de deux corps attachés à un fil flexible, & faiſant des oſcillations autour d'un point fixe: pour déterminer ce mouvement il calcule d'abord celui du corps le plus voiſin du point de ſuſpenſion, & ſuppoſe que l'autre corps deſcend comme ſi rien n'altéroit ſon mouvement; puis il imagine dans le fil une force qui lui reſtitue ſa longueur, & fait changer le lieu des deux poids: l'application de ce principe ſi ſimple le conduit à calculer le mouvement, non-ſeulement de deux poids, mais celui d'un nombre indéfini de poids égaux ou inégaux placés le long du fil, & enfin les oſcillations d'une chaîne peſante, homogène, ou même inégalement épaiſſe.

On ſavoit que ſi dans le choc de deux corps, leurs

centres de gravité & leur point de contact ne ſont pas dans une même ligne droite, il en réſulte un mouvement compoſé, que le corps entier ſe meut dans l'eſpace, tandis que toutes ſes parties ont un mouvement de rotation; mais on ignoroit la méthode de décompoſer ces mouvemens, de réduire l'un au mouvement du centre de gravité, l'autre à une rotation uniforme autour d'un axe paſſant par ce même centre, & de déterminer la direction & la viteſſe de ces deux mouvemens: c'eſt ce que développe M. Bernoulli. La théorie du mouvement des corps d'une figure quelconque, dont le principe général a été donné depuis par M. d'Alembert, eſt devenue, entre les mains de ce même Géomètre & de M.rs Euler & de la Grange, un des édifices les plus hardis que l'eſprit humain ait élevés dans ce ſiècle; mais on ne peut refuſer à M. Bernoulli la gloire d'en avoir poſé les premiers fondemens.

M. d'Alembert avoit réſolu en 1747 le problème des cordes vibrantes, en donnant le premier, ſous leur véritable forme, les équations intégrales de ce problème: cette ſolution avoit toute la généralité dont la nature de la queſtion la rend ſuſceptible. M. Euler, peu de temps après, en donna une, fondée ſur les mêmes principes, & où il eſt conduit aux mêmes réſultats, par une méthode ſemblable. Ces deux grands Géomètres ne différoient que ſur la manière d'aſſujettir à la loi de continuité les fonctions arbitraires que le calcul introduiſoit dans les intégrales. M. Bernoulli prétendit que la méthode de Taylor, qui, le premier, avoit réſolu le problème des cordes vibrantes, mais dans une hypothèſe particulière, étoit, par ſa nature, auſſi générale que la nouvelle méthode, & il réduiſoit par-là le mérite de la ſolution qu'elle donne, à celui d'avoir ſu employer une analyſe alors toute nouvelle, celle des équations aux différences partielles.

Il y avoit dans cette diſpute deux queſtions bien diſtinctes, l'une ſur la généralité des méthodes elles-mêmes, & ſur cette première queſtion peu de Géomètres ont été de l'avis de M. Bernoulli. L'autre ſur la véritable étendue de ces méthodes appliquées

appliquées aux phénomènes qui peuvent ſe préſenter dans la Nature. Une ſimple hypothèſe de M. Bernoulli, la décompoſition du mouvement réel de la corde en vibrations iſocrones & régulières, de la corde totale, & de ſes parties aliquotes, lui ſervit pour donner à la ſolution Taylorienne toute l'étendue dont il avoit beſoin. Il employoit ce principe à expliquer les ſons différens qu'une même corde peut faire entendre ſucceſſivement ou à la fois, les tons plus ou moins graves que donne un même tuyau ſuivant que l'air y eſt pouſſé avec plus ou moins de force & de vîteſſe. M. Euler étendoit-il ſa ſolution aux oſcillations des corps ſonores, à celles de l'air, aux cordes inégalement épaiſſes; M. Bernoulli, à l'aide de ſon principe, donnoit des mêmes problèmes une ſolution qui, par ſa ſimplicité & ſon élégance, balançoit le mérite de la profonde analyſe de ſon illuſtre Confrère. M. Bernoulli avoit-il réſolu par ſon principe le problème des vibrations d'une lame élaſtique & ſonore, M. Euler y appliquoit ſon analyſe & elle lui en donnoit la ſolution. Enfin M. Bernoulli conſidéra les vibrations d'une corde compoſée de deux parties de groſſeur inégale, mais chacune d'une même épaiſſeur dans toute ſon étendue. Il parvint à déterminer ces vibrations en ſuppoſant d'abord que chaque partie vibrait ſeule, & qu'une de ſes extrémités étoit fixe, tandis que l'autre étoit contenue par un fil flexible & non élaſtique d'une longueur donnée. Il ne lui reſtoit plus qu'à déterminer la longueur que devoient avoir ces fils, pour que les cordes euſſent le même mouvement qu'en les ſuppoſant réunies l'une à l'autre. Si ce problème étoit une eſpèce de défi, M. Bernoulli l'avoit bien choiſi, la loi de continuité étoit rompue dans le point où les deux cordes étoient unies, & il étoit facile de prévoir qu'il en devoit réſulter une difficulté de plus pour une méthode purement analytique; cependant l'analyſe de M. Euler en triompha ſans peine.

Dans cette longue & glorieuſe lutte, on voit, avec un plaiſir mêlé d'étonnement & de reſpect, deux hommes de génie, l'un déployant toutes les forces de l'analyſe, l'autre

employant pour s'en paſſer toute l'adreſſe & toute la ſagacité d'un eſprit inépuiſable en reſſources. L'un prodiguant les efforts & les calculs, parce qu'ils ne coûtoient rien à ſon génie également fécond & infatigable; l'autre, toujours ſimple, élégant & facile, mettant ſa gloire à faire beaucoup avec peu de forces, ſans avoir à craindre qu'on oſât l'accuſer d'en manquer. Tous deux enfin également ſûrs, d'obtenir l'admiration du petit nombre de ceux qui pouvoient les entendre ou les juger, & dont ils partageoient les ſuffrages.

Cette méthode de réduire les mouvemens compoſés & irréguliers d'une corde à des vibrations iſochrones & régulières, fut étendue par M. Bernoulli aux mouvemens d'un fil chargé de poids; elle lui ſervit à déterminer avec exactitude la véritable longueur du pendule ſimple, dont les oſcillations répondent à celles d'un poids ſuſpendu à un fil flexible d'une longueur donnée. On ſuppoſoit la longueur de ce pendule égale à la diſtance du point de ſuſpenſion au centre d'oſcillation, & M. Bernoulli prouve que cette hypothèſe non-ſeulement n'eſt pas rigoureuſement exacte, mais qu'il en pourroit même réſulter des erreurs ſenſibles dans des déterminations délicates: c'eſt encore d'après ce principe qu'il trouve les loix du mouvement d'un pendule, en ayant égard aux vibrations qu'il communique à ſon appui & aux corps ſur leſquels il agit. M. Bernoulli démontre que moins une horloge reçoit de mouvement par les oſcillations de ſon pendule, plus le pendule ſimple qui leur eſt iſochrone augmente de longueur, en ſe rapprochant de ce qu'il ſeroit dans le cas d'une immobilité parfaite, & il explique par-là le retard aſſez conſidérable qu'on avoit obſervé dans une horloge uniquement, parce que dans l'intention d'en rendre la marche plus règulière, on l'avoit fixée ſur un appui plus ſolide.

On retrouve encore ce principe dans un Mémoire où M. Bernoulli détermine le mouvement d'une lame élaſtique, frappée perpendiculairement dans ſon milieu, le choc doit lui communiquer un mouvement dans le ſens de ſa direction; mais outre ce mouvement commun, il y en a un autre de

vibration dans toutes les parties de la lame. En déterminant ces deux mouvemens, M. Bernoulli eſt conduit à cette concluſion ſingulière, que le mouvement donné par le choc au milieu de la lame, doit en produire un en ſens contraire dans ſes extrémités, en ſorte que pendant que le centre avance, les extrémités reculent au-delà du point où elles étoient avant le choc. Il confirme, par des expériences, ce phénomène que Mariotte & Léibnitz avoient déjà obſervé. Il réſulte de cette théorie, que les loix ordinaires du choc des corps élaſtiques, où l'on a fait abſtraction de ce double mouvement, ne ſont pas rigoureuſement d'accord avec la Nature, & l'expérience eſt encore ici conforme aux réſultats du calcul.

On voit enfin dans pluſieurs endroits de ſes Ouvrages, qu'il croyoit qu'on pouvoit expliquer, par ce même principe, les phénomènes les plus ſinguliers de la lumière ; mais il ſemble qu'il n'ait oſé toucher à cette matière ſi délicate, & il s'eſt borné à montrer de loin, à ſes ſucceſſeurs, une route où il a craint lui-même de s'engager.

Les Géomètres qui connoiſſent les Ouvrages de M. Bernoulli, s'apercevront que nous avons cru devoir nous étendre ſeulement ſur ceux qui peuvent le mieux faire connoître le caractère diſtinctif de ſon eſprit: ainſi, nous n'avons parlé ni de ſes applications du principe de la conſervation des forces vives au mouvement des corps attirés par des centres, ou s'attirant réciproquement, ni de ſes recherches ſur les oſcillations ou les trajectoires décrites dans un milieu réſiſtant; ni enfin de ſa découverte du principe de la conſervation du mouvement gyratoire, principe donné depuis avec de nouvelles applications, par M. d'Arcy, comme nous l'avons dit dans l'Éloge de ce dernier.

M. Bernoulli n'a publié ſéparément qu'un ſeul grand Ouvrage, ſon célèbre traité d'Hydrodinamique.

La théorie du mouvement des fluides avoit occupé les Géomètres les plus illuſtres du dix-ſeptième ſiècle, mais leurs efforts n'avoient preſque ſervi qu'à faire mieux connoître

les phénomènes qu'il s'agiſſoit d'expliquer, les queſtions qu'il falloit réſoudre, ſur-tout les difficultés qu'elles préſentoient; & M. Daniel Bernoulli a eu la gloire d'avoir donné le premier cette théorie d'une manière générale, & d'après des principes, ſinon rigoureux, du moins fondés ſur des hypothèſes qui paroiſſoient devoir peu s'écarter de la vérité.

L'un de ces principes eſt celui de la conſervation des forces vives, principe qui ſouffre des exceptions, mais ſeulement pour les cas où la loi de continuité ceſſe d'avoir lieu dans les phénomènes. Le ſecond conſiſte à diviſer le fluide qui ſe meut en tranches parallèles, & à ſuppoſer à toutes les particules de chaque tranche, un mouvement commun, qui ait pour toutes la même vîteſſe & la même direction.

C'eſt à l'aide de ces deux principes que M. Bernoulli réſout tous les problèmes où il s'agit de connoître l'écoulement d'un fluide qui ſort d'un vaſe, ſoit par un orifice, ſoit par un ou pluſieurs tuyaux, ſoit que le vaſe ſe vide, ſoit qu'on l'entretienne toujours plein: il applique ces principes avec le même ſuccès au mouvement des fluides dans des vaſes de figure quelconque, à la preſſion de ces fluides en mouvement ſur les parois des canaux qui les contiennent, aux loix des oſcillations des fluides dans les ſiphons ou dans les vaſes qui ſe communiquent par des ouvertures, au choc des fluides contre les plans expoſés à leur action, à la théorie de l'air & des fluides élaſtiques, à l'examen de cette force ſingulière que l'eau qui s'écoule par un trou percé dans les parois d'un vaſe exerce ſur les parois oppoſées. Cette force de répulſion tend à faire mouvoir le vaſe en ſens contraire, & M. Bernoulli croyoit qu'on pouvoit l'employer avec avantage pour remonter les bateaux ou pour ſuppléer à l'action du vent ſur les grands Vaiſſeaux: depuis, il a déterminé encore par ſa méthode, les différens états d'équilibre, & les oſcillations infiniment petites des corps plongés dans les fluides.

Une partie des queſtions traitées par M. Bernoulli, ſemble devoir échapper aux principes qu'il emploie; mais avec une adreſſe qui ſouvent paroît tenir du prodige, il ſait les y

ramener par des conſidérations phyſiques, & également ingénieuſes & plauſibles: d'ailleurs, les principes d'après leſquels on peut déduire les mouvemens des fluides de la nature des forces appliquées à chacune de leurs particules, qu'on ſuppoſe aſſujetties ſeulement à la loi, ou de conſerver le même volume, ou d'en changer ſuivant une règle donnée; ces principes directs n'avoient pas encore été découverts par M. d'Alembert, lorſque M. Bernoulli donna ſon hydrodinamique: auſſi cet Ouvrage ſera-t-il toujours regardé comme un de ces monumens qui font époque dans l'Hiſtoire des Sciences. *

L'analyſe des probabilités, par la nature piquante de ſes réſultats, par ſon utilité & ſur-tout par la priſe qu'elle donne à cette ſagacité indépendante des méthodes de calcul, eſt une des parties des Mathématiques vers leſquelles M. Bernoulli devoit ſe ſentir entraîner avec un attrait plus vif. Dans ſon premier Mémoire ſur cette théorie, il examine une des règles fondamentales de ce calcul, qui preſcrit, pour évaluer le ſort de chaque intéreſſé, de multiplier la valeur de ſes eſpérances par la probabilité de l'évènement; il fait voir que cette règle appliquée à la pratique, à la conduite de la vie, mèneroit à des réſultats abſurdes, & il propoſe de la corriger, en ſubſtituant à la valeur abſolue de l'eſpérance, une valeur qu'on pourroit appeler *l'eſpérance relative.* Selon lui, l'eſpérance de gagner une ſomme, ne ſeroit pas exprimée par la ſomme elle-même, mais par le rapport de cette ſomme à la fortune de celui qui doit la gagner. Il en réſulte que dans les parties liées, les pertes ſucceſſives, quoiqu'égales entr'elles, doivent être regardées comme plus grandes à meſure qu'elles

* Le nom même d'*Hydrodinamique* étoit alors nouveau, peut-être M. Bernoulli l'adopta-t-il pour ne pas donner à ſon Ouvrage le titre que portoit celui de ſon père, ſur la théorie des fluides : depuis M. l'abbé Bossut a publié, ſous le titre d'*Hydrodinamique*, un Ouvrage fait ſur un plan plus étendu, où il traite pluſieurs queſtions dont M. Bernoulli ne s'étoit point occupé, & en réſout pluſieurs autres avec plus de ſimplicité & de préciſion.

diminuent le bien de celui qui perd, tandis que les gains doivent être regardés comme plus petits, à meſure qu'ils augmentent la fortune de celui qui gagne.

Par cette méthode on trouve que ſi deux joueurs égaux en fortune, jouent à un jeu égal, la valeur de la perte de chacun eſt fort ſupérieure à celle du gain qu'il peut eſpérer: ainſi le calcul conduit M. Bernoulli à conclure que le gros jeu ne ſera jamais l'occupation d'un homme raiſonnable. Mais quelque ingénieuſe que ſoit l'idée de M. Bernoulli, elle ne ſuffit pas pour réſoudre toutes les objections auxquelles eſt expoſée cette règle propoſée par Fermat, par Paſcal, par Huyghens, par Jacques Bernoulli, & adoptée depuis ſans examen par un grand nombre de Géomètres. On doit à M. d'Alembert d'en avoir développé toutes les difficultés, & montré qu'il faut ou lui en ſubſtituer une autre, ou ne l'admettre qu'avec des reſtrictions, ou enfin l'employer d'une manière nouvelle.

En 1760, M. Bernoulli appliqua le calcul des probabilités à l'inoculation, il vit cette queſtion en homme public, & on ne peut nier qu'il n'ait établi d'une manière victorieuſe & par une analyſe très-fine les avantages de cette opération pour un État où elle ſeroit généralement adoptée; mais il ne l'enviſagea point relativement à chaque particulier. Sous ce point de vue, la queſtion change: en effet, ſi un grand nombre d'hommes ſe font inoculer en un jour, il importe peu à l'intérêt général qu'une petite partie de ces hommes riſque de perdre la vie au bout de quelques jours, puiſque l'État achette à ce prix une ſorte de certitude de conſerver plus long-temps ceux qui échapperont à ce léger péril. Il n'en eſt pas de même pour chaque particulier, il s'agit pour lui de comparer un riſque très-petit, mais prochain & reſſerré dans un eſpace de temps très-court, à un riſque plus grand, mais éloigné & répandu ſur toute la durée de la vie. Mais M. Bernoulli n'avoit calculé les effets de l'inoculation que comme un républicain, aux yeux duquel l'État eſt tout, & pour qui les hommes ne ſont que des citoyens.

Le calcul des probabilités conduit à des réſultats très-compliqués lorſqu'il faut conſidérer l'enſemble d'un grand nombre de combinaiſons, ce qui arrive preſque toujours dans les applications de ce calcul aux évènemens naturels. M. Bernoulli propoſe de regarder alors comme infiniment petit le changement qu'introduit dans ces formules la ſubſtitution d'un nombre plus grand d'une unité, & d'employer l'analyſe infinitéſimale, au lieu du calcul des combinaiſons. Il prouve par un grand nombre d'exemples, que cette ſuppoſition n'altère les réſultats que d'une manière inſenſible.

C'eſt d'après cette méthode, qu'il détermine combien, après quelques années d'un nombre connu de mariages qu'on ſuppoſe faits le même jour entre des perſonnes d'un âge donné, il doit reſter de mariages ſubſiſtans, & d'hommes ou de femmes dans l'état de viduité; il applique la même méthode à la détermination des limites dans leſquelles il eſt probable que reſtera la différence du nombre des garçons & des filles pour un certain nombre de naiſſances, en ſuppoſant tantôt que l'un de ces évènemens eſt auſſi probable que l'autre, tantôt que leur probabilité eſt inégale, comme la plupart des regiſtres de naiſſances paroiſſent le prouver.

Ces recherches apprennent à diſtinguer dans les Tables particulières, les articles qui, préſentant des réſultats trop improbables, forceroient de ſuppoſer que la Nature s'eſt écartée de ſes loix; alors ces réſultats doivent être rejetés, à moins que leur vérité ne ſoit établie ſur une autorité preſque invincible.

Les Aſtronomes, à qui leurs obſervations donnent des déterminations différentes, en forment ordinairement une valeur moyenne en diviſant la ſomme des valeurs par leur nombre; M. Bernoulli les avertit que cette règle ne peut être juſte qu'en ſuppoſant les obſervations également probables, & qu'une hypothèſe ſi gratuite n'a pu s'établir que par l'opinion de l'impoſſibilité abſolue de connoître les rapports des probabilités différentes que peuvent avoir des obſervations faites avec des précautions égales en apparence.

Il cherche enſuite à déterminer ce rapport d'après la ſeule connoiſſance de la différence plus ou moins grande des quantités obſervées.

Si les principes qu'il a employés, ont pu paroître un peu trop arbitraires, on lui doit du moins de la reconnoiſſance pour avoir fait ſentir aux Géomètres la néceſſité de ſoumettre à un nouvel examen, une règle admiſe juſqu'à lui par tous ceux qui avoient à réduire des obſervations de quelque genre que ce ſoit; & pluſieurs Mathématiciens célèbres n'ont pas trouvé ce ſujet indigne de leurs recherches.

Les horloges les mieux conſtruites, ſont expoſées à des dérangemens, les uns tiennent à des cauſes phyſiques, d'autres paroiſſent abſolument irréguliers, ceux-ci peuvent ſeuls être l'objet du calcul des probabilités; M. Bernoulli ſuppoſe que chaque vibration puiſſe également être altérée en plus ou en moins, & il examine quelle eſt la probabilité qu'au bout d'un jour ces erreurs ſe feront exactement compenſées, ou qu'elles n'auront point été au-delà d'un certain terme. Il prouve enfin par des exemples, que ces recherches ne ſont point une théorie inutile. Perſonne n'avoit ſongé à s'en occuper & il n'en eſt pas moins vrai qu'elles ſont néceſſaires pour que chaque Obſervateur puiſſe apprécier l'exactitude des horloges qu'il emploie. C'eſt par ce Mémoire qui contient une application ſingulière, neuve & utile du calcul des probabilités, que M. Bernoulli a terminé ſa glorieuſe carrière.

Dix fois il a remporté ou partagé, dans cette Académie, des Prix diſputés par ce que l'Europe a de plus illuſtres Géomètres. Un ſeul juſqu'ici a pu l'égaler & accumuler ſur ſa tête le même nombre de couronnes, M. Euler ſon compatriote, ſon diſciple, ſon rival & ſon ami. M. Bernoulli remporta ſon premier Prix à l'âge de vingt-quatre ans; le ſujet étoit la conſtruction d'une clepſydre qui pût meſurer le temps à la mer avec exactitude, & M. Bernoulli propoſoit des moyens ingénieux & ſimples de rendre la régularité de ces machines indépendante des mouvemens qu'elles éprouvent.

En

En 1734, il partagea le Prix avec ſon père : il s'agiſſoit d'expliquer la cauſe phyſique de l'inclinaiſon plus ou moins grande des orbites des Planètes ſur l'Équateur ſolaire ; M. Bernoulli prouva d'abord par le calcul des probabilités, que les limites entre leſquelles les inclinaiſons des Planètes ſont contenues, donnent droit de ſuppoſer qu'une cauſe phyſique les a empêché de ſe mouvoir dans des plans plus inclinés les uns ſur les autres : il cherche enſuite cette cauſe encore inconnue, & il croit l'avoir trouvée dans l'effet de l'atmoſphère des Planètes ; mais il faut avouer que cette explication n'eſt qu'ingénieuſe. Jean Bernoulli vit avec peine ſon fils devenir en quelque ſorte ſon égal, par le jugement d'une Compagnie dont il avoit lui-même tant de fois ambitionné & mérité le ſuffrage ; l'amour paternel, ce ſentiment le plus fort & peut-être le moins perſonnel de tous ceux que les hommes peuvent éprouver, céda, dans ſon cœur, à ſa gloire indignée : peu touché de voir ſa famille obtenir par ce partage, un honneur encore ſans exemple, inſenſible au bonheur ſi doux pour un père, de ſentir que ſon fils étoit digne de lui, il ne vit dans ce fils qu'un rival, & dans ſon ſuccès qu'un manque de reſpect qu'il lui reprocha long-temps avec amertume. Cette humeur avoit peut-être encore d'autres cauſes, la Pièce de ſon fils étoit ſupérieure à la ſienne, M. Daniel Bernoulli avoit eu l'imprudence de laiſſer paroître qu'il le croyoit, & ſon père ne pouvoit ſe diſſimuler qu'il n'eût raiſon : enfin, le fils avoit oſé ſe montrer Newtonien, il abandonnoit le Cartéſianiſme que le nom de Bernoulli ſoutenoit ſeul encore ; & cet aveu de M. Daniel Bernoulli étoit le dernier triomphe qui manquât à la gloire de Newton que ſon père avoit eu le malheur de combattre toute ſa vie.

En 1740, M. Bernoulli partagea le Prix ſur le flux & le reflux de la mer, avec M.rs Euler & Maclaurin ; chaque Pièce avoit un mérite qui lui étoit propre, M. Bernoulli avoit traité toutes les parties de la queſtion propoſée, avec cette ſagacité, cette méthode qui caractériſent tous ſes Ouvrages ; le Mémoire de M. Maclaurin renfermoit ce théorème

célèbre ſur l'équilibre des ſphéroïdes elliptiques, qui porte ſon nom, & qui doit l'immortaliſer: M. Euler avoit donné une méthode de Calcul intégral, nouvelle alors, & qui ſert à réſoudre l'équation fondamentale de preſque tous les problèmes ſur le mouvement des corps céleſtes.

L'Académie couronna en même temps une quatrième Pièce, dont tout le mérite étoit d'être Cartéſienne, & c'eſt le dernier acte public du culte qu'elle avoit rendu, trop longtemps peut-être, au ſyſtème des tourbillons.

M. Bernoulli obtint le Prix de 1743, ſur les bouſſoles d'inclinaiſon. Le calcul de l'erreur que les différentes eſpèces de frottement peuvent cauſer dans l'inclinaiſon d'une lame mobile ſur des tourillons, & aſſujettie à la force magnétique & à la peſanteur; le calcul plus délicat encore du changement que doivent produire dans le lieu du centre de gravité, l'inclinaiſon de la lame, & la courbure que ſon poids lui fait contracter; des moyens ingénieux de reconnoître avec exactitude par l'expérience aidée du calcul, la véritable inclinaiſon, tandis que l'aiguille obſervée immédiatement, en donneroit toujours une fauſſe: tels ſont les objets traités dans cette Pièce, un des Ouvrages de M. Bernoulli, où il a déployé le plus de fineſſe & d'eſprit, car il eſt impoſſible de ſe défendre d'employer, en parlant de lui, cette expreſſion, qui paroît ſi étrangère aux objets qu'il traite.

Il partagea en 1747, avec un anonyme, un Prix, ſur la manière de connoître l'heure à la mer, lorſqu'on n'aperçoit pas l'horizon; on trouve dans ſa Pièce d'excellentes obſervations ſur les moyens d'aſſurer la régularité des horloges, dont le régulateur eſt ou un pendule ou un balancier à reſſort; l'Auteur y développe ce paradoxe ſingulier, que ſans la réſiſtance de l'air, le poids ou le reſſort que l'on emploie, augmenteroit ſans ceſſe les oſcillations du balancier ou du pendule; & que cette réſiſtance qui, à d'autres égards, nuit à la régularité du mouvement, eſt en même temps la véritable cauſe de la poſſibilité d'obtenir un mouvement régulier.

Propoſer de connoître l'horizon, lorſqu'on ne peut l'ob-

ſerver, & que tous les corps placés ſous nos yeux, agités avec le Vaiſſeau, ne peuvent conſerver une direction conſtante, c'eſt, au premier coup-d'œil, propoſer une choſe rigoureuſement impoſſible, mais rien ne l'étoit à la ſagacité de M. Bernoulli; il part d'un principe général qu'il rappelle ſouvent dans ſes Ouvrages, & qu'il fonde ſur la théorie comme ſur l'expérience: les mouvemens alternatifs irréguliers, imprimés à un certain nombre de corps qui ſe communiquent, tendent à une ſorte de régularité, & finiſſent par ſe réſoudre en un ſyſtème de mouvemens iſochrones & ſimultanés qui ſubſiſtent ſans ſe nuire; ce phénomène eſt à la ſuite des règles du mouvement, & l'on voit avec quelque ſurpriſe l'ordre s'établir de lui-même par le ſeul effet de loix mécaniques & néceſſaires. Ce principe conduit ici M. Bernoulli à déterminer la véritable direction verticale, par l'obſervation de pluſieurs pendules de différente longueur & diverſement combinés; quoique le mouvement du Vaiſſeau altère continuellement & ſans aucune règle apparente l'effet de la peſanteur.

La Pièce de M. Bernoulli, ſur les courans, qui remporta un Prix double en 1751, eſt employée ſur-tout à montrer comment le mouvement de rotation de la Terre doit produire, ſous l'Équateur à la ſurface de la mer, un courant régulier, & comment ce premier courant arrêté par un continent produit un autre courant inférieur qui ſe meut en ſens contraire. C'eſt dans ce même Ouvrage qu'on trouve la première obſervation de la propriété qu'ont les fluides de ſe vaporiſer dans le vide, pendant que ces mêmes fluides (tant qu'ils ſont contenus par le poids de l'atmoſphère) reſtent fixes à un égal degré de chaleur.

L'Académie propoſa pour ſujet du Prix de 1753, la manière de ſuppléer à l'action du vent dans les grands Vaiſſeaux, & ce Prix fut encore remporté par M. Bernoulli. Renonçant au moyen qu'il avoit propoſé dans ſon Hydrodinamique, d'employer la réaction de l'eau, il ſoumet au calcul l'effet des rames. Il examine d'abord la force des hommes

& poſe ce principe nouveau, que l'effort total dont un homme eſt capable pendant une journée, eſt à-peu-près le même, ſoit qu'on lui faſſe exécuter un ouvrage en quelques heures, ſoit qu'on diminue l'intenſité du travail en le prolongeant à proportion, pourvu que l'on n'exige point un effort ou une vîteſſe, qui s'étende trop au-delà de certaines limites. Cette règle eſt d'accord avec la Nature, & c'eſt en quelque ſorte, comme le remarque M. Bernoulli, le principe de la conſervation des forces vives, appliqué à l'économie animale.

Si le corps qui ſe meut éprouve des réſiſtances proportionnelles au quarré de ſa vîteſſe, le travail néceſſaire pour en conſerver le mouvement, doit croître comme le cube de ces mêmes vîteſſes, ainſi il arrive un degré où l'augmentation du nombre des rameurs n'ajouteroit preſque rien à la vîteſſe du corps qu'on veut mouvoir : enfin toutes les fois que la force agit, non ſur un point fixe, mais ſur un corps mobile, la partie de cette force employée à donner le mouvement à ce corps eſt perdue pour l'effet qu'on ſe propoſe de produire. Il faut donc diſtinguer dans la force employée, la partie utile & la partie inutile. M. Bernoulli enſeigne à trouver le rapport de l'une à l'autre dans les différens cas, & il expoſe comment, en augmentant la ſurface des rames, on peut diminuer, tout le reſte étant égal, le rapport de la force inutile à la force utile.

Le dernier Prix remporté par M. Bernoulli, a pour objet les moyens de diminuer les roulis & le tangage des Vaiſſeaux ſans nuire à leurs autres qualités. Après avoir déterminé la forme qu'il convient de donner à un Bâtiment pour qu'il ait une ſtabilité plus grande, ſoit dans l'état de repos, ſoit pour les différens degrés d'inclinaiſon qu'il prend par l'effet du vent ou l'action de la lame, l'Auteur examine les moyens d'empêcher que les cauſes qui, comme les lames ou les coups de vent, agiſſent ſur lui par intervalles plus ou moins réguliers, n'augmentent continuellement ſes oſcillations & ne l'expoſent à être renverſé. Cette partie de la théorie étoit abſolument neuve, elle conduit à ce paradoxe, que dans le

cas où les cauſes accidentelles qui tendent à donner de nouveaux mouvemens à un Navire ſe répéteroient avec de petits intervalles, on augmenteroit le danger de chavirer en augmentant la ſtabilité du Vaiſſeau. Mais ce danger n'exiſte que dans le cas où la diſtance d'une impulſion à l'autre ſeroit moindre que le temps de chaque oſcillation du Navire; heureuſement on ne peut guère redouter dans la pratique d'y être expoſé, & dans toute autre circonſtance il eſt utile d'augmenter la ſtabilité.

Ces détails beaucoup trop longs peut-être, ſuffiſent pour faire connoître M. Bernoulli, on voit que ſon goût le portoit particulièrement à examiner les queſtions qui préſentent plus de difficultés pour les ſoumettre au calcul que pour les réſoudre quand elles y ont été ſoumiſes; on voit que dans celles qu'il ſe propoſoit il cherchoit dans la nature de la queſtion elle-même les moyens de la ſimplifier, de la réduire à ſes moindres termes, ne laiſſant à faire au calcul que ce qu'il étoit impoſſible de lui ôter, on voit qu'il vouloit ſur-tout employer la théorie pour pénétrer plus avant dans la connoiſſance de la Nature, en appliquant les Mathématiques, non-ſeulement à la Mécanique ſpéculative, aux loix du mouvement abſtrait des corps, mais à la Phyſique, aux phénomènes de l'Univers dans l'état réel & tels que l'obſervation nous les préſente. Perſonne n'a ſu trouver plus de reſſources dans l'analyſe pour ſoumettre à ſes calculs toutes les circonſtances d'un phénomène, perſonne n'a ſu mieux diſpoſer une expérience pour la rendre propre, ſoit à confirmer les réſultats de la théorie, ſoit à ſervir de baſe au calcul. Par-tout il eſt Philoſophe & Phyſicien autant que Géomètre. La fineſſe ſemble être la qualité dominante de ſon eſprit, mais il l'a portée à un ſi haut degré, il l'a ſi heureuſement employée, & elle l'a ſi bien ſervi, que cette qualité prend chez lui un caractère de grandeur, & produit ce ſentiment d'admiration & d'étonnement qui ſemble réſervé aux prodiges qu'enfantent la force & la profondeur du génie.

En 1748, M. Daniel Bernoulli remplaça ſon père dans

l'Académie des Sciences : M. Jean Bernoulli ſon frère lui a ſuccédé dans cette même place qui, depuis qu'elle a été créée, en 1699, c'eſt-à-dire, depuis quatre-vingt-ſix ans a été occupée par des Savans de ſon nom, eſpèce de ſucceſſion bien glorieuſe, puiſqu'elle prouve que dans cette famille vraiment reſpectable, les talens n'ont pas été moins héréditaires que les titres. Si l'orgueil de la naiſſance pouvoit n'être pas une foibleſſe puérile, on ſeroit tenté de l'excuſer lorſqu'il s'appuieroit ſur une pareille illuſtration, & non ſur ces liſtes généalogiques dans leſquelles une vanité ſans pudeur étale ſi ſouvent des prétentions fondées ſur des fables, de brillantes prérogatives achetées par des baſſeſſes, de grandes dignités avilies par des actions honteuſes, & cent titres d'honneur entaſſés à la ſuite d'un nom déshonoré.

M. Bernoulli étoit ſimple, ſans vanité, ſans fauſſe modeſtie; ſa ſociété étoit agréable, il n'y mettoit aucun art, excepté celui de faire parler les autres de ce qu'ils ſavoient le mieux; il ne ſe ſouvenoit de la ſupériorité de ſon génie & de ſa gloire que pour ſentir qu'il devoit chercher à ſe la faire pardonner, & dédaigner des ſuccès de ſociété, trop humilians pour les autres, & pour lui trop petits & trop faciles.

Il ne s'eſt point marié. Dans ſa jeuneſſe on lui propoſa un parti très-avantageux, mais l'extrême économie de la femme qu'on lui deſtinoit, l'eut bientôt décidé à rompre avec elle. Depuis ce temps il n'a plus penſé au mariage que pour ſe ſouvenir qu'il avoit été ſur le point de perdre en un jour ſa liberté & ſon repos, & pour ſe fortifier dans la réſolution de ne plus s'expoſer au même péril. Décent dans ſes mœurs ſans être auſtère, il ne fit pas à l'opinion l'honneur de la braver, mais il ne lui ſacrifia rien de ce qui pouvoit contribuer à la douceur de ſa vie.

Quoiqu'il reſpectât la religion de ſon pays dans ſes diſcours comme dans ſes Écrits & qu'il en ſuivît même les pratiques, à la vérité très-peu gênantes, il étoit fortement ſoupçonné de n'avoir pour elle qu'un reſpect extérieur, ſes Paſteurs ſur-tout l'accuſoient d'avoir porté très-loin la liberté

de penſer. Il ne fit jamais rien qui pût les confirmer dans cette opinion ; mais auſſi ne fit-il jamais rien pour la détruire.

Dans tous les genres de plaiſirs, ceux qui promettent le plus, ne ſont pas ceux qui donnent davantage : ſouvent les jouiſſances d'amour-propre les plus piquantes qu'éprouve un homme célèbre ne ſont dûes ni à ſes grands travaux, ni à ſes ſuccès les plus brillans ; M. Daniel Bernoulli, aſſez ſincère pour convenir qu'il avoit connu ces plaiſirs, ſe plaiſoit à raconter à ſes amis deux petites avantures qui l'avoient, diſoit-il, plus flatté que les honneurs & les couronnes littéraires dont les Souverains & les Sociétés ſavantes l'avoient comblé. Sa converſation avoit piqué la curioſité d'un Savant avec lequel il voyageoit : ce Savant voulut ſavoir le nom de ſon compagnon de voyage : *Je ſuis Daniel Bernoulli*, répondit-il avec ſimplicité ; *& moi je ſuis Iſaac Newton*, repliqua l'inconnu qui crut que M. Bernoulli ſe moquoit de lui, & qui ne voulut croire que ſur des preuves bien authentiques, qu'un homme d'une figure ſi jeune & d'un extérieur ſi ſimple fût ce Daniel Bernoulli déjà ſi célèbre en Europe. Une autre fois Kœnig, Mathématicien habile, en dînant chez M. Bernoulli, lui parloit avec quelque complaiſance d'un problème aſſez difficile qu'il n'avoit réſolu qu'après un long travail : M. Bernoulli continua de faire les honneurs de ſon dîner, & avant de ſortir de table il préſenta, à Kœnig, une ſolution de ſon problème plus élégante que celle qui lui avoit tant coûté.

Quelques-uns de ces hommes prompts à juger de ce qu'ils connoiſſent le moins ont prétendu avoir remarqué qu'il eſt très-poſſible d'avoir beaucoup de talent pour les Sciences, & de manquer d'eſprit. Cette obſervation eſt peu fondée ; ou l'homme qui manque réellement d'eſprit, n'a, quoi qu'on en puiſſe dire, qu'un talent médiocre & une réputation uſurpée, ou ſi celui qui a poſſédé un véritable talent, paroît être ſans eſprit, c'eſt qu'il dédaigne d'en montrer, & qu'étranger aux objets dont la ſociété s'occupe, il y garde le ſilence ou y parle ſans intérêt. Cependant cette opinion a dû avoir des

partiſans nombreux; elle eſt également propre à décrier les gens d'eſprit & à conſoler ceux à qui la Nature a refuſé le talent. Il nous doit donc être permis de remarquer ici que M. Bernoulli, quoiqu'il fût un homme de génie, avoit cependant beaucoup d'eſprit, même pour ceux qui n'auroient pas été en état de ſentir tout celui qui brille dans ſes Ouvrages.

Comme tous les hommes, nés avec le talent de l'obſervation, il ſavoit démêler les ruſes, pénétrer les petits ſecrets des paſſions ou des vices, mais il ne ſe ſervoit de cet art que contre les méchans; ſe faiſant un devoir d'humanité & de juſtice de ménager les ſots, excepté quand ils avoient la prétention de nuire: s'il ſe laiſſoit aller trop facilement à ſa vivacité naturelle, il rachetoit ce défaut par un fonds de douceur & d'amabilité qui ne le quittoit pas, & ſur-tout, par les formes agréables ou piquantes qu'il mettoit dans ſes vivacités ou dans la manière de les réparer.

Les hommes qui cherchent à trouver des défauts à ceux dont les qualités brillantes les humilient, l'accuſoient d'un vice bien indigne de cette grandeur dans l'eſprit & dans le caractère, compagne preſque inſéparable du génie: ils prétendoient que M. Bernoulli étoit avare. Il eſt vrai que les dépenſes inutiles, celles de la vanité, celles qui font perdre beaucoup de temps & procurent peu de plaiſir, lui étoient inconnues; mais ſa maiſon, ſa table, ſes habits avoient toute la recherche qui eſt compatible avec la ſimplicité; il étoit bienfaiſant, & l'étoit ſans faſte, ſans chercher à le paroître. Il a fait une fondation en faveur des pauvres Étudians qui paſſoient à Baſle, & il l'a faite de ſon vivant: enfin, dans pluſieurs circonſtances où il a été forcé de choiſir entre la fortune & ſa liberté, ſon repos ou ſes goûts, c'eſt toujours la fortune qu'il a ſacrifiée.

Il aimoit la paix, & ſa vie n'a point été troublée par des querelles littéraires. Il s'en élève rarement entre les Géomètres; ils ont peu de juges; ces juges ne peuvent être ni éblouis ni ſéduits, & ce qui eſt plus précieux encore, ils ne peuvent être

être injuſtes, on leur démontreroit bientôt qu'ils ſe ſont trompés dans leur jugement; ils partageroient la défaite de celui dont ils auroient favoriſé les prétentions, & l'intérêt de leur amour-propre les force à être équitables: auſſi n'y a t-il eu de longues diſputes en ce genre, que ſur ces queſtions qui ſont placées ſur les limites de la Métaphyſique & de la Géométrie, & où la première de ces Sciences peut faire entrer, juſqu'à un certain point, les doutes, la ſubtilité, les nuages & l'incertitude qui l'accompagnent, moins peut-être par la nature des objets dont elle s'occupe, que par la faute de ceux qui l'ont cultivée. Dans les Mémoires de M. Bernoulli, qui ont rapport à ces diſcuſſions, on voit quelques traits d'humeur s'échapper comme malgré lui, trop rarement pour faire croire qu'elles aient pu nuire à ſon repos, mais aſſez pour prouver que s'il aimoit la paix, c'étoit moins par tempérament ou par inſenſibilité, que par raiſon & par philoſophie.

Les Membres de l'Univerſité de Baſle ſont exclus des places du Gouvernement, ce n'eſt pas (ainſi qu'on pourroit le croire dans certains pays où les préjugés gothiques ne ſont pas encore éteints) que ces ſages Républicains aient pu regarder la noble fonction d'inſtruire les hommes, comme un état abject; ce n'eſt pas non plus, que, ſuivant des idées non moins fauſſes, mais encore accréditées par l'ignorance & la crainte des réformes utiles, ils croient le talent pour les Sciences, incompatibles avec le talent de gouverner; comme ſi l'art de gouverner n'étoit pas auſſi celui de découvrir ou de diſcerner la vérité; comme ſi la méthode de la trouver, de la reconnoître, d'en préſenter les preuves, n'étoit point la même par-tout; comme ſi enfin les reſſources qu'offre le goût des Sciences, ne devoient pas donner au caractère de ceux qui les cultivent, une indépendance qu'on n'eſt pas en droit d'attendre de ces hommes qui, n'étant rien que par leurs places, perdent tout quand ils ſont forcés de les quitter. D'autres motifs ſans doute ont dicté cette diſpoſition, on a craint l'influence trop grande qu'auroit dans une République peu étendue, un Corps compoſé d'hommes éclairés, ſi une

partie de ſes Membres occupoit les places du Gouvernement: on a craint, pour le maintien de l'égalité républicaine, l'eſpèce de ſupériorité qu'auroient dans les affaires, des hommes accoutumés à la réflexion & au travail, & qui joindroient au crédit de la Magiſtrature, l'empire qu'ils conſerveroient ſur leurs diſciples, & l'autorité de leurs lumières: mais quoique M. Bernoulli ne pût être Membre du Gouvernement de ſon pays, il ſut en être un citoyen utile; les plus éclairés, les plus ſages, les plus vertueux de ſes Compatriotes ſe faiſoient un honneur de l'avoir pour ami, & un devoir de le conſulter; ſon avis ſur les affaires étoit-il connu du Public, il donnoit au parti qu'il avoit embraſſé, l'autorité d'un nom révéré; ceux qui avoient des intentions coupables, n'ignoroient pas qu'il ſauroit les pénétrer; & la crainte du jugement d'un Grand-homme, l'honneur de ſa patrie, les effrayoit plus que celle de l'opinion publique qu'on ſe flatte toujours de ſéduire, de ramener, ou de forcer au ſilence.

M. Bernoulli jouiſſoit à Baſle d'une conſidération que l'homme de génie n'obtient qu'après avoir ſurvécu à la jalouſie des contemporains, apprivoiſé ou ſoumis l'orgueil des Grands, & triomphé de l'ignorance ou de l'inſenſibilité du Peuple. Quand il traverſoit les rues de la Ville, les citoyens de tous les ordres le ſaluoient avec reſpect, & ce devoir étoit une des premières leçons que les pères donnoient à leurs enfans.

Sa vie uniforme & réglée, exempte de paſſions & même de chagrins, ſi l'on excepte ceux qui ſont une ſuite néceſſaire de la condition humaine, lui procura une ſanté conſtante: malgré la délicateſſe de ſon tempérament, il conſerva, juſqu'à près de quatre-vingts ans, ſa tête toute entière; ſes derniers Ouvrages ſont dignes encore de lui, & ce qu'il a fait depuis l'âge où tant d'hommes ſont condamnés à l'inutilité, eût ſuffi pour faire la réputation d'un autre Géomètre. Quelques années avant ſa mort il avoit renoncé à la Société qui n'étoit plus que fatigante pour lui, mais il ſe faiſoit porter tous les ſoirs dans une maiſon où ſe raſſembloient cinq ou ſix perſonnes

avec leſquelles il étoit lié depuis long-temps ; ne recevant plus les Étrangers que la vaine curioſité amenoit chez lui, il ne faiſoit d'exception qu'en faveur de ceux qui, célèbres dans l'Europe, excitoient en lui le même ſentiment qu'il leur avoit inſpiré. Dans ſes dernières années une eſpèce d'aſthme très-fatigant lui ôta le ſommeil & les forces ; au commencement de Mars 1782, ſes infirmités redoublèrent, il n'eut plus qu'une exiſtence pénible, jouiſſant à-peine de ſa tête quelques heures de la journée; & le 17 au matin, ſon Domeſtique en entrant dans ſa chambre, le trouva mort dans ſon lit; un ſommeil paiſible de quelques heures avoit précédé ſon dernier moment, & lui avoit épargné tout ce qu'il auroit pu éprouver de regrets ou de ſouffrances.

Pleuré de ſa famille & de ſes concitoyens qui s'honoroient de ſon génie & de ſes vertus, il a laiſſé aux Sciences des monumens conſacrés pour jamais dans leurs faſtes ; aux Savans des leçons utiles ſur l'art de jouir de la gloire & d'y joindre le repos & la conſidération ; à tous les hommes l'exemple de ce que peuvent pour le bonheur le goût de la retraite, l'amour de l'étude & la ſageſſe.

ÉLOGE
DE M. DE MONTIGNI.

ÉTIENNE MIGNOT DE MONTIGNI, Tréſorier de France, Commiſſaire du Conſeil aux départemens des Tailles, des Ponts & Chauſſées, du Commerce & du Pavé de Paris; de l'Académie des Sciences, Aſſocié-Étranger de l'Académie des Sciences & Belles-Lettres de Pruſſe, naquit à Paris le 15 Décembre 1714, de Jean-François Mignot de Montigni, Tréſorier de France; & de Louiſe Gaillard.

Il avoit annoncé dès l'enfance, un goût marqué pour la Géométrie & la Mécanique; ſouvent il employoit ſes recréations à former des figures, il cherchoit à les tracer avec régularité & avec juſteſſe, avant même d'en connoître le nom, & de ſavoir qu'il exiſtât une Science dont elles fuſſent l'objet. S'étant caſſé la jambe à l'âge de dix ans, on le trouva dans ſon lit, occupé à examiner les pièces de ſa montre qu'il avoit démontée avec beaucoup d'adreſſe; on lui demanda ce qu'il avoit voulu faire, *j'ai voulu voir ſon ame*, répondit-il, il vouloit dire le principe de ſon mouvement, & c'étoit beaucoup pour un enfant, de s'être déjà formé de l'ame une idée ſi nette. Le ſuccès des études qu'il fit au collège de Louis-le-Grand, fut aſſez brillant pour inſpirer aux Jéſuites le deſir de l'attirer dans une Société où l'on eſtimoit les talens, du moins comme des Inſtrumens utiles à la gloire de l'Ordre. Ils lui faiſoient eſpérer dans cet Ordre une liberté entière de ſuivre ſes goûts, liberté que ſa famille, qui voudroit ſans doute le condamner à prendre un état, ne lui laiſſeroit pas dans le monde : il devoit trouver dans une

Société religieuſe ce repos, cette indépendance des évènemens que l'homme le plus modéré dans ſes deſirs, le plus maître de ſes paſſions, a bien de la peine à conſerver; il mettoit ſon ſalut à l'abri de tous les dangers du ſiècle. Et quel emploi plus noble pouvoit-il faire de ſa vie que de la conſacrer au Dieu qui la lui avoit donnée, & de reconnoître tous ſes bienfaits en ſe dévouant à le ſervir. Ces inſinuations devoient facilement ſéduire un jeune homme qui, renonçant au monde pour le cloître, ſans connoître le cloître ni le monde, ne pouvoit ſentir encore toute l'étendue du ſacrifice qu'il vouloit faire & tout le poids de la chaîne dont il alloit ſe charger.

Le père de M. de Montigni ne voyoit pas les Jéſuites du même œil que ſon fils. A peine s'aperçut-il de ſes diſpoſitions, qu'il les combattit avec toute la force de l'autorité & de la tendreſſe paternelles, mais il trouva de la réſiſtance. Une correſpondance ſecrète que le jeune homme entretenoit avec le Père Tournemine, détruiſoit le fruit de tout ce qu'un père tendre & raiſonnable pouvoit eſſayer ſur le cœur de ſon fils. Il fut obligé de l'emmener à la campagne pour le ſouſtraire à ces inſinuations dangereuſes; alors les ſentimens naturels que ſes Maîtres avoient étouffés, rentrèrent facilement dans un cœur qui étoit fait pour en ſuivre, pour en chérir les douces impreſſions.

Il ſentit combien il auroit affligé ſon père, en lui enlevant les conſolations de ſa vieilleſſe, & les dernières eſpérances de ſa vie, combien il ſeroit doux pour tous deux de s'occuper chacun du bonheur de l'autre; il apprit qu'avec une fortune qui lui permettoit d'être indépendant, il ſuivroit ſon goût pour les Sciences avec plus de liberté dans le monde que chez les Jéſuites. Il comprit que Dieu n'exigeoit pas d'un fils qu'il abandonnât ſon père; d'un Savant, qu'il ſoumît ſes travaux & ſes penſées aux opinions de ſon Supérieur; d'un Citoyen, qu'il ſe donnât un maître étranger; & qu'enfin on pouvoit cultiver les Sciences, ſervir l'humanité, vivre en honnête homme, & être chrétien ſans ſe faire

Jéſuite. Ainſi, pour conſerver les expreſſions des Mémoires que nous avons reçus de la famille de M. de Montigni : *il revint à Paris, moins dévot, mais plus raiſonnable & meilleur fils.*

Alors il ne ſongea plus qu'à cultiver ſes diſpoſitions pour les Sciences ; il ſe lia avec les Savans qui s'étoient illuſtrés par leurs travaux, & dont l'âge ne s'éloignoit pas trop du ſien : tels que M. le Comte de Buffon, alors occupé des Mathématiques, qu'il abandonna bientôt après pour ſe livrer aux travaux d'un autre genre, par leſquels il a ſu ſe faire une ſi grande célébrité ; & M. Fontaine, que le caractère original de toutes ſes productions avoit placé, malgré le petit nombre de ſes Ouvrages, au rang des hommes de génie. Ces liaiſons redoublèrent dans M. de Montigni, ſon goût pour l'étude, & en 1740 il fut élu par l'Académie, Adjoint dans la claſſe de Mécanique, mais il devoit être bientôt enlevé à l'Académie & à ſes travaux. L'Abbé de Ventadour, avec lequel il avoit été lié au Collége, lui propoſa de l'accompagner dans ſon voyage d'Italie, où il alloit aſſiſter à l'élection du Pape, en qualité de Conclaviſte du Cardinal de Rohan ſon oncle. M. de Montigni accepta cette propoſition, il crut que le ſpectacle d'un Conclave pouvoit intéreſſer un Philoſophe, qu'il ne perdroit pas le temps qu'il emploîroit à étudier les mœurs des deſcendans dégénérés des Catons & des Antonins, & à obſerver les Chef-d'œuvres des Arts modernes, s'élevant ſur les ruines des chef-d'œuvres de l'antiquité. Il vit l'inſtallation de ce Pape Benoît XIV, que ſa modération & ſa ſageſſe ont rendu ſi reſpectable aux Nations même de l'Europe, auprès deſquelles le titre de Souverain Pontife étoit un préjugé qu'il ne pouvoit vaincre que par ſes vertus perſonnelles.

Il parcourut enſuite Naples, la Sicile, Veniſe, la Lombardie, obſervant les Gouvernemens & les mœurs, les productions des Arts & les Antiquités, les beautés de la Nature & les phénomènes qu'elle préſente en foule dans ce

pays, théâtre impoſant de tant de révolutions dans la Phyſique comme dans l'Hiſtoire.

La connoiſſance de la Langue italienne, celle des principes des Arts dont le goût ne l'abandonna jamais depuis, des lumières ſur l'Hiſtoire Naturelle, acquiſes par ſes propres obſervations; & ce qui vaut mieux, peut-être, le développement de toutes ſes facultés, cette inſtruction de détail ſi utile, & qu'avec de l'activité & de l'eſprit on ne manque jamais d'acquérir, en voyant même rapidement beaucoup d'objets: tel fut le fruit de ce voyage.

Ce fut à ſon retour, en 1741, que M. de Montigni donna le ſeul Mémoire de Mathématiques qu'il ait imprimé. Ce Mémoire a pour objet de déterminer le mouvement d'une verge inflexible, chargée d'un nombre quelconque de maſſes animées de vîteſſe auſſi quelconques. La verge eſt ſuppoſée ne pouvoir que tourner autour d'un centre fixe, & gliſſer le long de ce même centre, ou ce qui revient au même, elle eſt aſſujettie à ce qu'un de ſes points appartienne continuellement à un point fixe. Ce problème fut réſolu par M. de Montigni, avec beaucoup d'élégance & de ſimplicité, par une méthode qui lui appartenoit. M. d'Alembert n'avoit point encore donné ce principe général de la Mécanique, à l'aide duquel on peut réſoudre tous ces problèmes; celui de la conſervation des forces vives qu'on employoit alors, ne ſuffit point ſeul, & il falloit en imaginer un ſecond pour chaque queſtion qu'on ſe propoſoit.

M. de Montigni avoit ſuccédé à ſon père dans ſa charge de Tréſorier de France, il s'étoit prêté ſans répugnance à cet arrangement de famille, qui loin de contrarier ſon goût pour les Sciences, lui offroit dans pluſieurs des fonctions de cette place, un moyen de conſacrer ſes lumières à l'utilité publique. M. Trudaine le père étoit lié avec lui depuis ſa jeuneſſe, ce Magiſtrat éclairé ſentit bientôt combien, pour le ſuccès de ſes vues patriotiques, il pouvoit trouver de reſſources dans un Savant, qui, Membre d'une Cour ſouveraine, joignoit, à des connoiſſances très-étendues dans toutes

les branches de la Phyſique, l'étude des loix & celle des principes de l'adminiſtration.

Toutes les fois que le Gouvernement s'occupe de la culture, de l'induſtrie, des manufactures, du commerce, des travaux publics, des moyens d'établir des communications, des effets que la forme ou la répartition des impôts peut produire, des loix qui règlent ces limites au-delà deſquelles l'exercice de la propriété peut devenir contraire à la conſervation ou aux droits des autres hommes, ce n'eſt que dans les Sciences phyſiques qu'il peut trouver la baſe de ſes opérations. Mais un Savant qui ne connoîtroit que les principes de ces Sciences, & même leur application aux Arts, ne donneroit à l'Adminiſtration que des lumières incomplètes, il pourroit montrer où eſt le mal, mais non indiquer les moyens de le réparer; il ſauroit à quel but on doit tendre, mais il ignoreroit par quelle route on peut eſpérer de l'atteindre, & deux hommes qui ne voient que la moitié d'un objet, ne peuvent, quelques lumières, quelques talens qu'ils aient, équivaloir à un ſeul homme capable de l'embraſſer tout entier.

Le caractère de M. de Montigni, le rendoit propre aux travaux dont M. Trudaine vouloit le charger; il avoit à la fois de la modération & de la fermeté; ſes opinions n'étoient point exagérées, il aimoit naturellement à agir avec ſageſſe & avec meſure, mais il ſavoit vouloir le bien avec conſtance, & réſiſter au mal avec courage; doux, calme, indulgent même, il ne ſembloit ſortir de ſon caractère que lorſque l'utilité publique l'exigeoit, & que le ſpectacle de l'injuſtice ou de l'oppreſſion excitoit ſon zèle.

Une circonſtance ſingulière le mit à portée de rendre aux Manufactures de grands ſervices.

Un jeune Anglois (M. Holker) qui avoit des connoiſſances très-étendues ſur la fabrique des étoffes de toute eſpèce, ayant embraſſé le parti du Prétendant, avoit été pris à la bataille de Culloden, avec un de ſes amis. Il s'attendoit à périr du dernier ſupplice, traitement qu'une politique mal-

mal-adroite & cruelle pouvoit conſeiller, mais qui devoit paroître barbare aux yeux de la juſtice. En effet, la loi qui excluoit les Stuards du Trône, n'étoit (par la forme que l'eſprit de parti lui avoit fait donner) qu'une loi d'intolérance, & par conſéquent une loi injuſte, pour quiconque ne partageoit pas les préjugés perſécuteurs des Égliſes réformées. Cependant M. Holker, enfermé avec M. March ſon ami, trouva le moyen de percer le mur de leur priſon. M. March deſcendit le premier, mais le paſſage étoit trop étroit pour ſon ami, & il rentra dans la priſon pour préparer de nouveau leur évaſion commune, aimant mieux s'expoſer à la mort & à une mort ignominieuſe, du moins par ſon appareil, que de ſe ſauver ſeul. Arrivés en France, tous deux entrèrent au ſervice, mais M. Holker vit bientôt que ſi le zèle pour ſon Prince, avoit fait de lui un ſoldat, la Nature l'avoit formé pour d'autres occupations; il fit propoſer à M Trudaine de l'employer à établir en France quelques branches d'induſtrie que l'Angleterre poſſédoit ſeule, à en perfectionner d'autres où la France avoit une infériorité qui l'excluoit de la concurrence. C'étoit ſe venger de la Patrie qui l'avoit proſcrit, en ſervant celle qui l'avoit adopté, ou plutôt en ſervant l'humanité entière, car tout ſecret dans les arts, arraché à la politique fauſſe & mercantile d'un pays, eſt dans la réalité un ſervice rendu à toute l'eſpèce humaine.

M. Holker ne ſavoit pas le françois, & M. Trudaine ignoroit la Langue angloiſe, il chargea M. de Montigni d'examiner des projets dont il preſſentoit toute l'utilité & toute l'importance. Nous n'entrerons point ici dans le détail de tous les travaux que M. de Montigni fut obligé de faire & pour s'inſtruire des vues de M. Holker & pour en ſuivre l'exécution lorſqu'elles furent adoptées. Nous nous bornerons à dire qu'on doit à leurs travaux réunis, nos manufactures de drap & de velours de coton, l'uſage des cylindres pour calendrer les étoffes, une meilleure méthode de leur donner l'apprêt auquel elles doivent leur luſtre, la perfection actuelle de nos quincailleries & de nos fabriques.

de gaze, enfin l'établiſſement des machines à carder & à filer les cotons & les laines, machines utiles pour l'économie du travail & de la dépenſe, comme pour les progrès des manufactures qui approchent d'autant plus de la perfection, qu'elles laiſſent moins à faire à la main des hommes. Cependant ce dernier établiſſement avoit des préjugés à vaincre, on croyoit ces machines nuiſibles, préciſément par le même principe qui les rend ſi utiles, parce qu'elles font plus de travail avec moins de bras. Il eſt vrai que ce principe, qu'une fauſſe humanité oppoſoit à l'introduction de ces machines, auroit dû auſſi faire rejeter la charrue, les voitures de tranſport, les canaux, les moulins, l'imprimerie, preſque tous les Arts; d'ailleurs il n'eſt point difficile de ſentir que toute épargne dans la main-d'œuvre, loin de diminuer les moyens de travail pour le peuple, tend au contraire à multiplier ces moyens même, en augmentant pour tous les hommes, la maſſe des objets de conſommation, & par conſéquent celle de leurs jouiſſances & de leurs richeſſes. Enfin, dès qu'une Nation a une fois adopté des machines de ce genre, les autres n'ont plus la liberté du choix, il faut qu'elles l'imitent, ſous peine d'être condamnées dans tous les marchés de l'Europe, à une infériorité ruineuſe & humiliante.

Peu après, M. de Montigni s'occupa de perfectionner les teintures en fil & en coton, de rétablir les manufactures de Beauvais & d'Aubuſſon, qui étoient tombées dans la langueur; & d'établir dans cette dernière ville, une fabrique de tapis-de-pied, ſupérieurs, non pour la durée ou la ſolidité des couleurs, mais pour l'agrément & le bon goût du deſſin, aux tapis de Perſe & de Turquie.

En 1760, il fut chargé d'un travail d'un autre genre: on avoit répandu en Franche-comté, que le ſel de Montmorot gâtoit les fromages, objet d'une grande importance pour cette province, & qu'il empoiſonnoit les beſtiaux; les ſources de Montmorot, charioient, diſoit-on, de l'arſenic & de l'orpiment; ces bruits s'étoient accrédités parmi le peuple, & il ne

faut pas s'en étonner; il s'agiſſoit d'une denrée néceſſaire, que la loi force d'acheter d'une ſeule Compagnie. Tout bruit populaire qui ſuppoſe dans une denrée de cette eſpèce, des qualités dangereuſes, favoriſe la haine du peuple, & l'impoſſibilité d'en acheter d'une autre main, rend cette rumeur effrayante, double raiſon pour qu'elle ſoit avidement adoptée. Les propriétaires de Franche-comté, forcés de vendre leurs bois à bas prix, pour l'exploitation des ſalines, ou partageoient la crédulité populaire, ou du moins ſe gardoient bien de la détruire: M. de Montigni fut envoyé pour examiner juſqu'à quel point ces plaintes pouvoient être fondées. Il ne ſuffiſoit pas, pour bien remplir cette commiſſion, d'avoir des connoiſſances chimiques, il falloit, dans ces conjonctures délicates, où la défiance du peuple ſe porte ſur celui même qu'on envoie pour le raſſurer, diſſiper cette défiance par une conduite ſimple & réſervée, proportionner ſes épreuves & ſes expériences aux lumières de ceux qu'on avoit à convaincre, ne point traiter avec mépris ou avec légèreté des opinions devenues générales, n'y point attacher une importance qui auroit pu les accréditer, examiner ſi ces ſels, même ſans avoir des qualités nuiſibles, étoient d'un uſage moins avantageux que les autres; & remédier enfin aux défauts qui pourroient exiſter dans leur fabrique, car il étoit aſſez vraiſemblable qu'il y avoit une cauſe réelle à ces plaintes exagérées.

M. de Montigni a rendu compte de ſon travail dans les Mémoires de l'Académie de 1768, il y montre que les ſources de Montmort ne contiennent aucune autre ſubſtance que celles qui ſe trouvent dans toutes les ſources voiſines, qu'aucune n'en renferme de malfaiſantes, que l'amertume & la cauſticité dont on ſe plaignoit, venoient des vices de la préparation; que des pains de ſel marin mêlé de ſel d'epſum, pétris avec des eaux graſſes qui renfermoient & des ſels marins à baſe terreuſe, & des matières ſuſceptibles de putréfaction, deſſéchés enfin ſans précaution, de manière à permettre la formation de quelques parties de foie de ſoufre, juſtifioient le dégoût du peuple, s'ils ne juſtifioient pas ſes

alarmes. M. de Montigni propoſa des moyens ſimples & peu diſpendieux, de corriger ces défauts, & ces moyens ont été adoptés; on devoit s'attendre à ce réſultat: dans les manufactures libres, l'intérêt du Commerçant ſuffit pour qu'il veille à la perfection de ſes denrées, & cet intérêt eſt le meilleur & le plus ſûr de tous les inſpecteurs; mais lorſqu'une denrée néceſſaire eſt ſoumiſe à un privilége excluſif, ceux qui exercent ce privilége, ne peuvent avoir d'autre barrière que ce ſentiment naturel qui triomphe de l'intérêt même, & qui nous empêche de faire tout le mal qui eſt en notre pouvoir. Heureux le peuple lorſqu'il trouve, dans ces triſtes circonſtances, parmi les hommes éclairés, un défenſeur intégre & courageux, qui ſache à la fois & faire entendre la voix de la juſtice, & ménager des intérêts qu'on croit liés à ceux du Gouvernement!

Après avoir déſabuſé les Habitans de la Franche-comté, il falloit encore détromper les Suiſſes que les mêmes bruits dégoûtoient de nos ſels, M. de Montigni s'en chargea: en expoſant le vrai avec ſimplicité, en inſpirant la confiance par ſa franchiſe comme par ſes lumières, il réuſſit ſans peine auprès d'un Peuple, qui, reſpecté depuis long-temps en Europe, par ſa candeur, a mérité de l'être dans ce ſiècle, par les hommes de génie qu'il a produits, & par le prix qu'il attache aux connoiſſances.

Pendant ce voyage M. de Montigni vit à Ferney M. de Voltaire, dont la ſœur avoit épouſé ſon oncle paternel. On ſait que pendant ſa longue carrière il n'avoit point exiſté en Europe un malheur public ſur lequel M. de Voltaire n'eût répandu des larmes, qu'il n'eût eſſayé de réparer, que du moins il n'eût dénoncé à cette petite portion de l'humanité qui fait ſa principale occupation du bien général de ſes ſemblables, & dont il avoit mérité d'être en quelque ſorte l'Orateur & le Chef; mais les malheurs des Peuples voiſins de ſes terres, étoient un tourment pour ſon cœur, en qui cet amour de l'humanité étoit devenu, par une longue habitude, une véritable paſſion.

Il propoſa donc à M. de Montigni de ſe joindre à lui pour procurer au petit pays de Gex, ſéparé de la France par des montagnes, la liberté de racheter, avec un impôt facile à lever, des droits que ſa poſition & ſa pauvreté, lui rendoient inſupportables par les frais qu'exigeoit en pure perte l'exercice de ces droits. M. de Montigni étoit digne de ſeconder de telles vues; pendant treize ans entiers, ni lui, ni M. de Voltaire, ne ceſsèrent de s'en occuper, & le pays de Gex obtint enfin ſous le miniſtère de M. Turgot, cette grâce qui répandit la ſérénité & le bonheur ſur les dernières années d'un Grand-homme.

En 1763, M. de Montigni s'occupa d'un travail encore relatif aux conteſtations & aux plaintes, ſuites trop néceſſaires de tout impôt ſur les conſommations. Il s'agiſſoit des droits ſur l'eſprit-de-vin, & de la manière d'avoir égard dans les droits d'entrées aux différens degrés de force de cette liqueur. Les Commerçans & les Fermiers généraux s'en étoient rapportés à ſa déciſion, & ſi cette confiance des Négocians faiſoit honneur à M. de Montigni, celle des Fermiers généraux ne leur en faiſoit pas moins à eux-mêmes. Il propoſa de ſe ſervir d'un aréomètre fort ſimple, d'une exactitude ſuffiſante, & gradué d'après des mélanges artificiels d'eau & d'eſprit-de-vin faits dans différentes proportions. Il eſt de l'intérêt public de mettre dans la perception des droits de ce genre, une préciſion phyſique, même minutieuſe, & d'employer une méthode aſſez ſimple pour être ſaiſie par ceux qui doivent les payer; c'eſt la ſeule digue que l'on puiſſe oppoſer à l'arbitraire qui ſait briſer ou éluder toutes les autres.

Tels ont été les principaux objets qui ont rempli la vie de M. de Montigni; il avoit été nommé Commiſſaire du Conſeil pour le département du Commerce: cette place créée en 1735, pour M. Dufay, de cette Académie, a pour objet d'attacher à l'Adminiſtration un Savant qui, inſtruit de la partie ſcientifique des Arts, & de la partie des Sciences qui s'applique immédiatement à l'utilité publique, puiſſe éclairer les Adminiſtrateurs auxquels les fonctions importantes

dont ils ont été chargés dès leur jeuneſſe, ne permettent pas toujours d'acquérir ces connoiſſances qu'autrefois même ils ont trop paru regarder comme inutiles. Souvent les queſtions qu'il faut réſoudre, ſont trop peu importantes, ne ſont pas ſuſceptibles d'une déciſion aſſez préciſe, n'appartiennent pas aſſez directement aux Sciences, & ſont mêlées à trop de conſidérations étrangères, pour que l'avis d'un corps de Savans puiſſe les décider; quelquefois même, dans les affaires plus importantes, il faut avoir des connoiſſances étendues pour déterminer quelle eſt préciſément la queſtion ſur laquelle on doit conſulter une Compagnie ſavante, pour juger ſi cette queſtion mérite ſon examen, ſi elle n'eſt pas déjà décidée, ou par cette Compagnie même, ou par l'accord de tous les hommes éclairés. Celui qui exerce cette place de Commiſſaire du Conſeil, eſt en quelque ſorte un intermédiaire entre les Savans & les Adminiſtrateurs; il doit parler également le langage des Loix & celui des Sciences. La conduite de M. de Montigni a prouvé qu'il avoit ſu remplir cette fonction importante & ſouvent délicate, avec autant d'intégrité que de lumières, avec autant de prudence que de courage.

S'il a donné peu de Mémoires à l'Académie, les occupations dont il a été chargé doivent être ſon excuſe. Ceux qui contribuent par leurs découvertes aux progrès des Sciences & ceux qui les font reſpecter en les rendant utiles, ont également droit à l'eſtime des hommes, & doivent nous être également chers.

En rendant compte au public des travaux des Confrères que nous regrettons, il doit nous être permis de lui expoſer les motifs plus particuliers de nos regrets. M. de Montigni étoit cher à la Compagnie par le zèle avec lequel il s'acquittoit de toutes les commiſſions dont elle le chargeoit, par l'exactitude & la préciſion avec leſquelles il lui rendoit compte de ces commiſſions. Dans toutes les affaires, dans toutes les diſcuſſions intérieures qui pouvoient la partager, les avis de M. de Montigni étoient toujours inſpirés par la modération & la ſageſſe, ſoutenus avec tranquillité, mais avec force,

& dictés par une raiſon lumineuſe appuyée de l'expérience que l'habitude des affaires lui avoit donnée : comme il étoit utile au Gouvernement par ſes lumières dans les Sciences, il l'étoit à l'Académie par celles qu'il avoit acquiſes dans la Magiſtrature & dans l'Adminiſtration.

M. de Montigni avoit toujours eu pour amis ceux de ſes Confrères qui, par leurs travaux & leurs découvertes, avoient obtenu une plus grande célébrité, il jouiſſoit de leurs ſuccès & prenoit part à leur gloire. Lorſque l'Académie, voulant honorer le génie d'un de ſes Membres moins ancien que lui, donna le titre de Penſionnaire ſurnuméraire à M. d'Alembert, M. de Montigni s'empreſſa d'applaudir au vœu de la Compagnie, & d'appuyer de ſon conſentement cette préférence accordée à ſon ami ſur lui-même. Il admettoit à partager cette amitié ſi précieuſe, ceux même qui ne pouvoient la mériter que par leur zèle & leurs efforts, & c'eſt à ce titre qu'il m'a été permis d'être placé dans une liſte ſi honorable.

M. de Montigni penſoit, & ſa conduite fut toujours conforme à ce principe, que des hommes qui n'ont qu'un même objet, la connoiſſance de la vérité ; qu'un même but, l'utilité de leurs ſemblables, doivent pour leur intérêt, comme pour le bien de leur cauſe, être unis entr'eux, & ſe contenter chacun de la portion de talent que la Nature lui a donnée, & du bien qu'elle l'a rendu capable de faire ; ainſi l'on voit ces aſtres différens en éclat & en grandeur, mais également néceſſaires à l'ordre du monde, unis entr'eux par une force commune, ſuivre en paix leur marche éternelle, tandis que ces météores paſſagers, fruits impurs des exhalaiſons de la Terre, ſe pourſuivent, ſe combattent & diſparoiſſent enſemble.

M. de Montigni vivoit beaucoup dans le monde, il y ſavoit tempérer ſa gravité naturelle par de la douceur & de la gaieté, poli ſans affectation, conſervant toujours une ſorte de dignité qui repouſſoit la familiarité, mais inſpiroit les égards, & ne nuiſoit point à l'amitié, il rendoit les Sciences

reſpectables par le ton qu'il avoit dans la ſociété, comme par ſa conduite, dans les fonctions de ſes places.

Il ne s'étoit point marié, & ce lien n'avoit pas été néceſſaire à ſon bonheur; aſſez heureux pour conſerver ſa mère très-long-temps, & pour lui rendre des ſoins dans une longue vieilleſſe; il aimoit, avec l'affection d'un père, ſes deux nièces, M.me la comteſſe de Mellet & M.me la comteſſe de Sabran; il avoit trouvé en elles, une tendreſſe égale à la ſienne, & tout ce qui pouvoit répandre des charmes ſur ſa vie, l'union des grâces & de la ſenſibilité de leur ſexe, avec un caractère ſolide & une raiſon éclairée.

Sa ſanté qu'il avoit toujours ménagée, s'altéra l'hiver dernier: il ſentit, par cet inſtinct que la Nature nous a donné, que ſa fin étoit prochaine; mais ne voulant pas affliger les perſonnes qui lui étoient chères, il cachoit avec ſoin ce ſentiment, les entretenoit d'eſpérances qu'il n'avoit plus, & parloit tranquillement de ſa convaleſcence au moment même où il ſentoit que la mort alloit terminer une exiſtence devenue pénible; il jouiſſoit au milieu de ſes maux, des ſoins de ſes amis & des agrémens de leur ſociété. *Voilà encore une bonne journée de paſſée, grâce à vous & à mes amis*, dit-il un jour à M.me la comteſſe de Mellet lorſqu'elle le quittoit: *je me ſens bien mal*, lui dit-il encore le jour de ſa mort, & ſe reprenant bientôt; *c'eſt la faute du temps*, ajouta-t-il, *ne vous fait-il pas bien mal auſſi!* quelques heures après, il dit adieu à ſes nièces, & les pria de le quitter. Elles inſiſtèrent pour reſter auprès de lui; *non*, leur dit-il, *il eſt temps pour tout le monde de ſe retirer*, & il expira quelques inſtans après, le 6 Mai 1782.

Telle eſt la fin d'un homme de bien & d'un Sage qui, ne laiſſant après lui, ni des malheureux qu'il ait faits, ni des infortunés auxquels ſon exiſtence ſoit néceſſaire, termine ſa vie ſans inquiétudes comme ſans remords.

Son teſtament porte le caractère de ſes autres actions, il laiſſoit ſa fortune telle qu'il l'avoit reçue; ſes affaires étoient dans

dans cet ordre, ſi précieux aux hommes d'une probité ſcrupuleuſe, ils ſavent que c'eſt le ſeul moyen ſûr de ne pas s'expoſer au malheur & au crime de manquer à leurs engagemens, crime d'autant plus honteux qu'il reſte preſque toujours impuni, & qu'il eſt ſouvent trop facile à ceux qui le commettent, de ſe ſouſtraire aux loix ou même de les ſurprendre en leur faveur. Un partage égal de ſes biens entre ſes nièces, en laiſſant à chacune ce qui lui a paru le plus utile à ſa ſituation, le plus conforme à ſes goûts, des legs à ſes domeſtiques, quelques préſens à ſes Confrères & à ſes amis, la fondation d'un Prix ſur une queſtion de Chimie, immédiatement applicable à la pratique des Arts; (car il vouloit être encore utile aux Sciences & au Public après ſa mort, comme il l'avoit été pendant ſa vie, & l'être de la même manière, en répandant ſur les Arts les lumières nouvelles dont les Sciences s'enrichiſſent) telles ſont ſes diſpoſitions; il a cru devoir parler dans ce Teſtament de ſes occupations, & il en parle avec ſimplicité, s'excuſant d'avoir peu fait pour les Sciences, par l'utilité des travaux dont il avoit été chargé par le Gouvernement, s'applaudiſſant de n'avoir pas entraîné l'Adminiſtration dans des dépenſes inutiles, & n'ambitionnant d'autre gloire que celle d'avoir rempli ſes devoirs d'homme & d'Académicien, & d'avoir été cauſe d'un peu de bien, ſans avoir fait jamais de mal à perſonne.

ÉLOGE
DE M. MARGRAAF.

ANDRÉ-SIGISMOND MARGRAAF, Directeur de la classe de Philosophie expérimentale dans l'Académie de Berlin, Membre de l'Académie Électorale de Mayence, Associé-Étranger de l'Académie des Sciences, naquit à Berlin le 3 Mars 1709, de Henneing Christian Margraaf, Apothicaire de la Cour, & d'Anne Kellner.

Les livres ne peuvent remplacer les leçons des Maîtres habiles, quand les Sciences n'ont pas encore fait assez de progrès pour que les vérités qui en forment l'ensemble puissent être distribuées & rapprochées entr'elles suivant un ordre systématique ; & si la méthode d'en chercher de nouvelles, n'a pas été réduite à des procédés exacts & simples, à des règles sûres & précises. Avant cette époque, il faut être déjà consommé dans une Science, pour lire avec utilité les Ouvrages qui en traitent : & comme cette espèce d'enfance de l'Art, est le temps où les préjugés y règnent avec le plus d'empire, où les Savans sont les plus exposés à donner leurs hypothèses pour de véritables principes, on risqueroit encore de s'égarer si l'on se bornoit aux leçons d'un seul Maître, quand même on auroit choisi celui que la Renommée place au premier rang ; car ce temps est aussi celui des réputations usurpées. Les voyages sont donc alors le seul moyen de s'instruire, comme ils l'étoient dans l'Antiquité & avant la découverte de l'Imprimerie. Le père de M. Margraaf le sentit, il envoya son fils étudier successivement sous Newman, sous Hoffman, sous Junker, sous Henkel, enfin sous Spielman, au fils duquel M. Margraaf a eu le plaisir de rendre les leçons qu'il avoit reçues de

ſon père, en s'acquittant, mais avec uſure, de la dette qu'il avoit contractée.

C'eſt dans les laboratoires de ces ſavans Chimiſtes, c'eſt en ſuivant les détails de leurs manipulations, en ſaiſiſſant les traits de lumières qu'ils laiſſoient échapper, en épiant ces petits ſecrets de l'Art dont chaque Maître étoit alors jaloux de conſerver la poſſeſſion excluſive, que M. Margraaf parvint à raſſembler tout ce qu'il étoit alors poſſible de ſavoir. Il revint dans ſa Patrie au bout de dix ans, chargé d'une immenſe collection de faits & de procédés, mais bien convaincu de la néceſſité de les ſoumettre à un examen rigoureux, & depuis ce moment ſa vie entière a été partagée entre ſon Laboratoire & l'Académie de Berlin.

L'inventeur du phoſphore, quel qu'il ſoit, a mérité de ſe voir diſputer ſa découverte pour avoir voulu en faire un ſecret: c'eſt la ſuite ordinaire & la juſte punition de cette eſpèce de charlatanerie, dont pluſieurs exemples ſemblables ont preſque abſolument corrigé les Savans. Le phoſphore qui n'avoit été long-temps qu'un objet de curioſité, étoit devenu le ſujet de recherches plus ſérieuſes, & après en avoir admiré les propriétés phyſiques, après avoir appris le ſecret de le produire, il reſtoit à en découvrir la nature. M. Margraaf prouva le premier que le procédé très-compliqué employé pour faire le phoſphore, pouvoit ſe réduire à diſtiller avec une matière charbonneuſe, la ſubſtance qui, combinée avec l'alkali fixe, forme le ſel fuſible de l'urine. Cette ſubſtance eſt compoſée d'un acide & d'une eſpèce de terre particulière vitrifiable ſans addition, dans laquelle M. Prouſt a obſervé depuis des propriétés ſingulières, comme celle de ſe combiner avec les alkalis & quelques autres qui la rapprochent du ſel ſédatif. Mais l'acide & la ſubſtance charbonneuſe contribuent ſeuls à la production du phoſphore. Tel fut le réſultat du travail de M. Margraaf, & c'eſt tout ce qu'on pouvoit ſavoir dans un temps où les Chimiſtes n'obſervoient point encore les altérations que l'air éprouve dans leurs expériences.

Quoique la théorie des ſubſtances ſalines fût une des parties les plus avancées de la Chimie, il reſtoit encore beaucoup d'incertitude ſur la nature de quelques uns des ſels, même les plus communs.

M. Margraaf a prouvé le premier, que la baſe de l'alun eſt une terre argileuſe, que celle qui, dans l'eau-mère du ſel marin, reſte combinée avec ſon acide, qui eſt la baſe des ſels amers contenus dans pluſieurs eaux minérales, qui entre en très-grande quantité dans la ſerpentine de Saxe, & dans pluſieurs pierres du même genre, eſt une terre particulière, & qu'elle n'appartient à aucun des trois genres admis alors par les Chimiſtes, d'après l'autorité de Pott & de ſes nombreuſes expériences: c'eſt celle que l'on appelle aujourd'hui *terre magnéſienne*. On voit ſouvent dans la Chimie le nombre des ſubſtances, regardées comme ſimples, ſe multiplier, parce qu'une meilleure philoſophie, ou des obſervations plus exactes, détruiſent les hypothèſes, d'après leſquelles on s'étoit permis de confondre des ſubſtances ſéparées; & d'autres fois on voit ce même nombre diminuer, parce que la découverte de quelques vérités, l'emploi de nouveaux moyens, nous apprennent le ſecret de la compoſition de certains corps qui avoient conſtamment échappé à l'Analyſe.

M. du Hamel avoit montré le premier, que la baſe du ſel marin n'eſt ni une terre, ni un mélange d'alkali végétal & de terre, mais un véritable alkali, qui a toutes les propriétés communes à cette claſſe de ſels, & qui diffère de l'alkali fixe du tartre, par des propriétés conſtantes. M. Margraaf, en ajoutant de nouvelles preuves à celles de M. du Hamel, a fait connoître le premier pluſieurs des phénomènes que préſente cet alkali minéral. Une des raiſons de ne pas l'admettre au rang des ſels, étoit l'opinion que l'alkali fixe, tiré des cendres végétales, eſt le produit du feu; & M. Margraaf a encore prouvé que cet alkali exiſte tout formé dans le tartre & dans pluſieurs végétaux.

La chimie des Métaux ne doit pas moins à ſes recherches: il a donné de nouveaux moyens d'obtenir, dans un degré

de pureté plus parfaite, l'argent, le zinc, le régule d'antimoine, & l'étain qu'il a trouvé ſouvent combiné avec une petite portion d'arſenic. Des Chimiſtes françois ont depuis perfectionné ce dernier travail, & montré que le mélange de ces deux ſubſtances métalliques eſt purement accidentel. M. Margraaf parvint auſſi à diſſoudre dans les acides du règne végétal, pluſieurs métaux qui réſiſtent à l'action de ces acides, ſous leur forme métallique, & y cèdent lorſqu'on les y ſoumet ſous celle du précipité. Il fit voir que la plupart des métaux, & l'or même, ſont attaqués par l'alkali fixe qui les diſſout; propriété ſingulière par laquelle les alkalis ſe rapprochent des acides ſi long temps regardés comme leurs implacables ennemis. Les travaux de M. Margraaf, ſur la platine, ont contribué à étendre les connoiſſances des Chimiſtes ſur cette ſubſtance, digne d'intéreſſer également & par le grand nombre d'uſages utiles, auxquels on peut l'appliquer, & par ſes propriétés ſingulières, faites pour conduire peut-être un jour à des découvertes importantes ſur la compoſition intime des métaux, & ſur la qualité qui les diſtingue eſſentiellement des autres corps de la Nature.

Enfin M. Margraaf a eu le mérite d'enrichir la Chimie d'un nouveau demi-métal, du régule de manganèſe, découverte d'autant plus importante qu'elle a confirmé ce qu'avoit fait préſumer l'exemple de la platine, en nous montrant que le nombre des ſubſtances métalliques eſt bien moins borné qu'on ne l'avoit cru; que l'opération par laquelle la Nature forme les métaux, eſt plus étendue, plus variée, & qu'ainſi nous avons une eſpérance mieux fondée de ſurprendre un jour ce ſecret important.

L'analyſe de la pierre, connue ſous le nom de *lapis Lazuli*, à laquelle M. Margraaf a joint depuis celle de la topaze de Saxe, eſt le premier modèle de l'analyſe complète d'une pierre dure, formée de pluſieurs élémens terreux aſſez exactement combinés pour que leur réunion préſente les apparences de l'homogénéité; cette partie de la Chimie a fait depuis des progrès immenſes, ſur-tout entre les mains de

M. Bergman; mais ces progrès ne doivent qu'augmenter la reconnoiſſance dûe à celui qui eſt entré le premier dans la carrière.

M. Margraaf, frappé du goût ſucré de pluſieurs ſubſtances végétales, chercha les moyens de reconnoître le principe auquel elles le doivent, de l'obtenir à part, enfin, de s'aſſurer s'il eſt le même dans toutes ces ſubſtances: il employa l'eſprit-de-vin pour diſſoudre le corps ſucré, & le ſéparer des parties gommeuſes & extractives, ce procédé lui réuſſit & le conduiſit à déterminer avec aſſez d'exactitude la quantité de ſucre abſolument ſemblable au ſucre ordinaire que chaque Plante peut contenir; le ſuc du bouleau, la fécule du chervi, les fleurs même du tilleul en produiſent des quantités très-ſenſibles. On ſait que cette même partie ſucrée eſt celle qui par la fermentation donne le plus d'eſprit ardent, & M. Margraaf parvint à obtenir de ces fleurs mêlées à l'eau, une eſpèce de vin qui, par la diſtillation, lui produiſit un véritable eſprit chargé de l'odeur agréable qui leur eſt propre.

L'analyſe des calculs de la veſſie, fit obſerver à M. Margraaf qu'ils ne ſont pas tous de la même nature; de deux pierres qu'il examina, l'une étoit preſque entièrement compoſée de ſubſtances volatiles, tandis que l'autre contenoit une quantité très-conſidérable d'une ſubſtance fixe & terreuſe: les cauſes qui ont formé deux produits ſi différens dans le même lieu & avec le même fluide, pouvoient-elles être les mêmes? s'il exiſte des moyens de diſſoudre ces calculs, ou du moins de les empêcher de croître, ces moyens ne doivent-ils pas être appropriés à la nature des différentes pierres, & varier comme elles? les ſymptômes de la maladie qu'elles produiſent ſont-ils exactement les mêmes? & n'y auroit-il pas des moyens d'apprendre à les diſtinguer avant l'extraction? Ces queſtions que fait naître la lecture du Mémoire de M. Margraaff, ſont intéreſſantes; les connoiſſances qui réſulteront un jour de l'application de la Chimie à l'étude des corps vivans & de leurs fonctions, nous offriront peut-être contre nos maux,

des reſſources que nous n'oſerions prévoir aujourd'hui : mais cette application a été négligée juſqu'ici, ſoit parce qu'elle exige une réunion trop rare de connoiſſances, ſoit parce que le genre d'eſprit qui fait chercher & trouver des routes nouvelles, eſt encore plus rare que le talent de l'invention, avec lequel il ne faut pas le confondre.

La dernière de ces qualités ſemble n'exiger que la force de tête capable de raſſembler beaucoup d'idées, & d'en ſuivre les combinaiſons ; mais lorſqu'il faut de plus créer à la fois, & les méthodes qu'on emploie, & juſqu'aux queſtions qu'on ſe propoſe de réſoudre, on a beſoin de réunir cette juſteſſe qui empêche de s'égarer, cette fineſſe qui démêle les plus petites nuances des objets, cette hardieſſe à laquelle la vue des difficultés n'inſpire que le deſir plus ardent de les vaincre, qualités rares en elles-mêmes, & qui dans les eſprits d'une trempe commune ſemblent s'exclure mutuellement.

Les Arts doivent auſſi quelques découvertes à M. Margraaf, celle de la compoſition d'une laque rouge pour la peinture, dont le ſecret étoit perdu ; celle d'un moyen d'obtenir la fécule bleue de la guède, en la retirant d'un inſecte qui ſe nourrit des feuilles de cette Plante, & ſe charge de ſa couleur ; enfin, pluſieurs compoſitions de pierres factices qui imitent la dureté & le brillant des pierres précieuſes, autant que le permet la différence des moyens employés à les produire : ce dernier objet conſidéré par rapport aux Sciences, n'eſt pas même ſans utilité ; la comparaiſon des propriétés phyſiques des pierres naturelles & des pierres factices, avec leurs propriétés chimiques & les différences qu'elles préſentent dans leur analyſe, peut nous conduire à des connoiſſances importantes, ſur les loix d'après leſquelles la Nature exécute ces opérations dont elle a caché le ſecret dans le ſein de la terre.

On ne peut refuſer à M. Margraaf, la gloire d'avoir été un des Savans de ce ſiècle, qui ont le plus perfectionné l'analyſe chimique, ſoit celle qui fait démêler les principes des corps, en obſervant les phénomènes qui ſe préſentent, les combinaiſons qui ſe forment lorſqu'on les ſoumet aux

opérations de l'Art, ſoit cette autre analyſe plus parfaite qui s'occupe de ſéparer ces principes & de les préſenter à part, chacun dans ſon état de pureté, ou du moins dans celui que nous pouvons regarder comme tel. En effet, des obſervations nouvelles, un examen plus approfondi, ſemblent nous avertir que dans preſque toutes les opérations de la Chimie nous ne ſéparons les principes conſtitutifs d'un mixte, qu'en les combinant en même-temps avec d'autres ſubſtances, & qu'il ne nous eſt pas donné d'en ſaiſir aucun, dans un état vraiment élémentaire.

M. Margraaf joint à cette gloire, celle d'avoir contribué par ſon exemple à introduire dans les Ouvrages de Chimie & dans les procédés de cette Science, une méthode claire, ſimple, vraiment ſcientifique; peut-être jamais aucun Phyſicien n'a porté à un ſi haut degré l'entière excluſion de tout ſyſtème, de toute hypothèſe, à peine ſe permet-il même quelque explication: ſi, par exemple, il admet la doctrine de Stalh ſur le phlogiſtique, on croiroit, par la réſerve avec laquelle il en parle, qu'il avoit quelque preſſentiment que cette doctrine, ſi généralement adoptée alors, ſeroit bientôt au moins ébranlée. Ses Mémoires ſe bornent à l'expoſition des faits, cette expoſition eſt claire; les procédés par leſquels il parvient à ces faits ſont ſimples, il ſait en exclure avec habileté tout ce qui pourroit laiſſer des doutes ſur la vérité à laquelle il eſt conduit: ſes réſultats ont une préciſion qui n'étoit pas connue avant lui, & qui depuis n'a été ſurpaſſée que par M. Bergman, & par un Chimiſte françois, que ſa modeſtie ne me permettroit pas de nommer ici. Mais on chercheroit vainement dans les Mémoires de M. Margraaf, ces idées, ces vues que d'autres Savans ſe plaiſent à prodiguer dans les leurs, & qui ſouvent leur font plus d'admirateurs, ou plutôt d'enthouſiaſtes qu'ils n'en auroient obtenu par de véritables découvertes: un lecteur ſuperficiel pourroit même croire que M. Margraaf n'étoit qu'un obſervateur exact & laborieux, mais en ſuivant ſes procédés & ſes méthodes, on voit que plus fécond en vues & en idées, que

les

les inventeurs des plus brillans ſyſtèmes, il s'étoit fait une loi d'attendre, pour les expoſer au Public, qu'elles euſſent été vérifiées par le ſuccès, & de ſe borner à dire ce qu'il ſavoit, & non ce qu'il avoit ſoupçonné, ce qu'il avoit trouvé, & non ce qu'il ſe propoſoit d'examiner. Cette méthode de traiter les Sciences eſt celle d'un véritable ami de la vérité, qui la cherche pour elle-même, & qui l'aime pour le plaiſir de la trouver ou de la connoître.

Dans un temps où l'orgueil ne rougit même plus d'avouer le culte ſervile qu'il rend à l'opinion, peut-être n'eſt-il pas inutile d'obſerver qu'il eſt encore quelques hommes qui n'ont pas fléchi le genou devant cette idole, & qui n'ont pas cru que les jugemens d'autrui duſſent être le ſeul mobile de leurs travaux, le ſeul prix de leurs efforts. Comme ces jugemens ne ſont pas toujours juſtes, l'habitude de s'y ſoumettre n'eſt pas ſans danger, & ſi on réduiſoit la culture des Sciences aux travaux, dont l'opinion publique doit être la récompenſe, on verroit bientôt cette opinion s'égarer de plus en plus, & mettre à leurs progrès réels une limite que le temps & le génie pourroient à peine reculer.

M. Margraaf étoit né avec un tempérament foible, que le travail eut bientôt épuiſé. Des convulſions habituelles furent les premiers ſymptômes des infirmités qui le conduiſirent lentement au tombeau.

Lorſqu'en 1777, il fut nommé Aſſocié-Étranger de l'Académie, il étoit mourant, & il fut également ſenſible au plaiſir d'obtenir une place qu'aucun Chimiſte n'avoit encore occupée, & à la douleur de ne pouvoir plus exprimer ſa reconnoiſſance en juſtifiant par de nouveaux titres le choix de l'Académie. Cependant il reprit un peu de force, redevint capable de s'occuper, de ſuivre les travaux qu'il avoit commencés, & de paroître quelquefois à l'Académie de Berlin; mais ces momens de relâche furent très-courts, & il ſuccomba enfin à ſes maux le 7 août 1782.

A la fatigue d'un travail opiniâtre, à l'effet inévitable des ſubſtances actives ou même vénéneuſes ſur leſquelles il opéroit, ſe joignit peut-être un peu d'intempérance. Si la Nature l'avoit

formé tempérant, il ne s'en fût pas écarté, mais les hommes vraiment occupés ne peuvent guère s'assujettir à ces attentions continuelles qu'exige un régime, à cette lutte éternelle contre leurs penchans, qui les fatigue & les détourne de l'objet de leurs pensées. D'ailleurs, si on traite avec sévérité ces penchans, ces défauts qui ne nuisent point à autrui, c'est sans doute parce qu'ils empêchent celui qui s'y livre, d'acquitter envers la société la dette imposée à tous par la Nature; ou parce qu'ils le rabaissent en diminuant l'énergie de ses facultés. Si donc un homme a rempli sa vie par des travaux utiles, si ses talens & l'usage qu'il en a fait, l'ont élevé au-dessus de la sphère ordinaire, l'indulgence à son égard n'est-elle pas un devoir que l'équité même exige? Et comme les juges les plus sévères, ne sont pas toujours ceux auxquels il seroit le plus permis de l'être, ne pourroit-on pas dire avec justice à ces détracteurs d'un homme supérieur, si avides de chercher ses défauts, *quel droit avez-vous de lui reprocher des fautes qui ne l'ont pas empêché de valoir encore mieux que vous!*

M. Margraaf étoit d'un caractère doux, facile & gai; une société peu nombreuse d'amis & d'hommes éclairés qui pouvoient l'entendre, & à qui il pouvoit dire ce qu'il pensoit, étoit sa seule distraction & son plaisir le plus doux après celui de l'étude. Quoiqu'il eût assez de talens pour exciter l'envie, on ne lui a pas connu un seul ennemi, ni parmi ses émules, ni parmi les Chimistes plus anciens que lui & qui pouvoient craindre sa concurrence. Peut-être la douceur de ses mœurs, sa réserve dans ses jugemens n'eussent pas suffi pour lui mériter cette bienveillance universelle que la médiocrité modeste est seule en possession d'obtenir; mais l'extrême simplicité qui règne dans ses Ouvrages a dû désarmer la jalousie; loin de chercher à fixer sur lui les regards, il sembloit éviter tout ce qui pouvoit les attirer, la gloire qu'il avoit obtenue s'étoit offerte d'elle-même, & ses rivaux ne pouvoient s'empêcher de voir avec une sorte de reconnoissance qu'il leur en avoit laissé tout ce qu'il ne lui avoit pas été impossible de leur abandonner.

ÉLOGE
DE M. DU HAMEL.

HENRI-LOUIS DU HAMEL DU MONCEAU, Inſpecteur général de la Marine, Penſionnaire-Botaniſte de l'Académie des Sciences, Membre de l'Académie de Marine, de la Société de Médecine, de la Société Royale de Londres, de l'Inſtitut de Bologne, des Académies des Sciences de Péterſbourg, de Stockolm, d'Édimbourg, de Palerme & de Padoue, des Sociétés d'Agriculture de Paris, de Padoue & de Leyde, naquit à Paris en 1700, d'Alexandre du Hamel, Seigneur de Denainvilliers, & d'Anne Trottier.

Il deſcendoit de Loth du Hamel, Gentilhomme Hollandois : Charles, fils de Loth vint en France vers 1400, à la ſuite de ce Duc de Bourgogne, dont les perfidies & les cruautés ont laiſſé une mémoire ſi odieuſe, & il aima mieux s'y établir que d'aider ſon chef à en dévaſter les provinces. On ne ſait rien de ſa famille avant cette époque, ſinon qu'elle étoit d'origine françoiſe.

M. du Hamel fit peu de progrès dans ſes études, il ne retint de tout ce qu'on avoit voulu lui enſeigner au collége d'Harcourt qu'une ſeule choſe, c'eſt que les hommes, en obſervant la Nature, avoient créé une ſcience qu'on appelle la Phyſique, & voyant que cette Science s'apprenoit mal dans les Ecoles, il réſolut de ne profiter de ſa liberté que pour l'étudier.

Il ſe logea auprès du Jardin du Roi, le ſeul établiſſement public où l'on enſeignât alors, à Paris, ce qu'il deſiroit ſavoir. M.rs Dufay, Geoffroi, Lémeri, Juſſieu, Vaillant, furent les amis qu'il choiſit au ſortir du Collége. On peut

prévoir aſſez ſûrement ce qu'un jeune homme doit être un jour, en le jugeant d'après ſes ſociétés; ſoit que l'influence de ces premières liaiſons s'étende ſur toute la vie, ſoit qu'elles ne faſſent qu'indiquer le caractère ou les penchans, & que celui qui choiſit mal ait déjà perdu ce qui reſte même quelquefois aux hommes vicieux, le goût de la vertu dans les autres.

Tandis que le plus grand nombre des hommes célèbres a pour premier mobile l'amour de la Renommée, quelques-uns dominés par le plaiſir de l'étude, ſemblent avoir oublié la gloire, du moins dans leurs premiers travaux, s'être étonnés qu'elle vînt enſuite les chercher, ne la deſirer que comme un témoignage qui les aſſure du ſuccès de leurs recherches, & ne regarder le plaiſir qu'on goûte en la méritant, que comme un tribut qu'ils payent à la foibleſſe humaine. Tel fut M. du Hamel.

A vingt-huit ans il n'avoit encore étudié que pour lui. Le ſafran, culture importante dans le Gâtinois, province où ſa Terre étoit ſituée, y étoit attaqué d'une maladie qui paroiſſoit contagieuſe; des oignons ſains, placés à côté d'oignons infectés, éprouvoient bientôt le même dépériſſement. Le Gouvernement conſulta l'Académie, & elle crut devoir charger de ſa réponſe M. du Hamel, qui cependant n'étoit pas encore Académicien.

Il trouva que la maladie étoit cauſée par une Plante paraſite qui s'attache à l'oignon de ſafran, ſe nourrit aux dépens de ſa ſubſtance, & s'étendant ſous terre d'un oignon à l'autre, infecte tout l'eſpace où on lui permet de ſe répandre. L'Académie vit dans ces recherches tout ce qu'elle devoit attendre des lumières, du zèle, de l'exactitude de M. du Hamel, & elle ſe hâta de l'adopter.

Depuis la renaiſſance des Lettres, la plupart des Savans, à l'exception des ſeuls Médecins, ſembloient ne s'être occupés de l'application des Sciences à l'uſage commun, qu'autant qu'il le falloit pour prouver qu'elles ne ſont pas inutiles; auſſi paroiſſoit-on les regarder comme des hommes

qui ſervoient plus à la gloire qu'à l'avantage réel des Nations. Ce préjugé s'eſt diſſipé dès que les Sciences, rendues plus communes, ont été mieux connues; & on a dû chercher à les rappeler vers la pratique, lorſque s'étant enrichies ſucceſſivement des travaux de pluſieurs générations, on a pu faire avec plus de facilité d'heureuſes applications des vérités déjà établies, tandis que la découverte de nouvelles vérités devenoit de jour en jour plus difficile; M. du Hamel ſe trouva placé dans cette époque, & il n'héſita point à ſe conſacrer à l'utilité publique, dût-il lui en coûter un peu de ſa gloire.

Il eſt des hommes pour qui une méditation profonde eſt un beſoin, tout ce qui eſt difficile leur paroît grand, & un penchant invincible les porte vers les difficultés avec d'autant plus de force qu'elles paroiſſent plus inſurmontables. Jaloux d'ajouter par leurs découvertes à la maſſe des connoiſſances humaines, convaincus que de ce progrès ſucceſſif des lumières, doit réſulter un jour une utilité réelle; ſûrs de travailler du moins pour l'avantage des générations futures, ils ſe laiſſent entraîner ſans remords par l'amour de la gloire ou par l'attrait de l'étude. Mais M. du Hamel paſſoit une grande partie de ſa vie à la campagne, il voyoit à quel point les connoiſſances phyſiques peuvent contribuer au bonheur des hommes ſimples qui l'habitent, & combien il eſt ſouvent facile de le procurer à peu de frais. Il voyoit qu'en renonçant au plaiſir ſi vif de trouver une vérité après l'avoir long-temps pourſuivie, il pouvoit s'aſſurer le plaiſir plus touchant de ſentir que chaque jour qu'il employoit au travail, étoit un jour conſacré à faire le bien, & il y dévoua tous ſes momens.

Nous allons préſenter ici moins le précis de ſes Ouvrages que le tableau des ſervices qu'il a rendus à l'Agriculture, aux Arts, à la ſcience de la Navigation.

Une connoiſſance approfondie de la phyſique des végétaux doit être la première étude d'un Philoſophe qui aſpire à rendre les végétaux plus utiles; elle occupa d'abord M. du Hamel. Sa Phyſique des arbres ne parut cependant qu'en

1758, il ne voulut la publier qu'après une longue ſuite d'expériences qu'il avoit ſoumiſes preſque toutes au jugement du public en les faiſant imprimer dans nos Mémoires. Cet Ouvrage étoit alors & il eſt encore le Traité le plus inſtructif & le plus complet qui exiſte ſur cette matière importante.

On y voit M. du Hamel toujours timide à adopter une opinion, mais infatigable pour multiplier les expériences; ſupérieur à la petite vanité de ne placer dans ſes Livres que ce qu'il a découvert ou obſervé le premier, mais n'adoptant ce qu'il emprunte qu'après l'avoir confirmé par de nouveaux eſſais, portant l'amour déſintéreſſé de la vérité juſqu'à publier dans ſon Ouvrage même les expériences qui contrediſent ſes opinions, par exemple, celles de M. Ludot de Troies; laiſſant enfin aux autres le ſoin de remarquer ce qui pouvoit lui appartenir à lui-même, comme les loix de l'accroiſſement des Plantes, de la formation des écorces & du bois, l'Obſervation des phénomènes que préſente l'union de la greffe au ſujet, la manière dont les racines & les branches ſe transforment en branches & en racines, les preuves du double mouvement de la sève, & en grande partie du moins, l'influence de l'air, de la lumière & du ſol, ſur le développement, la vie & la nourriture des végétaux; cet Ouvrage, où il ne put s'empêcher cependant de répandre un grand nombre de remarques pratiques propres à éclairer les Cultivateurs, n'étoit que la partie ſcientifique de ſes Traités ſur les bois, ſur les plantations, ſur les arbres fruitiers, & de ſes travaux ſur l'Agriculture.

D'abord il porte ſes regards ſur tous ces arbres employés pour la Marine ou l'Architecture, pour les uſages communs de la vie, pour la fabrique des métiers & des inſtrumens néceſſaires aux Arts; il enſeigne à diſtinguer le terrein qui convient à chaque eſpèce, la méthode de la cultiver, les uſages auxquels elle eſt propre.

Des bois il paſſe aux arbres fruitiers qui fourniſſent l'une des nourritures de l'homme les plus ſaines, les plus abondantes; il trouve à combattre, & tous les préjugés d'un Art

qui ne s'étoit alors perfectionné qu'entre des mains groſſières, & tous les embarras d'une nomenclature immenſe, pour laquelle les caractères botaniques deviennent inſuffiſans. Il diſſipe les préjugés, il oppoſe aux difficultés le travail & la patience. Il enſeigne à bien connoître ces individus précieux, à les perpétuer par la greffe, à conſerver ou à varier leurs eſpèces, à multiplier leurs fruits ou à les améliorer, à rendre leur fécondité plus aſſurée & plus conſtante, à conduire l'arbre & à le conſerver. Il s'attache ſur-tout aux eſpèces qui, propres à produire ces boiſſons ſpiritueuſes devenues en quelque ſorte pour l'homme un de ſes premiers beſoins, couvrent des Provinces entières, & dont la culture, employant l'induſtrie de tout un Peuple, devient le ſeul moyen de ſa ſubſiſtance. Il ne traite pas avec moins de ſoin les arbres, qui, comme les pêchers, objet d'une induſtrie plus bornée, & cultivés pour les délices d'une grande Ville, font vivre par leur produit une partie du peuple induſtrieux qui l'environne.

L'Agriculture fut enfin l'objet de ſes travaux, M. du Hamel ſoumit à des expériences & à des obſervations long-temps ſuivies, la manière de préparer les terres deſtinées à recevoir les grains, & la méthode de les ſemer; il s'occupa des moyens de préſerver les blés des divers accidens qui s'oppoſent à leur conſervation: il trouva qu'en expoſant le grain dans des étuves à une chaleur aſſez forte pour faire périr les œufs ou les nymphes des inſectes qui peuvent y être contenus, en le privant par cette même opération de ſon humidité, on le garantiſſoit à la fois des deux fléaux les plus deſtructeurs, la fermentation & les inſectes. Il imagina & fit exécuter une étuve qui, donnant une chaleur graduée & égale dans toute ſon étendue, réuniſſoit à la certitude entière du ſuccès, une économie ſuffiſante dans la dépenſe. Il ſoumit l'art des engrais à des principes fondés ſur la ſaine Phyſique; il établit dans ſes terres la culture de la rhubarbe, celle des Prairies artificielles, celle enfin des pommes de terre; & il a eu le plaiſir de voir de ſon vivant

même ces productions inconnues en France dans ſa jeuneſſe, ſe multiplier, ſe répandre, enrichir les cantons qui les ont adoptées, ou offrir une reſſource à la misère. Mais c'eſt preſque à l'introduction de ces nouvelles cultures que s'eſt borné juſqu'ici le fruit de ſes travaux.

Il en eſt de l'art de cultiver, comme des Manufactures : toutes celles qui ne ſont exercées que par des hommes à peine au-deſſus du beſoin, reſtent dans la médiocrité. Il n'y a point d'innovations ſans avances, ſans riſques : l'Agriculture ne peut donc ſe perfectionner que lorſque des propriétaires riches, devenus cultivateurs, s'occuperont des progrès de l'art par curioſité, par intérêt, par ce ſentiment naturel qui attache l'homme à l'objet de ſes travaux, & qu'ils conſacreront une partie de leur ſuperflu & de leur loiſir à tenter des expériences, à eſſayer des méthodes. Il faut enſuite que l'exemple de ces propriétaires, la vue de leurs ſuccès, les encouragemens qu'ils peuvent donner, répandent de proche en proche ces nouveautés utiles, auxquelles l'ignorance & les préjugés du Peuple mettent moins d'obſtacles que la crainte d'une dépenſe inutile, car cette crainte n'eſt point balancée par l'eſpérance d'un très-grand profit, quand la dépenſe eſt priſe ſur le néceſſaire. D'autres préjugés s'oppoſent encore aux progrès de l'Agriculture; on ne fait d'avances que dans l'eſpoir d'en être dédommagé : ſi l'on emploie des ſoins diſpendieux ou pénibles pour conſerver une denrée plus long-temps, c'eſt ſeulement parce que l'augmentation du prix de la denrée doit récompenſer de ces ſoins. La bienfaiſance, le patriotiſme, peuvent faire des ſacrifices, mais leur activité eſt bornée; ces ſentimens n'ont une force durable que ſur un petit nombre d'ames, & quand il s'agit d'une méthode qui n'eſt utile que lorſqu'elle eſt générale, c'eſt de l'intérêt ſeul qu'il faut en attendre le ſuccès. Cependant le propriétaire des grains, expoſé pluſieurs fois pour chaque récolte à tout perdre, par l'intempérie des ſaiſons, forcé, pour conſerver ſa denrée, à des précautions ſouvent coûteuſes, a de plus à craindre l'effet des reſtrictions miſes trop ſouvent à la liberté de la vente,

entraves

entraves d'autant plus funeſtes aux Propriétaires & au Peuple, que cette denrée eſt plus néceſſaire. Auſſi M. du Hamel s'eſt-il écarté, dans ce ſeul point, du ſilence reſpectueux qu'il s'étoit impoſé ſur tout ce qui tient à la Légiſlation, il a oſé plaider la cauſe de la liberté du commerce des grains, parce qu'il la croyoit liée à la ſûreté des ſubſiſtances, à la proſpérité de l'Agriculture; & il l'a plaidée avec courage dans un temps où le préjugé qu'il attaquoit avoit des défenſeurs irrités & puiſſans, qui pouvoient trouver plus ſûr & plus facile de ſe venger que de répondre.

Dans les dernières années de ſa vie, il eut la conſolation de voir former un établiſſement deſtiné à perfectionner la pratique de la mouture & de la boulangerie; nommé Membre de ce comité qui vouloit ſe décorer d'un nom ſi célèbre, ceux qui le compoſoient lui témoignèrent la crainte de ne pas le voir auſſi ſouvent à leurs Séances qu'ils l'auroient deſiré, *je m'y ferai plutôt porter*, répondit-il. Il voyoit quels heureux effets devoient réſulter d'une Société où l'on s'occupoit de la ſubſiſtance du Peuple, non, comme il en avoit gémi ſi ſouvent, pour la rendre plus chère & plus incertaine, en multipliant des règlemens inutiles & dangereux, mais pour perfectionner la manière de la préparer, afin d'obtenir d'une même quantité de blé une nourriture plus ſaine, plus agréable, plus abondante; & par-là de procurer au peuple une ſubſiſtance moins coûteuſe & plus aſſurée.

M. du Hamel avoit été attaché au département de la Marine par M. de Maurepas, qui lui avoit donné le titre d'*Inſpecteur général;* la confiance du Miniſtre fit eſpérer au citoyen qu'il pourroit ſe rendre utile, & dès-lors il embraſſa toute l'étendue de la Science navale.

La conſtruction des Vaiſſeaux, la fabrique des voiles, des cordages, la connoiſſance & la conſervation des bois l'occupèrent ſucceſſivement, & furent l'objet de pluſieurs Traités qui, comme preſque tous ſes Ouvrages, ſont d'immenſes Recueils de faits & d'expériences : il cherche partout à bien conſtater quelle eſt la meilleure pratique, à la

réduire à des règles fixes qui la ſéparent de la routine, à l'appuyer même ſur les principes de la Phyſique, mais s'abſtenant de toute théorie quand il ne pouvoit la fonder que ſur des hypothèſes: on voit qu'il ne veut plus être Savant dès que la Science n'eſt plus utile.

Il n'étend point ſes recherches ſur l'art de conſtruire les Vaiſſeaux, aux queſtions qui, ceſſant d'être à la portée des conſtructeurs, dépendent d'une géométrie profonde; il ſe contente d'adopter les principes que les Bouguer, les Euler ont donnés dans leurs Ouvrages, il renvoie à ces ſavantes théories, dont il avoue l'utilité, autant qu'il en admire la profondeur: trop inſtruit lui-même pour n'être pas ſupérieur à cette injuſtice ſi commune parmi les Praticiens, qui ne manquent guère de proſcrire comme inutile toute théorie qu'ils ne ſont pas en état d'entendre.

M. du Hamel fit établir une École pour les conſtructeurs, & par ce moyen il les ſépara pour jamais de la claſſe des ſimples ouvriers: les Artiſtes célèbres en ce genre, qu'a eus la France, ont été formés par lui & d'après ſes principes; & ſi dans cet Art important, les Nations étrangères ne nous accordent pas une ſupériorité dont l'orgueil national convient ſi rarement, du moins preſque toutes nous traitent comme les Généraux de la flotte grecque traitèrent Themiſtocle, elles nous placent au ſecond rang, & ne préfèrent à la conſtruction françoiſe que la méthode qu'elles ont adoptée.

Il perfectionna auſſi l'art de la Corderie, il prouva qu'en tordant moins les cables on avoit des cordages auſſi forts, plus durables, moins peſans, qui exigeoient & moins de matière & moins de main-d'œuvre: cette correction très-ſimple que l'expérience lui fit découvrir, réunit tous ces avantages qui ſembloient au premier coup-d'œil devoir ſe combattre & s'exclure.

Dans tous les genres, ceux qui ſe livrent à la pratique, ont pour la théorie une averſion qu'il ne faut pas attribuer uniquement à leur ignorance, & moins encore à l'inutilité de la théorie; mais ils voient avec un ſentiment douloureux

cette eſpèce de ſupériorité qu'elle donne, & qui bleſſe d'autant plus qu'elle ſemble tenir à une ſupériorité perſonnelle : ſi la pratique a été accompagnée des dangers qui l'ennobliſſent, & de la gloire qui eſt la juſte récompenſe du courage, alors l'averſion pour les Théoriciens doit être plus forte encore, parce qu'on trouve leurs prétentions d'autant plus injuſtes que les connoiſſances pratiques ont plus coûté : auſſi M. du Hamel eut-il ſouvent de la peine à ſe faire écouter des Officiers de la Marine, ſur-tout dans ſes premières inſpections. Les Sciences moins cultivées qu'aujourd'hui, moins répandues dans les différentes claſſes de la ſociété, commençoient à peine à triompher des préjugés qui les avoient dégradées, & de ceux que l'ignorance avoit élevés contre elles; elles n'avoient alors ni autant de conſidération, ni autant de reſſources; elles étoient moins utiles, & leur utilité n'étoit pas ſi bien reconnue.

Dans les nombreux voyages que M. du Hamel fit dans les Ports pour exécuter des expériences en grand, pour examiner des queſtions relatives aux conſtructions, ou aux établiſſemens de Marine, pour eſſayer des machines ou des inſtrumens, il trouva plus d'une fois des difficultés à eſſuyer; mais il en ſut triompher par les deux moyens les plus ſûrs peut-être pour déſarmer l'amour-propre, la modeſtie & cette pureté d'intentions & de conduite à laquelle cèdent à la longue & toutes les haines & toutes les paſſions.

Un jeune Officier cherchant peut-être à l'embarraſſer, lui fit un jour une queſtion, *Je n'en ſais rien* fut dans cette circonſtance comme dans bien d'autres, la réponſe du Philoſophe. *A quoi ſert-il donc d'être de l'Académie,* dit le jeune homme? Un inſtant après interrogé lui-même, il ſe perdoit dans des réponſes vagues qui déceloient ſon ignorance. *Monſieur*, lui dit alors M. du Hamel, *vous voyez à quoi il ſert d'être de l'Académie. c'eſt à ne parler que de ce qu'on ſait.*

Pendant ſon ſéjour à Toulon, il propoſa quelques innovations qu'il croyoit utiles, elles furent rejetées par tous ceux qu'il conſulta, & M. du Hamel ſentit que le moment

de les établir n'étoit pas venu. Peu de temps après M. de Maurepas lui demanda ſon avis ſur un Mémoire envoyé de Toulon, où un de ceux qui avoient combattu M. du Hamel, préſentoit les mêmes projets, mais comme s'ils euſſent été ſon ouvrage; *Monſieur*, dit M. du Hamel au Miniſtre, *il faut faire exécuter ce qu'on vous propoſe, mais laiſſons-en l'honneur à l'auteur du Mémoire, pourvu que le bien ſe faſſe il importe peu qu'un autre ou moi en ayons la gloire.* C'eſt par de pareils moyens qu'il parvint à diſſiper toutes les préventions; & il eut le plaiſir de voir les mêmes hommes que l'idée de toute nouveauté avoit d'abord effrayés, s'unir à lui pour former une Académie de Marine, deſtinée ſpécialement à perfectionner toutes les parties de la Science navale, & ſur-tout à en approfondir la théorie, établiſſement utile, & qu'il eſt à deſirer pour le bien général de voir imiter par toutes les Puiſſances maritimes.

On a de M. du Hamel un Traité ſur la conſervation de la ſanté des Navigateurs. L'air qu'on reſpire à la mer eſt très-pur, & ſi le ſéjour des Vaiſſeaux eſt mal ſain, il faut en accuſer, non l'état naturel de l'air, mais la réunion d'un trop grand nombre d'hommes dans des lieux étroits où l'air extérieur pénètre difficilement; il faut l'attribuer moins à l'excès ou aux dangers du travail, qu'à la mal-propreté ou à la négligence des Équipages, enfin au peu de précautions que l'on prend pour la conſervation de l'eau & de la nourriture, plutôt qu'à l'inſalubrité réelle des alimens. A toutes ces cauſes, preſque volontaires, ſe joint encore la trop grande quantité d'animaux qu'entaſſe ſur les Vaiſſeaux le luxe qui s'introduit par-tout, & qui par-tout ſacrifie la vie ou les beſoins du foible & du pauvre, aux fantaiſies du plus fort ou du plus riche. M. du Hamel cherche des remèdes contre tous ces maux; il décrit les ventilateurs de toute eſpèce qui étoient alors connus, & que la nouvelle théorie de l'air propre à la reſpiration doit nous apprendre à perfectionner un jour; il propoſe des moyens pour employer à renouveler l'air, le feu de la cuiſine des Vaiſſeaux. Il indique les précautions

qu'il faut prendre; la diſcipline qui doit être établie pour la propreté du Bâtiment & la ſanté de l'Équipage. Il donne des méthodes pour conſerver l'eau ou les vivres & pour en préparer de pluſieurs eſpèces qui ſoient à la fois ſains, peu coûteux & d'une longue conſervation. Il emploie toutes les reſſources que la Botanique, la Chimie, la Phyſique peuvent lui offrir; & comme un intérêt d'humanité plus direct étoit le but de cet Ouvrage, on voit qu'il n'en eſt aucun des ſiens qu'il ait travaillés avec autant de ſoin, dont il ſe ſoit occupé avec autant de plaiſir.

Tant de travaux n'empêchèrent pas M. du Hamel d'être un Académicien très-aſſidu, & l'un des plus exacts à payer dans nos Mémoires le tribut de travail que les règlemens nous preſcrivent. Depuis 1740 juſqu'à ſa mort, il a rédigé pour chaque année les obſervations météorologiques faites à Pithiviers, avec des détails relatifs à la direction de l'aiguille aimantée, à l'Agriculture, à la conſtitution médicale de l'année, à l'époque de la ponte ou du paſſage des oiſeaux. Ce plan étoit plus vaſte que ceux qui avoient été ſuivis avant lui: le zèle avec lequel M. du Hamel donna l'exemple de ces travaux, a tourné les yeux des Savans vers cet objet important mais trop négligé, & ſi la Météorologie touche à une révolution; ſi elle devient ce qu'elle doit être, une des branches à la fois les plus utiles & les plus curieuſes des Sciences phyſiques, on n'oubliera pas ſans doute que M. du Hamel s'en occupa conſtamment dans un temps, où n'ayant aucune eſpèce de gloire à attendre de ſes recherches, il ne pouvoit être animé que par les vues abſolument pures d'une utilité, dont lui-même n'eſpéroit pas d'être jamais le témoin.

Depuis ſon inſtitution, l'Académie s'eſt occupée de la deſcription des Arts, objet immenſe qui embraſſe les principes de toutes les Sciences, où le Savant trouve à chaque pas des inventions heureuſes, monument de ce que peut le génie, privé même du ſecours de l'étude; des faits qui ne ſont point encore entrés dans le ſyſtème des connoiſſances humaines; des problèmes ſinguliers réſolus dans la pratique,

& dont la théorie eſt encore un myſtère inexplicable : tandis qu'au milieu de ces prodiges qui excitent ſon admiration il voit l'ignorance établir ou perpétuer des routines abſurdes, & les préjugés de toute eſpèce luttant contre l'induſtrie la plus ingénieuſe, oppoſer aux progrès des Arts une barrière que la théorie ſeule peut briſer.

La collection des deſcriptions des Arts en renferme vingt de M. du Hamel, en y comprenant la fabrique des cordages, la conſtruction des Vaiſſeaux, & l'art des pêches, art important, la première école des Marins, & qui fournit chez un grand nombre de Nations, la ſubſiſtance d'une partie du peuple.

Ses Mémoires, ſes Obſervations, inſérés dans nos Recueils, ſont au nombre de plus de ſoixante; les uns ont pour objet des remarques utiles ſur la phyſique des végétaux ou ſur la culture des Plantes qu'il a tenté avec ſuccès de naturaliſer en France ; quelques autres renferment des obſervations d'économie animale & de Médecine. Dans l'impoſſibilité de faire connoître, même par leurs titres, cette longue ſuite d'Ouvrages, nous nous arrêterons ſeulement ſur ſa Théorie de la formation des os, & ſur quelques-uns de ſes Mémoires de Chimie: nous avons montré juſqu'ici le citoyen zélé, l'Académicien laborieux, le Savant utile ; il nous reſte à faire connoître le Phyſicien occupé de pénétrer les ſecrets de la Nature, & d'agrandir la ſphère de nos connoiſſances.

L'étude profonde que M. du Hamel avoit faite de l'économie végétale, lui avoit montré entre les Plantes & les Animaux, une foule d'analogies frappantes; il étoit d'autant plus important de les obſerver, que ces deux claſſes d'êtres, également douées de l'organiſation, & de la faculté de ſe nourrir, de croître & de ſe reproduire, ne ſont ſéparées l'une de l'autre, ſur-tout dans les points extrêmes où elles ſemblent ſe toucher, que par des nuances à peine ſenſibles; tandis qu'un intervalle immenſe ſépare les êtres vivans de ces deux règnes, du reſte des corps naturels, où l'on ne voit plus aucune organiſation, où les individus ne jouiſſent

point d'une force propre, & n'éprouvent d'action que par l'effet des cauſes générales qui, réglées par des loix mécaniques, agiſſent ſur leurs molécules ou ſur leurs maſſes.

M. du Hamel examina d'abord ſi l'endurciſſement & la formation des os, ſi leur réparation ne ſuivoient pas des loix ſemblables à celles qu'il avoit aſſignées à l'accroiſſement des arbres; & il établit, d'après une ſuite d'expériences, que les os s'augmentent par l'oſſification des lames du périoſte, comme les arbres par l'endurciſſement des couches corticales: les os, dans l'état de molleſſe, s'étendent en tout ſens, comme les jeunes branches des végétaux ; mais parvenus à leur état de dureté, ils ne croiſſent plus, ainſi que les arbres, que par l'addition de ces couches ſucceſſives. Cette organiſation étoit incompatible avec l'opinion de ceux qui croyoient que les os croiſſoient par l'addition d'une matière terreuſe, dépoſée dans les mailles du réſeau organiſé qui en forme la texture : M. du Hamel combattit cette opinion par une expérience ingénieuſe; il avoit appris par une Lettre de Hans Sloane, Préſident de la Société de Londres, que les os des jeunes animaux nourris avec de la garance, ſe coloroient en rouge; il imagina de les nourrir ſucceſſivement avec des alimens mêlés de garance & avec leurs alimens ordinaires; en ſciant les os de ces animaux dans le ſens de leur largeur, il obſerva des couches concentriques alternativement rouges & blanches, qui correſpondoient aux différentes époques pendant leſquelles ces animaux avoient été nourris avec de la garance ou ſans garance ; lorſqu'enſuite on les ſcie dans le ſens de leur longueur, on voit ces mêmes couches colorées plus ou moins épaiſſes dans les différentes parties de l'os, ſuivant le nombre des lames du périoſte qui ſe ſont oſſifiées: quant aux portions encore molles ou ſuſceptibles de s'étendre en tout ſens, telles que les lames voiſines de la moelle, dont le réſervoir s'agrandit pendant une partie du temps de la croiſſance des animaux, la couleur rouge marque également les progrès de leur oſſification par des points colorés plus ou moins étendus.

M. de Haller attaqua cette opinion, & M. de Fougeroux, neveu de M. du Hamel, ſe chargea de lui répondre; il ſut concilier le reſpect dû au nom de M. de Haller, avec le zèle qui l'animoit pour la défenſe d'un oncle chéri, dont il regardoit la gloire comme une portion de ſon héritage. Il ne nous appartient point de prononcer ſur le fonds de cette diſcuſſion, mais quand bien même la différence d'organiſation qu'on ne peut s'empêcher de reconnoître entre les os & les lames du périoſte, comme entre les couches de l'écorce & celles du bois, détruiroit également l'explication que M. du Hamel a donnée de la formation des couches ligneuſes, & ſon opinion ſur l'accroiſſement des os; quand bien même on reconnoîtroit un jour que ce Phyſicien ſi ſage, ſi timide, n'a propoſé qu'un ſyſtème ingénieux: ne ſuffiroit-il point à ſa gloire (puiſqu'il s'agit d'une queſtion d'Anatomie) d'avoir partagé quelque temps les Savans de l'Europe entre M. de Haller & lui?

M. du Hamel avoit obſervé dans ſes recherches botaniques, que la greffe ne s'attache point ſur la branche qui la porte, comme les Plantes paraſites ſur l'arbre dont elles tirent leur nourriture; qu'elle fait un même corps avec le ſujet, que leurs organes ont entr'eux une véritable continuité, & que leur réunion ſe fait comme celle des plaies des arbres. Il eſſaya d'étendre ces obſervations aux animaux: d'abord il s'aſſura par une opération ingénieuſe, mais cruelle, que la jambe d'un poulet pouvoit, en totalité, ſe ſouder au corps, après que toutes les parties, peau, muſcles, nerfs, vaiſſeaux, os même, en avoient été ſucceſſivement ſéparées; non-ſeulement il obſerva que la ſenſibilité & le mouvement ſubſiſtoient après cette opération, mais il vit s'établir une nouvelle communication des artères & des veines de la partie ſéparée, aux artères & aux veines du reſte du corps.

Il voulut examiner enſuite les phénomènes que préſente une expérience connue depuis long-temps dans les campagnes, mais que les Phyſiciens avoient ignorée ou dédaignée: on ſait que l'ergot d'un jeune coq, placé ſur la tête d'un autre

autre dont on vient de couper la crête, s'y attache, s'y nourrit, & croît ſouvent juſqu'à la longueur de pluſieurs pouces; M. du Hamel obſerva qu'il devient alors une véritable corne formée de lames comme celle du bœuf, remplie de même par un noyau oſſeux, quelquefois adhérent à l'os du crâne, plus ſouvent ayant avec cet os une véritable articulation, & retenu par des ligamens qui uniſſent l'ergot étranger à l'individu auquel il s'eſt attaché. En examinant la manière dont croiſſent ces ergots, on aperçoit que c'eſt comme dans les cornes du bœuf, par l'addition des lames ſucceſſives qui ſe forment entre le noyau oſſeux & la corne. Ce mécaniſme eſt ſemblable à celui par lequel le bois & l'écorce d'un même arbre s'accroiſſent en même-temps par de nouvelles couches. On voit donc encore ici de nouveaux rapports entre les plantes & les animaux; & l'exemple d'une véritable greffe animale, qui, comme celle des végétaux, exige que les parties qui s'uniſſent ſoient douées chacune d'une force vitale.

M. du Hamel s'occupa long-temps de Chimie: il donna en 1737, un Mémoire où il démontra que la baſe du ſel marin eſt un véritable ſel alkali, mais différent à quelques égards du ſel alkali qu'on retire des plantes terreſtres, & ſemblable à celui que donne l'incinération des plantes marines. On eſt étonné aujourd'hui que ce fait, ſi ſimple, ſi élémentaire, fût alors ignoré ou combattu par les Chimiſtes françois; & plutôt indiqué que prouvé par Stalh & ſes diſciples. M. du Hamel porta plus loin ſes recherches, il voulut ſavoir ſi la différence entre ces alkalis, tient à la différence ſpécifique des plantes qui les produiſent, ou à la nature des terreins où elles croiſſent. Il fit ſemer du kali à Denainvilliers, & ſuivit ces expériences pendant un grand nombre d'années. Comme il avoit renoncé à la Chimie long-temps avant qu'elles fuſſent terminées, il pria M. Cadet d'examiner les ſels que contenoient les cendres des kalis de Denainvilliers, & ce Chimiſte habile prouva que la première année l'alkali minéral y dominoit encore, dans les années ſuivantes l'alkali végétal

augmentoit rapidement, & enfin il ſe trouvoit preſque ſeul après quelques générations.

Les Mémoires de M. du Hamel, ſur l'éther, alors preſque inconnu, ſur les tartres ſolubles, ſur la chaux, renferment des faits curieux & bien obſervés, mais les découvertes nouvelles, auxquelles ces obſervations n'ont peut-être pas été inutiles, ont fait oublier tout ce qui les avoit précédées. Toutes les Sciences ſont ſujettes à ces eſpèces de révolutions; la gloire de l'auteur d'une découverte éclipſe celle des Savans qui l'ont préparée, & ne leur laiſſe de droits qu'à la reconnoiſſance publique.

M. du Hamel avoit une correſpondance très-étendue; il obſervoit ſans ceſſe tout ce qui ſe paſſoit ſous ſes yeux, & il avoit ſoin de conſigner dans nos Recueils tous les faits curieux qui s'offroient à lui ou qu'il recueilloit dans les Lettres de ſes Correſpondans.

Nous n'en citerons qu'un ſeul exemple. On trouve dans les Mémoires de 1757, les détails de l'embraſement ſpontané de groſſes toiles imbibées d'huile & fortement ſerrées; des toiles ainſi préparées avoient ſouvent cauſé des accidens, ſi l'on étoit aſſez heureux pour les prévenir, on les cachoit, moitié par ignorance ſur leur véritable cauſe, moitié dans la crainte de n'être pas cru & d'eſſuyer des reproches. Si l'incendie n'avoit pas été prévenu, alors la voix publique accuſoit la négligence de ceux qui étoient chargés de ces dépôts; plus ſouvent on ſoupçonnoit quelque crime, car le ſoupçon d'un crime eſt, chez le vulgaire, la première explication qui ſe préſente pour ſuppléer à l'ignorance des cauſes naturelles; & ſi ſouvent c'eſt une injuſtice, l'humanité ne l'a malheureuſement que trop méritée. L'obſervation de M. du Hamel étoit donc utile pour prévenir des ſoupçons injuſtes & pour engager à prendre des précautions; cependant plus de vingt ans après l'impreſſion de ſon Mémoire, deux accidens cauſés en Ruſſie par les embraſemens ſpontanés de toiles préparées, furent encore attribués à la trahiſon. L'Impératrice ſeule devina que la cauſe en étoit naturelle, & les expériences faites

par ſes ordres, ont confirmé ce qu'avoit prouvé le Phyſicien françois.

On ſera étonné ſans doute qu'un ſeul homme ait ſuffi à tant de travaux, mais M. du Hamel avoit un frère qui, fixé dans la terre de Denainvilliers dont il portoit le nom, partageoit ſon temps entre les ſoins de la bienfaiſance & l'obſervation de la Nature, n'étoit occupé que de ſoulager les habitans de ſes Terres & d'aider ſon frère dans ſes travaux. Pendant que M. du Hamel compoſoit ſes Ouvrages, conſultoit les Savans, entretenoit une correſpondance avec les Hommes les plus éclairés de l'Europe, s'occupoit de nouvelles recherches ſur les Sciences, formoit le plan de ſes expériences & de ſes obſervations, M. de Denainvilliers ſuivoit, dans ſa retraite, les obſervations & les expériences dont ſon frère l'avoit chargé ; toujours inconnu, ſatisfait de l'être, ſervant l'amitié, ſe rendant utile à ſa patrie, & ne demandant d'autre récompenſe que le plaiſir d'avoir fait du bien. Pour juger M. du Hamel, il falloit le voir à Denainvilliers ; des campagnes couvertes de productions étrangères enrichiſſant les Cultivateurs dont les pères avoient ignoré juſqu'au nom de ces Plantes utiles ou ſalutaires : par-tout les terres du Seigneur préſentant les réſultats plus ou moins heureux, mais toujours inſtructifs, d'expériences ou de procédés nouveaux d'Agriculture ; des forêts remplies d'arbres étrangers enlevés à toutes les contrées du Globe, offrant aux yeux un aſpect piquant par ſa variété, intéreſſant par l'eſpoir des richeſſes que ces plantations préparent : des vergers où ſont raſſemblés tous les fruits que l'induſtrie humaine a pu créer ou perfectionner dans nos climats : des fermes dont les plus petits détails renferment une foule de moyens de ſalubrité, de commodité ou de profit, moyens qui, ſuggérés par une Phyſique éclairée ; ſont, pour les habitans de la campagne, des leçons & des modèles : une étuve pour les blés, unique en France, offerte gratuitement à quiconque veut ou eſſayer cette utile induſtrie, ou en profiter : tous les inſtrumens inventés pour obſerver la

Nature & pour en connoître les loix, répandus dans les châteaux, dans les jardins, dans les parcs; & au milieu de tous ces objets d'inſtruction, deux hommes réunis par l'amour du bien, différens par leur caractère comme par leurs occupations, l'un portant avec une infatigable curioſité ſur tous les objets utiles, la vue d'un obſervateur éclairé & d'un citoyen voué au bonheur public: l'autre, occupé de ſoulager les maux de l'humanité, d'empêcher ou d'appaiſer les querelles, de prévenir la misère en encourageant au travail, de répandre des lumières comme des bienfaits, d'inſpirer des vertus, & ſur-tout d'en donner l'exemple. Tel étoit le ſpectacle unique qu'offroit ce lieu célèbre par le ſéjour des deux frères, & qui, conſervé par les mains du digne héritier de leur Science & de leur vertu, en ſera le monument le plus touchant & le plus durable *.

Les Ouvrages de M. du Hamel forment un grand nombre de volumes; par-tout il eſt élémentaire, il compte peu ſur les connoiſſances de ſes Lecteurs, il ne veut pas exiger d'eux une attention qui, en les fatigant, pourroit les rebuter: ce n'eſt point pour les Savans qu'il écrit, c'eſt pour tous ceux qui veulent acquérir des lumières applicables à la pratique. Il ne ſe borne point à dire ce qu'il a obſervé de nouveau; il dit tout ce qu'il croit qu'ont beſoin d'apprendre ceux auxquels il s'adreſſe: il rend compte des expériences, des obſervations même qui ne l'ont conduit à aucun réſultat, afin d'épargner du moins aux autres des recherches ſuperflues: ainſi, ſes Ouvrages ont dû paroître longs & remplis de choſes connues. S'il ſe fût occupé de ſa gloire, il les eût réduits dans un eſpace plus reſſerré; il n'eût parlé que de ce qui étoit vraiment à lui, n'eût rapporté que celles de ſes expériences, de ſes obſervations qui l'avoient mené à des découvertes: on eût été plus frappé de ſes talens, de ſa ſagacité, on lui eût rendu plus de juſtice, mais il auroit été moins utile.

On lui a reproché d'être ſouvent diffus, & quelquefois

* M. Fougeroux, de l'Académie Royale des Sciences.

incorrect, mais ſon ſtyle étoit ſimple & clair: en le ſoignant davantage il eût ſacrifié à ſon amour-propre une partie de ſon temps, & il vouloit le conſacrer tout entier au bien de la Société. La diffuſion nuit ſans doute à la clarté, quand on parle à des hommes accoutumés à une attention ſoutenue, qui ſavent ſaiſir des nuances fines, qui peuvent recevoir à la fois un grand nombre d'idées, & ſuppléer aux idées intermédiaires que l'on a ſupprimées: ſi on s'étend trop, leur attention, qui n'eſt plus réveillée, s'éteint, leur mémoire ſe laſſe à retenir des idées qui ne les ont pas aſſez vivement frappés, & la marche plus lente à laquelle on les contraint, les fatigue, parce qu'ils ont pris l'habitude d'une marche plus rapide. Mais ce n'étoit pas à cette claſſe peu nombreuſe de Lecteurs que s'adreſſoit M. du Hamel; il parloit à ceux qui ne voient dans un Ouvrage rien au-delà de ce que l'Auteur a exprimé, pour qui l'attention eſt un travail, qui enfin cherchent dans leurs lectures plutôt une inſtruction de détail que des idées nouvelles; & un Auteur écrit toujours bien quand il a le ſtyle qui convient à ſon ſujet & à ſes Lecteurs.

L'averſion naturelle de M. du Hamel pour les ſyſtèmes, s'étoit accrue avec l'âge, & elle paroiſſoit s'étendre juſqu'à toute eſpèce de recherches théoriques, quoique ſouvent lui-même eût développé dans ſes Ouvrages la néceſſité de ne point négliger la théorie: mais le zèle de l'utilité publique étoit en lui une véritable paſſion, & toutes les paſſions exagèrent: cette paſſion a nui quelquefois à ſa gloire, à ſes ſuccès, à cette utilité même qui en étoit l'objet. En examinant les effets d'un coup de tonnerre qui avoit frappé un Sonneur à Pithiviers, M. du Hamel ſaiſit une analogie ſi forte entre ces effets & les phénomènes de l'électricité, qu'il ne put s'empêcher de reconnoître l'identité de leur cauſe. Malheureuſement M. de Réaumur donne à cette heureuſe conjecture le nom ſi effrayant de *ſyſtème;* auſſitôt M. du Hamel ſacrifie cette partie de ſon Mémoire, il efface comme une vaine opinion, ce qui, peu d'années après, devient un des faits les plus importans & les plus utiles dont la découverte ait honoré notre ſiècle.

En disant que M. du Hamel eut une probité sévère, un désintéressement que rien ne put altérer, & qu'il porta jusqu'à ne pas songer même aux intérêts de sa famille, que ses revenus étoient employés en expériences, en dépenses pour l'impression de ses Ouvrages, que toute espèce de faste & presque de vanité lui étoit étrangère, que sa vie fut toûjours simple comme ses discours & ses manières, je ne dirai rien que le récit de ses travaux n'ait fait deviner à tous ceux qui savent combien l'amour de l'étude est un excellent remède contre toutes ces passions qu'enfante l'oisiveté ou les préjugés.

Sa franchise avoit quelquefois de la dureté, sa vivacité pouvoit paroître de la brusquerie, mais il avoit un cœur droit, il étoit bon, ses défauts sembloient n'être que ses vertus même portées jusqu'à l'excès, on ne pouvoit s'empêcher de les lui pardonner, & on eût à peine osé desirer qu'il ne les eût pas.

Il avoit dans sa maison un ordre qu'il seroit dangereux d'imiter si on étoit moins sûr de soi; il savoit que jamais il ne seroit tenté de faire une dépense inutile, & en conséquence sa manière de vivre une fois décidée, il recevoit & dépensoit sans songer à tenir jamais aucun compte.

M. du Hamel étoit attaché à l'Académie par principes, par goût, par l'habitude, par la considération même que son assiduité, ses travaux, son zèle, ses vertus lui avoient méritée parmi nous. Quoiqu'il aimât beaucoup les innovations dans les Sciences & qu'il se fût appliqué toute sa vie à en introduire d'utiles dans les Arts, il ne les aimoit point en politique & encore moins dans le régime intérieur des Corps littéraires. Ce n'est pas qu'il crût que tout fût bien dans la constitution des États ou des Académies, mais il regardoit le temps que les changemens consomment, l'espèce d'agitation qu'ils causent nécessairement, comme une perte pour les progrès des Sciences physiques qu'il croyoit être celles dont les secours sont d'une utilité plus immédiate & plus sûre; d'ailleurs c'est un sentiment naturel à l'homme, de trouver bien les choses avec lesquelles le temps l'a familiarisé, de

craindre tout changement parce qu'il lui donne la peine de s'accoutumer à des uſages nouveaux, & les hommes même les plus éclairés ne ſont pas à l'abri de ce pouvoir de l'habitude.

Il ne ſe maria point, n'en eut même jamais le deſir ni le projet, & il voyoit avec peine les Savans prendre un état qui les obligeoit de ſacrifier à de nouveaux devoirs leur temps & ſur-tout leur indépendance. On a demandé ſi pour un homme de Lettres le célibat étoit préférable au mariage, & l'on a diſcuté cette queſtion d'après les principes de la Médecine & d'après ceux de la Philoſophie ; mais ne ſeroit-elle point du nombre de ces queſtions dont la ſolution générale eſt impoſſible, parce que la conſtitution, le caractère, le degré & l'eſpèce de ſenſibilité de chaque individu en ſont des élémens néceſſaires ? la réponſe doit-elle être ici la même pour toutes les eſpèces de travaux ? pour l'Écrivain politique, comme pour le Géomètre, pour l'homme livré à des études ſédentaires & pour le Savant qui veut ſoumettre à des loix générales des phénomènes diſperſés ſur toute la ſurface du Globe, pour celui qui ſuivant la marche lente & ſûre des Sciences phyſiques, doit tout à la méditation, ou pour celui qui, dans la carrière des Lettres, attend tout de ſon imagination ou de ſon ame ? Heureuſement cette queſtion eſt peu importante, heureuſement quelque eſpèce de Sciences que l'on conſidère, ſoit qu'on veuille comparer la fécondité ou la profondeur, l'opiniâtreté dans le travail, ou la facilité, l'imagination ou la ſagacité, on trouvera parmi les célibataires & parmi ceux qui ſe ſont engagés dans le mariage, des hommes d'un génie égal, & qui ont porté ces qualités à un même degré. Il ſeroit donc injuſte de blâmer un homme de Lettres, de vivre dans l'une ou dans l'autre de ces conditions ; & nous devons reſpecter le plus celui qui fait, de la portion de talent qu'il a reçue, l'uſage le plus étendu & le plus utile.

M. du Hamel conſerva toute ſa vie les principes de Religion qu'il avoit reçus dans ſon enfance, il pratiquoit les

devoirs religieux avec exactitude, mais ſans faſte ; comme tous ſes momens étoient employés d'une manière utile, il ne ſe croyoit pas obligé à donner à la religion plus de temps que ſes préceptes n'en exigent à la rigueur : ſervir les hommes, ſe pénétrer des merveilles de la Nature & les rapporter à leur Auteur, lui paroiſſoit l'exercice de piété le plus convenable à un Savant & à un citoyen. Quelques perſonnes, en liſant l'hiſtoire des Sciences, ont cru trouver parmi les Savans une diſpoſition plus ou moins grande à la piété, ſuivant les différens genres de connoiſſances qu'ils cultivent, & les Botaniſtes leur ont paru mériter d'être mis au premier rang; en effet, c'eſt dans le règne végétal qu'il ſemble que l'on découvre davantage une unité de deſſeins & de vues, & qu'on peut moins attribuer l'ordre que l'on aperçoit, à l'effet néceſſaire des loix de la Mécanique; les faits qui ne peuvent entrer dans cet ordre, ou qui ſemblent le contredire, frappent moins l'imagination, étonnent moins la raiſon, parce qu'il n'en réſulte point, comme dans le ſyſtème des êtres animés, un mal inévitable & direct pour nous-mêmes; ainſi l'obſervation du règne végétal ſemble rappeler plus fortement l'idée d'une cauſe première, nous entretenir plus ſouvent de ſes bienfaits, & porter plus naturellement notre ame à la reconnoiſſance. Une exiſtence douce & tranquille fut le prix des vertus de M. du Hamel; jouiſſant de la conſidération publique, de l'eſtime, du reſpect même de ſes Confrères, il avoit obtenu la gloire qu'il deſiroit, celle d'avoir beaucoup fait pour le bien de l'Humanité, occupé ſans relâche, mais ſans effort, récompenſé du travail de ſes recherches par le ſuccès ou par l'utilité de leur réſultat; il étoit débarraſſé des ſoins domeſtiques par l'amitié de ſon frère : aidé dans ſes travaux par un coopérateur ſi cher, avec lequel il n'avoit rien à diſputer, ni à partager, il vivoit entouré de neveux, dont les ſuccès, dans plus d'un genre, étoient encore pour lui une ſource de bonheur.

Il les aimoit avec la tendreſſe d'un père, mais d'un père ſévère, qui, en s'occupant de ſes enfans, ſuit plus ſa raiſon

que

que la leur, agit d'après ſon ſentiment plus qu'il ne conſulte leurs inclinations : il négligea leur fortune comme il avoit négligé la ſienne, & le prix de tous ſes travaux a été perdu pour ſa famille comme pour lui-même. Quelquefois il ſe plaignoit d'être oublié, & même il s'en plaignoit avec un peu d'humeur, parce qu'il trouvoit cet oubli injuſte & décourageant pour ceux qui, avec un zèle égal au ſien, n'auroient ni la même fortune ni la même philoſophie : mais il ne fit jamais rien pour que l'on réparât cette injuſtice, & il ne demandoit même point qu'on le dédommageât d'une collection très-coûteuſe de modèles de Vaiſſeaux & de machines de Marine, qu'il avoit raſſemblée à ſes frais, & donnée au Gouvernement, parce qu'il avoit cru qu'elle ſeroit plus utile étant dépoſée dans un lieu public que ſi elle reſtoit cachée dans la maiſon d'un particulier.

La mort de ſon frère vint troubler la paix dont il jouiſſoit, le condamner à s'occuper de ſoins domeſtiques, à faire ſeul ce qu'il lui avoit été ſi doux de partager avec un frère : ſes neveux n'oublièrent rien pour adoucir l'amertume de cette perte ; l'un d'eux, ſon Confrère dans cette Académie, & ſon diſciple, devint le compagnon de ſes travaux. Une nièce chérie lui prodigua, juſqu'à ſes derniers momens, ces ſoins conſolateurs, auxquels ſon ſexe ſait mêler tant de douceur & un charme ſi touchant ; mais la chaîne, qu'une longue habitude lui avoit rendue ſi chère, s'étoit briſée, & rien ne l'attachoit plus à la vie.

Son ardeur pour l'étude n'étoit pas diminuée, mais il s'affaiſſoit peu-à-peu ſous le poids de l'âge ; il avoit l'air de faire les mêmes choſes, & avec la même activité, mais ſes forces ne répondoient plus à ſes deſirs. Au printemps dernier il oublia, pour la première fois, d'aller voir ces plantations, dont il avoit embelli ſes terres, & qui, par l'exemple qu'elles ont donné, étoient un de ſes Ouvrages les plus utiles. Quoiqu'il vînt avec la même aſſiduité à nos Séances, on s'apercevoit qu'il n'y aſſiſtoit plus avec le même intérêt. Enfin, le 22 Juillet dernier, il fut frappé d'une apoplexie preſque en

ſortant de l'Académie, & mourut après vingt-deux jours d'aſſoupiſſement, ſans avoir éprouvé ni des douleurs vives, ni le ſentiment, ſouvent ſi pénible, de la néceſſité de mourir.

Telle fut la fin d'un des hommes de ce ſiècle qui ont le plus contribué à rendre les Sciences reſpectables, ſur-tout aux yeux de ceux qui ne peuvent en juger que par leurs effets immédiats ſur le bonheur des hommes. Sans avoir ces qualités brillantes qui forcent l'admiration, il jouit d'une réputation que ſes travaux & ſa conduite avoient méritée: les Étrangers le recherchoient avec empreſſement, & ſon nom étoit dans toute l'Europe, pour les Voyageurs, une des recommandations les plus honorables & les plus efficaces. Sa carrière utile, glorieuſe & paiſible eſt une des plus heureuſes que l'hiſtoire des Sciences puiſſe préſenter: il ſera époque dans cette Hiſtoire, parce que ſon nom s'eſt trouvé lié avec cette révolution dans les eſprits qui a dirigé plus particulièrement les Sciences vers l'utilité publique, & que perſonne n'y a plus contribué que lui.

Sans doute cette révolution ſera durable, l'idée du bien général des hommes ſera le guide des Savans dans leurs recherches, ils ſauront la préférer peut-être à leur gloire même, & les hommes plus éclairés ſauront auſſi diſtribuer la gloire, d'une manière plus utile à leurs intérêts. Mais il eſt rare qu'on puiſſe reſter dans de juſtes bornes, & qu'en renonçant à une erreur on ne tombe dans l'erreur oppoſée. Si les Sciences ſe ſont trop élevées vers le ciel, s'il a été avantageux de les rappeler vers la terre, il ne faut point les condamner à y ramper.

On ne fait pas une découverte parce qu'on en a beſoin, mais parce qu'elle eſt liée avec des vérités déjà connues, & que nos forces peuvent enfin franchir l'eſpace qui nous en ſépare. Si les Savans avoient borné leurs études aux objets qui préſentent une application immédiate, les branches des Sciences les plus importantes ne ſeroient peut-être point encore créées; & ſans cet inſtinct qui porte l'homme vers des recherches qui paroiſſent vaines aux yeux du vulgaire,

jamais il n'eût employé, d'une manière ſi utile à ſes beſoins, ſon infatigable curioſité.

Craignons des opinions qui, ſous prétexte de réduire les Sciences à leur véritable deſtination favoriſeroient l'ignorance, le plus grand des fléaux de l'eſpèce humaine, puiſqu'étant la cauſe éloignée ou prochaine de preſque tous ceux qui nous accablent, c'eſt encore elle qui nous empêche de prévenir ou de réparer le petit nombre de maux qu'on ne peut l'accuſer de produire.

Des ignorans actifs, ſous prétexte de l'utilité qui réſulte de leurs médiocres connoiſſances, uſurperoient la gloire dûe aux talens ou au génie; la charlatanerie, eſpèce d'hypocriſie, qui, née du goût pour des Sciences, croît avec elles, & ſe multiplie à meſure qu'elles ſe répandent, régneroit à la place du véritable talent, avec d'autant plus de facilité qu'elle ſait plus ſe mettre à la portée des ignorans ou des demi-ſavans, ſe prêter à leurs préjugés comme à leurs intérêts, qu'elle eſt plus féconde en promeſſes, plus hardie en aſſertions, & ſur-tout qu'elle humilie moins ceux qu'elle ſe vante d'éclairer & qu'elle ne fait que ſéduire.

Perſonne ne fut plus éloigné de ce vice que M. du Hamel, & il faut bien ſe garder de penſer qu'avec des connoiſſances ſuperficielles il eût pu ſe croire digne de ſe rendre l'interprète des Sciences auprès du Peuple. Il étoit à l'âge de cinquante ans, un des hommes les plus inſtruits de l'Europe, dans toutes les différentes branches des Sciences dont il s'eſt occupé preſque uniquement depuis à faire des applications; ainſi la moitié de la vie de l'Apôtre de l'utilité des Sciences, a été conſacrée à étudier ces théories dont ceux qui vouloient abuſer de ſon exemple, l'ont accuſé d'avoir été l'ennemi; & ſi on l'a ſouvent cité avec juſtice, pour montrer quel uſage les Savans doivent faire de leurs connoiſſances, on peut auſſi prouver par ſon exemple, qu'il faut être très-ſavant pour avoir droit d'aſpirer à l'honneur de rendre les Sciences utiles.

ÉLOGE
DE M. DE VAUCANSON.

JACQUES DE VAUCANSON, Penſionnaire-Mécanicien, de l'Académie des Sciences, naquit à Grenoble le 24 Février 1709, de Jacques de Vaucanſon & de Dorothée la Croix.

Son goût pour la Mécanique ſe déclara dès ſa plus tendre enfance, &, ce qui eſt peut-être ſans exemple, ſon talent fut auſſi précoce que ſon goût.

Il faiſoit ſes études au Collège des Jéſuites, & ſa mère, femme d'une piété ſévère, ne lui permettoit d'autre diſſipation que de l'accompagner le Dimanche dans un Couvent, chez deux Dames qu'un zèle égal au ſien pour les exercices de dévotion, lioit avec elle. Pendant ces pieuſes converſations le jeune Vaucanſon s'amuſoit à examiner, à travers les fentes d'une cloiſon, une horloge placée dans la chambre voiſine; il en étudioit le mouvement, s'occupoit à en deviner la ſtructure & à découvrir le jeu des pièces dont il ne voyoit qu'une partie; cette idée le pourſuivoit par-tout: enfin un jour, au milieu de la Claſſe, dont ſes diſtractions l'empêchoient ſouvent de ſuivre les travaux, il ſaiſit tout d'un coup le mécaniſme de l'échappement qu'il cherchoit vainement depuis pluſieurs mois, & il éprouva pour la première fois ce plaiſir ſi vif & ſi pur, qui ſeroit le premier de tous ſi la Nature n'avoit attaché aux bonnes actions des charmes encore plus touchans.

Dès ce moment toutes les idées du jeune Vaucanſon ſe tournèrent vers la Mécanique; il fit en bois, & avec des inſtrumens groſſiers, une horloge qui marquoit les heures

aſſez exactement. Le plaiſir d'arranger une petite chapelle étoit au nombre de ceux que ſa mère lui permettoit, bientôt il orna cette chapelle de petits Anges qui agitoient leurs aîles, & de Prêtres-automates qui imitoient quelques fonctions eccléſiaſtiques.

Sa Patrie lui auroit offert bien peu de reſſources pour cultiver ces premiers germes de ſon talent, heureuſement au ſortir du Collége le haſard fixa ſon ſéjour à Lyon. Les grandes Manufactures préſentent une foule d'inventions mécaniques que nous admirerions ſi l'habitude ne nous avoit familiariſés avec elles, & ſi leur uſage, ou l'état de ceux qui les exécutent ou qui les emploient, ne ſembloient les rabaiſſer aux yeux des préjugés ; mais elles étoient une ſource féconde d'inſtructions pour un homme né avec un véritable talent qui ſaiſiſſoit tout, & pour qui preſque tout étoit encore nouveau. On parloit alors à Lyon de conſtruire une machine hydraulique pour donner de l'eau à la Ville ; M. de Vaucanſon en imagina une, mais il ſe garda bien de la propoſer ; ce qu'il avoit déjà vû l'avoit trop convaincu de ſon ignorance, & le vrai génie n'a beſoin que d'une ſeule leçon de modeſtie tout au plus.

Il quitta bientôt la Province pour venir à Paris, & vit avec une joie, qu'il eſt difficile de ſe peindre, que la machine de la Samaritaine étoit préciſément celle qu'il avoit imaginée à Lyon ; cette conformité lui apprit, ce qu'il ignoroit encore, que ſon goût pour la Mécanique étoit accompagné de quelque talent, & il s'y livra avec toute l'ardeur qu'une juſte eſpérance de ſuccès peut ajouter à une grande paſſion. Quelques jours après, la Statue d'un Flûteur qui orne le jardin des Tuileries, plut à ſon imagination, & il ſe ſentit frappé de l'idée de faire exécuter des airs par une Statue ſemblable, qui imiteroit toutes les opérations d'un joueur de flûte.

Dominé par cette idée, il s'aperçut de tout ce qui lui manquoit de connoiſſances en Phyſique, en Anatomie, en Muſique, en Mécanique, & il employa pluſieurs années à

étudier ces Sciences : malheureuſement, quoiqu'il eût formé la réſolution de garder le ſecret, il étoit trop plein de ſon objet pour ne pas laiſſer échapper quelque indiſcrétion ; un de ſes oncles fut inſtruit de ce projet, & le prit ſi ſérieuſement pour une extravagance, qu'après avoir fait à ſon neveu les reproches les plus vifs, mais les plus inutiles, ſur ſa folie, il le menaça d'une Lettre de cachet qu'il vouloit abſolument ſolliciter pour écarter de Paris un jeune homme qui alloit ſe perdre par un délire ſi ſingulier : en effet, tout ce qui s'écarte des idées communes, doit paroître folie à un eſprit vulgaire, & quand l'opinion ne dirige pas ſes jugemens, il lui eſt impoſſible de diſtinguer un fou d'un homme de génie, puiſqu'il eſt également dans l'impuiſſance de ſaiſir la chaîne qui lie leurs idées. M. de Vaucanſon eut la prudence d'épargner cette démarche ridicule à ſon oncle, & peut-être une injuſtice au Gouvernement qu'on accuſoit alors de ne pas connoître aſſez les bornes de l'autorité des familles & les droits de la liberté : le jeune Mécanicien ſe réſolut par complaiſance à voyager, il parcourut la Normandie & la Bretagne, toujours occupé de Mécanique, trouvant ſouvent l'occaſion de faire quelques petites découvertes, & ſe confirmant dans l'opinion qu'il pouvoit eſpérer de plus grands ſuccès.

Au bout de trois ans, paſſés dans cette eſpèce d'exil, il revint à Paris, ayant eu la délicateſſe de refuſer les places que ſon oncle vouloit lui procurer, parce qu'il ſentoit que ſon goût lui en feroit négliger les devoirs ; mais il revint toujours déterminé à exécuter le flûteur, & ſur-tout à garder un ſecret plus rigoureux.

Une maladie cruelle vint encore l'interrompre, ſes Médecins le condamnèrent à une diète de ſoixante jours, pendant laquelle il gardoit le lit ; il profita de cette ſolitude forcée, pour s'occuper de ſon flûteur, & il en imagina les différens mécaniſmes avec tant de préciſion, il détermina avec tant d'exactitude la forme & les dimenſions de chaque pièce, qu'en ſe relevant de ſon lit, il n'eut qu'à en donner le deſſin

à divers ouvriers chargés ſéparément d'exécuter les différentes parties de l'automate : ſans aucune correction, ſans aucun tâtonnement, la machine toute entière réſulta de la combinaiſon de ces pièces. M. de Vaucanſon cependant n'étoit pas ſûr de la réuſſite, il n'oſoit avoir de témoins de ſon premier eſſai, il écarta même, ſous prétexte d'une commiſſion, un ancien domeſtique qui lui étoit attaché depuis long-temps; mais ce domeſtique avoit vu des préparatifs, il avoit pénétré une partie du ſecret de ſon maître, il ne put ſe réſoudre à obéir; caché auprès de la porte, il écoute avec attention, bientôt il entend les premiers ſons de la flûte, à l'inſtant il s'élance dans la chambre, tombe aux genoux de ſon maître qui lui paroît alors plus qu'un homme, & tous deux s'embraſsèrent en pleurant de joie.

Cette machine devint bientôt l'objet de la curioſité d'un monde plus avide de nouveauté que ſenſible aux grands talens, prodiguant au haſard l'enthouſiaſme ou le dédain, & paſſant rapidement de l'un à l'autre pour un objet qui n'a pas ceſſé d'être le même. Quelques-uns de ces hommes qui ſe croient fins, parce qu'ils ſont ſoupçonneux & crédules, ne voyoient dans le flûteur qu'une ſerinette, & regardoient comme une charlatanerie les mouvemens des doigts qui imitoient ceux de l'homme. Enfin, l'Académie des Sciences fut chargée d'examiner l'automate, & elle conſtata que le mécaniſme employé pour faire rendre des ſons à la flûte, exécutoit rigoureuſement les mêmes opérations qu'un véritable joueur de flûte, & que le Mécanicien avoit imité à la fois les effets & les moyens de la Nature, avec une exactitude & une perfection à laquelle les hommes les plus accoutumés aux prodiges de l'Art n'euſſent pas imaginé qu'il pût atteindre.

A cette machine ſuccéda bientôt un automate qui jouoit à la fois du tambourin & du galoubet, comme les ſucceſſeurs de nos anciens Troubadours. Enfin, on vit deux canards qui barbotoient, mangeoient, alloient chercher le grain, le ſaiſiſſoient dans l'auge; ce grain éprouvoit dans leur eſtomac

une ſorte de trituration, il paſſoit enſuite dans les inteſtins, & ce n'étoit pas la faute de M. de Vaucanſon ſi les Médecins avoient mal deviné le mécaniſme de la digeſtion, ou ſi la Nature opéroit ces fonctions par des moyens d'un autre genre que ceux qu'il pouvoit imiter. Ces machines étoient des preuves ſuffiſantes de ſon génie, & il ne reſtoit plus à deſirer aux hommes éclairés que de le voir en faire un uſage utile.

On ſe forme en général des idées bien peu exactes de l'eſpèce de talent qui conſtitue un véritable Mécanicien; ce n'eſt point un Géomètre, qui, approfondiſſant la théorie du mouvement & l'ordre des phénomènes, crée des principes nouveaux de Mécanique, ou découvre dans la Nature des loix inconnues; ce n'eſt pas même le Phyſicien-Géomètre, qui, joignant la ſcience de l'obſervation & de l'expérience, à celle du calcul, fait de ces connoiſſances une application utile à la conſtruction des machines ou aux travaux des Arts.

Un Mécanicien eſt celui qui tantôt applique aux machines un moteur nouveau, tantôt leur fait exécuter des opérations qu'on étoit obligé, avant lui, de confier à l'intelligence des hommes; ou ſait obtenir d'une machine des produits plus abondans & plus parfaits. Le génie dans cette partie des Sciences, conſiſte principalement à imaginer & à diſpoſer dans l'eſpace les différens mécaniſmes qui doivent produire un effet donné, & qui ſervent à régler, à diſtribuer, à diriger la force motrice. Il ne faut point regarder un Mécanicien, comme un Artiſte qui doit à la pratique ſes talens ou ſes ſuccès. On peut inventer des chef-d'œuvres en Mécanique ſans avoir fait exécuter ou agir une ſeule machine, comme on peut trouver des méthodes de calculer les mouvemens d'un Aſtre qu'on n'a jamais vu.

Dans la plupart des autres parties des Sciences, on trouve des principes conſtans, une foule de méthodes offrent au génie une ſource inépuiſable de moyens. Si un Savant ſe propoſe une queſtion nouvelle, il l'attaque avec les forces réunies de tous ceux qui l'ont précédé. Il n'en eſt pas ainſi de la

de la Mécanique, ſa véritable théorie dépend de cette Géométrie de ſituation dont Léibnitz a connu l'exiſtence, mais qui n'a fait encore que peu de progrès. Aucun livre élémentaire ne contient les principes de la Science; aucun ne peut même en apprendre l'hiſtoire; les ateliers des Arts, les recueils des Machines, montrent ce qui a été fait; mais pour en tirer des réſultats, il faut ſoi-même les former; pour entendre une machine, il faut la deviner: telle eſt la cauſe qui rend le talent pour la Mécanique, ſi rare, & ſur-tout ſi prompt à s'égarer, voilà pourquoi il ne ſe préſente preſque jamais ſans montrer à la fois la hardieſſe & les écarts qui, dans l'enfance des Sciences, caractériſent le génie.

M. de Vaucanſon étoit à l'abri de ces écarts, par ſon éducation, qui lui avoit donné aſſez de connoiſſances pour l'en préſerver, & par ſon caractère qui le rendoit incapable d'un faux enthouſiaſme & d'une vaine préſomption.

En 1740, il fut appelé par un jeune Roi qui venoit de monter ſur le trône, & que depuis ſes victoires, ſon génie pour la guerre, ſon zèle pour les progrès de la raiſon, & ſes Ouvrages, ont mis au rang de ces hommes, dont un ſeul ſuffit pour illuſtrer le ſiècle qui l'a produit. Ce Prince eût voulu raſſembler dans ſes États tous les hommes illuſtres, diſperſés alors en Europe; mais M. de Vaucanſon croyoit ſe devoir à ſa patrie; il réſiſta non-ſeulement à des offres avantageuſes, mais au deſir ſi naturel d'être auprès d'un Prince, juge éclairé du mérite réel, & il garda le ſilence ſur cette propoſition honorable, ſans chercher à faire valoir un ſacrifice qui lui avoit peu coûté; mais il ne put ſe refuſer la ſatisfaction d'en inſtruire le Cardinal de Fleury, & de lui montrer quelle eſtime les Princes étrangers ſavoient faire d'un talent qu'en France on avoit vanté & négligé.

Peu de temps après, ce Miniſtre attacha M. de Vaucanſon à l'Adminiſtration, & lui confia l'inſpection des Manufactures de ſoie, qui forment une des branches les plus importantes de notre Commerce: cet objet occupa depuis M. de Vaucanſon, preſque tout entier, & même il n'a pas étendu ſes recherches

au-delà des moyens de perfectionner les préparations que doit ſubir la ſoie avant d'être employée ; il regardoit avec raiſon ces premiers travaux, comme la partie de l'Art la plus importante, la plus difficile, & juſqu'alors la plus défectueuſe.

Il exiſtoit pour ces différentes opérations des procédés ingénieux, mais ces procédés ne conduiſoient ni à donner à volonté aux diverſes eſpèces de ſoie le juſte degré d'apprêt qu'on vouloit qu'elles euſſent, ni à rendre cet apprêt égal pour toutes les bobines ou tous les écheveaux d'un même travail, & pour toute la longueur du fil qui formoit chaque bobine ou chaque écheveau : cette régularité dans le travail exigeoit une préciſion qui obligea M. de Vaucanſon a imaginer non-ſeulement les machines en elles-mêmes, mais encore les inſtrumens néceſſaires pour exécuter avec régularité, & d'une manière uniforme, les différentes parties de ces machines. Ainſi, par exemple, une chaîne ſans fin donnoit le mouvement à ſon moulin à organſiner, & M. de Vaucanſon inventa une machine pour former la chaîne de mailles toujours égales. Cette machine eſt regardée comme un chef-d'œuvre ; toutes les courbures que peut avoir le fil de fer ſont redreſſées, toujours coupé de la même longueur, il reçoit deux plis toujours égaux, à chaque extrémité un crochet toujours ſemblable eſt deſtiné à recevoir le fil qui formera la maille ſuivante, & lorſque la chaîne eſt faite dans toute ſa longueur, une autre machine plus ſimple réunit les deux mailles extrêmes, & achève la chaîne ſans fin ; ſi quelques mailles viennent à briſer, la même machine ſert à les remplacer, & à réunir cette partie nouvelle aux deux extrémités de ce qui reſte de l'ancienne chaîne.

On n'a fait contre les machines de M. de Vaucanſon, qu'une ſeule objection ; on a dit que le prix de la ſoie préparée par ſa méthode, ne dédommageoit point des dépenſes qu'elle entraînoit ; quand même cette objection ſeroit fondée, elle ne nuiroit pas à ſa gloire : il a vu les défauts des méthodes employées avant lui, il a donné les moyens, non-ſeulement de les corriger, mais de porter dans cette fabrique

une égalité, une perfection ſupérieure à ce qu'on auroit à peine oſé deſirer, & dès-lors il a rempli tout ce qu'on doit attendre du génie d'un Mécanicien. C'eſt à ceux qui s'occupent de la pratique des Arts, à concilier, d'après les intérêts du Commerce, l'économie & la perfection, & à faire les ſacrifices que ces intérêts exigent; le ſervice rendu aux Arts par l'invention de M. de Vaucanſon, n'en ſeroit pas moins réel, quand même on ſeroit forcé de faire dans la pratique ordinaire, des changemens à ſes machines; il eſt toujours plus facile de deſcendre de la perfection que de trouver des moyens d'y atteindre, & de corriger une méthode que de l'inventer.

M. de Vaucanſon croyoit que le tirage de la ſoie ne pouvoit ſe bien faire que dans de grandes Fabriques, cette opinion a été ſouvent combattue, même par des Écrivains eſtimables; mais, en général, tout ce qui dans les Arts approche de la perfection, tout ce qui peut être donné à bas prix, ne s'exécute que dans les fabriques en grand, parce que c'eſt-là ſeulement qu'on peut réunir tout ce qui eſt néceſſaire pour la perfection & pour l'économie, le choix des matières, la bonté des inſtrumens, l'uſage des machines, l'intelligence dans ceux qui préſident aux travaux, l'épargne dans l'emploi des forces motrices, des combuſtibles, des ingrédiens néceſſaires pour la préparation, enfin la diſtribution du travail, qui fixant chaque ouvrier à une ſimple opération qu'il répète conſtamment, le met en état de faire mieux en moins de temps.

L'opinion contraire eſt fondée ſur un motif reſpectable: on ſuppoſe que les petites fabriques emploient plus d'hommes, & répandent les richeſſes dans une plus grande étendue de pays; mais cette préférence donnée aux petites fabriques, nuiroit à la perfection des Arts, & même au bien général des hommes, à qui la Nature offrira toujours plus d'emploi utile de leur temps & de leurs forces, que leur induſtrie ne trouvera de moyens.

M. de Vaucanſon fut conſulté par le Gouvernement, dans une diſcuſſion où l'on faiſoit valoir l'intelligence peu

commune que devoit avoir un ouvrier en étoffe de ſoie, dans la vue d'obtenir en faveur de ces fabriques, quelques-uns de ces priviléges que l'ignorance accorde ſouvent à l'intrigue, ſous le prétexte ſi commun & ſi ſouvent trompeur, du bien public; il répondit par une machine avec laquelle un âne exécutoit une étoffe à fleurs: il avoit quelque droit de tirer cette petite vengeance de ces mêmes ouvriers qui, dans un voyage qu'il avoit fait à Lyon, le pourſuivirent à coups de pierre, parce qu'ils avoient ouï dire qu'il cherchoit à ſimplifier les métiers: car depuis la fabrique d'une étoffe, juſqu'aux objets les plus élevés, quiconque veut apporter aux hommes des lumières nouvelles, doit s'attendre à être perſécuté; & les obſtacles de toute eſpèce qui s'oppoſent à toute innovation utile, tirent leur principale force des préjugés de ceux même à qui l'on veut faire du bien. M. de Vaucanſon ne regardoit cette machine que comme une plaiſanterie, & en cela il étoit peut-être trop modeſte; le travail de veiller ſur de pareils métiers qu'on pourroit faire mouvoir par des moulins, & de renouer les fils qui ſe caſſent, demande moins de force, d'intelligence, un moins long apprentiſſage que n'en exigent les métiers actuels; & la plus ſévère économie des forces & de l'induſtrie des hommes, eſt à la fois & un excellent principe dans tous les Arts, & une des maximes les plus certaines d'une politique éclairée.

Au milieu de tous ſes travaux, M. de Vaucanſon ſuivoit en ſecret une idée qui l'occupa long-temps, & à l'exécution de laquelle le feu Roi s'intéreſſoit; c'étoit la conſtruction d'un automate dans l'intérieur duquel devoit s'opérer tout le mécaniſme de la circulation du ſang. D'après ſes premiers eſſais il oſoit preſque répondre de quelque ſuccès, & l'on ſait combien il étoit éloigné de promettre légèrement. Tout le ſyſtème vaſculaire devoit être de gomme élaſtique, mais il falloit pour cela qu'il fût exécuté dans le pays qui produit cette gomme; un Anatomiſte habile auroit été dans la Guyane préſider à ce travail; le Roi avoit approuvé le voyage, l'avoit même ordonné, mais les lenteurs qu'éprouva l'exécution de ſes ordres dégoûtèrent M. de Vaucanſon. Un

homme qui a le ſentiment de ſon génie, s'indigne d'être réduit à ſolliciter comme une grâce la permiſſion de l'employer.

Chaque grand Mécanicien (& la même remarque peut s'appliquer dans les autres Sciences à tous les hommes d'un véritable génie) imprime à toutes ſes productions le caractère propre de ſon talent: c'eſt preſque toujours la même marche, la même méthode, la réunion d'une ou deux idées toujours les mêmes. En examinant les travaux de M. de Vaucanſon, on voit qu'il tendoit toujours à donner aux mouvemens des grandes machines la préciſion, l'uniformité & la régularité ſi néceſſaires pour la perfection de leurs effets, & en même-temps ſi difficiles à obtenir. L'exactitude dans les proportions des pièces étoit ſon principal moyen; ſes derniers travaux dirigés encore vers ce but, avoient un objet bien important pour la pratique des Arts, il vouloit ſubſtituer dans ſes moulins des pièces en bois à celles qu'il avoit été obligé de mettre en fer, mais de manière que cette ſubſtitution ne nuisît pas à la bonté du travail, & l'on ſent à combien de machines employées dans les Arts, l'application de ces moyens pouvoit s'étendre. Ainſi il s'occupoit en ſecret de cette recherche dont l'épargne étoit le motif principal, dans le temps où il étoit accuſé de ſacrifier l'économie à la perfection des produits, & même à ſa vanité, ſi nous pouvons nous permettre d'employer ici le langage de ſes ennemis.

Les travaux de M. de Vaucanſon contribuèrent à augmenter ſa fortune. Il croyoit que des ouvrages utiles à la Nation devoient être payés par elle, & il le diſoit avec franchiſe; ſi quelquefois on lui objectoit que ſa fortune étoit déjà ſuffiſante, il répondoit par l'exemple de gens au moins inutiles & beaucoup mieux payés: on ſent que cette réponſe n'étoit qu'une plaiſanterie. Les grands talens, comme les ſervices méritent des encouragemens plus nobles & ils ſavent s'en contenter; M. de Vaucanſon ſans ſe piquer de dédaigner ce qui étoit le juſte prix de ſes travaux, ſavoit encore être utile même quand ce prix étoit fort au-deſſous de ce qu'il croyoit mériter; & la fortune qu'il a laiſſée eſt telle qu'on ne peut ni l'accuſer d'avidité, ni reprocher à ſon pays de l'avoir négligé.

M. de Vaucanſon étoit entré à l'Académie en 1746, il a donné dans nos Recueils pluſieurs Mémoires ſur ſon Moulin à organſiner, & la deſcription de quelques autres mécaniſmes utiles aux Arts.

Il poſſédoit à un degré très-rare le talent de décrire les machines avec clarté & précition. Ses deſcriptions lors même qu'elles ne ſont point accompagnées de Planches, ſont intelligibles pour quiconque a des idées de Mécanique, & jamais la maxime *ce que l'on conçoit bien s'énonce clairement*, n'a été plus vraie que pour lui.

M. de Vaucanſon avoit un coup-d'œil ſûr dans le jugement des machines, & rarement ce premier coup-d'œil le trompoit. Il avoit droit d'être difficile, & il s'exprimoit avec ſincérité. Auſſi le plaignoit-on ſouvent de ſon jugement; & comme l'érudition en ce genre eſt très rare, que les principes de cette partie de la Mécanique n'exiſtent, comme nous l'avons dit, que dans la tête des Mécaniciens célèbres, qu'enfin la diſcuſſion des avantages que peut avoir une machine nouvelle, dépend d'une foule d'obſervations fines qui ne peuvent être ſuggérées que par l'habitude de voir & même de faire des machines, cette partie des Sciences eſt une de celles où les jugemens des Savans ſont le moins reſpectés. D'ailleurs la plupart des Mécaniciens, ceux même qui ſont nés avec du génie, ignorent les loix de la Mécanique & les principes de Phyſique; ils regardent la découverte qu'ils croient avoir faite, comme la baſe de leur gloire & de leur fortune; il ne faut donc pas s'étonner ſi ceux dont M. de Vaucanſon déſapprouvoit les machines, preſque toujours incapables d'entendre ſes motifs, l'accuſoient ſouvent de partialité & d'envie. Nous ne répondrons à cette accuſation que par des faits, il applaudit avec tranſport au nouveau métier propoſé par M. de la Salle: M Tillet ſon Confrère & ſon ami lui ayant demandé s'il étoit content de cette invention: *ſi j'en ſuis content*, répondit-il, *je donnerois ce que j'ai fait de mieux pour en être l'auteur.* Cependant il n'ignoroit pas que M. de la Salle avoit hautement approuvé le Moulin à organſiner du Père Peronnier, qu'on vouloit

ſubſtituer au ſien. Nommé pour examiner ce Moulin, il avoit cru ne pas devoir l'approuver, parce qu'il ſentoit qu'en lui donnant une marque de confiance ſi ſingulière, on avoit ſuppoſé qu'il préféreroit la vérité, même à la gloire de prononcer contre lui dans ſa propre cauſe; mais il avouoit ſans peine que ce Moulin renfermoit une idée ingénieuſe, & que la difficulté d'une exécution aſſez parfaite étoit le ſeul motif de ſa ſévérité.

Il eſt impoſſible de concilier de pareils traits avec la paſſion qu'on lui ſuppoſoit; mais rien n'eſt plus commun que d'appeler envie le ſentiment involontaire qu'excitent les productions foibles ou défectueuſes dans l'ame de ceux qui ſont faits pour être frappés vivement de ce qui eſt bon, & il ne faut pas toujours croire qu'un homme d'un grand talent eſt jaloux, parce qu'il montre du mépris pour les talens médiocres.

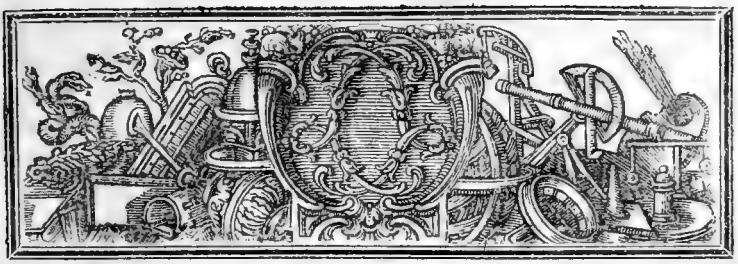
Les vertus domeſtiques où tous les hommes peuvent prétendre, par leſquelles ils répandent la paix & la joie ſur tout ce qui les entourent, ſont peut-être celles qui contribuent le plus au bonheur de l'humanité, & dont les motifs ſont les plus purs, parce qu'elles ne peuvent trouver leur récompenſe que dans le plaiſir de les exercer. Elles deviennent bien plus touchantes dans ceux qui, livrés à des travaux d'une utilité plus générale, ſemblent pouvoir acquitter ſans elles la dette que tout homme eſt obligé de payer à la Société, & qui, nés avec de grands talens ou placés dans des poſtes importans, peuvent prétendre à des vertus plus éclatantes. M. de Vaucanſon poſſéda ces vertus domeſtiques, il fut bon ami, bon maître, & ſur-tout bon père; n'ayant qu'une fille qui avoit perdu ſa mère peu de tems après ſa naiſſance, il voulut ſuivre lui-même ſon éducation: il conſacroit tous les jours trois heures à remplir ce devoir, ne croyant pas avoir d'occupation plus importante & n'en connoiſſant point de plus chère. Il fut l'unique inſtituteur de ſa fille dans ces premières connoiſſances pour leſquelles on a preſque toujours l'imprudence de s'en rapporter à des Maîtres pris au haſard, comme ſi une funeſte expérience n'eût pas prouvé que ſouvent avant

qu'un enfant ait achevé d'apprendre à lire, les préjugés ont déjà jeté dans ſon ame des racines que l'éducation la plus ſoignée ne détruira plus. A ces premières leçons il joignit toutes celles qu'il crut néceſſaires à une femme deſtinée par la Nature à être la première inſtitutrice de ſes enfans & le guide de leur jeuneſſe. M. de Vaucanſon obtint le prix que les parens qui ont le même courage manquent rarement de recueillir : il vit ſes ſoins récompenſés par le ſuccès & par la tendreſſe de ſa fille.

Attaqué depuis pluſieurs années d'une longue & cruelle maladie, il la ſupportoit avec ce courage tranquille qui adoucit les maux; conſervant toute ſon activité, il avoit la force de ſe diſtraire de ſes ſouffrances. Il s'occupoit encore dans les derniers jours de ſa vie à préparer la deſcription de la Machine qu'il avoit inventée pour compoſer ſa chaîne ſans fin, il expliquoit à des Ouvriers formés par lui & dignes d'un tel Maître, les moyens qu'il avoit imaginés pour exécuter en bois une partie des pièces qui formoient ſon moulin. *Ne perdez point de temps*, leur diſoit-il, *je ne vivrai peut-être pas aſſez pour expoſer mon idée en entier.* Il jouiſſoit, au milieu de douleurs violentes & preſque ſans relâche, des dernières marques de l'attachement de tout ce qui lui étoit cher, d'un petit nombre d'amis, d'une parente qu'une amitié reſpectable attachoit à lui depuis long-temps, & qui ne l'avoit point quitté depuis le mariage de ſa fille avec M. le Marquis de Salvert, ſur-tout des ſoins de cette fille chérie qui joignoit à la piété filiale le ſentiment d'une reconnoiſſance que ſon père avoit ſi bien méritée.

Enfin il termina ſa vie & ſes ſouffrances le 21 Novembre 1782, laiſſant un nom qui ſera long-temps célèbre chez le vulgaire par les productions ingénieuſes qui furent l'amuſement de ſa jeuneſſe, & chez les hommes éclairés, par les travaux utiles qui ont été l'occupation de ſa vie.

MÉMOIRES



MÉMOIRES
DE
MATHÉMATIQUE
ET
DE PHYSIQUE,
TIRÉS DES REGISTRES
de l'Académie Royale des Sciences.
Année M. DCCLXXXII.

MÉMOIRE

Sur les approximations des Formules qui ſont fonctions de très-grands nombres.

Par M. DE LA PLACE.

ON eſt ſouvent conduit dans l'Analyſe, & principalement dans celle des haſards, à des formules dont l'uſage devient impoſſible, lorſqu'on y ſubſtitue des nombres conſidérables. La ſolution numérique des Problèmes dont

elles ſont la ſolution analytique, préſente alors de grandes difficultés que l'on n'eſt encore parvenu à vaincre que dans quelques cas particuliers, dont les deux principaux ſont relatifs au produit des nombres naturels 1, 2, 3, 4, &c. & au terme moyen du binome élevé à une grande puiſſance. Si l'on ſuppoſe cette puiſſance paire & égale à $2s$, ce terme ſera, comme l'on ſait, $\frac{2s.(2s-1).(2s-2).(2s-3)\ldots(s+1)}{1.2.3.4\ldots\ldots\ldots s}$.

Quoique cette expreſſion ſoit fort ſimple ; cependant ſi s eſt très-conſidérable, par exemple, égal à dix mille, il devient très-difficile de la réduire en nombres, à cauſe de la multiplicité de ſes facteurs. M. Stirling eſt heureuſement parvenu à la transformer dans des ſéries d'autant plus convergentes, que s eſt un plus grand nombre (Voyez ſon bel Ouvrage, *de ſummatione & interpolatione Serierum*). Cette transformation que l'on peut regarder comme une des découvertes les plus ingénieuſes que l'on ait faites dans la théorie des Suites, eſt ſur-tout remarquable en ce que dans une recherche qui ſemble n'admettre que des quantités algébriques, elle introduit une quantité tranſcendante, ſavoir, la racine carrée du rapport de la demi-circonférence au rayon. Mais la méthode de M. Stirling, fondée ſur l'interpolation des Suites, & ſur quelques théorèmes de Wallis, laiſſe à deſirer une méthode directe qui s'étende à toutes les fonctions compoſées d'un grand nombre de termes & de facteurs. J'ai donné dans nos Mémoires pour l'année 1778, *page 289*, un moyen général de réduire en ſéries convergentes, les intégrales des fonctions différentielles qui renferment des facteurs élevés à de grandes puiſſances : mais occupé d'un objet différent, je me ſuis alors contenté de tirer de cette méthode, les beaux théorèmes de M. Stirling, en me réſervant de la reprendre & de l'approfondir dans un autre Mémoire. De nouvelles réflexions m'ont conduit à l'étendre généralement aux fonctions quelconques de très-grands nombres, & à réduire ces fonctions dans des Suites d'autant plus convergentes, que ces nombres ſont plus

conſidérables, en ſorte que cette méthode eſt d'autant plus approchée, qu'elle devient plus néceſſaire. Je me propoſe de la développer dans ce Mémoire, avec tout le détail dû à la nouveauté du ſujet, & à ſon importance dans les applications de l'analyſe.

La difficulté que préſente la réduction en nombres, des formules analytiques très-compoſées, vient de la multiplicité de leurs termes & de leurs facteurs : on la fera donc diſparoître, ſi l'on parvient à réduire ces formules dans des Suites aſſez convergentes, pour que l'on n'ait beſoin d'en conſidérer que les premiers termes; & ſi de plus, chacun de ces termes ne renferme qu'un petit nombre de facteurs qui peuvent d'ailleurs être élevés à de grandes puiſſances. Il ſera facile alors d'avoir ces facteurs & leurs produits, par les artifices connus pour obtenir au moyen des Tables, les logarithmes de très-grands nombres, & les nombres de très-grands logarithmes. La queſtion ſe réduit ainſi à tranſformer les fonctions compoſées, en ſéries convergentes. Cela paroît impoſſible lorſqu'on les conſidère ſous leur forme naturelle; mais pour peu que l'on ſoit verſé dans l'analyſe infinitéſimale, on a ſouvent obſervé des fonctions différentielles d'une forme très-ſimple, & qui renferment des facteurs élevés à de grandes puiſſances, produire par leur intégration, des fonctions très-compoſées : ce qui donne lieu de penſer que toute fonction compoſée eſt réductible à de ſemblables intégrales qu'il ne s'agira plus enſuite que de convertir en ſéries convergentes. Le Problème que nous nous propoſons de réſoudre, conſidéré ſous ce point de vue, ſe partage ainſi en deux autres, dont l'un conſiſte à intégrer par approximation, les fonctions différentielles qui renferment des facteurs très-élevés; & dont l'autre a pour objet de ramener à ce genre d'intégrales, les fonctions dont on cherche des valeurs approchées.

Dans l'*article I.er* de ce Mémoire, je donne la ſolution du premier Problème qui, par lui-même, eſt très-utile dans cette branche de l'analyſe des haſards, où l'on ſe

propoſe de remonter des évènemens obſervés, à leurs cauſes, & de connoître par ces évènemens, la probabilité des évènemens futurs (*Voyez les Mémoires de l'Académie, pour l'année 1778*). Cette ſolution me conduit à différentes ſéries qui ſe ſervent de ſupplément les unes aux autres, les premières devant être employées pour les points de l'intégrale, éloignés du *maximum* de la fonction différentielle, & les ſecondes devant ſervir pour les points voiſins de ce *maximum*: ces dernières ſuites renferment des quantités tranſcendantes qui, le plus ſouvent, ſe réduiſent à celle-ci, $\int \partial t\, e^{-t^2}$, e étant le nombre dont le logarithme hyperbolique eſt l'unité; & comme cette intégrale priſe depuis $t = 0$ juſqu'à $t = \infty$, eſt la moitié de la racine carrée du rapport de la demi-circonférence au rayon; il en réſulte que la valeur approchée des intégrales déterminées des fonctions différentielles qui renferment des facteurs très-élevés, dépend preſque toujours de cette racine, dans le cas même où ces intégrales ſont algébriques; ainſi cette quantité tranſcendante que M. Stirling a le premier introduite dans la valeur approchée du terme moyen du binome, ne lui eſt pas particulière; mais elle entre également dans les valeurs approchées d'un grand nombre d'autres fonctions algébriques.

Je conſidère dans l'*article II*, le Problème qui conſiſte à ramener les fonctions dont on cherche des valeurs approchées, à l'intégration de fonctions différentielles multipliées par des facteurs élevés à de grandes puiſſances; pour y parvenir d'une manière générale, je repréſente par y_s, y_s^{I}, y_s^{II}, &c. des fonctions de s, très-compoſées, & dans leſquelles s eſt un grand nombre: je ſuppoſe ces fonctions données par des équations linéaires aux différences, ſoit finies, ſoit infiniment petites, dont les coëfficiens ſont des fonctions rationnelles de s; en faiſant enſuite dans ces équations, $y_s = \int x^s . \varphi \partial x$, $y_s^{I} = \int x^s . \varphi' \partial x$, &c. & en les préparant d'une manière convenable, chacune d'elles ſe diviſe en deux parties dont l'une eſt affectée du ſigne intégral $\int$, & dont l'autre eſt hors de ce ſigne: l'égalité à zéro des parties ſous

le ſigne, donne autant d'équations linéaires aux différences infiniment petites, qu'il y a de variables φ, φ', φ'', &c. on peut conſéquemment déterminer à leur moyen, ces variables, en fonctions de x; quant aux parties hors du ſigne intégral, en les égalant à zéro, & en éliminant les conſtantes arbitraires des valeurs de φ, φ', φ'', &c. on parvient à une équation finale en x, dont les racines ſervent à déterminer les limites dans leſquelles on doit prendre les intégrales $\int x^s . \varphi \partial x$, $\int x^s . \varphi' . \partial x$, &c. Une remarque très-importante dans cette analyſe, & qui donne les moyens de l'étendre à des fonctions d'un fréquent uſage, eſt que les ſéries que l'on obtient pour y_s, y_s', &c. ont lieu généralement, en y changeant le ſigne des conſtantes qu'elles renferment, quoique par ce changement, l'équation finale en x, qui détermine les limites des intégrales, ceſſe d'avoir pluſieurs racines réelles. Le principal obſtacle que l'on rencontre dans l'application de cette méthode, vient de la nature des équations différentielles en φ, φ', φ'', &c. qui peuvent n'être pas intégrables: on pourra ſouvent obvier à cet inconvénient, en repréſentant les fonctions y_s, y_s', &c. par des intégrales multiples telles que $\int x^s . x'^s . \varphi \partial x . \partial x'$, $\int x^s . x'^s . \varphi' . \partial x . \partial x'$, &c. on parviendra ainſi à déterminer φ, φ', &c. par des équations d'un ordre moins élevé, & ſuſceptibles d'être intégrées par les méthodes connues.

L'analyſe précédente appliquée aux équations linéaires à différences partielles, donne pareillement leurs intégrales en ſéries convergentes, en ſorte qu'elle s'étend généralement aux fonctions très-compoſées qui peuvent être repréſentées par des équations différentielles linéaires aux différences ordinaires ou partielles, finies ou infiniment petites, ou en parties finies, & en parties infiniment petites, ce qui embraſſe toutes les fonctions qui ſe rencontrent dans l'uſage ordinaire de l'analyſe.

Dans l'*article III*, j'applique la méthode précédente à diverſes équations différentielles; j'en tire les valeurs en ſéries

très-convergentes, du produit des nombres naturels 1, 2, 3, 4, &c. du terme moyen du binome, de celui du trinome, &c. des différences très-élevées, ſoit finies, ſoit infiniment petites des fonctions, ou d'une partie quelconque de ces différences. Enfin, dans l'*article IV*, je donne la ſolution de pluſieurs Problèmes intéreſſans de l'analyſe des haſards, qu'il ſeroit impoſſible de réſoudre numériquement par les moyens connus.

ARTICLE PREMIER.

De l'intégration par approximation, des fonctions différentielles qui renferment des facteurs élevés à de grandes puiſſances.

I.

Si l'on déſigne par u, $u^{\prime}$, $u^{\prime\prime}$, &c. & φ, des fonctions quelconques de x, & par s, $s^{\prime}$, $s^{\prime\prime}$, &c. des nombres conſidérables; toute fonction différentielle qui renferme des facteurs élevés à de grandes puiſſances, ſera compriſe dans cette forme, $u^{s}.u^{\prime s^{\prime}}.u^{\prime\prime s^{\prime\prime}}$. &c. $\varphi\partial x$. Pour avoir en ſérie convergente, ſon intégrale priſe depuis $x = \theta$ juſqu'à $x = \theta^{\prime}$, on fera $u^{s}.u^{\prime s^{\prime}}$. &c. $\varphi = y$, & en déſignant par Y ce que devient y, lorſqu'on y change x en θ, on ſuppoſera $y = Y.e^{-t}$, e étant le nombre dont le logarithme hyperbolique eſt l'unité; on aura ainſi log. $\frac{Y}{y} = t$. Si l'on conſidère x comme une fonction de t, donnée par cette équation, on aura, en ſuppoſant ∂t conſtant,

$$x = \theta + t.\frac{\partial x}{\partial t} + \frac{t^{2}}{1.2}.\frac{\partial^{2} x}{\partial t^{2}} + \frac{t^{3}}{1.2.3}.\frac{\partial^{3} x}{\partial t^{3}} + \text{&c.}$$

t devant être ſuppoſé nul, après les différentiations, dans les valeurs de $\frac{\partial x}{\partial t}$, $\frac{\partial^{2} x}{\partial t^{2}}$, &c. or, on a généralement

$$\frac{\partial^{n} x}{\partial t^{n}} = \frac{1}{\partial t}.d.\frac{1}{\partial t}.d.\frac{1}{\partial t}\ldots d.\frac{\partial x}{\partial t},$$

la caractériſtique différentielle d ſe rapportant à tout ce qui la ſuit, & ∂t pouvant varier d'une manière quelconque, dans le ſecond membre de cette formule; de plus, ſi l'on différentie l'équation $\log. \frac{Y}{y} = t$, & que l'on déſigne $-\frac{y.\partial x}{\partial y}$ par v, on aura $\partial t = \frac{\partial x}{v}$; partant on aura

$$\frac{\partial^n x}{\partial t^n} = \frac{v.d.v.d.v.\ldots\ldots dv}{\partial x^{n-1}},$$

∂x étant ſuppoſé conſtant dans le ſecond membre de cette équation; en nommant donc U, ce que devient v, lorſqu'on y change x en θ, la valeur de $\frac{\partial^n x}{\partial t^n}$, qui répond à $x = \theta$, ou, ce qui revient au même, à $t = 0$, ſera égale à $\frac{U.d.U.dU\ldots dU}{\partial\theta^{n-1}}$; on aura ainſi

$$x = \theta + U.t + \frac{U.d.U}{1.2.\partial\theta}.t^2 + \frac{U.d.U.d.U}{1.2.3.\partial\theta^2}.t^3 + \&c.$$

d'où l'on tire

$$\partial x = U\partial t.\left(1 + \frac{dU}{\partial\theta}.t + \frac{d.U.d.U}{1.2.\partial\theta^2}.t^2 + \&c.\right)$$

& par conſéquent,

$$\int y\partial x = U.Y.\int \partial t.e^{-t}.\left(1 + \frac{dU}{\partial\theta}.t + \frac{d.U.d.U}{1.2.\partial\theta^2}.t^2 + \&c.\right)$$

Si l'on prend l'intégrale depuis $t = 0$ juſqu'à $t = \infty$, on aura généralement

$$\int t^n.\partial t.e^{-t} = 1.2.3.\ldots\ldots n;$$

partant,

$$\int y\partial x = UY.\left(1 + \frac{dU}{\partial\theta} + \frac{d.U.d.U}{\partial\theta^2} + \frac{d.U.d.U.d.U}{\partial\theta^3} + \&c.\right)$$

l'intégrale relative à x étant priſe depuis $x = \theta$, juſqu'à la valeur de x, qui convient à t infini.

Nommons Y^{I} & U^{I}, ce que deviennent y & v, lorſqu'on y change x en θ^{I}; nous aurons pareillement

$$\int y\partial x = U^{I}Y^{I}.\left(1 + \frac{dU^{I}}{\partial\theta^{I}} + \frac{d.U^{I}.dU^{I}}{\partial\theta^{I\,2}} + \frac{d.U^{I}.d.U^{I}.dU^{I}}{\partial\theta^{I\,3}} + \&c.\right)$$

l'intégrale relative à x étant priſe depuis $x = \theta^{I}$, juſqu'à la valeur de x, qui convient à t infini; en retranchant donc ces deux expreſſions, l'une de l'autre, on aura

$$\left.\begin{aligned}\int y\partial x = {} & UY.\left(1 + \frac{dU}{\partial\theta} + \frac{d.U.dU}{\partial\theta^{2}} + \frac{d.U.d.U.dU}{\partial\theta^{3}} + \&c.\right)\\ - {} & U^{I}Y^{I}.\left(1 + \frac{dU^{I}}{\partial\theta^{I}} + \frac{d.U^{I}.dU^{I}}{\partial\theta^{I\,2}} + \frac{d.U.d.U.d.U^{I}}{\partial\theta^{I\,3}} + \&c.\right)\end{aligned}\right\};\ (A)$$

l'intégrale relative à x, étant priſe depuis $x = \theta$, juſqu'à $x = \theta^{I}$, en ſorte que la conſidération de t, diſparoît dans cette formule. Si θ & θ^{I} étoient primitivement renfermés dans y, il ne faudroit faire varier que les quantités θ & θ^{I} qu'introduiſent dans U & U^{I}, les changemens de x, en θ & en θ^{I} dans la fonction v.

La formule (A) ſera très-convergente, ſi v ou $-\frac{y\partial x}{\partial y}$ eſt une très-petite quantité; or y étant, par la ſuppoſition, égal à $u^{s}.u^{I\,s^{I}}.u^{II\,s^{II}}$.&c. φ, on a

$$v = -\frac{1}{\frac{s.\partial u}{u\partial x} + s^{I}.\frac{\partial u^{I}}{u^{I}\partial x} + \&c. + \frac{\partial\varphi}{\varphi\partial x}};$$

ainſi dans le cas où s, s^{I}, s^{II}, &c. ſeront de très-grands nombres, v ſera fort petit; & ſi l'on fait $\frac{1}{s} = \alpha$, α étant un très-petit coéfficient, la fonction v ſera de l'ordre α, & les termes ſucceſſifs de la formule (A) ſeront reſpectivement des ordres α, α^{2}, α^{3}, &c.

Cette formule ceſſeroit d'être convergente, ſi la ſuppoſition de $x = \theta$, rendoit très-petit le dénominateur de l'expreſſion de v; ſuppoſons par exemple, que $(x - a)^{\mu}$ ſoit

ſoit un facteur de ce dénominateur, il eſt clair que les termes ſucceſſifs de la ſérie qui, dans la formule *(A)*, multiplie UY, ſeront diviſés reſpectivement par $(\theta - a)^{\mu}$, $(\theta - a)^{2\mu+1}$, $(\theta - a)^{3\mu+2}$, &c. & deviendront très-conſidérables, ſi θ eſt peu différent de a; la convergence de cette formule exige donc que $(\theta - a)^{\mu}$ & $(\theta' - a)^{\mu}$ ſoient plus grands que α; elle ne peut conſéquemment être employée dans l'intervalle où $(x - a)^{\mu}$ eſt égal ou moindre que α; mais dans ce cas, on pourra faire uſage de la méthode ſuivante.

II.

Si l'on nomme Y, ce que devient y, lorſqu'on y change x en a, il eſt viſible que $(x - a)^{\mu}$ étant un facteur de $-\frac{\partial y}{y\partial x}$; ou, ce qui revient au même, de $\partial.\log.\frac{Y}{y}$, $(x - a)^{\mu+1}$ ſera un facteur de $\log.\frac{Y}{y}$; ſoit donc

$$y = Y.e^{-t^{\mu+1}};$$

&

$$v = \frac{x - a}{[\log. Y - \log. y]^{\frac{1}{\mu+1}}};$$

on aura $x - a = v.t$, v ne devenant point infini par la ſuppoſition de $x = a$. Si l'on déſigne enſuite par U, $\frac{\partial.U^2}{\partial x}$, $\frac{\partial^2.U^3}{\partial x^2}$, &c. ce que deviennent v, $\frac{\partial.v^2}{\partial x}$, $\frac{\partial^2.v^3}{\partial x^2}$, &c. lorſqu'on y change x en a, après les différentiations, on aura

$$x = a + U.t + \frac{\partial.U^2}{1.2.\partial x}.t^2 + \frac{\partial^2.U^3}{1.2.3.\partial x^2}.t^3 + \&c.$$

d'où il eſt facile de conclure

$$\int y\partial x = Y.\int \partial t.e^{-t^{\mu+1}}.\left\{U + \frac{\partial.U^2}{\partial x}.t + \frac{\partial^2.U^3}{1.2.\partial x^2}.t^2 + \frac{\partial^3.U^4}{1.2.3.\partial x^3}.t^3 + \&c.\right\}; \quad (B)$$

Cette formule pourra être employée dans tout l'intervalle où x diffère très-peu de a; elle peut conſéquemment ſervir de ſupplément à la formule *(A)* du *numéro précédent*; mais au lieu d'être ordonnée comme elle, par rapport aux puiſſances de α, elle ne le ſera que relativement aux puiſſances de $\alpha^{\frac{1}{\mu+1}}$; car il eſt viſible que dans ce dernier cas, v n'eſt que de l'ordre $\alpha^{\frac{1}{\mu+1}}$.

Pour déterminer plus facilement les quantités U, $\frac{\partial.U^2}{\partial x}$, $\frac{\partial^2.U^3}{\partial x^2}$, &c. ſuppoſons,

$$\log. Y - \log. y = (x-a)^{\mu+1}.[A + B.(x-a) + C.(x-a)^2 + \&c.];$$

nous aurons en changeant x en a, après les différentiations,

$$A = -\frac{\partial^{\mu+1}.\log. y}{1.2.3\ldots(\mu+1).\partial x^{\mu+1}};$$

$$B = -\frac{\partial^{\mu+2}.\log. y}{1.2.3\ldots(\mu+2).\partial x^{\mu+2}};\ \&c.$$

nous aurons enſuite, quel que ſoit r,

$$v^r = [A + B.(x-a) + C.(x-a)^2 + \&c.]^{-\frac{r}{\mu+1}}$$

$$= A^{\frac{-r}{\mu+1}} - \frac{r}{\mu+1}.A^{\frac{-r-\mu-1}{\mu+1}}.B.(x-a)$$

$$+ \left.\begin{array}{l} + \frac{r.(r+\mu+1)}{1.2.(\mu+1)^2}.A^{\frac{-r-2\mu-2}{\mu+1}}.B^2 \\ - \frac{r}{\mu+1}.A^{\frac{-r-\mu-1}{\mu+1}}.C \end{array}\right\}.(x-a)^2 + \&c.$$

Si l'on fait ſucceſſivement dans cette formule, $r = 1$,

$r = 2$, $r = 3$, &c. il ſera facile d'en conclure les valeurs de U, $\frac{\partial . U^2}{\partial x}$, $\frac{\partial^2 . U^3}{\partial x^2}$, &c. & la formule *(B)* ne préſentera plus d'autres difficultés que celles qui réſultent de l'intégration des quantités de cette forme, $\int t^n . \partial t . e^{-t^{\mu+1}}$; or, on a

$$\int t^n . \partial t . e^{-t^{\mu+1}} = \frac{-e^{-t^{\mu+1}}}{\mu+1} \times$$

$$\left\{ \begin{array}{l} t^{n-\mu} + \frac{n-\mu}{\mu+1} . t^{n-2\mu-1} + \frac{(n-\mu).(n-2\mu-1)}{(\mu+1)^2} . t^{n-3\mu-2} \ldots \\ \ldots + \frac{(n-\mu).(n-2\mu-1).(n-3\mu-2)\ldots(n-r\mu+\mu-r+2).t^{n-r\mu-r+1}}{(\mu+1)^{r-1}} \end{array} \right\}$$

$$+ \frac{(n-\mu).(n-2\mu-1)\ldots(n-r\mu-r+1)}{(\mu+1)^r} . \int t^{n-r\mu-r} . \partial t . e^{-t^{\mu+1}}$$

r étant égal au quotient de la diviſion de n par $\mu + 1$, ſi la diviſion eſt poſſible, ou au nombre entier immédiatement inférieur, ſi elle ne l'eſt pas. La détermination de l'intégrale $\int y \partial x$, dépend donc des intégrales de cette forme,

$$\int \partial t . e^{-t^{\mu+1}}, \int t \partial t . e^{-t^{\mu+1}} \ldots \int t^{\mu-} . \partial t . e^{-t^{\mu+1}};$$

il n'eſt pas poſſible d'obtenir exactement ces intégrales par les méthodes connues; mais il ſera facile dans tous les cas, d'avoir leurs valeurs approchées.

III.

Nous aurons principalement beſoin dans la ſuite, de la valeur de $\int y \partial x$, pour tout l'intervalle compris entre deux valeurs conſécutives de x, qui rendent y nul; nous allons conſéquemment expoſer les ſimplifications dont cette valeur eſt alors ſuſceptible. y ayant été ſuppoſé dans le *numéro précédent*, égal à $Y . e^{-t^{\mu+1}}$, il eſt viſible que les deux valeurs de x, qui rendent y nul, rendent pareillement nulle la quantité $e^{-t^{\mu+1}}$, ce qui ſuppoſe que $\mu + 1$ eſt un

nombre pair, & que l'une de ces valeurs de x répond à $t = -\infty$, & l'autre à $t = \infty$; Y eſt donc alors le *maximum* de y, compris entre ces valeurs. Soit $\mu + 1 = 2i$, ſi l'on prend l'intégrale $\int t^{2n+1}.\partial t.e^{-t^{2i}}$ depuis $t = -\infty$ juſqu'à $t = \infty$, ſa valeur ſera nulle; car il eſt clair que les élémens de cette intégrale, qui répondent aux valeurs de t négatives, ſont égaux & de ſigne contraire à ceux qui répondent aux valeurs de t poſitives. L'intégrale $\int t^{2n}.\partial t.e^{-t^{2i}}$ ſera égale à $2.\int t^{2n}\partial t.e^{-t^{2i}}$, cette dernière intégrale étant priſe depuis $t = 0$ juſqu'à $t = \infty$, & dans ce cas, on a par le *numéro précédent*,

$$\int t^{2n}.\partial t.e^{-t^{2i}} = \frac{(2n-2i+1).(2n-4i+1)...(2n-2ri+1)}{(2i)^r}.\int t^{2n-2r}.\partial t.e^{-t^{2i}},$$

r étant égal au quotient de la diviſion de n par i, ſi la diviſion eſt poſſible, ou au nombre entier immédiatement plus petit, ſi la diviſion n'eſt pas poſſible. Soit donc

$$K = \int \partial t.e^{-t^{2i}};$$
$$K^{(1)} = \int t^2.\partial t.e^{-t^{2i}};$$
$$K^{(2)} = \int t^4.\partial t.e^{-t^{2i}};$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$K^{(i-1)} = \int t^{2i-2}.\partial t.e^{-t^{2i}};$$

la formule (B) du *numéro précédent* deviendra

$$\int y\partial x = 2K.Y.\left\{U + \frac{1}{2i}.\frac{\partial^{2i}.U^{2i+1}}{1.2.3...2i.\partial x^{2i}} + \frac{2i+1}{4i^2}.\frac{\partial^{4i}.U^{4i+1}}{1.2.3...4i.\partial x^{4i}} + \&c.\right\}$$
$$+ 2K^{(1)}.Y.\left\{\frac{\partial^2.U^3}{1.2.\partial x^2} + \frac{3}{2i}.\frac{\partial^{2i+2}.U^{2i+3}}{1.2.3...(2i+2).\partial x^{2i+2}} + \frac{3.(2i+3)}{4i^2}.\frac{\partial^{4i+2}.U^{4i+3}}{1.2.3...(4i+2).\partial x^{4i+2}} + \&c.\right\}; (C)$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$\left.\begin{array}{l} \cdots\cdots\cdots\

l'intégrale relative à z étant prise depuis $z = 0$ jusqu'à $z = \infty$. Soit encore

$$\frac{x^{(1)}}{\left[1 + x^{(2)n} \ldots\ldots + x^{(r-2)n}\right]^{\frac{1}{n}}} = z^{(1)},$$

on aura

$$\int \frac{\partial x^{(1)}}{\left[1 + x^{(1)n} \ldots\ldots\ldots + x^{(r-2)n}\right]^{\frac{n-1}{n}}} = \frac{1}{\left[1 + x^{(2)n} \ldots + x^{(r-2)n}\right]^{\frac{n-2}{n}}} \cdot \int \frac{\partial z^{(1)}}{\left(1 + z^{(1)n}\right)^{\frac{n-1}{n}}};$$

l'intégrale relative à $z^{(1)}$ étant prise depuis $z^{(1)} = 0$ jusqu'à $z^{(1)} = \infty$. En continuant d'opérer ainsi, on trouvera

$$\int \partial s . \partial x . \partial x^{(1)} \ldots \partial x^{(r-2)} . e^{-s.\left(1 + x^n + x^{(1)n} \ldots + x^{(r-2)n}\right)}$$

$$= \int \frac{\partial z}{1 + z^n} \cdot \int \frac{\partial z}{\left(1 + z^n\right)^{\frac{n-1}{n}}} \cdot \int \frac{\partial z}{\left(1 + z^n\right)^{\frac{n-2}{n}}} \ldots \int \frac{\partial z}{\left(1 + z^n\right)^{\frac{n-r+2}{n}}},$$

les intégrales relatives à z étant prises depuis $z = 0$ jusqu'à $z = \infty$.

Intégrons présentement d'une autre manière, la différentielle $\partial s . \partial x . \partial x^{(1)}$. &c. $e^{-s\left(1 + x^n + x^{(1)n} + \text{&c.}\right)}$, & au lieu de commencer les intégrations par s, terminons-les par cette variable; pour cela, nous observerons que l'on a

$$\int \partial x . e^{-sx^n} = \frac{1}{s^{\frac{1}{n}}} \cdot \int s^{\frac{1}{n}} . \partial x . e^{-sx^n} = \frac{1}{s^{\frac{1}{n}}} \cdot \int \partial t . e^{-t}$$

t étant ſuppoſé égal à $s^{\frac{1}{n}}.x$. L'intégrale relative à x, devant être priſe depuis $x = o$ juſqu'à $x = \infty$, l'intégrale relative à t, doit être priſe depuis $t = o$ juſqu'à $t = \infty$; ſoit donc $\int \partial t . e^{-t^n} = K$, on aura

$$\int \partial x . e^{-sx^n} = \frac{K}{s^{\frac{1}{n}}};$$

on aura pareillement

$$\int \partial x^{(1)} . e^{-s.x^{(1)^n}} = \frac{K}{s^{\frac{1}{n}}}$$

& ainſi de ſuite; partant

$$\int \partial s . \partial x . \partial x^{(1)} \ldots \partial x^{(r-2)} . e^{-s.\left[1 + x^n + x^{(1)^n} \ldots + x^{(r-2)^n}\right]}$$

$$= K^{r-1} . \int \frac{\partial s . e^{-s}}{s^{\frac{r-1}{n}}} = n . K^{r-1} . \int t^{n-r} . \partial t . e^{-t^n};$$

t étant ici égal à $s^{\frac{1}{n}}$, & l'intégrale relative à t, étant priſe comme l'intégrale relative à s, depuis la valeur nulle de cette variable, juſqu'à ſa valeur infinie. En comparant les deux expreſſions de

$$\int \partial s . \partial x . \partial x^{(1)} . \&c.\ e^{-s.(1 + x^n + x^{(1)^n} + \&c.)},$$

& en obſervant que $\int \frac{\partial z}{1 + z^n} = \frac{\pi}{n . \text{ſin.} \frac{\pi}{n}}$, π étant le rapport de la demi-circonférence au rayon, on aura

$$n^2 . K^{r-1} . \int t^{n-r} . \partial t . e^{-t^n} = \frac{\pi}{\text{ſin.} \frac{\pi}{n}} . \int \frac{\partial z}{(1 + z^n)^{\frac{n-1}{n}}}$$

$$. \int \frac{\partial z}{(1 + z^n)^{\frac{n-2}{n}}} \ldots \int \frac{\partial z}{(1 + z^n)^{\frac{n-r+2}{n}}};$$

toutes les intégrales étant prises depuis les valeurs nulles des variables, jusqu'à leurs valeurs infinies.

Si l'on fait $1 + z^n = \frac{1}{1-u^n}$, on aura $\partial z = \frac{\partial u}{(1-u^n)^{\frac{n+1}{n}}}$;

la formule précédente deviendra ainsi,

$$n^2 . K^{r-1} . \int t^{n-r} . \partial t . e^{-t^n} = \frac{\pi}{\text{fin.}\frac{\pi}{n}} \left\{ . \int \frac{\partial u}{(1-u^n)^{\frac{2}{n}}} . \int \frac{\partial u}{(1-u^n)^{\frac{3}{n}}} \ldots\ldots\ldots \int \frac{\partial u}{(1-u^n)^{\frac{r-1}{n}}} \right\}; \quad (Z)$$

les intégrales relatives à u, étant prises depuis $u = 0$ jusqu'à $u = 1$, parce que la supposition de $z = 0$, donne $u = 0$, & que celle de $z = \infty$, donne $u = 1$. Il faut dans cette formule, prendre autant de facteurs affectés du signe intégral, qu'il y a d'unités dans $r - 2$.

La formule *(Z)* offre plusieurs corollaires intéressans que nous allons développer; si l'on y suppose $r = n$, l'intégrale $\int t^{n-r} \partial t . e^{-t^n}$ se changera en K, & l'on aura

$$n^2 . K^n = \frac{\pi}{\text{fin.}\frac{\pi}{n}} \left\{ . \int \frac{\partial u}{(1-u^n)^{\frac{2}{n}}} . \int \frac{\partial u}{(1-u^n)^{\frac{3}{n}}} \ldots\ldots\ldots \int \frac{\partial u}{(1-u^n)^{\frac{n-1}{n}}} \right\}; \quad (V)$$

Ainsi K ou $\int \partial t . e^{-t^n}$ sera donné par cette équation, en fonctions d'intégrales algébriques, & la formule *(Z)* donnera la valeur de $\int t^{n-r} . \partial t . e^{-t^n}$ en fonctions semblables, r étant

r étant un nombre quelconque entier positif & moindre que n ; ces valeurs dépendent des $n - 2$ intégrales algébriques

$$\int \frac{\partial u}{(1-u^n)^{\frac{2}{n}}}, \int \frac{\partial u}{(1-u^n)^{\frac{3}{n}}}, \ldots \int \frac{\partial u}{(1-u^n)^{\frac{n-1}{n}}};$$

mais on peut diminuer de moitié, le nombre de ces intégrales, par la méthode suivante.

Si dans la formule *(Z)*, on fait $r = 2$, elle donnera

$$n^2 . \int \partial t . e^{-t^n} . \int t^{n-2} . \partial t . e^{-t^n} = \frac{\pi}{\text{sin.} \frac{\pi}{n}}.$$

Cette équation est généralement vraie, quel que soit n, en le supposant même fractionnaire; partant si l'on y change n dans $\frac{n}{r-1}$, on aura

$$n^2 . \int \partial t . e^{-t^{\frac{n}{r-1}}} . \int t^{\frac{n}{r-1}-2} . \partial t . e^{-t^{\frac{n}{r-1}}} = \frac{(r-1)^2 \pi}{\text{sin.} \frac{(r-1)\pi}{n}},$$

& si dans cette nouvelle équation, on change t dans t^{r-1}, elle deviendra

$$n^2 . \int t^{r-2} . \partial t . e^{-t^n} . \int t^{n-r} . \partial t . e^{-t^n} = \frac{\pi}{\text{sin.} \frac{(r-1)\pi}{n}}; \quad (T)$$

Si, dans cette équation, on suppose $r - 2 = n - r$, ce qui donne $r = \frac{n}{2} + 1$, on aura

$$n^2 \left[\int t^{\frac{n}{2}-1} . \partial t . e^{-t^n} . \right]^2 = \pi;$$

& si l'on change $t^{\frac{n}{2}}$ dans t, on aura ce résultat remarquable

$$\int \partial t . e^{-t^2} = \tfrac{1}{2} . \sqrt{(\pi)},$$

c'eſt-à-dire que l'intégrale $\int dt.e^{-t^2}$ priſe depuis $t = 0$ juſqu'à t infini, eſt la moitié de la racine carrée du rapport de la demi-circonférence au rayon.

Suppoſons maintenant n pair & égal à $2i$; ſi l'on fait $r = i + 1$ dans la formule (Z), elle donnera

$$4i^2.K^i.\int t^{i-1}.dt.e^{-t^{2i}} = \frac{\pi}{\text{ſin.}\frac{\pi}{2i}}.\int \frac{\partial u}{(1-u^{2i})^{\frac{2}{2i}}}.\int \frac{\partial u}{(1-u^{2i})^{\frac{3}{2i}}} \ldots\ldots \int \frac{\partial u}{(1-u^{2i})^{\frac{1}{2}}};$$

or en changeant t^i en t, l'intégrale $\int t^{i-1}.dt.e^{-t^{2i}}$ deviendra $\frac{1}{i}.\int dt.e^{-t^2} = \frac{\sqrt{\pi}}{2i}$; on aura donc

$$2i.K^i = \frac{\sqrt{\pi}}{\text{ſin.}\frac{\pi}{2i}}.\int \frac{\partial u}{(1-u^{2i})^{\frac{2}{2i}}} \ldots \int \frac{\partial u}{(1-u^{2i})^{\frac{1}{2}}}; \quad (R)$$

ainſi K ſera donné en fonction des $i - 1$ premières intégrales algébriques de la formule (Z), & cette même formule donnera les valeurs de toutes les intégrales tranſcendantes $\int t^{2i-r}.\partial t.e^{-t^{2i}}$, en fonctions de ces mêmes intégrales, lorſque r ſera égal ou moindre que $i + 1$, ou, ce qui revient au même, lorſque l'expoſant $2i - r$ ſera égal ou plus grand que $i - 1$. Si cet expoſant eſt moindre, alors $r - 2$ ſera plus grand que $i - 1$, & la formule (T) donnant la valeur de l'intégrale $\int t^{2i-r}.\partial t.e^{-t^{2i}}$, au moyen de celle-ci $\int t^{r-2}.\partial t.e^{-t^{2i}}$, cette valeur ne dépendra que des $i - 1$ premières intégrales algébriques de la formule (Z); ainſi, toutes les valeurs de l'intégrale $\int t^{2i-r}.\partial te^{-t^{2i}}$ ne dépendront, quel que ſoit r, que de ces i premières intégrales algébriques; & comme les valeurs

correſpondantes à r plus grand que i, ſont données par la formule *(Z)* en fonctions de ces intégrales & des ſuivantes,

$$\int \frac{\partial u}{(1-u^{2i})^{\frac{i+1}{2i}}}, \int \frac{\partial u}{(1-u^{2i})^{\frac{i+2}{2i}}} \cdots \int \frac{\partial u}{(1-u^{2i})^{\frac{2i-1}{2i}}},$$

il en réſulte que chacune de ces dernières intégrales ſera donnée en fonction des $i - 1$ premières intégrales algébriques de la formule *(Z)*.

Si n eſt impair & égal à $2i + 1$, la formule *(Z)* donnera en y faiſant ſucceſſivement $r = i + 1$, & $r = i + 2$,

$$(2i+1)^2 \cdot K^i \cdot \int t^i \cdot \partial t e^{-t^{2i+1}} = \frac{\pi}{\text{ſin.}\frac{\pi}{2i+1}} \cdot \int \frac{\partial u}{(1-u^{2i+1})^{\frac{2}{2i+1}}} \cdot \int \frac{\partial u}{(1-u^{2i+1})^{\frac{3}{2i+1}}} \cdots \int \frac{\partial u}{(1-u^{2i+1})^{\frac{i}{2i+1}}};$$

$$(2i+1)^2 \cdot K^{i+1} \cdot \int t^{i-1} \cdot \partial t \cdot e^{-t^{2i+1}} = \frac{\pi}{\text{ſin.}\frac{\pi}{2i+1}} \cdot \int \frac{\partial u}{(1-u^{2i+1})^{\frac{2}{2i+1}}} \cdots\cdots \int \frac{\partial u}{(1-u^{2i+1})^{\frac{i+1}{2i+1}}};$$

en multipliant ces deux équations, l'une par l'autre, & en obſervant que l'équation *(T)* donne, en y faiſant $r = i + 1$,

$$(2i+1)^2 \cdot \int t^{i-1} \partial t \cdot e^{-t^{2i+1}} \cdot \int t^i \partial t \cdot e^{-t^{2i+1}} = \frac{\pi}{\text{ſin.}\frac{i\pi}{2i+1}},$$

on aura

$$(2i+1)^2 \cdot K^{2i+1} = \frac{\pi \cdot \text{ſin.}\frac{i\pi}{2i+1}}{(\text{ſin.}\frac{\pi}{2i+1})^2} \cdot \left[\int \frac{\partial u}{(1+u^{2i+1})^{\frac{2}{2i+1}}} \cdots \int \frac{\partial u}{(1-u^{2i+1})^{\frac{i}{2i+1}}}\right]^2 \cdot \int \frac{\partial u}{(1-u^{2i+1})^{\frac{i+1}{2i+1}}};$$

K ſera ainſi donné en fonction des i premières intégrales algébriques de la formule (Z), & cette même formule donnera les valeurs de $\int t^{2i+1-r}.\partial t.e^{-t^{2i+1}}$, en fonction des mêmes intégrales, lorſque r ſera égal ou moindre que $i+2$; la formule (T) donnera enſuite les valeurs de cette intégrale tranſcendante, lorſque r ſera plus grand que $i+2$; d'où l'on peut conclure que chacune des intégrales

$$\int \frac{\partial u}{(1-u^{2i+1})^{\frac{i+2}{2i+1}}}, \int \frac{\partial u}{(1-u^{2i+1})^{\frac{i+3}{2i+1}}} \cdots \int \frac{\partial u}{(1-u^{2i+1})^{\frac{2i}{2i+1}}},$$

ſera donnée en fonction des i premières intégrales algébriques de la formule (Z).

De-là il ſuit généralement que toutes les valeurs de $\int t^r \partial t.e^{-t^n}$ ne dépendront, quel que ſoit r, que de $\frac{n}{2}-1$ intégrales algébriques priſes dans la formule (Z), ſi n eſt pair; ou de $\frac{n-1}{2}$ de ces mêmes intégrales, ſi n eſt impair.

V.

REPRENONS maintenant la formule (C) du *n.° 3*; ſi l'on y fait $i=1$, elle ne renfermera que la ſeule tranſcendante K ou $\int \partial t.e^{-t^2}$, qui, par le *numéro précédent*, eſt égale à $\frac{1}{2}.\sqrt{\pi}$, ou à 0,886227.

Si l'on y fait $i=2$, cette formule renfermera les deux tranſcendantes K & $K^{(1)}$, qui ſont reſpectivement égales à $\int \partial t.e^{-t^4}$ & à $\int t^2 \partial t.e^{-t^4}$: or la formule (R) du *numéro précédent*, donne, en y faiſant $i=2$, & en obſervant qu'alors ſin. $\frac{\pi}{2i}=\frac{1}{\sqrt{2}}$,

$$4.(\int \partial t.e^{-t^4})^2 = \sqrt{(2\pi)}.\int \frac{\partial u}{(1-u^4)^{\frac{1}{2}}};$$

cette dernière intégrale repréſente la longueur de la courbe élaſtique que M. Stirling a trouvée égale à

$$1,3110287771460598 7;$$

en déſignant donc par π', cette valeur, on aura

$$K = \int \partial t.e^{-t^4} = \tfrac{1}{2}.\sqrt{[\pi'.\sqrt{(2\pi)}]};$$

la formule (Z) donnera enſuite, en y faiſant $n = 4$ & $r = 2$,

$$16.\int \partial t.e^{-t^4}.\int t^2 \partial t.e^{-t^4} = \pi.\sqrt{(2)};$$

partant,

$$K^{(1)} = \int t^2 \partial t.e^{-t^4} = \frac{\pi^{\frac{3}{4}}}{4\sqrt{[2\pi'.\sqrt{(2)}]}}.$$

Nous ne pouſſerons pas plus loin cet examen des valeurs de K, $K^{(i)}$, &c. correſpondantes aux différentes valeurs de i, parce que les cas où i ſurpaſſe l'unité, ſont très-rares dans les applications de l'analyſe.

VI.

Le cas dans lequel $i = 1$ étant le plus ordinaire, nous allons expoſer ici les formules les plus ſimples pour déterminer dans ce cas, la valeur approchée de l'intégrale $\int y \partial x$.

Si l'on ſuppoſe $v = -\frac{y \partial x}{\partial y}$, & que l'on nomme Y & U, ce que deviennent y & v lorſqu'on y change x en θ, & Y' & U', ce que deviennent ces mêmes quantités lorſqu'on y change x en θ', on aura

$$\left.\begin{aligned}\int y\,dx = Y.U.\left(1 + \frac{dU}{\partial\theta} + \frac{d.U.dU}{\partial\theta^2} + \frac{d.U.dU.d.U}{\partial\theta^3} + \&c.\right)\\ -Y'.U'.\left(1 + \frac{d.U'}{\partial\theta'} + \frac{d.U'.d.U'}{\partial\theta'^2} + \frac{dU'.d.U'.^2dU'}{\partial\theta'^3} + \&c.\right)\end{aligned}\right\};\ (a)$$

la caractéristique d se rapportant à tout ce qui la suit, & l'intégrale $\int y \partial x$ étant prise depuis $x = \theta$ jusqu'à $x = \theta'$. Cette formule sera très-convergente toutes les fois que $\frac{\partial y}{\partial x}$ sera très-grand par rapport à y, ce qui a lieu lorsque les facteurs de y, étant élevés à de grandes puissances, l'intégrale $\int y \partial x$ est prise dans des intervalles éloignés du *maximum* de y.

Pour avoir cette même intégrale dans les intervalles voisins de ce *maximum*, supposons qu'il réponde à $x = a$, & nommons Y le *maximum* de y, ou ce qu'il devient lorsqu'on y change x en a; supposons encore, comme cela arrive le plus souvent, que la valeur a de x, ne fasse disparoître que la première différence de y; dans ce cas, on fera

$$t = \sqrt{(\log. Y - \log. y)}; \; v = \frac{x - a}{\sqrt{(\log. Y - \log. y)}};$$

& en désignant par U, $\frac{\partial U^2}{\partial x}$, $\frac{\partial^2 . U^3}{\partial x^2}$, &c. ce que deviennent v, $\frac{\partial v^2}{\partial x}$, $\frac{\partial^2 . v^3}{\partial x^2}$, &c. lorsqu'on y change x en a, on aura

$$\int y \partial x = Y . \int \partial t . e^{-t^2} . \left(U + \frac{\partial . U^2}{\partial x} . t + \frac{\partial^2 . U^3}{1.2 . \partial x^2} . t^2 + \frac{\partial^3 . U^4}{1.2.3 . \partial x^3} . t^3 + \&c.\right); \; (b)$$

Si dans la formule (a), on suppose $\log. y$, & par conséquent $-\frac{y \partial x}{\partial y}$ très-petit de l'ordre α, cette formule ne pourra pas servir dans tout l'intervalle où $(x - a)^2$ est moindre que α; dans ce cas, on peut faire usage de la formule (b) qui cesse elle-même d'être convergente, lorsque $v t$, ou, ce qui revient au même, $x - a$ n'est pas une quantité très-petite de l'ordre α^λ, λ étant positif; mais dans l'intervalle où cela n'est pas, la série (a) peut être employée, en sorte que ces deux séries se servent de supplément l'une à l'autre: Il y a même des intervalles où toutes les deux peuvent être d'usage; car puisque la convergence de la série (a) exige que $x - a$ soit de l'ordre

$\alpha^{\frac{1}{2}-\lambda}$, λ étant positif; & que celle de la série *(b)*, exige que $\frac{1}{2}-\lambda$ soit positif, ces deux séries peuvent servir à la fois pour toutes les valeurs positives de λ, moindres que $\frac{1}{2}$. La première sera ordonnée par rapport aux puissances de $\alpha^{2\lambda}$, & la seconde le sera par rapport aux puissances de $\frac{1}{2}-\lambda$; il faudra donc préférer la première ou la seconde, suivant que 2λ sera plus grand ou moindre que $\frac{1}{2}-\lambda$, c'est-à-dire suivant que l'on aura $\lambda >$ ou $< \frac{1}{6}$.

La formule *(b)* donne en l'intégrant depuis $t = T$ jusqu'à $t = T'$,

$$\left.\begin{aligned} \int y\partial x = Y.\left\{U + \tfrac{1}{2}\cdot\frac{\partial^2.U^3}{1.2.\partial x^2} + \frac{1.3}{2^2}\cdot\frac{\partial^4.U^5}{1.2.3.4.\partial x^4} + \&c.\right\}.\int \partial t.e^{-t^2} \\ + \frac{Y}{2}.e^{-T^2}.\left\{\frac{\partial.U^2}{\partial x} + T.\frac{\partial^2.U^3}{1.2.\partial x^2} + (T^2+1)\frac{\partial^3.U^4}{1.2.3.\partial x^3} + \&c.\right\} \\ - \frac{Y}{2}.e^{-T'^2}.\left\{\frac{\partial.U^2}{\partial x} + T'.\frac{\partial^2.U^3}{1.2.\partial x^2} + (T'^2+1).\frac{\partial^3.U^4}{1.2.3.\partial x^3} + \&c.\right\} \end{aligned}\right\};(c)$$

l'intégrale $\int y\,dx$ étant prise depuis la valeur de x qui convient à $t = T$, jusqu'à celle qui convient à $t = T'$.

Si l'on suppose $T = -\infty$ & $T' = \infty$, on aura généralement $T^r.e^{-T^2} = 0$, $T'^r.e^{-T'^2} = 0$; on a d'ailleurs dans ce cas *(n.° 4)*, $\int \partial t.e^{-t^2} = \sqrt{(\pi)}$: la formule précédente devient ainsi

$$\int y\partial x = Y.\sqrt{(\pi)}.\left\{U + \tfrac{1}{2}.\frac{\partial^2.U^3}{1.2.\partial x^2} + \frac{1.3}{2^2}.\frac{\partial^4.U^5}{1.2.3.4.\partial x^4} + \&c.\right\};(d)$$

l'intégrale $\int y\,dx$ étant prise entre les deux valeurs consécutives de x, qui rendent y nul, & Y étant le *maximum* de y compris entre ces valeurs. Les différens termes de cette formule se détermineront facilement en observant que si l'on fait

$$A = -\frac{\partial^2.\log.y}{1.2.\partial x^2};\ B = -\frac{\partial^3.\log.y}{1.2.3.\partial x^3};\ C = -\frac{\partial^4.\log.y}{1.2.3.4.\partial x^4};\ \&c.$$

x étant changé en a, après les différentiations, on aura généralement

$$v^r = A^{-\frac{r}{2}} - \frac{r}{2}.A^{-\frac{r}{2}-1}.B.(x-a) + \frac{r.(r+2)}{8}.A^{-\frac{r}{2}-2}.B^2 - \frac{r}{2}.A^{-\frac{r}{2}-1}.C \Bigg\}.(x-a)^2 + \&c.$$

On a $\partial^2.\log.y = \frac{\partial\partial y}{y} - \frac{\partial y^2}{y^2}$; la ſuppoſition de $x = a$, fait diſparoître ∂y; on aura donc $\frac{\partial^2.\log.y}{\partial x^2} = -2A = \frac{\partial\partial Y}{Y.\partial x^2}$, Y & $\frac{\partial\partial Y}{\partial x^2}$ étant ce que deviennent y & $\frac{\partial\partial y}{\partial x^2}$, lorſqu'on y fait $x = a$; partant, ſi dans la formule *(d)*, l'on ne conſidère que le premier terme de la ſérie, on aura à très-peu-près

$$\int y\partial x = \frac{Y^{\frac{3}{2}}.\sqrt{(2\pi)}}{\sqrt{(-\frac{\partial\partial Y}{\partial x^2})}}, \text{ ou } (\int y\partial x)^2 = \frac{2\pi.Y^3}{-\frac{\partial\partial Y}{\partial x^2}},$$

l'intégrale $\int y\,\partial x$ étant priſe entre les deux valeurs conſécutives de x qui font diſparoître y, Y & $\frac{\partial\partial Y}{\partial x^2}$ étant les valeurs de y & $\frac{\partial\partial y}{\partial x^2}$ correſpondantes à la valeur intermédiaire de x, qui fait diſparoître ∂y; cette expreſſion de $\int y\,\partial x$ ſera d'autant plus approchée, que les facteurs de y ſeront élevés à de plus hautes puiſſances.

La formule *(c)* renferme l'intégrale indéfinie $\int \partial t.e^{-t^2}$ qu'il n'eſt pas poſſible d'obtenir en termes finis; mais on peut dans tous les cas, la déterminer d'une manière fort approchée,

approchée, par les méthodes connues. Si t est peu considérable, on pourra faire usage de la série suivante,

$$\int \partial t \cdot e^{-t^2} = T - \tfrac{1}{3} \cdot T^3 + \frac{1}{1.2} \cdot \frac{T^5}{5} - \frac{1}{1.2.3} \cdot \frac{T^7}{7} + \frac{1}{1.2.3.4} \cdot \frac{T^9}{9} - \text{&c.}$$

l'intégrale étant prise depuis $t = 0$ jusqu'à $t = T$.

Si t est considérable, on pourra se servir de cette série,

$$\int \partial t . e^{-t^2} = \frac{e^{-T^2}}{2T} \cdot \left(1 - \frac{1}{2T^2} + \frac{1.3}{2^2.T^4} - \frac{1.3.5}{2^3.T^6} + \text{&c.}\right)$$

l'intégrale $\int \partial t . e^{-t^2}$ étant prise depuis $t = T$ jusqu'à $t = \infty$, en sorte que pour avoir la valeur de cette intégrale, depuis $t = 0$ jusqu'à $t = T$, il faut retrancher la valeur précédente, de $\frac{1}{2} . \sqrt{(\pi)}$. Cette série est alternativement plus grande & plus petite que l'intégrale $\int \partial t . e^{-t^2}$, de manière que la valeur de cette intégrale prise depuis $t = T$ jusqu'à $t = \infty$, est toujours comprise entre la somme d'un nombre fini quelconque de ses termes, & cette même somme augmentée du terme suivant : ce genre de séries que l'on peut nommer *séries de limites*, a l'avantage de faire connoître avec précision, les limites des erreurs des approximations. Dans un grand nombre de cas, les formules *(a)*, *(b)*, *(c)* & *(d)*, conduisent à des séries de cette nature.

VII.

On peut facilement étendre l'analyse précédente aux doubles, triples, &c. intégrales ; pour cela, considérons la double intégrale $\int y \, \partial x . \partial x^{(1)}$, y étant une fonction de x & de $x^{(1)}$, qui renferme des facteurs élevés à de grandes puissances. Supposons que l'intégrale relative à $x^{(1)}$ doive être prise depuis une fonction X de x, jusqu'à une autre fonction $X^{(1)}$ de la même variable ; en faisant $x^{(1)} = X + u X^{(1)}$, l'intégrale $\int y \, \partial x \, \partial x^{(1)}$ se changera dans celle-ci, $\int y X^{(1)} . \partial x . \partial u$,

l'intégrale relative à u devant être prise depuis $u = 0$ jusqu'à $u = 1$; on peut donc ainsi réduire l'intégrale $\int y\,\partial x.\partial x'$ à des limites constantes & indépendantes des variables qu'elle renferme ; nous supposerons conséquemment qu'elle a cette forme, & que l'intégrale relative à x est prise depuis $x = \theta$ jusqu'à $x = \varpi$, tandis que l'intégrale relative à x' est prise depuis $x' = \theta'$ jusqu'à $x' = \varpi'$. Cela posé, en nommant Y, ce que devient y, lorsqu'on y change x & x' dans θ & θ', on fera

$$y = Y.e^{-t-t'};$$

en supposant ensuite $x = \theta + u$, & $x' = \theta' + u'$, on réduira la fonction $\log.\frac{Y}{y}$, dans une suite ordonnée par rapport aux puissances de u & de u', & l'on aura une équation de cette forme,

$$M.u + M'.u' = t + t',$$

dans laquelle M est la partie du développement de $\log.\frac{Y}{y}$, qui renferme tous les termes multipliés par u, & M' est l'autre partie qui renferme les termes multipliés par u', & qui sont indépendans de u. On partagera l'équation précédente, dans les deux suivantes,

$$M.u = t;\ M'.u' = t';$$

d'où l'on tirera celles-ci, par le retour des Suites,

$$u = N.t;\ u' = N'.t';$$

N étant une Suite ordonnée par rapport aux puissances de t & de t', & N' étant uniquement ordonnée par rapport aux puissances de t', & indépendante de t. Ces deux Suites seront très-convergentes, si y renferme des facteurs très-élevés. Maintenant, on a $\partial x.\partial x' = \partial u.\partial u'$, & il est aisé de

s'assurer que ce dernier produit est égal à $(\frac{\partial u}{\partial t}).(\frac{\partial u'}{\partial t'}).\partial t.\partial t'$, c'est-à-dire à $(\frac{\partial . Nt}{\partial t}).(\frac{\partial . N't'}{\partial t'}).\partial t.\partial t'$; partant,

$$\int y \partial x . \partial x' = Y . \int (\frac{\partial . Nt}{\partial t}).(\frac{\partial . N't'}{\partial t'}).\partial t.\partial t'.e^{-t-t'}.$$

Il sera facile d'intégrer les différens termes du second membre de cette équation, puisqu'il ne s'agira que d'intégrer des termes de cette forme, $\int t^n \partial t . e^{-t}$, ou $\int t'^n \partial t' . e^{-t'}$.

Si l'on prend l'intégrale relative à t', depuis $t' = o$ jusqu'à $t' = \infty$, & que l'on nomme Q le résultat de l'intégration, on aura $\int y \partial x' = Y . Q$, l'intégrale étant prise depuis $x = \theta'$ jusqu'à la valeur de x', qui convient à t' infini; si l'on change ensuite dans Y & Q, θ' dans ϖ', & que l'on nomme Y' & Q', ce que deviennent alors ces quantités, on aura $\int y \partial x' = Y' . Q'$, l'intégrale étant prise $x' = \varpi'$ jusqu'à la valeur de x', qui convient à t' infini; on aura donc

$$\int y \partial x = Y . Q - Y' . Q',$$

l'intégrale relative à x' étant prise depuis $x' = \theta'$ jusqu'à $x' = \varpi'$.

En nommant R & R', les intégrales $\int Q . \partial t$, & $\int Q' . \partial t$, prises depuis $t = o$ jusqu'à $t = \infty$, on aura

$$\int y \partial x . \partial x' = Y . R - Y' . R',$$

l'intégrale relative à x' étant prise depuis $x' = \theta'$ jusqu'à $x' = \varpi'$, & l'intégrale relative à x étant prise depuis $x = \theta$ jusqu'à la valeur de x, qui convient à t infini. Si dans Y, R, Y', R', on change θ dans ϖ, & que l'on nomme Y_1, R_1, Y_1', R_1', ce que deviennent alors ces quantités, on aura

$$\int y \partial x . \partial x' = Y_1 . R_1 - Y_1' . R_1',$$

l'intégrale relative à x' étant prise entre les limites θ' & ϖ',

& l'intégrale relative à x étant prise depuis $x = \varpi$ jusqu'à la valeur x, qui convient à $t = \infty$; partant

$$\int y \partial x . \partial x' = Y.R - Y'.R' - Y_{,}.R_{,} + Y_{,}'.R_{,}',$$

l'intégrale relative à x étant prise entre les limites θ & ϖ, & l'intégrale relative à x' étant prise entre les limites θ' & ϖ'. Cette formule répond à la formule *(A)* du *n.° 1*, qui n'est relative qu'à une seule variable. Elle a le même inconvénient, celui de ne pouvoir s'étendre aux intervalles voisins du *maximum* de y; il faut pour ces intervalles, employer une méthode analogue à celle du *n.° 2*; ainsi en supposant que dans l'intervalle compris entre θ & ϖ, y devienne un *maximum*, & que la condition du *maximum* ne fasse disparoître que la première différence de y; au lieu de faire, comme précédemment, $y = Y.e^{-t-t'}$, on fera $y = Y.e^{-t^2-t'}$; & si, dans l'intervalle compris entre θ' & ϖ', y devient un *maximum*, on fera

$$y = Y.e^{-t^2-t'^2}.$$

Comme nous aurons principalement besoin dans la suite, de l'intégrale $\int y \partial x . \partial x'$ prise entre les limites de x & de x', qui rendent y nul, nous allons discuter ce cas d'une manière générale.

Considérons l'intégrale $\int y \partial x . \partial x' . \partial x''$ &c. y étant une fonction des r variables x, x', x'', &c. qui renferme des facteurs élevés à de grandes puissances. Si l'on nomme a, a', a'', &c. les valeurs de x, x', x'', &c. qui répondent au *maximum* de y, & que l'on désigne par Y ce *maximum*, on fera

$$y = Y.e^{-t^2-t'^2-t''^2-\&c.};$$

en supposant ensuite $x = a + \theta$, $x' = a' + \theta'$, $x'' = a'' + \theta''$, &c. on substituera ces valeurs dans la fonction log. $\frac{Y}{y}$; & en la développant dans une suite

ordonnée par rapport aux puiſſances de θ, θ', θ'', &c. on aura une équation de cette forme,

$$M.\theta^2 + M'.\theta'^2 + M''.\theta''^2 + \&c. = t^2 + t'^2 + t''^2 + \&c.$$

M étant la partie du développement de $\log. \frac{Y}{y}$, multipliée par θ^2; M' étant la partie de ce développement, multipliée par θ'^2, & indépendante de θ; M'' étant la partie multipliée par θ''^2, & indépendante de θ & de θ'; & ainſi du reſte. On partagera cette équation dans les ſuivantes,

$$M.\theta^2 = t^2; \; M'.\theta'^2 = t'^2; \; M''.\theta''^2 = t''^2; \; \&c.$$

d'où l'on tirera celles-ci, par le retour des Suites,

$$\theta = N.t; \; \theta' = N'.t'; \; \theta'' = N''.t''; \; \&c.$$

N étant une Suite ordonnée par rapport aux puiſſances de t, t', t'', &c. N' étant une Suite ordonnée par rapport aux puiſſances de t', t'', &c. N'' étant une Suite ordonnée par rapport aux puiſſances de t'', &c. Ces Suites ſeront d'autant plus convergentes que les facteurs de y, ſeront élevés à de plus hautes puiſſances.

Maintenant on a, $\partial x.\partial x'.\partial x''$ &c. $= \partial\theta.\partial\theta'.\partial\theta''.\&c.$ & il eſt facile de s'aſſurer que ce dernier produit eſt égal à $\left(\frac{\partial.Nt}{\partial t}\right).\left(\frac{\partial.N't'}{\partial t'}\right).\left(\frac{\partial.N''t''}{\partial t''}\right).\&c.\,\partial t.\partial t'.\partial t''.\&c.$ Partant,

$$\int y\partial x.\partial x'.\partial x''.\&c. = Y.\int\left(\frac{\partial.Nt}{\partial t}\right).\left(\frac{\partial.N't'}{\partial t'}\right).\left(\frac{\partial.N''t''}{\partial t''}\right).\&c.\,\partial t.\partial t'.\partial t''.\&c.\; e^{-t^2-t'^2-t''^2-\&c.}$$

les intégrales relatives à t, t', t'', &c. étant priſes depuis ces variables égales à $-\infty$, juſqu'à ces variables égales à $+\infty$. Il ſera facile d'avoir les intégrales des différens termes du ſecond membre de cette équation, en obſervant que l'on a généralement

$$\int t^n.t^{1\,n'}.t''^{n''}.\&c.\,\partial t.\partial t'.\partial t''.\&c.\,e^{-t^2-t'^2-t''^2-\&c.} = 0$$

lorſque l'un quelconque des nombres n, n', n'', &c. eſt impair,

$$\& \int t^{2i}.t'^{2i'}.t''^{2i''}.\&c.\ \partial t.\partial t'.\partial t''.\&c.\ e^{-t^2-t'^2-t''^2-\&c.} =$$

$$\frac{1.3.5....(2i-1).1.3.5....(2i'-1).1.3.5....(2i''-1).\&c.\ \pi^{\frac{r}{2}}}{2^{i+i'+i''+\&c.}}.$$

Si les puiſſances auxquelles les facteurs de y ſont élevés, ſont très-conſidérables, on aura à très-peu-près

$$M = -\frac{\left(\frac{\partial\partial Y}{\partial x^2}\right)}{Y};\ M' = -\frac{\left(\frac{\partial\partial Y}{\partial x'^2}\right)}{Y};\ M'' = -\frac{\left(\frac{\partial\partial Y}{\partial x''^2}\right)}{Y};\ \&c.$$

$\left(\frac{\partial\partial Y}{\partial x^2}\right)$, $\left(\frac{\partial\partial Y}{\partial x'^2}\right)$, $\left(\frac{\partial\partial Y}{\partial x''^2}\right)$, &c. étant ce que deviennent $\left(\frac{\partial\partial y}{\partial x^2}\right)$, $\left(\frac{\partial\partial y}{\partial x'^2}\right)$, $\left(\frac{\partial\partial y}{\partial x''^2}\right)$, &c. lorſqu'on y change x, x', x'', &c. dans a, a', a'', &c. on aura ainſi à très-peu-près

$$\theta = \frac{Y^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{\left[-\left(\frac{\partial\partial Y}{\partial x^2}\right)\right]}};\ \theta' = \frac{Y^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{\left[-\left(\frac{\partial\partial Y}{\partial x'^2}\right)\right]}};\ \theta'' = \frac{Y^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{\left[-\left(\frac{\partial\partial Y}{\partial x''^2}\right)\right]}};\ \&c.$$

d'où l'on tire ce théorème général.

« L'intégrale $\int y\,dx.dx'.dx''$ &c. priſe entre les valeurs » conſécutives de x, x', x'', &c. qui rendent y nul, eſt à » très-peu-près égale à

$$\frac{(-2\pi)^{\frac{r}{2}}.Y^{\frac{r+2}{2}}}{\sqrt{\left[\left(\frac{\partial\partial Y}{\partial x^2}\right).\left(\frac{\partial\partial Y}{\partial x'^2}\right).\left(\frac{\partial\partial Y}{\partial x''^2}\right).\&c.\right]}}$$

» ſi les facteurs de y, ſont élevés à de grandes puiſſances.

ARTICLE II.

De l'intégration par approximation des équations linéaires aux différences finies & infiniment petites.

VIII.

CONSIDÉRONS l'équation linéaire aux différences finies,

$$S = A.y_s + B.\Delta.y_s + C.\Delta^2.y_s + \&c; \quad (1)$$

S étant une fonction de s; A, B, C, étant des fonctions rationnelles & entières de la même variable, & la caractéristique Δ étant celle des différences finies, en sorte que $\Delta.y_s = y_{s+1} - y_s$. Soit

$$A = a + a^{(1)}.s + a^{(2)}.s^2 + a^{(3)}.s^3 + \&c.$$
$$B = b + b^{(1)}.s + b^{(2)}.s^2 + b^{(3)}.s^3 + \&c.$$
$$C = c + c^{(1)}.s + c^{(2)}.s^2 + c^{(3)}.s^3 + \&c.$$

& représentons la valeur de y_s, par l'intégrale $\int e^{-sx}.\varphi\partial x$, φ étant une fonction de x, indépendante de s, & l'intégrale étant prise entre des limites indépendantes de cette variable; on aura

$$\Delta.y_s = \int e^{-sx}.(e^{-x}-1).\varphi\partial x; \Delta^2.y_s = \int e^{-sx}.(e^{-x}-1)^2.\varphi\partial x; \&c.$$

De plus, si l'on désigne e^{-sx} par δy, on aura

$$se^{-sx} = -\frac{\partial.\delta y}{\partial x}; s^2.e^{-sx} = \frac{\partial^2.\delta y}{\partial x^2}; s^3.e^{-sx} = -\frac{\partial^3.\delta y}{\partial x^3}; \&c.$$

l'équation (1) deviendra ainsi

$$S = \int\varphi\partial x.\left\{\begin{array}{r} \delta y.\{a + b.(e^{-x}-1) + c.(e^{-x}-1)^2 + \&c.\} \\ -\frac{\partial\delta y}{\partial x}.\{a^{(1)} + b^{(1)}.(e^{-x}-1) + c^{(1)}.(e^{-x}-1)^2 + \&c.\} \\ +\frac{\partial^2.\delta y}{\partial x^2}.\{a^{(2)} + b^{(2)}.(e^{-x}-1) + c^{(2)}.(e^{-x}-1)^2 + \&c.\} \end{array}\right\}$$

Si l'on repréſentoit y_s par l'intégrale $\int x^s . \varphi \partial x$, on auroit, en déſignant x^s par δy,

$$sx^s = x . \frac{\partial \delta y}{\partial x} ; \; s.(s-1).x^s = x^2 . \frac{\partial^2 \delta y}{\partial x^2} ; \text{ \&c.}$$

on auroit enſuite

$$\Delta . y_s = \int \delta y . (x-1) . \varphi \partial x ; \; \Delta^2 . y_s = \int \delta y . (x-1)^2 . \varphi \partial x ; \text{ \&c.}$$

Partant, ſi dans ce cas on met les valeurs de A, B, C, &c. ſous cette forme,

$$A = a + a^{(1)} . s + a^{(2)} . s . (s-1) + a^{(3)} . s . (s-1) . (s-2) + \text{\&c.}$$
$$B = b + b^{(1)} . s + b^{(2)} . s . (s-1) + b^{(3)} . s . (s-1) . (s-2) + \text{\&c.}$$
$$C = c + c^{(1)} . s + c^{(2)} . s . (s-1) + c^{(3)} . s . (s-1) . (s-2) + \text{\&c.}$$
$$\text{\&c.}$$

l'équation (1) deviendra

$$S = \int \varphi \partial x . \left\{ \begin{array}{l} \delta y . \{ a + b . (x-1) + c . (x-1)^2 + \text{\&c.} \} \\ + x . \frac{\partial \delta y}{\partial x} . \{ a^{(1)} + b^{(1)} . (x-1) + c^{(1)} . (x-1)^2 + \text{\&c.} \} \\ + x^2 . \frac{\partial^2 \delta y}{\partial x^2} . \{ a^{(2)} + b^{(2)} . (x-1) + c^{(2)} . (x-1)^2 + \text{\&c.} \} \\ + \text{\&c.} \end{array} \right\}$$

En repréſentant généralement y_s par $\int \delta y . \varphi \partial x$, les deux formes précédentes que l'équation (1) prend dans les ſuppoſitions de $\delta y = e^{-sx}$ & de $\delta y = x^s$, ſeront compriſes dans la ſuivante,

$$S = \int \varphi \partial x . (M . \delta y + N . \frac{\partial \delta y}{\partial x} + P . \frac{\partial^2 \delta y}{\partial x^2} + Q . \frac{\partial^3 \delta y}{\partial x^3} + \text{\&c.})$$

M, N, P, Q, &c. étant des fonctions de x, indépendantes de la variable s qui n'entre dans le ſecond membre de cette équation, qu'autant que δy, & ſes différences, en ſont fonctions.

Maintenant,

Maintenant, pour y satisfaire, on intégrera par parties ses différens termes; or on a,

$$\int N.\varphi\partial x.\frac{\partial.\delta y}{\partial x} = \delta y\,.\,N\varphi \;-\; \int \delta y.\frac{\partial.(N\varphi)}{\partial x}\,.\,\partial x\,;$$

$$\int P.\varphi\partial x.\frac{\partial^2.\delta y}{\partial x^2} = \frac{\partial.\delta y}{\partial x}.P\varphi \;-\; \delta y.\frac{\partial.(P\varphi)}{\partial x} \;+\; \int \delta y.\frac{\partial^2.(P\varphi)}{\partial x^2}\cdot\partial x\,;$$

&c.

l'équation précédente devient ainsi

$$S = \int \delta y.\partial x.\left\{M\varphi - \frac{\partial.(N\varphi)}{\partial x} + \frac{\partial^2.(P\varphi)}{\partial x^2} - \frac{\partial^3.(Q\varphi)}{\partial x^3} + \&c.\right\}$$
$$+ C + \delta y.\left\{N\varphi - \frac{\partial.(P\varphi)}{\partial x} + \frac{\partial^2.(Q\varphi)}{\partial x^2} - \&c.\right\}$$
$$+ \frac{\partial.\delta y}{\partial x}\,.\left\{P\varphi - \frac{\partial.(Q\varphi)}{\partial x} + \&c.\right\}$$
$$+ \frac{\partial^2.\delta y}{\partial x^2}\,.\left\{Q\varphi - \&c.\right\}$$
$$+ \&c.$$

C étant une constante arbitraire.

Puisque la fonction φ doit être indépendante de s, & par conséquent de δy, on doit séparément égaler à zéro la partie de cette équation affectée du signe $\int$, ce qui produit les deux équations suivantes,

$$0 = M\varphi - \frac{\partial.(N\varphi)}{\partial x} + \frac{\partial^2.(P\varphi)}{\partial x^2} - \frac{\partial^3.(Q\varphi)}{\partial x^3} + \&c\,; \quad (2)$$

$$S = C + \delta y\,.\left\{N\varphi - \frac{\partial.(P\varphi)}{\partial x} + \frac{\partial^2.(Q\varphi)}{\partial x^2} - \&c.\right\}$$
$$+ \frac{\partial.\delta y}{\partial x}\,.\left\{P\varphi - \frac{\partial.(Q\varphi)}{\partial x} + \&c.\right\}$$
$$+ \frac{\partial^2.\delta y}{\partial x^2}\,.\left\{Q\varphi - \&c.\right\}$$
$$+ \&c.$$
$$\Big\}\,; \quad (3)$$

La première équation sert à déterminer la fonction φ, & la seconde détermine les limites dans lesquelles l'intégrale $\int \delta y\,.\,\varphi\,\partial x$ doit être comprise.

On peut obſerver ici que l'équation (2) eſt l'équation de condition qui doit avoir lieu, pour que la fonction différentielle

$$\varphi \partial x . \left(M \delta y + N . \frac{\partial \delta y}{\partial x} + P . \frac{\partial^2 \delta y}{\partial x^2} + \text{&c.} \right)$$

ſoit une différence exacte, quel que ſoit δy, & dans ce cas, l'intégrale de cette fonction eſt égale au ſecond membre de l'équation (3); φ eſt donc le facteur en x ſeul, qui doit multiplier l'équation

$$0 = M . \delta y + N . \frac{\partial \delta y}{\partial x} + P . \frac{\partial^2 \delta y}{\partial x^2} + \text{&c.}$$

pour la rendre intégrable. Si φ étoit connu, on pourroit abaiſſer cette équation d'un degré, & réciproquement, ſi cette équation étoit abaiſſée d'un degré, le coéfficient de δy, dans ſa différentielle, diviſé par $M \partial x$, donneroit une valeur de φ; cette équation & l'équation (2), ſont conſéquemment liées entre elles, de manière qu'une intégrale de l'une des deux donne une intégrale de l'autre.

IX.

Considérons particulièrement l'équation (3), & faiſons d'abord $S = 0$; ſi l'on ſuppoſe que δy, $\frac{\partial . \delta y}{\partial x}$, $\frac{\partial^2 . \delta y}{\partial x^2}$, &c. deviennent nuls, au moyen d'une même valeur de x, que nous déſignerons par h, & qui ſoit indépendante de s; il eſt clair qu'en ſuppoſant $C = 0$, cette valeur ſatisfera à l'équation (3), & qu'ainſi, elle ſera une des limites entre leſquelles on doit prendre l'intégrale $\int \delta y . \varphi \partial x$. La ſuppoſition précédente a lieu viſiblement dans les deux cas de $\delta y = x^s$ & de $\delta y = e^{-sx}$; car dans le premier cas, l'équation $x = 0$, & dans le ſecond cas, l'équation $x = \infty$, rendent nulles les quantités δy, $\frac{\partial . \delta y}{\partial x}$, $\frac{\partial^2 . \delta y}{\partial x^2}$, &c. Pour avoir d'autres limites de l'intégrale $\int \delta y . \varphi \partial x$, on obſervera

que ces limites devant être indépendantes de s, par le *numéro précédent*, il faut dans l'équation (3), égaler séparément à zéro, les coéfficiens de δy, $\frac{\partial \delta y}{\partial x}$, $\frac{\partial^2 \delta y}{\partial x^2}$, &c. ce qui donne les équations suivantes,

$$0 = N\varphi - \frac{\partial.(P\varphi)}{\partial x} + \frac{\partial^2.(Q\varphi)}{\partial x^2} - \&c.$$

$$0 = P\varphi - \frac{\partial(Q\varphi)}{\partial x} + \&c.$$

$$0 = Q\varphi - \&c.$$

$$\&c.$$

Ces équations seront au nombre i, si i est l'ordre de l'équation différentielle (2) ; on pourra donc éliminer à leur moyen, toutes les constantes arbitraires de la valeur de φ, moins une, & l'on aura une équation finale en x, dont les racines seront autant de limites de l'intégrale $\int \delta y . \varphi \partial x$; on cherchera au moyen de cette équation, un nombre de valeurs différentes de x, égal au degré de l'équation différentielle (1). Soient q, $q^{(1)}$, $q^{(2)}$, &c. ces valeurs, elles donneront autant de valeurs différentes de φ, puisque les constantes arbitraires de φ, moins une, sont déterminées en fonctions de ces valeurs; on pourra ainsi représenter les valeurs de φ, correspondantes aux limites q, $q^{(1)}$, $q^{(2)}$, &c. par $B.\lambda$, $B^{(1)}.\lambda^{(1)}$, $B^{(2)}.\lambda^{(2)}$, &c. B, $B^{(1)}$, $B^{(2)}$, &c. étant des constantes arbitraires ; & l'on aura pour la valeur complète de y_s,

$$y_s = B.\int \delta y . \lambda \partial x + B^{(1)}.\int \delta y . \lambda^{(1)} . \partial x + B^{(2)}.\int \delta y . \lambda^{(2)} . \partial x + \&c. \quad (4)$$

l'intégrale du premier terme étant prise depuis $x = h$ jusqu'à $x = q$, celle du second terme étant prise depuis $x = h$ jusqu'à $x = q^{(1)}$; celle du troisième terme étant prise depuis $x = h$ jusqu'à $x = q^{(2)}$, &c. & ainsi du reste. On déterminera les constantes arbitraires B, $B^{(1)}$, $B^{(2)}$, &c. au moyen d'autant de valeurs particulières de y_s.

X.

SUPPOSONS maintenant que dans l'équation (3) S ne ſoit pas nul ; ſi l'on prend l'intégrale $\int \delta y . \varphi \partial x$ depuis $x = h$ juſqu'à x égal à une quantité quelconque p, il eſt clair que l'on aura $C = 0$, & que S ſera ce que devient la fonction

$$\delta y . \{ N\varphi - \frac{\partial . (P\varphi)}{\partial x} + \&c. \}$$
$$+ \frac{\partial . \delta y}{\partial x} . \{ P\varphi - \&c. \}$$
$$+ \&c.$$

lorſqu'on y change x en p ; ainſi, pour le ſuccès de la méthode précédente, il eſt néceſſaire que S ait la forme de cette fonction. Suppoſons par exemple, $\delta y = x^s$, &

$$S = p^s . \{ l + l^{(1)} . s + l^{(2)} . s . (s-1) + l^{(3)} . s . (s-1) . (s-2) + \&c. \};$$

en comparant cette valeur de S à la précédente, on aura

$$l = N\varphi - \frac{\partial . (P\varphi)}{\partial x} + \&c.$$
$$l^{(1)} . p = P\varphi - \&c.$$
$$\&c.$$

x devant être changé en p dans les ſeconds membres de ces équations dont le nombre eſt égal au degré de l'équation différentielle (2) : on pourra donc à leur moyen, déterminer toutes les conſtantes arbitraires de la valeur de φ ; & ſi l'on déſigne par $\downarrow$, ce que devient φ lorſqu'on a ainſi déterminé ſes conſtantes arbitraires, on aura

$$y_s = \int x^s . \downarrow \partial x.$$

De-là, & de ce que l'équation (1) eſt linéaire, il eſt facile de conclure que ſi S eſt égal à

$$p^s . \{ l + l^{(1)} . s + l^{(2)} . s . (s-1) + l^{(3)} . s . (s-1) . (s-2) + \&c. \}$$
$$+ p_1^{\,s} . \{ l_1 + l_1^{(1)} . s + l_1^{(2)} . s . (s-1) + l_1^{(3)} . s . (s-1) . (s-2) + \&c. \}$$
$$+ p_2^{\,s} . \{ l_2 + l_2^{(1)} . s + l_2^{(2)} . s . (s-1) + l_2^{(3)} . s . (s-1) . (s-2) + \&c. \}$$
$$+ \&c.$$

en nommant ψ_1, ψ_2, &c. ce que devient ψ lorſqu'on y change ſucceſſivement p, l, $l^{(1)}$, &c. dans p_1, l_1, $l_1^{(1)}$, &c. p_2, l_2, $l_2^{(1)}$, &c. on aura

$$y_s = \int x^s . \psi \partial x + \int x^s . \psi_1 . \partial x + \int x^s . \psi_2 . \partial x + \text{&c.}$$

la première intégrale étant priſe depuis $x = 0$, juſqu'à $x = p$; la ſeconde intégrale étant priſe depuis $x = 0$, juſqu'à $x = p_1$, &c. Cette valeur de y_s ne renferme aucune conſtante arbitraire; mais en la joignant à celle que nous avons trouvée dans le *n.° précédent*, pour le cas de $S = 0$, on aura pour l'expreſſion complète de y_s,

$$y_s = B . \int x^s . \lambda \partial x + B^{(1)} . \int x^s . \lambda^{(1)} . \partial x + B^{(2)} . \int x^s . \lambda^{(2)} . \partial x + \text{&c.}$$
$$+ \int x^s . \psi \partial x + \int x^s . \psi_1 \partial x + \int x^s . \psi_2 . \partial x + \text{&c.} ; \quad (4)$$

Il ſera facile, par les formules du *n.° 6*, d'avoir en ſéries convergentes, les différens termes de cette expreſſion, lorſque s ſera un nombre conſidérable.

XI.

Pour déterminer la fonction y_s de s, que l'on parvient ainſi à réduire en ſéries convergentes, reprenons l'équation (1) du *n.° 8*, & ſuppoſons qu'elle ſoit différentielle de l'ordre n; ſi l'on déſigne par u_s, ${}^1u_s$, ${}^2u_s$, &c. les n valeurs particulières qui y ſatisfont, lorſqu'on y fait $S = 0$, en ſorte que ſon intégrale complète ſoit alors

$$y_s = H . u_s + {}^1H . {}^1u_s + {}^2H . {}^2u_s \ldots + {}^{n-1}H . {}^{n-1}u_s ;$$

ſi l'on forme enſuite les quantités ſuivantes,

$$u'_s = u_s . \Delta . \left(\frac{{}^1u_{s-1}}{u_{s-1}} \right) ;$$

$${}^1u'_s = u_s . \Delta . \left(\frac{{}^2u_{s-1}}{u_{s-1}} \right) ;$$

$${}^2u'_s = u_s . \Delta . \left(\frac{{}^3u_{s-1}}{u_{s-1}} \right) ;$$

&c.

$$u^2{}_s = u^1{}_s . \Delta . \left(\frac{{}^1u^1{}_{s-1}}{u^1{}_{s-1}}\right);$$

$${}^1u^2{}_s = u^1{}_s . \Delta . \left(\frac{{}^2u^1{}_{s-1}}{u^1{}_{s-1}}\right);$$

$${}^2u^2{}_s = u^1{}_s . \Delta . \left(\frac{{}^3u^1{}_{s-1}}{u^1{}_{s-1}}\right);$$

&c.

$$u^3{}_s = u^2{}_s . \Delta . \left(\frac{{}^1u^2{}_{s-1}}{u^2{}_{s-1}}\right);$$

&c.

en continuant ainſi juſqu'à ce que l'on parvienne à former u_s^{n-1}; ſoit $u_s^{n-1} = \frac{1}{{}^{n-1}z_{x-n}}$, & nommons $\frac{1}{{}^{n-2}z_{x-n}}$, $\frac{1}{{}^{n-3}z_{x-n}}$, &c. ce que devient u_s^{n-1}, lorſqu'on y change ſucceſſivement ${}^{n-1}u_s$ dans ${}^{n-2}u_s$, ${}^{n-3}u_s$, &c. & réciproquement ; enfin, déſignons par L le coéfficient de $\Delta^n . y_s$ dans l'équation (1) ; l'intégrale complète de cette équation ſera, comme je l'ai fait voir ailleurs, *(tome VI des Mémoires des Savans étrangers, page 56)*,

$$y_s = u_s . \left(H + \Sigma . \frac{S}{L} . z_x\right)$$

$$+ \quad {}^1u_s . \left(H + \Sigma . \frac{S}{L} . {}^1z_x\right)$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$+ \; {}^{n-1}u_s . \left({}^{n-1}H + \Sigma . \frac{S}{L} . {}^{n-1}z_x\right),$$

la caractériſtique Σ étant celle des différences finies ; on pourra donc toujours réduire en ſéries convergentes, toutes les fonctions de cette nature, pourvu que S ait la forme que nous lui avons aſſignée dans le *n.° précédent.*

XII.

Considérons généralement le cas où l'on a un nombre quelconque d'équations linéaires aux différences finies, entre un pareil nombre de variables y_s, y_s', y_s'', &c. & dont les coéfficiens ſoient des fonctions rationnelles & entières de s. Si l'on ſuppoſe

$$y_s = \int x^s . \varphi \partial x ; \; y_s' = \int x^s . \varphi' \partial x ; \; y_s'' = \int x^s . \varphi'' . \partial x ; \text{ &c.}$$

ces différentes intégrales étant toutes étendues dans les mêmes limites indépendantes de s; on aura

$$\Delta . y_s = \int x^s . (x - 1) . \varphi \, \partial x ; \; \Delta^2 . y_s = \int x^s . (x - 1)^2 . \varphi \, \partial x ; \text{ &c.}$$
$$\Delta . y_s' = \int x^s . (x - 1) . \varphi' \partial x ; \; \Delta^2 . y_s' = \int x^s . (x - 1)^2 . \varphi' . \partial x ; \text{ &c.}$$
&c.

On pourra donc mettre les équations dont il s'agit, ſous les formes ſuivantes,

$$S = \int x^s . z . \partial x ; \; S' = \int x^s . z' . \partial x ; \; S'' = \int x^s . z'' . \partial x ; \text{ &c.}$$

S, S', S'', &c. étant fonctions de s; & z, z', z'', &c. étant des fonctions rationnelles & entières de la même variable, de x, φ, φ', φ'', &c. dans leſquelles φ, φ', φ'' &c. ſont ſous une forme linéaire.

Conſidérons d'abord l'équation $S = \int x^s . z . \partial x$; on a

$$z = Z + s . \Delta . Z + \frac{s . (s-1)}{1 . 2} . \Delta^2 . Z + \frac{s . (s-1) . (s-2)}{1 . 2 . 3} . \Delta^3 . Z + \text{&c.}$$

Z, $\Delta . Z$, $\Delta^2 . Z$, &c. étant ce que deviennent z, $\Delta . z$, $\Delta^2 . z$, &c. lorſqu'on y ſuppoſe $s = 0$. Partant, on aura

$$S = \int x^s . \partial x . \{ Z + s . \Delta . Z + \frac{s . (s-1)}{1 . 2} . \Delta^2 . Z + \text{&c.} \}$$

Or ſi l'on fait $x^s = \partial y$, on aura $s . x^s = x . \frac{\partial \partial y}{\partial x}$;

$s . (s - 1) . x^s = x^2 . \frac{\partial^2 . \partial y}{\partial x^2}$; &c. L'équation précédente deviendra ainſi

$$S = \int \partial x . \{ Z . \partial y + x . \Delta Z . \frac{\partial \partial y}{\partial x} + \frac{x^2 . \Delta^2 . Z}{1 . 2} . \frac{\partial^2 \partial y}{\partial x^2} + \text{&c.} \}$$

d'où l'on tire en intégrant par parties, comme dans le *n.° VIII*, les deux équations ſuivantes,

$$o = Z - \frac{\partial.(x.\Delta Z)}{\partial x} + \frac{\partial^2.(x^2.\Delta^2 Z)}{1.2.\partial x^2} - \&c.; \quad (a)$$

$$\left.\begin{aligned} S = C &+ \int y\,.\,\{x.\Delta Z - \frac{\partial(x^2.\Delta^2 Z)}{1.2.\partial x} + \frac{\partial^2.(x^3.\Delta^3 Z)}{1.2.3.\partial x^2} - \&c.\} \\ &+ \frac{\partial.\int y}{\partial x}.\{\frac{x^2.\Delta^2 Z}{1.2} - \frac{\partial(x^3.\Delta^3 Z)}{1.2.3.\partial x} + \&c.\} \\ &+ \frac{\partial^2.\int y}{\partial x^2}.\{\frac{x^3.\Delta^3 Z}{1.2.3} - \&c.\} \\ &+ \&c. \end{aligned}\right\}; (b)$$

L'équation $S' = \int x^s.z'.\partial x$, traitée de la même manière, donnera les deux ſuivantes,

$$o = Z' - \frac{\partial.(x.\Delta.Z')}{\partial x} + \frac{\partial^2.(x^2.\Delta^2.Z')}{1.2.\partial x^2} - \&c. \quad (a')$$

$$\left.\begin{aligned} S' = C' &+ \int y\,.\,\{x.\Delta.Z' - \frac{\partial.(x^2.\Delta^2.Z')}{1.2.\partial x} + \&c.\} \\ &+ \frac{\partial.\int y}{\partial x}.\{\frac{x^2.\Delta^2.Z'}{1.2} - \&c.\} \\ &+ \&c. \end{aligned}\right\}; (b')$$

Les équations $S'' = \int x^s.z''\partial x$; $S''' = \int x^s.z'''\partial x$; &c. produiront des équations ſemblables que nous déſignerons par (a''), (b''); (a'''), (b'''); &c.

Les équations (a), (a'), (a''), &c. détermineront les variables φ, φ', φ'', &c. en x; & les équations (b), (b'), (b''), &c. détermineront les limites dans leſquelles on doit prendre les intégrales $\int x^s.\varphi\,\partial x$, $\int x^s.\varphi'\partial x$; &c. pour cela, on ſuppoſera d'abord S, S', S'', &c. nuls; en faiſant enſuite C, C', C'', &c. nuls dans les équations (b), (b'), (b''), &c. & en égalant ſéparément à zéro,

zéro, les coéfficiens de δy, $\frac{\partial . \delta y}{\partial x}$, &c. dans ces équations, on aura les ſuivantes,

$$0 = x . \Delta Z - \frac{\partial (x^2 . \Delta^2 Z)}{1.2.\partial x} + \&c.$$

$$0 = \frac{x^2 . \Delta^2 Z}{1.2} - \&c.$$

&c.

$$0 = x . \Delta Z' - \frac{\partial (x^2 . \Delta^2 Z')}{1.2.\partial x} + \&c.$$

$$0 = \frac{x^2 . \Delta^2 Z'}{1.2} - \&c.$$

&c.

On éliminera au moyen de ces équations, toutes les conſtantes arbitraires, moins une, des valeurs de φ, φ', φ'', &c. & l'on arrivera à une équation finale en x, dont les racines ſeront les limites des intégrales $\int x^s . \varphi \partial x$, $\int x^s . \varphi' \partial x$, &c; on déterminera autant de ces limites, qu'il ſera néceſſaire pour que les valeurs de y_s, y_s', &c. ſoient complètes.

Suppoſons maintenant que S ne ſoit pas nul, & qu'il ſoit égal à

$$p^s . \{ l + l^{(1)} . s + l^{(2)} . s . (s - 1) + \&c. \};$$

en faiſant $C = 0$ dans l'équation *(b)*, & en y mettant x^s au lieu de δy, on aura

$$p^s . \{ l + l^{(1)} . s + l^{(2)} . s . (s - 1) + \&c. \} = x^s . \{ x . \Delta Z - \frac{\partial (x^2 . \Delta^2 Z)}{1.2.\partial x} + \&c. \}$$
$$+ s . x^s . \{ \frac{x^2 . \Delta^2 Z}{1.2} - \&c. \}$$
$$+ \&c.$$

d'où l'on tire d'abord $x = p$, en ſorte que les intégrales $\int x^s . \varphi \partial x$, $\int x^s . \varphi' \partial x$, &c. doivent être priſes depuis $x = 0$ juſqu'à $x = p$. La comparaiſon des coéfficiens de $s, s.(s-1)$, &c. donnera autant d'équations entre les conſtantes arbitraires des valeurs de φ, φ', φ'', &c; l'égalité à zéro, de ces mêmes

coéfficiens dans les équations (b'), (b''), &c. donnera de nouvelles équations entre ces arbitraires que l'on pourra conſéquemment déterminer au moyen de toutes ces équations. On aura ainſi les valeurs particulières de y_s, qui ſatisfont au cas où S', S'', &c. étant nuls, S a la forme que nous venons de lui ſuppoſer, ou plus généralement, eſt égal à un nombre quelconque de fonctions de la même forme. Pareillement, ſi l'on ſuppoſe que S, S'', &c. étant nuls, S' eſt la ſomme d'un nombre quelconque de fonctions ſemblables, on déterminera les valeurs particulières de y_s, y_s', y_s'', &c. qui ſatisfont à ce cas, & ainſi du reſte : en réuniſſant enſuite toutes ces valeurs à celles que nous avons déterminées dans le cas où S, S', S'', &c. ſont zéro, on aura les expreſſions complètes de ces variables, correſpondantes au cas où S, S', S'', ont la forme précédente.

XIII.

Il eſt facile d'étendre la méthode du *numéro précédent*, aux équations linéaires aux différences infiniment petites, ou en partie finies, & en partie infiniment petites, & dans leſquelles les coéfficiens des variables principales ſont des fonctions rationnelles & entières de s ; car ſi l'on déſigne comme précédemment, par y_s, y_s', y_s'', &c. ces variables principales, on fera

$$y_s = \int x^s . \varphi . \partial x ; \; y_s' = \int x^s . \varphi' \partial x ; \; y_s'' = \int x^s . \varphi'' . \partial x ; \text{ &c.}$$

ce qui donne

$$\frac{\partial y_s}{\partial s} = \int x^s . \varphi \partial x . \log. x ; \; \frac{\partial^2 y_s}{\partial s^2} = \int x^s . \varphi \partial x . (\log. x)^2 ; \text{ &c.}$$

$$\Delta . y_s = \int x^s . (x - 1) . \varphi \partial x ; \; \Delta^2 . y_s = \int x^s . (x-1)^2 . \varphi \partial x ; \text{ &c.}$$

&c.

$$\frac{\partial y_s'}{\partial s} = \int x^s . \varphi' \partial x . \log. x ; \text{ &c.}$$

&c.

Les équations propoſées prendront ainſi les formes ſuivantes,

$$S = \int x^s . z \partial x ; S^{I} = \int x^s . z^{I} \partial x ; S^{II} = \int x^s . z^{II} . \partial x ; \text{ \&c.}$$

z, z^{I}, z^{II}, &c. étant des fonctions rationnelles de s, dans leſquelles φ, φ^{I}, φ^{II}, &c. ſont ſous une forme linéaire. En les traitant donc comme dans le *numéro précédent*, on déterminera les valeurs de φ, φ^{I}, φ^{II}, &c. & les limites des intégrales $\int x^s . \varphi \partial x$, $\int x^s . \varphi^{I} \partial x$, &c. Ainſi la méthode expoſée dans ce numéro, s'étend à toutes les équations différentielles linéaires dont les coéfficiens ſont rationnels.

En faiſant $y_s = \int e^{-sx} . \varphi \partial x ; y_s^{I} = \int e^{-sx} . \varphi^{I} \partial x$, &c. on parviendroit à des réſultats ſemblables. Dans pluſieurs circonſtances, ces formes de y_s, y_s^{I}, &c. ſeront plus commodes que les précédentes.

XIV.

La principale difficulté que préſente l'application de la méthode précédente, conſiſte dans l'intégration des équations différentielles linéaires qui déterminent φ, φ^{I}, φ^{II}, &c. en x. Le dégré de ces équations ne dépend point de celui des équations propoſées en y_s, y_s^{I}, y_s^{II}, &c; il dépend uniquement des puiſſances les plus élevées de s dans leurs coéfficiens : ainſi relativement à l'équation différentielle finie du premier ordre, $o = A . y_s + B . \Delta . y_s$, dans laquelle A & B ſont des fonctions rationnelles & entières de s, ſi l'on ſuppoſe $y_s = \int x^s . \varphi \partial x$, & que l'on détermine par le *n.° 8*, la valeur de φ en x; on parviendra à une équation différentielle d'un ordre égal au plus haut expoſant de s, dans A & B.

On pourra dans ce cas particulier, obvier à cet inconvénient, en décompoſant l'équation propoſée aux différences finies. Pour y parvenir, on la mettra ſous cette forme

$$y_{s+i} = \frac{q . (s + a) . (s + a^{I}) . (s + a^{II}) . \text{ \&c.}}{(s + b) . (s + b^{I}) . (s + b^{II}) . \text{ \&c.}} . y_s .$$

Si l'on ſuppoſe enſuite

$$z_{s+1} = q.(s+a).z_s ; z'_{s+1} = (s+a').z_s' ; z''_{s+1} = (s+a'').z_s'' ; \text{ \&c.}$$

$$t_{s+1} = (s+b).t_s ; t'_{s+1} = (s+b').t_s' ; t''_{s+1} = (s+b'').t_s'' ; \text{ \&c.}$$

on aura

$$y_s = \frac{z_s.z_s'.z_s''.\text{\&c.}}{t_s.t_s'.t_s''.\text{\&c.}}$$

Il ſera facile d'avoir z_s, z_s', z_s'', &c. t_s, t_s', t_s'', &c. en ſéries convergentes, & l'on n'aura beſoin pour cela, que d'intégrer des équations linéaires aux différences infiniment petites du premier ordre. Toutes les fois que l'on pourra décompoſer ainſi une équation propoſée, en d'autres équations linéaires dans leſquelles la variable s ne paſſera pas le premier degré, on aura toujours en ſéries convergentes, la valeur de ſon intégrale, ſi s eſt un grand nombre.

Dans pluſieurs cas où l'on eſt conduit à une équation différentielle en φ, d'un ordre ſupérieur au premier, on pourra faire uſage des intégrales multiples, en repréſentant y_s par la double intégrale $\int x^s.x'^{s}.\varphi\partial x.\partial x'$, dans laquelle φ eſt une fonction de x & de x'; ou par la triple intégrale $\int x^s.x'^{s}.x''^{s}.\varphi\partial x.\partial x'.\partial x''$, φ étant fonction de x, x', x'', & ainſi de ſuite. On parviendra ſouvent à déterminer φ directement, ou par une équation du premier ordre: nous en verrons des exemples dans l'article ſuivant.

X V.

Le cas dans lequel l'équation qui détermine la valeur de φ, eſt différentielle du premier ordre, étant le ſeul qui ſoit généralement réſoluble, nous allons le développer ici, en y appliquant directement la méthode d'approximation de l'*article I.*

Suppoſons que l'on ait une équation linéaire d'un ordre quelconque aux différences finies ou infiniment petites, ou en partie finies & en partie infiniment petites, dans les

coéfficiens de laquelle, la variable s ne paſſe pas le premier degré ; cette équation aura la forme ſuivante

$$o = V + s.T,$$

V & T étant des fonctions linéaires de la variable principale y_s & de ſes différences. Si l'on y fait $y_s = \int \delta y . \varphi \partial x$, δy étant égal à x^s, ou à e^{-sx}, elle deviendra

$$o = \int \varphi \partial x . \left(M + N . \frac{\partial . \delta y}{\partial x} \right),$$

M & N étant des fonctions de x ; on aura donc par la méthode du $n.^{o}$ 8, les deux équations

$$o = M\varphi - \frac{\partial (N\varphi)}{\partial x} ;$$

$$o = C + \delta y . N\varphi .$$

La première donne, en l'intégrant,

$$\varphi = \frac{H}{N} . e^{\int \frac{M}{N} \partial x} ,$$

H étant une conſtante arbitraire. Suppoſons dans la ſeconde équation, $C = o$; ſi l'on déſigne par a, la valeur de x donnée par l'équation $o = \partial . (N\varphi . \delta y)$; & par Q, ce que devient la fonction $N\varphi \delta y$, lorſqu'on y change x en a ; on fera $N\varphi \delta y = Q . e^{-t^2}$: on aura ainſi

$$t = \sqrt{[\log. Q - \log. (N\varphi) - \log. \delta y]}.$$

$\log. \delta y$ étant de l'ordre s, ſi l'on fait $\frac{1}{s} = \alpha$, α étant un très-petit coéfficient, la quantité ſous le radical, prendra cette forme $\frac{(x-a)^2}{\alpha} . X$, X étant fonction de $x - a$; on aura donc par le retour des Suites, la valeur de x en t, par une ſérie de cette forme,

$$x = a + \alpha^{\frac{1}{2}} . h . t + \alpha h^{(1)} . t^2 + \alpha^{\frac{3}{2}} . h^{(2)} . t^3 + \text{&c.}$$

Maintenant, y_s étant égal à $\int \delta y . \varphi \partial x$, ſi l'on ſubſtitue dans cette intégrale, au lieu de $\delta y . \varphi$, ſa valeur $\frac{Q . e^{-t^2}}{N}$, elle deviendra $Q \int \frac{\partial x}{N} . e^{-t^2}$, & ſi dans $\frac{\partial x}{N}$, on met au lieu de x, ſa valeur précédente en t, on aura y_s, par une ſuite de cette forme,

$$y_s = \alpha^{\frac{1}{2}} . Q . \int \partial t . e^{-t^2} . \{ l + \alpha^{\frac{1}{2}} . l^{(1)} . t + \alpha . l^{(2)} . t^2 + \alpha^{\frac{3}{2}} . l^{(3)} . t^3 + \&c. \}.$$

Les limites de l'intégrale relative à t doivent ſe déterminer par cette condition, qu'à ces limites, la quantité $N \varphi . \delta y$, ou ſon équivalente $Q e^{-t^2}$, ſoit nulle; d'où il ſuit que ces limites ſont $t = -\infty$ & $t = \infty$; on aura donc, par l'*article I*,

$$y_s = \alpha^{\frac{1}{2}} Q . V(\pi) . \{ l + \tfrac{1}{2} \alpha . l^{(2)} + \tfrac{1 . 3}{2^2} . \alpha^2 . l^{(4)} + \tfrac{1 . 3 . 5}{2^3} . \alpha^3 . l^{(6)} + \&c. \}$$

Cette expreſſion a l'avantage d'être indépendante de la détermination des limites en x, qui rendent nulle la fonction $N \varphi \delta y$, en ſorte qu'elle ſubſiſteroit toujours dans le cas même où cette fonction égalée à zéro, n'auroit pas pluſieurs racines réelles : cette remarque eſt importante dans cette analyſe, & donne les moyens de l'étendre à un grand nombre de cas auxquels elle ſemble d'abord ſe refuſer.

La valeur précédente de y_s ne renferme qu'une conſtante arbitraire H, & par conſéquent, ſi l'équation propoſée eſt différentielle de l'ordre n, elle n'en ſera qu'une valeur particulière. Pour avoir l'intégrale complète, il faudra chercher n valeurs différentes de x, dans l'équation $o = \partial . (N \varphi \delta y)$. Soient a, a', a'', &c. ces n valeurs, on changera ſucceſſivement dans l'expreſſion précédente de y_s, a en a', a'', &c. & H en H', H'', &c. on aura ainſi n valeurs particulières de y_s, qui renfermeront chacune une conſtante arbitraire : leur ſomme ſera l'expreſſion complète de cette variable.

XVI.

On peut obtenir directement par la méthode précédente, la valeur de y_s dans l'équation différentielle $o = V + s.T$, au moyen d'intégrales définies : pour le faire voir par un exemple très-général, considérons l'équation différentielle

$$o = (a + bs).y_s + (a' + b's).\frac{\partial y_s}{\partial s} + (a'' + b''s).\frac{\partial^2.y_s}{\partial s^2} + (a''' + b'''s).\frac{\partial^3.y_s}{\partial s^3} + \&c.$$

si l'on y suppose $y_s = \int \delta y.\varphi \partial x$, δy étant égal à e^{-sx}, on aura

$$o = \int \varphi \partial x.\left\{\begin{array}{l} \delta y.(a - a'.x + a''.x^2 - a'''.x^3 + \&c.) \\ \quad - \frac{\partial \delta y}{\partial x}.(b - b'.x + b''.x^2 - \&c.) \end{array}\right\};$$

d'où l'on tire les deux équations

$$o = \varphi.(a - a'.x + a''.x^2 - a'''.x^3 + \&c.) + \frac{\partial.[\varphi.(b - b'.x + b''.x^2 - \&c.)]}{\partial x};$$

$$o = e^{-sx}.\varphi(b - b'.x + b''.x^2 - \&c.)$$

Décomposons la fonction $b - b'.x + b''.x^2 - \&c.$ dans ses facteurs, & supposons qu'elle soit égale à

$$b.(1 - q.x).(1 - q'.x)(1 - q''.x).\&c.$$

la première équation donnera pour φ, une expression de cette forme,

$$\varphi = H.e^{lx}.(1 - qx)^r.(1 - q'.x)^{r'}.(1 - q''.x)^{r''}.\&c.$$

H étant une constante arbitraire; partant

$$y_s = H.\int e^{-(s-l).x}.\partial x.(1 - q.x)^r.(1 - q'.x)^{r'}.(1 - q''.x)^{r''}.\&c.$$

& l'équation qui déterminera les limites de l'intégrale, sera

$$o = e^{-(s-l).x}.(1 - q.x)^{r+1}.(1 - q'.x)^{r'+1}.(1 - q''.x)^{r''+1}.\&c.$$

Ces limites seront conséquemment $x = \frac{1}{q}$ & $x = \infty$,

ou $x = \frac{1}{q^{I}}$ & $x = \infty$, &c. en ſorte que l'expreſſion complète de y_s ſera

$$y_s = \left\{\begin{array}{l} H \,.\int e^{-(s-1).x}\,.\,\partial x\,.\,(1 - q\,.\,x)^{r} \\ \qquad .\,(1 - q^{I}\,.\,x)^{r^{I}}\,.\,(1 - q^{II}\,.\,x)^{r^{II}}\,.\,\&c. \\ + H^{I}\,.\int e^{-(s-1).x}\,.\,\partial x\,.\,(1 - q\,.\,x)^{r} \\ \qquad .\,(1 - q^{I}\,.\,x)^{r^{I}}\,.\,(1 - q^{II}\,.\,x)^{r^{II}}\,.\,\&c. \\ + H^{II}\,.\int e^{-(s-1).x}\,.\,\partial x\,.\,(1 - q\,.\,x)^{r} \\ \qquad .\,(1 - q^{I}\,.\,x)^{r^{I}}\,.\,(1 - q^{II}\,.\,x)^{r^{II}}\,.\,\&c. \\ + \&c. \end{array}\right.$$

la première intégrale étant priſe depuis $x = \frac{1}{q}$ juſqu'à $x = \infty$; la ſeconde intégrale étant priſe depuis $x = \frac{1}{q^{I}}$ juſqu'à $x = \infty$; la troiſième étant priſe depuis $x = \frac{1}{q^{II}}$ juſqu'à $x = \infty$, & ainſi de ſuite; H, H^{I}, H^{II}, &c. étant des conſtantes arbitraires.

Il peut arriver que les nombres $s - 1$, $r + 1$, $r^{I} + 1$, &c. ſoient négatifs, & dans ce cas, l'équation

$$0 = e^{-(s-1).x}.(1 - qx)^{r+1}.(1 - q^{I}x)^{r^{I}+1}.\&c.$$

n'eſt pas ſatisfaite en y faiſant $x = \infty$, $x = \frac{1}{q}$, $x = \frac{1}{q^{I}}$, &c. mais on peut obſerver que les réſultats obtenus dans la ſuppoſition où ces nombres ſont poſitifs, ont également lieu lorſque ces mêmes nombres ſont négatifs. Ainſi en déſignant par S, l'intégrale ſoit finie, ſoit réduite en ſérie par la méthode de l'*article I*, de la fonction différentielle $e^{-(s-1)x}.\partial x.(1 - qx)^{r}.(1 - q^{I}x)^{r^{I}}.\&c.$ intégrée

intégrée depuis $x = \frac{1}{q}$ jusqu'à $x = \infty$, dans le cas où $s - l$ & r ſont poſitifs. Si l'on change dans S, r dans $-r$, & que l'on déſigne par S', ce que devient S; la fonction $H.S'$ ſera une valeur particulière de y_s, dans le cas où le nombre r au lieu d'être poſitif, eſt négatif & égal à $-r$; car il eſt viſible que l'équation $y_s = H.S$ ſatisfaiſant à l'équation propoſée, r étant poſitif & quelconque, l'équation $y_s = H.S'$ doit pareillement y ſatisfaire, r étant négatif & quelconque. Ainſi nous ne balancerons point dans la ſuite, à étendre généralement à tous les cas poſſibles, les réſultats obtenus dans le cas où l'équation qui détermine les limites des intégrales, eſt ſatisfaite.

Il eſt facile d'étendre la méthode précédente à l'équation aux différences finies,

$$0 = (a + bs).y_s + (a' + b's).\Delta.y_s + (a'' + b''s).\Delta^2.y_s + \&c;$$

ou à l'équation aux différences en partie finies, & en partie infiniment petites,

$$\left.\begin{aligned} 0 = (a + bs).y_s + (a' + b's).\Delta.y_s + (a''' + b'''s).\Delta^2.y_s + \&c. \\ + (a'' + b''s).\frac{\partial y_s}{\partial s} + (a^{IV} + b^{IV}.s).\Delta.\frac{\partial y_s}{\partial s} + \&c. \\ + \&c. \end{aligned}\right\}$$

On pourra toujours obtenir par la méthode précédente, l'intégrale de ces équations en intégrales définies, & ſa valeur approchée, par des ſéries qui ſeront très-convergentes lorſque s ſera un grand nombre.

XVII.

La même méthode peut être encore étendue aux équations linéaires aux différences partielles, ſoit finies, ſoit infiniment petites: Pour cela, conſidérons d'abord l'équation linéaire aux différences partielles dont les coéfficiens ſont conſtans; en déſignant par $y_{s,s'}$ la variable principale, s, s' étant les

deux variables dont elle eſt fonction; on pourra repréſenter cette équation par celle-ci $o = V$, V étant une fonction linéaire de $y_{s,s'}$ & de ſes différences partielles, ſoit finies, ſoit infiniment petites. Suppoſons maintenant

$$y_{s,s'} = \int x^s . u^{s'} . \varphi \partial x;$$

en ſubſtituant cette valeur dans l'équation précédente, elle deviendra $o = \int M . x^s . u^{s'} . \varphi \partial x$, M étant une fonction de x & de u, ſans s ni s'; en l'égalant donc à zéro, on aura la valeur de u en x, & cette valeur ſubſtituée dans l'intégrale $\int x^s . u^{s'} . \varphi \partial x$ donnera l'expreſſion générale de $y_{s,s'}$, φ étant une fonction arbitraire de x, & les limites de l'intégrale étant indéterminées. Si l'équation propoſée $o = V$ eſt de l'ordre n, il faudra, au moyen de l'équation $M = o$, déterminer n valeurs de u en x, & la ſomme des n intégrales $\int x^s . u^{s'} . \varphi \partial x$ qui en réſulteront, ſera l'expreſſion complète de $y_{s,s'}$.

Conſidérons préſentement l'équation aux différences partielles,

$$o = V + s.T + s'.R,$$

dans laquelle V, T, R, ſont des fonctions quelconques linéaires de $y_{s,s'}$ & de ſes différences partielles finies & infiniment petites. Si l'on y ſuppoſe $y_{s,s'} = \int x^s . x'^{s'} . \varphi . \partial x$, x' étant une fonction de x qu'il s'agit de déterminer; on aura une équation de cette forme

$$o = \int x^s . x'^{s'} . \varphi \partial x . (M + N.s + P.s')$$

M, N, P, étant des fonctions de x & x', ſans s ni s'; or on a $\frac{\partial (x^s . x'^{s'})}{\partial x} = x^s . x'^{s'} . (\frac{s}{x} + \frac{s' . \partial x'}{x' \partial x})$; donc ſi l'on détermine x' par cette équation $\frac{\partial x'}{x'} = \frac{P . \partial x}{N . x}$, on aura

$$x^s . x'^{s'} . (N.s + P.s') = N.x . \frac{\partial . (x^s . x'^{s'})}{\partial x};$$

par conſéquent, ſi l'on déſigne $x^s.x^{ns'}$ par $\int y$, on aura

$$o = \int \varphi \partial x.\left(M.\int y + Nx.\frac{\partial \int y}{\partial x}\right).$$

Cette équation donne les deux ſuivantes,

$$o = M.\varphi - \frac{\partial.(Nx.\varphi)}{\partial x};$$

$$o = Nx.\varphi.\int y;$$

la première détermine la fonction φ en x, & la ſeconde détermine les limites de l'intégrale $\int \int y.\varphi \partial x$. Cette valeur de $y_{s,s'}$ ne renfermant point de fonction arbitraire, n'eſt qu'une intégrale particulière de l'équation propoſée aux différences partielles: Pour la rendre complète, on obſervera que l'intégrale de l'équation $\frac{\partial x'}{x'} = \frac{P.\partial x}{Nx}$ qui détermine x' en x, eſt $x' = u.Q$, Q étant une fonction de x, & u étant une conſtante arbitraire. En déſignant donc par ψ, une fonction arbitraire de u, on aura

$$y_{s,s'} = \int\int u^{s'}.Q^{s'}.x^s.\varphi.\psi.\partial x.\partial u,$$

l'intégrale relative à x, étant priſe entre les limites déterminées par l'équation $o = Nx.\varphi \int y$, & l'intégrale relative à u, étant priſe entre des limites quelconques. Cette valeur de $y_{s,s'}$, ſera, à cauſe de l'arbitraire ψ, l'intégrale complète de l'équation propoſée, ſi cette équation eſt du premier ordre: mais ſi elle eſt d'un ordre ſupérieur, il faudra, au moyen de l'équation $o = N.x\varphi \int y$, déterminer autant de valeurs de x en u, qu'il y a d'unités dans cet ordre; & la ſomme des expreſſions de $y_{s,s'}$ auxquelles on parviendra, ſera la valeur complète de $y_{s,s'}$.

XVIII.

En conſidérant avec attention la forme des ſéries

auxquelles la méthode précédente conduit pour déterminer y_s, on voit qu'elle peut toujours ſe réduire à la ſuivante,

$$H.p^s.s^{is+r}.\left(1 + \frac{q}{s^{r'}} + \frac{q'}{s^{r''}} + \text{&c.}\right),$$

H étant une conſtante arbitraire, & les nombres r', r'', &c. étant poſitifs & formant une ſuite croiſſante. Si l'équation propoſée en y_s, eſt aux différences infiniment petites, alors $i = 0$, parce que ſans cela, les différences de y_s introduiroient les quantités logarithmiques log. s, $(\log. s)^2$, &c. qui, par la ſuppoſition, ne ſe rencontrent point dans les coéfficiens de cette équation; on aura donc alors

$$y_s = H.p^s.s^r.\left(1 + \frac{q}{s^{r'}} + \frac{q'}{s^{r''}} + \text{&c.}\right);$$

& il ſera facile par les méthodes connues, de déterminer les expoſans r, r', r'', &c. & les conſtantes p, q, q', q'', &c.

Si l'équation propoſée en y_s eſt aux différences finies, i peut n'être pas nul, & la détermination des quantités r, r', r'', &c. p, q, q', &c. peut alors préſenter quelques difficultés que nous allons réſoudre.

Pour cela, nous obſerverons que

$$\log.(s+n)^{is+in+r} = (is+in+r).\{\log.s + \log.(1+\tfrac{n}{s})\}$$
$$= (is+in+r).\left(\log.s + \frac{n}{s} - \frac{n^2}{2s^2} + \frac{n^3}{3s^3} - \text{&c.}\right);$$

ce qui donne

$$(s+n)^{is+in+r} = s^{is+in+r}.e^{in + \frac{in^2+2rn}{2s} + \text{&c.}}.$$

On peut mettre le ſecond membre de cette équation ſous cette forme,

$$s^{is+in+r}.e^{in}.\left(1 + \frac{a_n}{s} + \frac{b^n}{s^2} + \text{&c.}\right)$$

a_n, b_n, &c. étant des fonctions de n; on aura donc

$$y_{s+n} = H.p^{s+n}.s^{is+in+i'n}.e^{ln}.\left(1+\frac{a_n}{s}+\frac{b_n}{s}+\&c.\right).\left\{\begin{array}{l}1+\frac{q}{s^{r}}.\left(1-\frac{r^{2}n}{s}+\&c.\right)\\ +\frac{q^{2}}{s^{r+r'}}.\left(1-\frac{r^{+2}n}{s}+\&c.\right)\\ +\&c.\end{array}\right\}$$

d'où il eſt facile de conclure les valeurs de y_{s+1}, y_{s+2}, y_{s+3}, &c. en faiſant ſucceſſivement dans cette expreſſion, $n = 1$, $n = 2$, $n = 3$, &c. Maintenant, ſi l'on ſubſtitue ces valeurs dans l'équation propoſée aux différences finies, on déterminera facilement par les méthodes connues, les expoſans i, r, r', &c. & les conſtantes p, q, q', &c.

Cette nouvelle méthode a l'avantage d'être indépendante de toute intégration, & de s'étendre au cas où les coéfficiens de l'équation propoſée en y_s ſeroient irrationnels: mais les conſtantes arbitraires H, H', &c qu'elle introduit, ne peuvent alors être déterminées qu'au moyen de valeurs données de y_s, lorſque s eſt déjà un grand nombre; au lieu que, ſuivant la méthode expoſée dans les *numéros précédens*, ces conſtantes peuvent être déterminées au moyen des premières valeurs de y_s, ce qui donne les moyens de connoître ce que devient cette fonction, lorſque s eſt très-grand, ou même infini, en ſuppoſant qu'elle ait commencé d'une manière déterminée; c'eſt en cela que conſiſte le principal avantage de cette méthode.

ARTICLE III.

Application de la méthode précédente à l'approximation de diverſes fonctions de très-grands nombres.

XIX.

Proposons-nous d'intégrer par approximation, l'équation aux différences finies,

$$0 = (s+1).y_s - y_{s+1},$$

Si l'on y ſuppoſe $y_s = \int x^s . \varphi \partial x$, on aura, en déſignant x^s par δy,

$$o = \int \varphi \partial x . \{(1 - x) . \delta y + x . \frac{\partial \delta y}{\partial x}\};$$

d'où l'on tire par l'*article précédent*, les deux équations ſuivantes,

$$o = \varphi . (1 - x) - \frac{\partial . (x \varphi)}{\partial x};$$
$$o = \varphi . x^{s+1}.$$

La première équation donne en l'intégrant, $\varphi = A . e^{-x}$; & la ſeconde donne pour déterminer les limites de l'intégrale $\int x^s . \varphi . \partial x$,

$$o = x^{s+1} . e^{-x};$$

ces limites ſont par conſéquent $x = o$, & $x = \infty$; ainſi, l'on a

$$y_s = A . \int x^s . e^{-x} . \partial x,$$

l'intégrale étant priſe depuis $x = o$ juſqu'à $x = \infty$.

Pour avoir cette intégrale en ſérie, on fera ſuivant la méthode de l'*article I*,

$$x^s . e^{-x} = s^s . e^{-s} . e^{-t^2},$$

s étant la valeur de x, qui répond au *maximum* de la fonction $x^s . e^{-x}$; ſi l'on ſuppoſe enſuite $x = s + \theta$, on aura $(1 + \frac{\theta}{s})^s . e^{-\theta} = e^{-t^2}$; partant

$$t^2 = -s . \log . (1 + \frac{\theta}{s}) + \theta = \frac{\theta^2}{2s} - \frac{\theta^3}{3s^2} + \frac{\theta^4}{4s^3} - \&c.$$

ce qui donne par le retour des Suites,

$$\theta = t . \sqrt{(2s)} + \frac{2}{3} . t^2 + \frac{t^3}{9\sqrt{(2s)}} + \&c.$$

& conſéquemment,

$$\partial x = \partial \theta = \partial t . \{\sqrt{(2s)} + \frac{4t}{3} + \frac{t^2}{3 . \sqrt{(2s)}} + \&c.\};$$

la fonction $\int x^s . \partial x . e^{-x}$ deviendra donc

$$s^s . e^{-s} . \int \partial t . e^{-t^2} . \{ \sqrt{(2s)} + \frac{4t}{3} + \frac{t^2}{3 . \sqrt{(2s)}} + \&c. \}$$

l'intégrale étant prise depuis $t = -\infty$ jusqu'à $t = \infty$. En intégrant par la méthode de l'*article I*, on aura

$$\int x^s . \partial x . e^{-x} = s^{s+\frac{1}{2}} . e^{-s} . \sqrt{(2\pi)} . (1 + \frac{1}{12.s} + \&c.);$$

partant

$$y_s = A . s^{s+\frac{1}{2}} . e^{-s} . \sqrt{(2\pi)} . (1 + \frac{1}{12.s} + \&c.).$$

On déterminera la constante arbitraire A, au moyen d'une valeur particulière de y_s; en supposant par exemple, que s étant égal à μ, on ait $y_s = Y$, on aura $Y = A . \int x^\mu . \partial x . e^{-x}$, ce qui donne $A = \frac{Y}{\int x^\mu . \partial x . e^{-x}}$, & par conséquent

$$y_s = Y . \frac{s^{s+\frac{1}{2}} . e^{-s} . \sqrt{(2\pi)} . (1 + \frac{1}{12.s} + \&c.)}{\int x^\mu . \partial x . e^{-x}}; \quad (q)$$

si μ est un nombre considérable, on aura

$$\int x^\mu . \partial x . e^{-x} = \mu^{\mu+\frac{1}{2}} . e^{-\mu} . \sqrt{(2\pi)} . (1 + \frac{1}{12.\mu} + \&c.),$$

ce qui donne

$$y_s = Y . \frac{s^{s+\frac{1}{2}}}{\mu^{\mu+\frac{1}{2}}} . e^{\mu-s} . (1 + \frac{\mu - s}{12 . \mu s} + \&c.); \quad (q')$$

ainsi dans ce cas, le rapport de la demi-circonférence au rayon disparoît, & il ne reste que la seule quantité transcendante e.

Voyons maintenant de quelle nature est la fonction y_s; pour cela, il faut intégrer l'équation aux différences finies, $0 = (s + 1) . y_{s+1}$; or on trouvera facilement que son intégrale est

$$y_s = Y . (\mu + 1) . (\mu + 2) . (\mu + 3) . . . . . s.$$

On aura donc, en comparant cette expreſſion avec celle de la formule (q),

$$(\mu+1).(\mu+2).(\mu+3)\ldots s = \frac{s^{s+\frac{1}{2}}.e^{-s}.\sqrt{(2\pi)}.(1+\frac{1}{12.s}+\&c.)}{\int x^{\mu}\partial x.e^{-x}}; (q'')$$

Si l'on ſuppoſe $\mu = 0$, on aura $\int x^{\mu}.\partial x.e^{-x} = 1$; partant

$$1.2.3\ldots s = s^{s+\frac{1}{2}}.e^{-s}.\sqrt{(2\pi)}.(1+\frac{1}{12.s}+\&c.)$$

Si l'on fait $\mu = \frac{m}{n}$, m étant moindre que n, on aura $s = s' + \frac{m}{n}$, s' étant un nombre entier; ainſi, $s^{s+\frac{1}{2}} = (s'+\frac{m}{n})^{s'+\frac{m}{n}+\frac{1}{2}}$; or il eſt facile de s'aſſurer par le *numéro précédent*, que ſi s' eſt un grand nombre, on a

$$(s'+\frac{m}{n})^{s'+\frac{m}{n}+\frac{1}{2}} = s'^{s'+\frac{m}{n}+\frac{1}{2}}.e^{\frac{m}{n}}.(1+\frac{nm+m^2}{2n^2.s'}+\&c.)$$

On a d'ailleurs, en faiſant $x = t^n$,

$$\int x^{\frac{m}{n}}.\partial x.e^{-x} = n.\int t^{m+n-1}.\partial t.e^{-t^n} = m.\int t^{m-1}.\partial t.e^{-t^n},$$

l'intégrale relative à t, étant priſe depuis $t = 0$, juſqu'à $t = \infty$; la formule (q'') donnera donc

$$m.(m+n).(m+2n).(m+3n).\ldots\ldots(m+s'n)$$
$$= n^{s'}.\frac{s'^{+\frac{m}{n}+\frac{1}{2}}.e^{-s'}.\sqrt{(2\pi)}.(1+\frac{n^2+6nm+6m^2}{12.n^2.s'}+\&c.)}{\int t^{m-1}.\partial t.e^{-t^n}};$$

en ſorte que la valeur approchée du produit de tous les termes de la progreſſion arithmétique, m, $m+n$, $m+2n$, $\ldots\ldots m+s'n$, dépend des trois tranſcendantes e, π, & $\int t^{m-1}.\partial t.e^{-t^n}$.

XX.

XX.

LES expreſſions de y_s, données par les formules (q) & (q'), ont encore lieu ſuivant la remarque du *N.°* 16, dans le cas où s & μ ſont négatifs, quoique dans ce cas, l'équation $o = x^{s+1}.e^{-x}$ qui détermine les limites de l'intégrale $\int x^s.\varphi\partial x$, n'ait pas pluſieurs racines réelles; on peut s'en aſſurer d'ailleurs, en ſuppoſant la fonction $x^{s+1}.e^{-x}$, qui doit devenir nulle aux deux extrémités de cette intégrale, égale à $Q.e^{-t^2}$, ſuivant la méthode du *N.°* 15; car alors on parviendroit à des expreſſions de y_s facilement réductibles aux formules (q) & (q'), & nous avons obſervé dans le *numéro* cité, qu'en ſuivant cette méthode, la conſidération des racines de l'équation $o = x^{s+1}.e^{-x}$, devient inutile.

Maintenant, ſi dans la formule (q), on change s dans $-s$, & μ dans $-\mu$, on aura

$$y_{-s} = Y.\frac{\sqrt{(-1)}.e^{s}.\sqrt{(2\pi)}.\left(1-\frac{1}{12.s}+\&c.\right)}{(-1)^s.s^{s-\frac{1}{2}}.\int\frac{\partial x.e^{-x}}{x^{\mu}}}.$$

Y étant la valeur de y_s, qui répond à $s = -\mu$; toute la difficulté ſe réduit donc à intégrer la fonction différentielle $\frac{e^{-x}.\partial x}{x^{\mu}}$. Pour y parvenir, il faut ſuivre une méthode ſemblable à celle dont on a fait uſage pour réduire en ſérie, l'intégrale $\int\frac{\partial x.e^{-x}}{x^s}$; on fera donc

$$x = -\mu + \varpi\sqrt{(-1)},$$

$-\mu$ étant la valeur de x, donnée par la condition $o = \partial.\frac{e^{-x}}{x^{\mu}}$ du *maximum* ou du *minimum* de $\frac{e^{-x}}{x^{\mu}}$;

on aura ainſi

$$\int \frac{e^{-x}.\partial x}{x^{\mu}} = \frac{e^{\mu}.\sqrt{(-1)}}{(-1)^{\mu}} . \int \frac{\partial \varpi . e^{-\varpi.\sqrt{(-1)}}}{[\mu - \varpi.\sqrt{(-1)}]^{\mu}} .$$

L'intégrale relative à x, devant s'étendre entre les deux limites qui rendent nulle la quantité $\frac{e^{-x}}{x^{\mu}}$, il eſt clair que l'intégrale relative à ϖ, doit s'étendre depuis $\varpi = -\infty$, juſqu'à $\varpi = \infty$: en réuniſſant donc les deux quantités $\frac{e^{-\varpi\sqrt{(-1)}}}{[\mu - \varpi\sqrt{(-1)}]^{\mu}}$, & $\frac{e^{\varpi.\sqrt{(-1)}}}{[\mu + \varpi.\sqrt{(-1)}]^{\mu}}$, qui répondent aux mêmes valeurs de ϖ, affectées de ſignes contraires; on aura

$$\int \frac{e^{-x}.\partial x}{x^{\mu}} = \frac{e^{\mu}.\sqrt{(-1)}}{(-1)^{\mu}} . \int \partial \varpi . \frac{\left\{\begin{array}{r} \text{cof.}\varpi . \{[(\mu+\varpi\sqrt{(-1)}]^{\mu} + [\mu-\varpi.\sqrt{(-1)}]^{\mu}\} \\ +\sqrt{(-1)}.\text{ſin.}\varpi.\{[(\mu-\varpi\sqrt{(-1)}]^{\mu} - [\mu+\varpi\sqrt{(-1)}]^{\mu}\} \end{array}\right\}}{(\mu^2 + \varpi^2)^{\mu}}$$

l'intégrale relative à ϖ, étant priſe depuis $\varpi = 0$, juſqu'à $\varpi = \infty$. Si l'on développe les quantités ſous le ſigne $\int$, les imaginaires diſparoîtront, & il ne reſtera qu'une fonction réelle que nous déſignerons par $Q\partial\varpi$; on aura ainſi

$$\int \frac{e^{-x}.\partial x}{x^{\mu}} = \frac{e^{\mu}.\sqrt{(-1)}}{(-1)^{\mu}} . \int Q \partial \varpi ;$$

partant,

$$y_{-s} = \frac{\Gamma.e^{s-\mu}.\sqrt{(2\pi)}.(1 - \frac{1}{1.2.s} + \&c.)}{(-1)^{s-\mu}.s^{s-\frac{1}{2}}.\int Q.\partial\varpi} .$$

Voyons préſentement quelle fonction de s, eſt y_{-s}: Pour cela, reprenons l'équation propoſée

$$0 = (s+1).y_s - y_{s+1};$$

en y changeant s dans $-s$, elle devient

$$0 = (1-s).y_{-s} - y_{1-s}.$$

Soit $y_{-s} = u_s$; on aura $0 = (s-1).u_s + u_{s-1}$;

équation dont l'intégrale eſt $u_s = \frac{(-1)^s - \mu . Y}{\mu.(\mu+1).(\mu+2)\ldots(s-1)}$,

Y étant égal à $y_{-\mu}$; on aura donc

$$y_{-s} = \frac{(-1)^s - \mu . Y}{\mu.(\mu+1).(\mu+2).\ldots\ldots(s-1)}.$$

Si l'on compare cette expreſſion de y_{-s} à la précédente, on aura, en obſervant que $(-1)^{2s-2\mu} = 1$,

$$\frac{1}{(\mu+1).(\mu+2)\ldots(s-1)} = \frac{e^{s-\mu}.\mu.\sqrt{(2\pi)}.(1 - \frac{1}{12.s} + \&c.)}{s^{s-\frac{1}{2}}.\int Q.\partial\varpi};$$

en diviſant les deux membres de cette équation par s, & en les renverſant, on aura

$$(\mu+1).(\mu+2)\ldots.s = \frac{s^{s+\frac{1}{2}}.e^{\mu-s}}{\mu.\sqrt{(2\pi)}}.(1 + \frac{1}{12.s} + \&c.).\int Q.\partial\varpi.$$

En comparant cette équation à la formule *(q^{11}) du numéro précédent*, on aura ce réſultat aſſez remarquable,

$$\int Q.\partial\varpi = \frac{2\pi.e^{-\mu}.\mu}{\int x^{\mu}.\partial x.e^{-x}};$$

ſuppoſons par exemple $\mu = 1$, on aura

$$\int Q.\partial\varpi = 2\int\partial\varpi.\frac{(\cos.\varpi + \varpi.\sin.\varpi)}{1+\varpi^2} = 2.\int\frac{\varpi.\partial\varpi.\sin.\varpi.(3+\varpi^2)}{(1+\varpi^2)^2},$$

ces intégrales étant priſes depuis $\varpi = 0$, juſqu'à $\varpi = \infty$; partant,

$$\int\frac{\partial\varpi.\sin.\varpi.(3+\varpi^2)}{(1+\varpi^2)^2} = \frac{\pi}{e},$$

On peut obſerver encore que $\int \frac{e^{-x}.\partial x}{x^{\mu}}$, étant égal à $\frac{e^{-\mu}.\sqrt{(-1)}}{(-1)^{\mu}}.\int Q\partial\varpi$, on a

$$\int \frac{e^{-x}.\partial x}{x^{\mu}} = \frac{2\pi.\mu.(-1)^{\mu-\frac{1}{2}}}{\int x^{\mu}.\partial x.e^{-x}} = \frac{2\pi.(-1)^{\mu-\frac{1}{2}}}{\int x^{\mu-1}.\partial x.e^{-x}};$$

l'intégrale du premier membre de cette équation, étant priſe entre les deux valeurs imaginaires de x, qui rendent nulle la quantité $\frac{e^{-x}}{x^{\mu}}$; & l'intégrale du ſecond membre étant priſe entre les deux valeurs réelles de x, qui rendent nulle la quantité $x^{\mu}.e^{-x}$, c'eſt-à-dire, depuis $x = 0$, juſqu'à $x = \infty$.

On pourroit facilement parvenir aux réſultats précédens, en conſidérant l'équation aux différences finies, $0 = y_s - s.y_{s+1}$; mais j'ai voulu faire voir par un exemple fort ſimple, que les mêmes expreſſions trouvées dans le cas de s poſitif, ſubſiſtent encore lorſque s eſt négatif.

XXI.

CONSIDÉRONS l'équation aux différences finies,

$$p^s = s.y_s - (m - s).y_{s+1};$$

en y ſuppoſant

$$y_s = \int x^s.\varphi.\partial x, \quad \& \quad x^s = \Delta y,$$

elle deviendra

$$p^s = \int \varphi\partial x.\left[-mx.\Delta y + x.(1+x).\frac{\partial\Delta y}{\partial x}\right];$$

d'où l'on tire les deux équations,

$$0 = mx.\varphi + \frac{\partial.[x.(1+x).\varphi]}{\partial x},$$

$$p^s = x^{s+1}.(1+x).\varphi.$$

La première donne en l'intégrant,

$$\varphi = \frac{A}{x \cdot (1+x)^{m+1}},$$

ce qui change la ſeconde dans celle-ci,

$$\frac{A \cdot x^s}{(1+x)^m} = p^s.$$

Suppoſons d'abord $p = 0$; on aura $x = 0$, & $x = \infty$, pour les limites de l'intégrale $\int x^s \cdot \varphi \partial x$, s étant ſuppoſé moindre que m; ainſi dans ce cas, l'intégrale $\int x^s \cdot \varphi \partial x$ doit s'étendre depuis $x = 0$ juſqu'à $x = \infty$, & l'on aura avec cette condition,

$$y_s = A \cdot \int \frac{x^{s-1} \partial x}{(1+x)^{m+1}}.$$

A étant une conſtante arbitraire.

Si p n'eſt pas nul, les deux limites de x ſeront $x = 0$ & $x = p$; on aura enſuite $A = (1+p)^m$; partant

$$y_s = (1+p)^m \cdot \int \frac{x^{s-1} \partial x}{(1+x)^{m+1}};$$

l'intégrale étant priſe depuis $x = 0$, juſqu'à $x = p$. En réuniſſant cette valeur à celle que nous venons de trouver dans le cas de $p = 0$, on aura pour l'expreſſion complète de y_s,

$$y_s = A \cdot \int \frac{x^{s-1} \cdot \partial x}{(1+x)^{m+1}} + (1+p)^m \cdot \int \frac{x^{s-1} \cdot \partial x}{(1+x)^{m+1}};$$

l'intégrale du premier terme étant priſe depuis $x = 0$, juſqu'à $x = \infty$; & celle du ſecond terme étant priſe depuis $x = 0$, juſqu'à $x = p$. On peut donner encore à l'expreſſion de y_s cette forme,

$$y_s = A' \cdot \int \frac{x^{s-1} \cdot \partial x}{(1+x)^{m+1}} - (1+p)^m \cdot \int \frac{x^{s-1} \cdot \partial x}{(1+x)^{m+1}};$$

l'intégrale du premier terme étant priſe depuis $x = 0$, juſqu'à $x = \infty$; & celle du ſecond terme étant priſe depuis

$x = p$, juſqu'à $x = \infty$; A' eſt une conſtante arbitraire, égale à $A + 1$.

Maintenant, l'intégrale de l'équation propoſée, $p^s = s \cdot y_s - (m - s) \cdot y_{s+1}$, eſt

$$y_s = \frac{1.2.3.\ldots\ldots(s-1)}{m.(m-1).(m-2)\ldots(m-s+1)} \cdot \left[Q - \Sigma \frac{m.(m-1)\ldots(m-s+1).p^s}{1.2.3.\ldots\ldots s}\right].$$

Q étant une arbitraire, & Σ étant la caractériſtique des intégrales finies, en ſorte que $\Sigma \frac{m.(m-1).\ldots.(m-s+1).p^s}{1.2.3.\ldots\ldots s}$, eſt égale à

$$1 + mp + \frac{m.(m-1)}{1.2} \cdot p^2 \ldots + \frac{m.(m-1).(m-2).\ldots\ldots(m-s+2)}{1.2.3.\ldots\ldots(s-1)} \cdot p^{s-1},$$

c'eſt-à-dire, à la ſomme des s premiers termes du développement du binome $(1 + p)^m$. Si l'on compare cette expreſſion de y_s, avec celle que nous venons de trouver en intégrales définies, on aura

$$A' \cdot \int \frac{x^{s-1} \cdot \partial x}{(1+x)^{m+1}} - (1+p)^m \cdot \int \frac{x^{s-1} \cdot \partial x}{(1+x)^{m+1}} = \frac{1.2.3.\ldots\ldots(s-1)}{m.(m-1)\ldots(m-s+1)} \cdot \left[Q - \Sigma \frac{m.(m-1).\ldots\ldots(m-s+1)}{1.2.3.\ldots\ldots s}\right].$$

Si l'on fait $s = 1$ dans cette équation, on aura $A' = Q$; ainſi A' étant arbitraire, cette équation ſe partage dans les deux ſuivantes,

$$\frac{1.2.3.\ldots\ldots(s-1)}{m.(m-1).\ldots(m-s+1)} = \int \frac{x^{s-1} \cdot \partial x}{(1+x)^{m+1}},$$

$$\frac{1.2.3.\ldots\ldots(s-1)}{m.(m-1).\ldots\ldots(m-s+1)} \cdot \Sigma \frac{m.(m-1).\ldots\ldots(m-s+1)}{1.2.3.\ldots\ldots s} \cdot p^s = (1+p)^m \cdot \int \frac{x^{s-1} \cdot \partial x}{(1+x)^{m+1}};$$

d'où l'on tire

$$\Sigma \frac{m.(m-1).\ldots\ldots(m-s+1)}{1.2.3.\ldots\ldots s} \cdot p^s = (1+p)^m \cdot \frac{\int \frac{x^{s-1} \cdot \partial x}{(1+x)^{m+1}}}{\int \frac{x^{s-1} \cdot \partial x}{(1+x)^{m+1}}};$$

l'intégrale du numérateur étant prise depuis $x = p$, jusqu'à $x = \infty$; & celle du dénominateur étant prise depuis $x = 0$, jusqu'à $x = \infty$. Il sera facile de réduire en séries, ces deux intégrales, par la méthode de l'*article I;* on aura ainsi la somme des s premiers termes du binome $(1 + p)^m$, par une suite d'autant plus convergente que s & m seront de plus grands nombres.

XXII.

PROPOSONS-NOUS encore d'intégrer par approximation, l'équation aux différences finies,

$$0 = (2 + 4s) \cdot y_s - (s + 1) \cdot y_{s+1}.$$

Si l'on y fait $y_s = \int x^s \cdot \varphi \partial x$, & que l'on suppose $x^s = \delta y$, on aura

$$0 = \int \varphi \partial x \cdot \left[(2 - x) \cdot \delta y + (4x - x^2) \cdot \frac{\partial \delta y}{\partial x} \right];$$

d'où l'on tire les deux équations,

$$0 = (2 - x) \cdot \varphi - \frac{\partial \cdot [x\varphi \cdot (4 - x)]}{\partial x},$$

$$0 = x^{s+1} \cdot \varphi \cdot (4 - x).$$

La première équation donne en l'intégrant,

$$\varphi = \frac{A}{\sqrt{(4x - x^2)}};$$

la seconde devient ainsi

$$0 = x^{s+\frac{1}{2}} \cdot \sqrt{(4 - x)};$$

Les limites de l'intégrale $\int x^s \cdot \varphi \partial x$, ou $A \cdot \int \frac{x^{s-\frac{1}{2}} \cdot \partial x}{\sqrt{(4 - x)}}$, seront par conséquent $x = 0$ & $x = 4$. Soit $\sqrt{(4 - x)} = 2u$, on aura

$$y_s = A \cdot 2^{2s+1} \cdot \int (1 - uu)^{s-\frac{1}{2}} \cdot \partial u,$$

cette dernière intégrale étant prise depuis $u = 0$ jusqu'à $u = 1$.

Pour la déterminer par approximation, nous ferons $\frac{1}{s-\frac{1}{2}} = \alpha$, & $1 - uu = e^{-\alpha t^2}$, ce qui donne $u = \sqrt{(1 - e^{-\alpha t^2})}$, & $\int (1-uu)^{s-\frac{1}{2}} . \partial u = \int \partial u . e^{-t^2}$. Suppoſons

$$\sqrt{(1 - e^{-\alpha t^2})} = \alpha^{\frac{1}{2}} . t . \left[1 + \alpha . q^{(1)} . t^2 + \alpha^2 . q^{(2)} . t^4 + \alpha^3 . q^{(3)} . t^6 + \alpha^4 . q^{(4)} . t^8 + \text{&c.} \right];$$

en prenant les différences logarithmiques des deux membres de cette équation, on aura

$$\frac{1 + 3 . \alpha . q^{(1)} . t^2 + 5 . \alpha^2 . q^{(2)} . t^4 + 7 . \alpha^3 . q^{(3)} . t^6 + \text{&c.}}{t + \alpha . q^{(1)} . t^3 + \alpha^2 . q^{(2)} . t^5 + \alpha^3 . q^{(3)} . t^7 + \text{&c.}} = \frac{\alpha t . e^{-\alpha t^2}}{1 - e^{-\alpha t^2}}$$

$$= \frac{1 - \alpha t^2 + \frac{1}{1.2} . \alpha^2 t^4 - \frac{1}{1.2.3} . \alpha^3 t^6 + \text{&c.}}{t - \frac{\alpha t^3}{1.2} + \frac{\alpha^2 t^5}{1.2.3} - \frac{\alpha^3 t^7}{1.2.3.4} + \text{&c.}};$$

ce qui donne l'équation générale

$$0 = 2i . q^{(i)} - \frac{(2i-3)}{1.2} . q^{(i-1)} + \frac{(2i-6)}{1.2.3} . q^{(i-2)} - \frac{(2i-9)}{1.2.3.4} . q^{(i-3)} + \frac{(2i-12)}{1.2.3.4.5} . q^{(i-4)} - \text{&c.}$$

$q^{(0)}$ étant égal à l'unité. Si l'on fait ſucceſſivement dans cette équation, $i = 1$, $i = 2$, $i = 3$, &c. on formera autant d'équations, au moyen deſquelles il ſera facile de déterminer les coéfficiens $q^{(1)}$, $q^{(2)}$, $q^{(3)}$, &c. Cela poſé, on aura

$$\int \partial u . (1 - uu)^{s-\frac{1}{2}} = \alpha^{\frac{1}{2}} . \int \partial t . e^{-t^2} . \left\{ 1 + 3\alpha q^{(1)} . t^2 + 5\alpha^2 . q^{(2)} . t^4 + 7\alpha^3 . q^{(3)} . t^6 + \text{&c.} \right\}.$$

L'intégrale relative à u doit être priſe depuis $u = 0$ juſqu'à $u = 1$; ainſi, $-\alpha t^2$ étant égal à $\log . (1 - uu)$, l'intégrale

l'intégrale relative à t doit être prise depuis $t = 0$ jusqu'à $t = \infty$; or on a dans ce cas

$$\int t^{2r}.\partial t.e^{-t^2} = \frac{1.3.5...(2r-1)}{2^r}.\int \partial t.e^{-t^2} = \frac{1.3.5...(2r-1)}{2^{r+1}}.\sqrt{(\pi)};$$

donc

$$\int \partial u.(1-uu)^{s-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}.\sqrt{(\alpha\pi)}.$$
$$\left\{1+\frac{1.3}{2}.\alpha.q^{(1)}+\frac{1.3.5}{2^2}.\alpha^2.q^{(2)}+\frac{1.3.5.7}{2^3}.\alpha^3.q^{(3)}+\&c.\right\}$$

& par conséquent,

$$y_s = A.2^{2s}.\sqrt{(\alpha\pi)}.\left\{1+\frac{1.3}{2}.\alpha.q+\frac{1.3.5}{2^2}.\alpha^2.q^{(2)}+\&c.\right\}$$

Maintenant, si s est un nombre entier positif, l'intégrale de l'équation proposée

$$0 = (2+4s).y_s-(s+1).y_{s+1},$$

est

$$y_s = \frac{y_1}{2}.\frac{(s+1).(s+2)....2s}{1.2.3.....s};$$

mais l'équation $y_s = A.2^{2s+1}.\int \partial u.(1-uu)^{s-\frac{1}{2}}$ donne $y_1 = 8A.\int \partial u.(1-uu)^{\frac{1}{2}} = 2A.\pi$, d'où l'on tire $A = \frac{y_1}{2\pi}$; en comparant donc les deux valeurs précédentes de y_s, on aura

$$\frac{2^{2s}}{\sqrt{[(s-\frac{1}{2}).\pi]}}.\left\{1+\frac{1.3}{2}\alpha.q^{(1)}+\frac{1.3.5}{2^2}.\alpha^2.q^{(2)}\right.$$
$$\left.+\frac{1.3.5.7}{2^3}.\alpha^3.q^{(3)}+\&c.\right\}$$
$$= \frac{(s+1).(s+2).(s+3)....2s}{1.2.3.....s}.$$

Cette dernière quantité est le terme moyen du binome $(1+1)^{2s}$; la formule précédente donnera donc ce terme, par une suite très-convergente, lorsque s sera un

grand nombre. Il ſuit de-là, que le rapport du terme moyen du binome $(1 + 1)^{2s}$, à la ſomme de tous ſes termes, eſt égal à

$$\frac{1}{\sqrt{[(s - \frac{1}{2}).\pi]}} \cdot \{1 + \frac{1.3}{2} \cdot \alpha q^{(1)} + \&c.\}$$

& par conſéquent, lorſque s eſt très-conſidérable, ce rapport eſt à très-peu-près égal à $\frac{1}{\sqrt{(s\pi)}}$.

XXIII.

On peut parvenir plus ſimplement aux réſultats précédens, de la manière ſuivante : pour cela, nommons y_s le terme moyen du binome $(1 + 1)^{2s}$; il eſt viſible que ce terme eſt égal au terme indépendant de $e^{\varpi\sqrt{(-1)}}$, dans le développement du binome $\left[e^{\varpi\sqrt{(-1)}} + e^{-\varpi\sqrt{(-1)}}\right]^{2s}$; or, ſi l'on multiplie ce binome par $\partial\varpi$, & que l'on en prenne enſuite l'intégrale depuis $\varpi = 0$ juſqu'à $\varpi = 180^d$, il eſt clair que cette intégrale ſera égale à $\pi . y_s$; on aura donc, en ſubſtituant $2 . \text{cof. } \varpi$, au lieu de $e^{\varpi\sqrt{(-1)}} + e^{-\varpi\sqrt{(-1)}}$,

$$y_s = \frac{2^{2s}}{\pi} \cdot \int \partial\varpi . (\text{cof. } \varpi)^{2s}.$$

Cette intégrale priſe depuis $\varpi = 0$ juſqu'à $\varpi = 180^d$, eſt évidemment le double de cette même intégrale priſe depuis $\varpi = 0$ juſqu'à $\varpi = 90^d$, ce qui donne

$$y_s = \frac{2^{2s+1}}{\pi} \cdot \int \partial\varpi . (\text{cof. } \varpi)^{2s},$$

cette dernière intégrale étant priſe depuis $\varpi = 0$ juſqu'à $\varpi = 90^d$: ſi l'on y ſuppoſe ſin. $\varpi = u$, on aura

$$y_s = \frac{2^{2s+1}}{\pi} \cdot \int \partial u . (1 - uu)^{s - \frac{1}{2}},$$

l'intégrale étant priſe depuis $u = 0$ juſqu'à $u = 1$, ce qui eſt conforme à ce que nous avons trouvé dans le *numéro précédent.*

Cette méthode a l'avantage de s'étendre à la détermination du terme moyen du trinome $(1 + 1 + 1)^s$, de celui du quadrinome $(1 + 1 + 1 + 1)^{2s}$, & ainſi de ſuite. Conſidérons le trinome $(1 + 1 + 1)^s$, & nommons y_s ſon terme moyen; y_s ſera égal au terme indépendant de $e^{\varpi\sqrt{(-1)}}$, dans le développement du trinome

$$\left[e^{\varpi\sqrt{(-1)}} + 1 + e^{-\varpi\sqrt{(-1)}}\right]^s;$$

on aura conſéquemment

$$y_s = \frac{1}{\pi} \cdot \int \partial\varpi \cdot (2 \cdot \text{cof. } \varpi + 1)^s$$

l'intégrale étant priſe depuis $\varpi = 0$, juſqu'à $\varpi = \pi$. La condition du *maximum* de la fonction $(2 \cdot \cos. \varpi + 1)^s$ donne $\text{ſin. } \varpi = 0$, en ſorte que les deux limites $\varpi = 0$ & $\varpi = \pi$, répondent aux deux *maxima* de cette fonction; on partagera donc l'intégrale précédente en deux autres,

$$\int \partial\varpi \cdot (2 \text{ cof. } \varpi + 1)^s \text{ \& } (-1)^s \cdot \int \partial\varpi \, (2 \text{ cof. } \varpi - 1)^s,$$

la première de ces deux intégrales étant priſe depuis $\varpi = 0$ juſqu'à la valeur de ϖ, qui rend nulle la quantité $2 \text{ cof. } 2\varpi + 1$; & la ſeconde intégrale étant priſe depuis $\varpi = 0$, juſqu'à la valeur de ϖ qui rend nulle la quantité $2 \text{ cof. } \varpi - 1$.

Pour obtenir la première intégrale en ſérie convergente, on fera

$$(2 \cdot \text{cof. } \varpi + 1)^s = 3^s \cdot e^{-t^2};$$

& en ſuppoſant $\alpha = \frac{1}{s}$, on aura

$$3 - \varpi^2 + \frac{\varpi^4}{12} - \text{\&c.} = 3 - 3\alpha t^2 + \frac{3 \cdot \alpha^2 t^4}{2} - \text{\&c.}$$

d'où l'on tire par le retour des ſuites,

$$\varpi = \alpha^{\frac{1}{2}} \cdot t \cdot \sqrt{(3)} \cdot \left(1 - \frac{\alpha t^2}{8} + \text{\&c.}\right);$$

partant,

$$\int \partial\varpi . (2 . \text{cof. } \varpi + 1)^s = \alpha^{\frac{1}{2}} . 3^{s+\frac{1}{2}} . \int \partial t . e^{-t^2} . (1 - \tfrac{3}{8} . \alpha t^2 + \&c.).$$

L'intégrale relative à t, devant être prise depuis $t = 0$ jusqu'à $t = \infty$, on aura

$$\int \partial\varpi . (2 . \text{cof. } \varpi + 1)^s = \frac{\alpha^{\frac{1}{2}} . 3^{s+\frac{1}{2}} . \sqrt{(\pi)}}{2} . (1 - \tfrac{3\alpha}{16} + \&c.).$$

on trouvera de la même manière

$$\int \partial\varpi . (2 . \text{cof. } \varpi - 1)^s = \frac{\alpha^{\frac{1}{2}} . \sqrt{(\pi)}}{2} . (1 - \tfrac{5\alpha}{16} + \&c.).$$

On aura donc

$$y_s = \frac{3^{s+\frac{1}{2}}}{2 . \sqrt{(s\pi)}} . (1 - \tfrac{3\alpha}{16} + \&c.);$$
$$+ \frac{(-1)^s}{2 . \sqrt{(s\pi)}} . (1 - \tfrac{5\alpha}{16} + \&c.).$$

s étant un très-grand nombre, cette quantité se réduit à très-peu-près à $\frac{3^{s+\frac{1}{2}}}{2\sqrt{(s\pi)}}$; le rapport du terme moyen du trinome $(1 + 1 + 1)^s$, à la somme de tous les termes, est donc alors à très-peu-près égal à $\frac{\sqrt{(3)}}{2\sqrt{(s\pi)}}$.

On pourra déterminer de la même manière, le terme moyen du polynome $1 + 1 + 1 + 1 + 1 + \&c.$ élevé à une très-grande puissance; nous nous contenterons de présenter ici le premier terme de sa valeur en série, auquel il se réduit lorsque l'exposant de la puissance est infini.

Si le polynome est composé d'un nombre de termes, pair & égal à $2n$, il n'aura de terme moyen qu'autant que la puissance à laquelle il est élevé, sera paire; soit $2s$, cette puissance, & y_s le terme moyen du polynome élevé à cette

puiſſance; on aura à très-peu-près, en ſuppoſant n plus grand que l'unité,

$$y_s = \frac{(2n)^{2s}\cdot\sqrt{(3)}}{\sqrt{[(2n+1)\cdot(n+1)\cdot 2s\cdot\pi]}};$$

le rapport de ce terme à la ſomme de tous les termes, ſera conſéquemment à très-peu-près égal à

$$\frac{\sqrt{(3)}}{\sqrt{[(2n+1)\cdot(n+1)\cdot 2s\pi]}}.$$

Si le polynome eſt compoſé d'un nombre de termes, impair & égal à $2n+1$; en nommant s, la puiſſance à laquelle il eſt élevé, & y_s, ſon terme moyen, on aura à très-peu-près,

$$y_s = \frac{(2n+1)^s\cdot\sqrt{(3)}}{\sqrt{[n\cdot(n+1)\cdot 2s\pi]}};$$

ainſi, le rapport de ce terme à la ſomme de tous les termes du polynome, eſt dans ce cas, à très-peu-près égal à $\frac{\sqrt{(3)}}{\sqrt{[n\cdot(n+1)\cdot 2s\pi]}}$.

XXIV.

Proposons-nous maintenant de déterminer par approximation, les termes fort éloignés du développement d'une fonction quelconque de u. En repréſentant cette fonction développée, par la ſérie ſuivante,

$$y_0 + y_1\cdot u + y_2\cdot u^2 + y_3\cdot u^3 \ldots + y_s\cdot u^s + y_{s+1}\cdot u^{s+1} + \&c,$$

on cherchera la loi qui exiſte entre les coéfficiens y_s, y_{s-1}, y_{s-2}, &c; & ſi cette loi peut être exprimée par une équation linéaire aux différences finies ou infiniment petites, dont les coéfficiens ſoient des fonctions rationnelles & entières de s, on aura, par l'*article II*, la valeur de y_s en ſérie très-convergente, lorſque s ſera un grand nombre.

Suppoſons, par exemple, que la fonction propoſée ſoit

$(a + bu + cu^2 + hu^3 + \&c.)^\mu$; en prenant les différences logarithmiques des deux membres de l'équation

$$(a + bu + cu^2 + hu^3 + \&c.)^\mu = y_0 + y_1.u + y_2.u^2 + \&c... + y_s.u^s + \&c,$$

on aura

$$\frac{\mu.(b + 2cu + 3hu^2 + \&c.)}{a + bu + cu^2 + hu^3 + \&c.} = \frac{y_1 + 2y_2.u + \&c... + s.y_s.u^{s-1} + \&c.}{y_0 + y_1.u + y_2.u^2 + \&c.... + y_s.u^s + \&c.}.$$

Si l'on délivre cette équation de fractions, & que l'on égale à zéro les coéfficiens des puiſſances ſemblables de u, on aura l'équation générale

$$0 = a.s.y_s + b.(s - 1 - \mu).y_{s-1} + c.(s - 2 - 2\mu).y_{s-2} + \&c.$$

ſi l'on y ſuppoſe $y_s = \int x^{s-1}.\varphi\partial x$, & que l'on déſigne x^{s-1} par $\partial\Lambda y$, on aura

$$0 = \int\varphi\partial x.\left\{\begin{array}{l} (a - \frac{\mu b}{x} - (2\mu + 1).\frac{c}{x} - \&c.) \\ + \frac{\partial\Lambda y}{\partial x}.(ax + b + \frac{c}{x} + \&c.) \end{array}\right\}$$

d'où l'on tire les deux équations

$$0 = \varphi\partial x.\{a - \frac{\mu b}{x} - (2\mu + 1).\frac{c}{x^2} - \&c.\} - \partial.\{\varphi.(ax + b + \frac{c}{x} + \&c.)\};$$

$$0 = x^s.\varphi.(a + \frac{b}{x} + \frac{c}{x^2} + \&c.).$$

La première donne en l'intégrant,

$$\varphi = A.(a + \frac{b}{x} + \frac{c}{x^2} + \frac{h}{x^3} + \&c.)^\mu,$$

en ſorte que l'on aura φ, en changeant dans la fonction

propoſée, u dans $\frac{1}{x}$, & en la multipliant par une conſtante arbitraire A, ce qui eſt généralement vrai, quelle que ſoit cette fonction.

La ſeconde équation deviendra

$$0 = x^s.\left(a + \frac{b}{x} + \frac{c}{x^2} + \frac{h}{x^3} + \&c.\right)^{\mu+1};$$

d'où il ſuit que les limites de l'intégrale $\int x^{s-1}.\varphi\partial x$, ſont $x = 0$ & x égal à l'une quelconque des racines de l'équation

$$0 = a + \frac{b}{x} + \frac{c}{x^2} + \&c.$$

Le nombre de ces racines étant égal au degré de l'équation différentielle

$$0 = a.s.y_s + b.(s - 1 - \mu).y_{s-1} + \&c,$$

on aura autant de valeurs particulières de y_s, qu'il y a d'unités dans ce degré, & leur ſomme ſera l'expreſſion complète de cette variable.

Cette méthode peut ſervir encore à déterminer les différences infiniment petites très-élevées, de la fonction $\left(a + bz + cz^2 + hz^3 + \&c.\right)^{\mu}$, priſes relativement à z; car ſi l'on nomme s le degré de cette différence, on aura

$$\frac{\partial^s.(a+bz+cz^2+hz^3+\&c.)^{\mu}}{\partial z^s} = \frac{\partial^s.[a+b.(z+u)+c.(z+u)^2+h.(z+u)^3+\&c.]^{\mu}}{\partial u^s},$$

pourvu que l'on ſuppoſe $u = 0$, après les différentiations dans le ſecond membre de cette équation. Maintenant, ſi l'on déſigne par y_s, le coéfficient de u^s, dans le développement de $[a + b.(z + u) + c.(z + u)^2 + \&c.]^{\mu}$, le ſecond membre de l'équation précédente, ſera évidemment égal à $1.2.3.....s.y_s$; on aura donc

$$\frac{\partial^s.(a+bz+cz^2+hz^3+\&c.)^{\mu}}{\partial z^s} = 1.2.3.....s.y_s.$$

s étant un très-grand nombre, on aura par le *n.° 19*, le produit $1.2.3.\ldots\ldots s$, en série très-convergente; on a d'ailleurs, par ce qui précède,

$$y_s = A.\int x^{s-1}.\partial x.\left[a + b\left(z + \frac{1}{x}\right) + c.\left(z + \frac{1}{x}\right)^2 + h.\left(z + \frac{1}{x}\right)^3 + \&c.\right]^{\mu};$$

en prenant autant de termes semblables, qu'il y a d'unités dans le degré de la fonction $a + bz + cz^2 +$ &c; & en les intégrant depuis $x = 0$ jusqu'à x, successivement égal aux différentes racines de l'équation

$$0 = a + b.\left(z + \frac{1}{x}\right) + c.\left(z + \frac{1}{x}\right)^2 + \&c.$$

On aura facilement ces intégrales en séries convergentes, par la méthode de l'*article I.*

Déterminons par cette méthode, la différence $(s+1)^{\text{ième}}$ de l'angle dont z est le sinus; si l'on nomme θ cet angle, on aura $\frac{\partial\theta}{\partial z} = \frac{1}{\sqrt{(1-z^2)}}$; partant

$$\frac{\partial^{s+1}.\theta}{\partial z^{s+1}} = \frac{\partial^s.(1-z^2)^{-\frac{1}{2}}}{\partial z^s};$$

en développant cette différence, on a

$$\frac{\partial^{s+1}.\theta}{\partial z^{s+1}} = \frac{1.2.3.\ldots.s}{(1-z^2)^{s+\frac{1}{2}}}.\left\{\begin{array}{l} z^s + \frac{1}{2}.\frac{s.(s-1)}{1.2}.z^{s-2} + \frac{1.3}{2.4} \\ .\frac{s.(s-1).(s-2).(s-3)}{1.2.3.4}.z^{s-4} + \frac{1.3.5}{2.4.6} \\ .\frac{s.(s-1).(s-2).(s-3).(s-4).(s-5)}{1.2.3.4.5.6} \\ .z^{s-6} + \&c. \end{array}\right\}$$

La loi de cette expression est facile à saisir; mais le calcul en seroit impraticable, si s étoit un grand nombre tel que dix mille. Pour avoir dans ce cas, sa valeur par une suite très-convergente,

très-convergente, nommons y_s le coéfficient de u^s, dans le développement de la fonction $[1 - (z + u)^2]^{-\frac{1}{2}}$; on aura

$$\frac{\partial^s . (1 - z^2)^{-\frac{1}{2}}}{\partial z^s} = 1 . 2 . 3 . \ldots . s . y_s ;$$

on a d'ailleurs par le *numéro précédent*,

$$y_s = A . \int x^{s-1} \partial x . [1 - (z + \tfrac{1}{x})^2]^{-\frac{1}{2}} + A' . \int x^{s-1} . \partial x . [1 - (z + \tfrac{1}{x})^2]^{-\frac{1}{2}} ;$$

la première intégrale étant prise depuis $x = 0$, jusqu'à l'une des valeurs de x, qui rendent nulle la fonction $[1 - (z + \frac{1}{x})^2]^{-\frac{1}{2}}$; & la seconde intégrale étant prise depuis $x = 0$, jusqu'à l'autre valeur de x, qui rend cette même fonction nulle. Ces deux valeurs sont $x = -\frac{1}{1+z}$, & $x = \frac{1}{1-z}$; en supposant donc $x = \frac{z + \text{cos.}\varpi}{1 - z^2}$, on transformera l'expression précédente de y_s dans celle-ci,

$$y_s = \frac{B}{(1-z^2)^s} . \int \partial\varpi . (z + \text{cos.}\varpi)^s + \frac{B'}{(1-z^2)^s} . \int \partial\varpi . (z + \text{cos.}\varpi)^s ;$$

la première intégrale étant prise depuis $\varpi = 0$, jusqu'à la valeur de ϖ, dont le cosinus est $-z$; & la seconde intégrale étant prise depuis cette valeur jusqu'à $\varpi = \pi$. Pour déterminer les deux arbitraires B & B', on observera que

$$y_0 = \frac{1}{\sqrt{(1 - z^2)}} = B . \int \partial\varpi + B' . \int \partial\varpi ,$$

$$y_1 = \frac{z}{(1 - z^2)^{\frac{1}{2}}} = \frac{B}{1 - z^2} . \int \partial\varpi . (z + \text{cos.}\varpi) + \frac{B'}{1 - z^2} . \int \partial\varpi . (z + \text{cos.}\varpi) ;$$

d'où il est facile de conclure

$$B = B' = \frac{1}{\pi . \sqrt{(1 - z^2)}} ;$$

partant

$$y_s = \frac{1}{\pi.(1-z^2)^{s+\frac{1}{2}}}.\left[\int \partial\varpi.(z + \text{cos.}\varpi)^s + (-1)^s.\int\partial\varpi.(\text{cos.}\varpi - z)^s\right];$$

la première intégrale étant prise depuis $\varpi = 0$, jusqu'à $z + \text{cos.}\varpi = 0$; & la seconde intégrale étant prise depuis $\varpi = 0$, jusqu'à $z - \text{cos.}\varpi = 0$. Soit $\frac{1}{s} = \alpha$,

$$\& (z + \text{cos.}\varpi)^s = (1+z)^s.e^{-t^2};$$

on aura

$$\varpi = \alpha^{\frac{1}{2}}.t.\sqrt{[2.(1+z)]}.\left\{1 - \frac{\alpha(2-z)}{12}.t^2 + \&c.\right\};$$

d'où il est facile de conclure

$$\int\partial\varpi.(z+\text{cos.}\varpi)^s = \frac{\alpha^{\frac{s}{2}}.(1+z)^{s+\frac{1}{2}}.\sqrt{(2\pi)}}{2}.\left[1 - \frac{\alpha(2-z)}{8} + \&c.\right].$$

En changeant z dans $-z$, on aura

$$\int\partial\varpi.(\text{cos.}\varpi - z)^s = \frac{\alpha^{\frac{1}{2}}.(1-z)^{s+\frac{1}{2}}.\sqrt{(2\pi)}}{2}.\left[1 - \frac{\alpha(2+z)}{8} + \&c.\right];$$

partant,

$$y_s = \frac{1}{(1-z)^{s+\frac{1}{2}}.\sqrt{(2s\pi)}}.\left[1 - \frac{\alpha(2-z)}{8} + \&c.\right] + \frac{(-1)^s}{(1+z)^{s+\frac{1}{2}}.\sqrt{(2s\pi)}}.\left[1 - \frac{\alpha(2+z)}{8} + \&c.\right].$$

En multipliant cette valeur par le produit $1.2.3....s$, qui, par le *n.° 19*, est égal à

$$s^{s+\frac{1}{2}}.e^{-s}.\sqrt{(2\pi)}.\left(1 + \frac{\alpha}{12} + \&c.\right),$$

on aura la valeur en série, de $\frac{\partial^{s+1}.\theta}{\partial z^{s+1}}$, & l'on trouvera

que s étant fort grand, cette valeur ſe réduit à très-peu-près à $\frac{s^s \cdot e^{-s}}{(1-z)^{s+\frac{1}{2}}}$. Il eſt remarquable que l'expreſſion que nous avons donnée ci-deſſus de cette différence, & qui devient très-compoſée lorſque s eſt un grand nombre, ſe réduiſe alors à une valeur approchée auſſi ſimple.

XXV.

VOICI maintenant une méthode générale pour avoir en ſéries convergentes, les différences & les intégrales fort élevées, ſoit finies, ſoit infiniment petites d'une fonction y_s. On commencera par réduire cette fonction, à des termes de l'une ou de l'autre de ces deux formes, $A \cdot \int x^s \cdot \varphi \partial x$, $A \cdot \int e^{-sx} \cdot \varphi \partial x$; on obſervera enſuite que la différence infiniment petite $n.^{ième}$ de $A \cdot \int x^s \cdot \varphi \partial x$, eſt $A \cdot \int x^s \cdot \partial s^n \cdot \varphi \partial x \cdot (\log. x)^n$, & que ſa différence finie $n.^{ième}$, eſt $A \cdot \int x^s \cdot \varphi \partial x \cdot (x - 1)^n$; on aura donc

$$\frac{\partial^n \cdot y_s}{\partial s^n} = A \cdot \int x^s \cdot \varphi \partial x \cdot (\log. x)^n + \&c.$$

$$\Delta^n \cdot y_s = A \cdot \int x^s \cdot \varphi \partial x \cdot (x - 1)^n + \&c;$$

le ſigne + étant relatif aux autres termes de la forme $A \cdot \int x^s \cdot \varphi \partial x$, qui peuvent entrer dans l'expreſſion de y_s. Si l'on fait uſage de la forme $A \int e^{-sx} \cdot \varphi \partial x$, on aura

$$\frac{\partial^n \cdot y_s}{\partial s^n} = (-1)^n \cdot A \cdot \int x^n \cdot \varphi \partial x \cdot e^{-sx} + \&c.$$

$$\Delta^n \cdot y_s = A \cdot \int \varphi \partial x \cdot e^{-sx} \cdot (e^{-x} - 1)^n + \&c.$$

Pour avoir les intégrales n.^{ièmes}, ſoit finies, ſoit infiniment petites de y_s, il ſuffira de faire n négatif dans ces expreſſions; on peut obſerver qu'elles ſont généralement vraies quelle que ſoit n, en le ſuppoſant même fractionnaire; en ſorte qu'elles offrent un moyen très-ſimple d'interpoler les différences & les intégrales des fonctions.

Comme on eſt principalement conduit dans l'analyſe des haſards, à des expreſſions qui ne ſont que les différences finies très-élevées des fonctions, ou une partie quelconque de ces différences, nous allons y appliquer la méthode précédente, & déterminer leur valeur en ſéries convergentes.

XXVI.

CONSIDÉRONS d'abord la fonction $\frac{1}{s^i}$; en la déſignant par y_s, elle ſera déterminée par l'équation aux différences infiniment petites,

$$0 = s.\frac{\partial y_s}{\partial s} + i.y_s.$$

Si l'on ſuppoſe dans cette équation,

$$y_s = \int e^{-sx}.\varphi\partial x, \quad \& \quad e^{-sx} = \delta y,$$

elle deviendra

$$0 = \int\varphi\partial x.(i\delta y + x.\frac{\partial\delta y}{\partial x});$$

d'où l'on tire les deux équations,

$$0 = i\varphi - \frac{\partial.(x\varphi)}{\partial x}, \quad 0 = x.\varphi.\delta y.$$

La première donne en l'intégrant, $\varphi = A.x^{i-1}$, & la ſeconde donne pour les limites de l'intégrale $\int e^{-sx}.\varphi\partial x$, $x = 0$ & $x = \infty$; on aura donc ainſi

$$\frac{1}{s^i} = A.\int x^{i-1}.\partial x.e^{-sx}.$$

Pour déterminer la conſtante arbitraire A, nous obſerverons que s étant 1, le premier membre de cette équation ſe réduit à l'unité, ce qui donne $A = \frac{1}{\int x^{i-1}\partial x.e^{-x}}$; partant,

$$\frac{1}{s^i} = \frac{\int x^{i-1}.\partial x.e^{-sx}}{\int x^{i-1}.\partial x.e^{-x}};$$

on aura donc

$$\Delta^n . \frac{1}{s^i} = \frac{\int x^{i-1} . \partial x . e^{-sx} . (e^{-x} - 1)^n}{\int x^{i-1} . \partial x . e^{-x}} ; \quad (\mu)$$

les intégrales du numérateur & du dénominateur étant prises depuis $x = 0$ jusqu'à $x = \infty$. La considération de cette formule va nous fournir quelques remarques intéressantes sur cette analyse.

Pour la développer en série, supposons

$$x^{i-1} . e^{-sx} . (e^{-x} - 1)^n = a^{i-1} . e^{-sa} . (e^{-a} - 1)^n . e^{-t^2},$$

a étant la valeur de x qui répond au *maximum* du premier membre de cette équation: Si l'on fait $x = a + \theta$, on aura, en prenant les logarithmes de chaque membre, & en développant le logarithme du premier dans une suite ordonnée par rapport aux puissances de θ,

$$h . \theta^2 + h^{\text{II}} . \theta^3 + h^{\text{III}} . \theta^4 + \&c. = t^2,$$

les quantités a, h, h^{II}, h^{III}, &c. étant données par les équations suivantes,

$$0 = \frac{i-1}{a} - s - \frac{n . e^{-a}}{e^{-a} - 1} ;$$

$$h = \frac{i-1}{2a^2} - \frac{n}{2} . \left(\frac{e^{-a}}{e^{-a}-1}\right) + \frac{n}{2} \left(\frac{e^{-a}}{e^{-a}-1}\right)^2 ;$$

$$h^{\text{II}} = -\frac{(i-1)}{3a^3} + \frac{n}{6} . \left(\frac{e^{-a}}{e^{-a}-1}\right) - \frac{n}{2} . \left(\frac{e^{-a}}{e^{-a}-1}\right)^2 + \frac{n}{3} . \left(\frac{e^{-a}}{e^{-a}-1}\right)^3 ;$$

$$h^{\text{III}} = \frac{i-1}{4.a^4} - \frac{n}{24} . \left(\frac{e^{-a}}{e^{-a}-1}\right) + \frac{7n}{24} . \left(\frac{e^{-a}}{e^{-a}-1}\right)^2 - \frac{n}{2} . \left(\frac{e^{-a}}{e^{-a}-1}\right)^3 + \frac{n}{4} . \left(\frac{e^{-a}}{e^{-a}-1}\right)^4 ;$$

&c.

On aura donc, par le retour des ſuites,

$$\theta = \frac{t}{\sqrt{(h)}} \cdot \left\{ 1 - \frac{h^{1}.t}{2h.\sqrt{(h)}} + \frac{5h^{1^2} - 4h.h^{11}}{8.h^3} \cdot t^2 + \&c. \right\}$$

& cette ſuite ſera d'autant plus convergente que l'un des nombres n ou i, ſera plus conſidérable. En ſubſtituant cette valeur de θ dans la fonction $\int \partial\theta . e^{-t^2}$, & en prenant l'intégrale depuis $t = -\infty$ juſqu'à $t = \infty$, on aura

$$\int x^{i-1} . \partial x . e^{-sx} . (e^{-x} - 1)^n = a^{i-1} . e^{-sa} . (e^{-a} - 1)^n \cdot \frac{\sqrt{(\pi)}}{\sqrt{(h)}} \cdot \left(1 + \frac{15h^{1^2} - 12hh^{11}}{16h^3} + \&c.\right);$$

on a d'ailleurs $\int x^{i-1} \partial x . e^{-x} = \frac{1}{i} . \int x^i \partial x . e^{-x}$, & par le *n.° 19*.

$$\int x^i . \partial x . e^{-x} = i^{i+\frac{1}{2}} . e^{-i} . \sqrt{(2\pi)} . \left(1 + \frac{1}{12i} + \&c.\right);$$

en diviſant donc l'une par l'autre, les deux valeurs de $\int x^{i-1} . \partial x . e^{-sx} . (e^{-x} - 1)^n$, & de $\int x^{i-1} . \partial x . e^{-x}$, on aura

$$\Delta^n . \frac{1}{s^i} = \frac{\left(\frac{a}{i}\right)^{i-1} . e^{i-sa} . (e^{-a} - 1)^n}{\sqrt{(2hi)}} \cdot \left\{ \begin{array}{l} 1 + \frac{15.h^{1^2} - 12.hh^{11}}{16.h^3} \\ + \&c. \\ - \frac{1}{12i} + \&c. \end{array} \right\}.$$

XXVII.

POUR avoir la différence finie $n^{ième}$ de la puiſſance poſitive s^i, il ſuffit, *n.° 16*, de changer dans cette équation i dans $-i$,

& l'on aura

$$\left.\begin{aligned}\Delta^n . s^i &= (s+n)^i - n.(s+n-1)^i \\ &+ \frac{n.(n-1)}{1.2}.(s+n-2)^i - \frac{n.(n-1).(n-2)}{1.2.3}.(s+n-3)^i + \&c. \\ &= \frac{\left(\frac{i}{a}\right)^{i+2}.e^{ia-i}.(e^a-1)^n}{\sqrt{\left[\frac{i.(i+1)}{a^2} - ni.\frac{e^a}{(e^a-1)^2}\right]}}.\left(1 + \frac{15.l'^2 - 12l''}{16.l^3} + \frac{1}{12.l} + \&c.\right)\end{aligned}\right\};\ (\mu')$$

a, l, l', l'', &c. étant donnés par les équations suivantes,

$$o = \frac{(i+1)}{a} - s - \frac{n.e^a}{e^a-1},$$

$$l = -\frac{(i+1)}{2a^2} - \frac{n}{2}.\left(\frac{e^a}{e^a-1}\right) + \frac{n}{2}.\left(\frac{e^a}{e^a-1}\right)^2,$$

$$l' = -\frac{(i+1)}{3a^3} + \frac{n}{6}.\left(\frac{e^a}{e^a-1}\right) - \frac{n}{2}.\left(\frac{e^a}{e^a-1}\right)^2 + \frac{n}{3}.\left(\frac{e^a}{e^a-1}\right)^3,$$

$$l'' = -\frac{(i+1)}{4a^4} - \frac{n}{24}.\left(\frac{e^a}{e^a-1}\right) + \frac{7n}{24}.\left(\frac{e^a}{e^a-1}\right)^2 - \frac{n}{2}.\left(\frac{e^a}{e^a-1}\right)^3 + \frac{n}{4}.\left(\frac{e^a}{e^a-1}\right)^4,$$

&c.

On arriveroit au même réſultat, en réſolvant directement, par la méthode du *n.° 15*, l'équation aux différences finies & infiniment petites,

$$o = \Delta^n.\left(iy_s - s.\frac{\partial y_s}{\partial s}\right),$$

ou celle-ci,

$$o = (s+n).\Delta.\frac{\partial y'_s}{\partial s} + n.\frac{\partial y'_s}{\partial s} - i.\Delta.y'_s,$$

dans laquelle $y'_s = \Delta^{n-1}.y_s$.

Suppoſons $i + 1$ aſſez grand relativement à $n + s$, pour que $e^{\frac{i+1}{n+s}}$ ſoit du même ordre que i; l'équation

$$0 = \frac{i+1}{a} - s - \frac{ne^a}{e^a - 1},$$

donnera à très-peu-près

$$a = \frac{i+1}{n+s} \cdot \left[1 - \frac{n}{n+s} \cdot e^{\frac{-i}{n+s}}\right];$$

& ſi pour abréger on fait $e^{\frac{-i}{n+s}} = q$, on trouvera en ne conſidérant que le premier terme de l'expreſſion de $\Delta^n . s^i$, & en faiſant toutes les réductions convenables, cette expreſſion fort ſimple,

$$\Delta^n . s^i = (n + s)^i . e^{-nq};$$

en ſorte que ſi i eſt infini relativement à $n + s$, ce qui donne $q = 0$, on aura $\Delta^n . s^i = (s + n)^i$; il eſt facile d'ailleurs de s'en aſſurer *à priori*, en conſidérant que la quantité $(s + n)^i - n.(s + n - 1)^i +$ &c. ſe réduit alors à ſon premier terme.

XXVIII.

La ſérie (μ^1) ceſſe d'être convergente, lorſque a eſt un très-petit nombre de l'ordre $\frac{1}{n}$; car alors il eſt viſible que les quantités l, l', l'', &c. formant une progreſſion croiſſante, chaque terme de la ſérie eſt du même ordre que celui qui le précède. Pour déterminer dans quel cas a eſt très-petit, reprenons l'équation

$$0 = \frac{i+1}{a} - s - \frac{n \cdot e^a}{e^a - 1};$$

on peut la transformer dans la ſuivante,

$$0 = \frac{i+1}{a} - s - \frac{n}{2} \cdot \left[1 + \frac{a}{2} +\text{ &c.}\right];$$

d'où

d'où l'on tire à très-peu-près, dans la ſuppoſition de a peu conſidérable, $a = \frac{i + 1 - n}{s + \frac{n}{2}}$; ainſi a ſera très-petit, toutes les fois que la différence $i - n$ ſera peu conſidérable relativement à $s + \frac{n}{2}$; dans ce cas, on déterminera $\Delta^n . s^i$, par la méthode ſuivante.

Reprenons l'équation

$$\Delta^n . s^i = \frac{\int \frac{\partial x}{x^{i+1}} . e^{-sx} . (e^{-x} - 1)^n}{\int \frac{\partial x}{x^{i+1}} . e^{-x}},$$

dans laquelle ſe change la formule (μ) du $n.^o$ 26, lorſqu'on y fait i négatif & égal à $-i$; on peut mettre le facteur $(e^{-x} - 1)^n$, ſous cette forme

$$e^{-\frac{nx}{2}} . (e^{-\frac{x}{2}} - e^{+\frac{x}{2}})^n = (-1)^n . e^{-\frac{nx}{2}} . x^n$$
$$. \left[1 + \frac{1}{1.2.3} . \frac{x^2}{2^2} + \frac{1}{1.2.3.4.5} . \frac{x^4}{2^4} + \text{&c.}\right]^n$$
$$= (-1)^n . e^{-\frac{nx}{2}} . x^n . \left[1 + \frac{nx^2}{24} + \frac{n.(5n-2)}{15.16.24} . x^4 + \text{&c.}\right];$$

on aura donc

$$\int \frac{\partial x}{x^{i+1}} . e^{-sx} . (e^{-x} - 1)^n = (-1)^n . \int \frac{\partial x}{x^{i+1-n}}$$
$$. e^{-(s+\frac{n}{2}).x} . \left[1 + \frac{nx^2}{24} + \text{&c.}\right].$$

Si l'on fait $(s + \frac{n}{2}) . x = x^2$, on aura généralement

$$\int \frac{\partial x}{x^r} . e^{-(s+\frac{n}{2})x} = (s + \frac{n}{2})^{r-1} . \int \frac{\partial x^2 . e^{-x^2}}{x^{2r}};$$

& par le *numéro 20*, on a

$$\int \frac{\partial x^r . e^{-x^r}}{x^{r^r}} = \frac{2\pi . (-1)^{r-\frac{r}{2}}}{\int x^{r^r-1} . \partial x^r . e^{-x^r}} = \frac{2\pi . (-1)^{r-\frac{r}{2}}}{(r-1).(r-2).(r-3).\&c.};$$

partant, on aura

$$\Delta^n . s^i = (i-n+1).(i-n+2)...i.(s+\tfrac{n}{2})^{i-n} . \left\{ \begin{array}{l} 1 + (i-n).(i-n-1) \\ \quad \times \frac{n}{24.(s+\frac{n}{2})^2} \\ + (i-n).(i-n-1) \\ \quad \times (i-n-2) \\ \quad \times (i-n-3) \\ \quad \times \frac{n.(5n-2)}{15.16.24.(s+\frac{n}{2})^4} \\ + \&c. \end{array} \right\}; (\mu'')$$

Cette série est très-convergente, si $i - n$ est peu considérable relativement à $s + \frac{n}{2}$; elle peut d'ailleurs être employée dans le cas où i est fractionnaire : quant au produit $(i - n + 1).(i - n + 2)..... i$, il sera facile de l'obtenir en série, par le *n.° 19*.

Dans le cas où $i = n$, la formule précédente donne $\Delta^n . s^i = 1.2.3.....i$, ce qui est conforme à ce que l'on sait d'ailleurs.

XXIX.

Les formules (μ') & (μ'') des deux *numéros précédens*, supposent n égal ou moindre que i; en effet, si l'on considère l'expression

$$\Delta^n . s^i = \frac{\int \frac{\partial x}{x^{i+1}} . e^{-sx} . (e^{-x}-1)^n}{\int \frac{\partial x}{x^{i+1}} . e^{-x}},$$

dont le développement a produit ces formules, on voit que les limites des intégrales du numérateur & du dénominateur, étant déterminées en égalant à zéro les quantités sous les signes $\int$, ces limites seront toutes imaginaires, lorsque $i + 1$ sera plus grand que n; au lieu que dans le cas où $i + 1$ sera moindre que n, les limites de l'intégrale du numérateur seront réelles, tandis que celles de l'intégrale du dénominateur seront imaginaires; il faut donc alors ramener ces dernières limites à l'état réel. Pour y parvenir, nous observerons que l'on a généralement

$$\int x^{i-1}.\partial x.e^{-x} = \frac{\int x^{i+r}.\partial x.e^{-x}}{i.(i+1).(i+2)\ldots(i+r)};$$

si l'on fait dans cette expression i négatif & égal à $-r-\frac{m}{n}$, m étant moindre que n, on aura

$$\int \frac{\partial x.e^{-x}}{x^{i+1}} = \frac{(-1)^{r+1}.\int x^{-\frac{m}{n}}.\partial x.e^{-x}}{\frac{m}{n}.(1+\frac{m}{n}).(2+\frac{m}{n})\ldots i}.$$

Or, on a par le $n.^{o}$ 19,

$$(1+\frac{m}{n}).(2+\frac{m}{n})\ldots i = \frac{\int x^{i}.\partial x.e^{-x}}{\int x^{\frac{m}{n}}.\partial x.e^{-x}};$$

partant

$$\int \frac{\partial x.e^{-x}}{x^{i+1}} = \frac{(-1)^{r+1}.n.\int x^{-\frac{m}{n}}.\partial x.e^{-x}.\int x^{\frac{m}{n}}.\partial x.e^{-x}}{m.\int x^{i}.\partial x.e^{-x}},$$

c'est l'expression de $\int \frac{\partial x.e^{-x}}{x^{i+1}}$, dont on doit faire usage dans le cas que nous examinons ici.

Si l'on fait $x = t^n$, on aura

$$\frac{n}{m}.\int x^{-\frac{m}{n}}.\partial x.e^{-x}.\int x^{\frac{m}{n}}.\partial x.e^{-x} = \frac{n^3}{m}.\int t^{n-m-1}.\partial t.e^{-t^n}.\int t^{n+m-1}\partial t.e^{-t^n}$$
$$= n^2.\int t^{n-m-1}.\partial t.e^{-t^n}.\int t^{m-1}.\partial t.e^{-t^n},$$

& l'équation *(T)* du *n.° 4*, donnera, en y changent r dans $m + 1$,

$$n^2.\int t^{m-1}.\partial t.e^{-t^n}.\int t^{n-m-1}.\partial t.e^{-t^n} = \frac{\pi}{\text{fin.}\frac{m\pi}{n}};$$

on aura donc

$$\int \frac{\partial x.e^{-x}}{x^{i+1}} = \frac{(-1)^{r+1}.\pi}{\text{fin.}\frac{m\pi}{n}.\int x^i.\partial x.e^{-x}};$$

d'où l'on tire, en ſubſtituant cette valeur dans l'expreſſion précédente de $\Delta^n.s^i$,

$$\Delta^n.s^i = (-1)^{r+r}.\frac{\text{fin.}\frac{m\pi}{n}}{\pi}.\int x^i.\partial x.e^{-x}.\int \frac{\partial x}{x^{i+1}}.e^{-sx}.(e^{-x}-1)^n; \quad (\mu^{111})$$

les deux intégrales étant priſes depuis $x = 0$ juſqu'à $x = \infty$. Si i eſt un très-grand nombre, on aura la première en ſérie convergente, par le *n.° 19*, & la méthode du *n.° 26* donnera la ſeconde dans une ſérie pareillement convergente, lorſque la différence $n - i$ ſera conſidérable; dans le cas où elle ſera peu conſidérable relativement à $s + \frac{n}{2}$, la méthode du *n.° 28* donnera pour l'expreſſion de $\Delta^n.s^i$, une ſuite convergente, analogue à la ſérie (μ^{11}). On peut obſerver que ſi i eſt un nombre entier, on aura $m = 0$: la formule (μ^{111}) donnera donc alors $\Delta^n.s^i = 0$, ce qui s'accorde avec ce que l'on ſait d'ailleurs.

Suppoſons $i = \frac{m}{n} = 0$, on aura $r = 0$,

$$\text{ſin.}\frac{m}{n}.\pi = \frac{m}{n}.\pi = i\pi, \& \Delta^n.s^i = \Delta^n.\left(\frac{s^i-1}{i}\right) = \Delta^n.\log.s;$$

la formule (μ^{111}) donnera donc

$$\Delta^n.\log.s = -\int \frac{e^{-ix}.\partial x}{x}.(e^{-x}-1)^n;$$

d'où il eſt aiſé de conclure, par le *n.° 26*,

$$\Delta^n.\log.s = \log.(s+n) - n.\log.(s+n-1) + \frac{n.(n-1)}{1.2}.\log.(s+n-2) - \&c.$$

$$= \frac{e^{ia}.(e^a-1)^n.\sqrt{(2\pi)}}{\sqrt{\left[\frac{na^2.e^a}{(e^a-1)^2}-1\right]}}.(1+\&c.)$$

a étant donné par l'équation

$$0 = \frac{1}{a} - s - \frac{ne^a}{e^a-1}.$$

XXX.

On peut étendre la méthode des *numéros précédens*, à la détermination de la différence $n^{ième}$ d'une puiſſance quelconque d'une fonction rationnelle de s; il ſuffit pour cela de réduire cette fonction à la forme $\int x^s.\varphi.\partial x$; or, en la déſignant par y_s, on aura entre y_s & ſa différence ∂y_s, une équation de cette forme, $\frac{\partial y_s}{\partial s} = M.y_s$, M étant une fonction rationnelle de s; en appliquant donc à cette équation les méthodes de l'*article II*, on aura φ, par une équation différentielle, d'un degré égal au plus haut expoſant de s dans M; cette dernière équation ne ſera généralement intégrable, que dans le cas où l'expoſant de s dans M ne ſurpaſſe pas l'unité; mais on aura dans tous les cas la différence finie $n^{ième}$ de y_s, au moyen des multiples intégrales, de la manière ſuivante.

Conſidérons la fonction $\frac{1}{(s+p)^i.(s+p')^{i'}.\&c.}$, à laquelle on peut ramener toutes les puiſſances des fonctions rationnelles de s, & leurs produits; les expoſans i, i', &c. pouvant être ſuppoſés négatifs. Si dans l'intégrale $\int x^{i-1}.\partial x.e^{-(s+p).x}$, priſe depuis $x = 0$ juſqu'à $x = \infty$, on ſuppoſe $(s+p).x = x'$; elle deviendra $\frac{1}{(s+p)^i}.\int x'^{i-1}.\partial x'.e^{-x'}$, l'intégrale relative à x', étant priſe pareillement depuis $x' = 0$ juſqu'à $x' = \infty$; en comparant ces deux intégrales, on aura

$$\frac{1}{(s+p)^i} = \frac{\int x^{i-1}.\partial x.e^{-(s+p).x}}{\int x^{i-1}.\partial x.e^{-x}};$$

les intégrales du numérateur & du dénominateur étant priſes depuis $x = 0$ juſqu'à $x = \infty$.

Il ſuit de-là que

$$\frac{1}{(s+p)^i.(s+p')^{i'}.\&c.} = \frac{\int x^{i-1}.x'^{i'-1}.\&c.\partial x.\partial x'.\&c.e^{-px-p'x'-\&c.-s(x+x'+\&c.)}}{\int x^{i-1}.x'^{i'-1}.\&c.\partial x.\partial x'.\&c.e^{-x-x'-\&c.}};$$

les intégrales relatives à x, x', &c. étant priſes depuis les valeurs nulles de ces variables juſqu'à leurs valeurs infinies; on aura donc

$$\Delta^n.\frac{1}{(s+p)^i.(s+p')^{i'}.\&c.} = \frac{\int x^{i-1}.x'^{i'-1}.\&c.\partial x.\partial x'.\&c.e^{-px-p'x'-\&c.-s(x+x'+\&c.)}.(e^{-x-x'-\&c.}-1)^n}{\int x^{i-1}.x'^{i'-1}.\&c.\partial x.\partial x'.\&c.e^{-x-x'-\&c.}}.$$

On réduira facilement en ſéries convergentes, le numérateur & le dénominateur de cette expreſſion, par la méthode du *n.° 7*; & ſi l'on change dans ces ſéries, les ſignes de i, i', &c. on aura les valeurs approchées de $\Delta^n.(s+p)^i.(s+p)^{i'}$, &c. ſur leſquelles on doit faire des remarques analogues à celles que nous avons faites dans les *numéros précédens*, ſur la valeur approchée de $\Delta^n.s^i$.

Si l'on ſuppoſe n, i, i', &c. de très-grands nombres, on trouvera facilement par le *n.° 7*, que l'on a à très-peu-près,

$$\Delta^n.(s+p)^i.(s+p')^{i'}.\&c.$$
$$= \frac{\left(\frac{i}{a}\right)^{i+1}.\left(\frac{i'}{a'}\right)^{i'+1}.\&c..e^{(s+p).a+(s+p').a'+\&c.}-i-i'-\&c.}{\sqrt{\left\{\left[\frac{i.(i+1)}{a^2}-\frac{ni.e^{a+a'+\&c.}}{(e^{a+a'+\&c.}-1)^2}\right].\left[\frac{i'.(i'+1)}{a'^2}-\frac{ni'.e^{a+a'+\&c.}}{(e^{a+a'+\&c.}-1)^2}\right].\&c.\right\}}}$$

a, a', &c. étant déterminés par les équations

$$0 = \frac{i+1}{a}-s-p-\frac{n.e^{a+a'+\&c.}}{e^{a+a'+\&c.}-1},$$

$$0 = \frac{i'+1}{a'}-s-p'-\frac{n.e^{a+a'+\&c.}}{e^{a+a'+\&c.}-1},$$

&c.

XXXI.

La différence finie n.ième de $\frac{1}{(s+p)^i.(s+p')^{i'}.\&c.}$, eſt égale au produit de $(-1)^n$, par $\frac{1}{(s+p)^i.(s+p')^{i'}.\&c.}$

$$-\frac{n}{(s+p+1)^i.(s+p'+1)^{i'}.\&c.}+\frac{n.(n-1)}{1.2.(s+p+2)^i.(s+p'+2)^{i'}.\&c.}$$
— &c;

on a ſouvent beſoin dans l'analyſe des haſards, de ne conſidérer que la ſomme d'un nombre quelconque des premiers termes de cette fonction; voyons donc comment on peut l'obtenir en ſérie convergente.

Nommons S, la ſomme des r premiers termes de la fonction précédente; il eſt facile de s'aſſurer par le *numéro précédent*, que ſi l'on nomme Q, la ſomme des r premiers termes du binome $(1-e^{-x-x'-\&c.})^n$, on aura

$$S = \frac{\int x^{i-1}.x'^{i'-1}.\&c.\partial x.\partial x'.\&c.e^{-px-p'x'-\&c.-s.(x+x'+\&c.)}.Q}{\int x^{i-1}.x'^{i'-1}.\&c.\partial x.\partial x'.\&c.e^{-x-x'-\&c.}}.$$

On a par le *n.° 21.*

$$Q = \frac{(1 - e^{-x-x'-\&c.})^n . \int \frac{u^{r-1}.\partial u}{(1+u)^{n+1}}}{\int \frac{u^{r-1}.\partial u}{(1+u)^{n+1}}},$$

l'intégrale du numérateur étant prise depuis $u = -e^{-x-x'-\&c.}$ jusqu'à $u = \infty$, & celle du dénominateur étant prise depuis $u = 0$ jusqu'à $u = \infty$, en sorte que l'on pourra mettre cette expression de Q, sous la forme suivante,

$$Q = (-1)^{r-1} \frac{(1 - e^{-x-x'-\&c.})^n . e^{-rx-rx'-\&c.} . \int \frac{(1-u)^{r-1}.\partial u}{[1 - e^{-x-x'-\&c.}.(1-u)]^{n+1}}}{\int \frac{u^{r-1}.\partial u}{(1+u)^{n+1}}},$$

les intégrales du numérateur & du dénominateur étant prises depuis $u = 0$ jusqu'à $u = \infty$; on aura donc

$$S = (-1)^{r-1} \left\{ \frac{\int x^{i-1}.x'^{i'-1}.\&c.\partial x.\partial x.\partial x'.\&c..e^{-px-p'x'-\&c.-(s+r).(x+x'+\&c.)} .(1 - e^{-x-x'-\&c.})^n . \frac{(1-u)^{r-1}}{[1 - e^{-x-x'-\&c.+\&c.}.(1-u)]^{n+1}}}{\int x^{i-1}.x'^{i'-1}.\&c.\partial x.\partial x.\partial x'.\&c.e^{-x-x'-\&c.} . \frac{u^{r-1}}{(1+u)^{n+1}}} \right\}$$

toutes les intégrales étant prises depuis les valeurs nulles des variables jusqu'à leurs valeurs infinies. Il ne s'agit plus maintenant que de réduire par la méthode du *n.° 7*, le numérateur & le dénominateur de cette expression, en séries convergentes. Les applications que nous ferons dans l'article suivant, de ces recherches, à divers Problèmes sur les hasards, répandront un nouveau jour sur cette analyse.

La longueur de ce Mémoire, m'oblige d'en renvoyer la suite au volume suivant.

MÉMOIRE

PREMIER MÉMOIRE.

SUR LE SAFRAN*.

Par M. FOUGEROUX DE BONDAROY.

PLINE a parlé fort au long du Safran & des pays où on le cultivoit de ſon temps; il cite ceux qui donnoient le ſafran le plus eſtimé; *lib. XXI, cap. 6 & 20.*

Olivier de Serre, qui en 1660 publia ſon théâtre d'Agriculture, y parle des pays où la culture du ſafran étoit le plus en vigueur. Il cite l'Allemagne, la Hongrie, & indique l'Albigeois pour la partie de la France où on cultivoit cette plante utile, mais ne parle nullement de la province du Gâtinois.

Les Alpes, les Pyrénées, les hautes montagnes d'Eſpagne & de Thrace, ſont regardées comme les pays dont le ſafran eſt originaire; il y végète ſans culture & de lui-même.

Comme l'Albigeois avoiſine les Pyrénées, ſi l'on a confiance à ce qu'a écrit Olivier de Serre, on pourra conclure que de cette province la culture du ſafran aura paſſé dans le comtat d'Avignon & en Provence, dans l'Angoumois, le Gâtinois, la Normandie, & aura gagné l'Angleterre, &c.

M. de la Taille des Eſſarts, dans le Mémoire que j'ai cité, croit que ce fut un Gentilhomme de la maiſon des Porchaires, à qui appartenoit la terre de Boynes en Gâtinois, qui y apporta d'Avignon les premiers oignons de ſafran, ſur la fin du XVIe ſiècle; & il ajoute que le ſafran n'étoit cultivé dans aucune partie de la France avant les Croiſades.

* *Voyez* le Mémoire ſur le ſafran, publié par M. de la Taille des Eſſarts, Chevalier de Saint-Louis, &c. Membre de la Société Royale d'Agriculture d'Orléans. *A Orléans; chez Couret de Villeneuve, 1766.*

Voyez auſſi Encyclopédie, au mot *ſafran*, ce qui y eſt dit, d'après M. Duglas, Docteur en Médecine, & Membre de la Société Royale, ſur la manière de cultiver le ſafran dans la province de Cambridge; les Élémens d'Agriculture de M. du Hamel, &c.

La reproduction de l'oignon de safran d'automne, *crocus sativus autumnalis*, par conséquent sa multiplication, car on ne l'obtient pas ici de graines, a été très-peu examinée, & mal indiquée par les Auteurs qui ont traité de la culture de cette plante.

Cependant cette plante est si utile, qu'elle fait une branche de Commerce considérable, à cause des teintures, des médicamens dans lesquels elle entre, qu'elle sert aussi d'assaisonnement dans les alimens, principalement en Espagne & en Italie, & qu'il s'en fait une grande exportation chez les Étrangers. N'étoit-il pas à croire qu'on auroit dû s'appliquer à connoître comment le safran se reproduit, afin d'étendre, s'il étoit possible, sa culture, en la rendant moins dispendieuse, & sa récolte moins fautive?

Seroit-ce au peu d'attention que les Physiciens ont donné à la culture de cette plante, qu'on pourroit attribuer sa perte presque entière dans le Gâtinois & dans la Beauce, où ci-devant elle étoit très en vigueur, tandis qu'aujourd'hui non-seulement cette plante s'éloigne de ces provinces, mais se perd en France, & se concentre dans l'Italie, en Angleterre, enfin chez les Étrangers qui cultivent maintenant le safran pour leur consommation, ou qui le tirent plutôt du Levant & de la Sicile, que du Gâtinois?

Je sais qu'on a apporté plusieurs raisons de cette transmigration : on a dit que les terres se lassoient de porter du safran; que les fraudes & sophistications qu'avoient faites les Commissionnaires de safran, avoient dégoûté les Commerçans; enfin, que le blé se soutenant à un prix marchand, cette considéartion engageoit à abandonner la culture du safran dont les terres étoient à un loyer trop considérable, & dont la récolte étoit plus sujette à manquer que celle des grains.

Je me suis donc proposé de suivre plus particulièrement qu'on ne l'a encore fait, la reproduction de l'oignon ou de la bulbe du safran; j'ai suivi ce travail avec d'autant plus de satisfaction, que personne jusqu'ici n'avoit parlé des différences qui se rencontrent dans la multiplication des oignons

& celle des bulbes : ce qui eſt bien digne de former un Ouvrage particulier, curieux & utile.

M'étant occupé de ces recherches, j'ai cru trouver une reſſemblance aſſez complette entre une maladie qui attaque la bulbe du ſafran, & celle des blés, nommée *carie* ou *blés noirs*.

Le voiſinage du Gâtinois que j'habite pendant les vacances, m'a mis à portée de confirmer mon opinion, en conſidérant enſuite cette plante dans toutes les ſaiſons de l'année, & lorſqu'elle eſt attaquée de cette maladie à tous ſes périodes.

Je renvoie pour la culture de cette plante, aux Auteurs qui ſe ſont propoſé d'en parler particulièrement, & je ne citerai ici que celles des pratiques employées pour la multiplication de l'oignon, qui auront rapport à mon objet.

Tournefort, après avoir cité les caractères tirés de la fleur du ſafran, dit, en parlant de ſa racine : *his notis, addenda eſt radix gemina tuberoſa, quarum altera quæ minor eſt, alteri majori carnoſæ & fibratæ inſidet ; utraque verò involucro membranaceo obducitur.*

On va voir que ce caractère qui appartiendroit au moins ſous quelques points au genre des orchis, ou plantes à deux bulbes, ne peut convenir au *crocus* ſafran.

Je ne dois pas avertir que je ne parle ici que de l'eſpèce de ſafran connu par les Botaniſtes, ſous la phraſe de *crocus ſativus autumnalis*.

Tout le monde connoît la ſingularité de cette plante automnale, qui ne fait aucun progrès pendant l'été, tandis que vers la mi-Octobre, lorſque la ſève commence à manquer à preſque toutes les autres, celle-ci au contraire, ſe réveille pour ainſi dire, de ſon engourdiſſement. Il s'élève de terre un bouton d'où percent comme d'une gaîne, une ou deux, trois, même quatre fleurs ; les feuilles leur ſuccèdent, la plante les garde tout l'hiver, au printemps d'après elles ſe fanent ; & ainſi chaque année paroît cette ſingulière végétation.

Quand un champ eſt couvert de ces plantes en fleurs, il offre un coup-d'œil fort agréable, parce que dans une

safranière la terre doit être bien ameublie, dénuée de toutes pierres, & les oignons y sont plantés très-serrés en sillons également espacés.

Figure 1. D'ailleurs, la fleur de safran est belle par elle-même : elle approche, par sa forme, de celle d'un lys, & est d'un gris-de-lin foncé, presque violet, d'une seule pièce, en entonnoir assez évasé, terminé par un tuyau étroit & long qui lui sert de pédicule.

Figure 2. Trois étamines sont attachées à la corolle, & le pistil déborde le pétale, & se divise en trois parties, dont les extrémités sont un peu renflées.

Figure 3. Ce pistil gros comme un fil, séparé de la fleur, c'est-à-dire, du pétal & des étamines *(a)*, entre seul dans le commerce sous le nom de *flèches de safran* ou simplement de *safran*. On fait sécher ces filets de manière qu'il faut quatre à cinq livres de safran frais pour produire une livre de safran sec.

Un arpent de safran mis en bonne terre, peut rapporter, la première année, vingt-cinq livres de safran verd, cent livres la seconde, soixante-quinze livres la troisième. Les mauvaises terres donnent au plus cinquante livres de safran verd dans la meilleure année, & la plupart de nos terres qu'on cultive en safran, sont de cette espèce.

Je crois nécessaire de rappeler ceci pour me faire entendre, lorsque je parlerai de la manière dont l'oignon se reproduit.

Considérons-le vers le 10 Octobre, dans le moment où il sort de la léthargie où il étoit depuis la fin de Février ou le commencement de Mars : il commence pour lors à végéter, & il offre un bouton ou un renflement à son extrémité supérieure, qui, en s'alongeant, traverse la terre, & donne une ou plusieurs fleurs.

Figure 4. Cette pousse nouvelle se trouve donc ordinairement à la partie supérieure de l'oignon, mais assez souvent il y en a deux, trois, quatre & même un plus grand nombre. Ces

(a) Les étamines, lorsqu'elles s'y trouvent, sont toujours au détriment de l'acquéreur.

nouvelles pouſſes ſe placent ordinairement en couronne ſur le deſſus de l'oignon ; mais lorſqu'elles ſont très-multipliées, & ſans doute ſuivant les circonſtances, elles ſont auſſi poſées ſur les parties latérales de l'oignon, & de quelque manière qu'elles ſoient placées, elles donnent toujours naiſſance aux nouveaux oignons ; ainſi elles doivent fixer ici notre attention.

Lorſque ces pouſſes ſont encore nouvelles & très-jeunes, on les voit, comme dans les vrais oignons, compoſées de feuilles qui s'enveloppent les unes les autres, qui s'élèvent en tuyaux, & ſurmontent l'ancien oignon, au moins le plus ſouvent.

Si on lève une lame mince de cet oignon, la coupe étant faite longitudinalement, & qu'on l'expoſe au foyer d'une foible lentille d'un microſcope, on diſtingue aiſément cet arrangement de feuilles qui conſtitue l'oignon, dont je viens de parler.

On voit ici la différente conformation de l'ancien & du nouvel oignon, dont l'un, ainſi que pluſieurs racines bulbeuſes, eſt mat, ſans aucun arrangement, au moins viſible, dans ſes parties, & donne par les lavages, l'amidon dont il eſt pourvu, tandis que le nouvel oignon annonce, à la vue ſimple, cette diſtribution de feuilles qui le conſtitue. *(Voyez fig. 5 & 6).*

Peu de jours après que le nouvel oignon a été formé, il s'élève ſur l'ancien, le ſurmonte, s'en détache pour ainſi dire, & commence, par ſa forme, à indiquer qu'il deviendra ſemblable à celui auquel il doit ſon origine.

C'eſt à cette époque qu'on n'y reconnoît plus la diſpoſition des feuilles, qui étoit très-viſible auparavant ; & l'oignon ne paroît plus compoſé que d'une ſubſtance dont les vaiſſeaux peu apparens contiennent la partie amidonacée.

Le jeune oignon, lorſqu'il eſt enclavé dans l'ancien, & quand on le voit compoſé de feuilles, ſe nourrit de la ſubſtance de l'ancien ; ce dernier doit lui préparer, lui élaborer ſa nourriture, il fait pour le jeune oignon ce que les lobes opèrent dans une ſemence pour la plume & la radicule, &

ce qui équivaut, dit M. du Hamel, aux fonctions des mamelles des mères dans les animaux.

Le jeune oignon, peu de temps après sa formation, prend donc une consistance qui le rapproche de celui de qui il tient son existence: sa chair lui ressemble assez parfaitement, il devient farineux ainsi que l'ancien, & se charge d'amidon *(fig. 7 & 8)*; ce jeune caïeu pousse une tige herbacée qui se fane vers les mois d'Avril & de Mai.

La feuille est nécessaire pour l'entretien de l'oignon, ou plutôt pour la première formation du jeune caïeu; car c'est un fait constaté, que si l'on coupe la fane trop tôt, si, par exemple, les vaches, lapins ou lièvres, qui en sont très-friands, s'en sont nourris, ou pendant l'hiver, ou même au printemps, avant la formation complette des nouveaux caïeux, le vieil oignon périt & ne donne aucune nouvelle production.

Mais pour m'en convaincre d'une manière plus positive, j'ai coupé la fane à de vieux oignons, sur-tout celle où je voyois un commencement d'un nouveau caïeu, & je me suis assuré que je leur faisois d'autant plus de tort, que je la coupois à de plus jeunes caïeux, plusieurs même, comme je l'ai dit, ont péri sans avoir produit de caïeux.

Un de ces oignons fut conservé intact jusquà la seconde année; j'espérois qu'il me donneroit au bout de deux années des caïeux, mais il a péri.

Je pensois dans ce cas-ci avoir rendu une plante annuelle bisannuelle, ainsi qu'on y parvient sur d'autres Plantes, en coupant les tiges de la fleur à mesure qu'elles s'annoncent; pour lors ces Plantes passent l'hiver, ne fleurissent & ne fructifient qu'au printemps suivant.

Voici une expérience sur laquelle je ne pourrois compter qu'après l'avoir encore répétée: j'ai coupé la pousse d'un oignon de safran lorsque sa fleur étoit dans le tuyau, & qu'elle n'étoit pas encore développée; cet oignon a péri sans donner de caïeu.

Diroit-on, en comparant le caïeu aux œufs des volatiles, que l'oignon qui doit le produire, a besoin d'être fécondé

lui-même par les ſexes que contient chaque fleur, pour donner enſuite des embryons?

Je ſens combien ceci eſt hypothétique, car pluſieurs autres raiſons très-naturelles, & qui ne s'écartent pas des principes connus relatifs à la végétation, ont pu faire périr mon vieil oignon, ſans qu'auparavant il ait donné des caïeux.

Il m'a paru que la fane étoit néceſſaire au jeune oignon pour ſon développement, & qu'il pourroit même ſe paſſer de la nourriture qu'il tire de l'ancien oignon, plutôt que de celle que lui fourniſſent les feuilles qui conſtituent la jeune pouſſe.

Car ayant cerné un oignon jeune, dans le temps où il commençoit à pouſſer une tige, & ne lui ayant laiſſé que la partie du vieil oignon, ſur laquelle ce jeune caïeu étoit implanté, la nouvelle production n'en eſt pas moins groſſie, & eſt parvenue à peu-près dans le même temps à ſa perfection, comme ſi la totalité de l'ancien oignon y fût reſtée.

J'ai auſſi coupé la tige d'un jeune caïeu qui a peu groſſi, ce qui m'a prouvé la néceſſité de la fane pour la perfection du caïeu; nous verrons plus bas ces deux faits confirmés par les cultivateurs de ſafran.

Voyons maintenant quelle eſt la partie de l'ancien oignon, qui contribue le plus à la nourriture de la jeune pouſſe; c'eſt, je crois, ce que l'obſervation m'a fait découvrir.

J'ai dit que l'ancien oignon étoit pourvu abondamment d'une ſubſtance qui a tous les caractères de l'amidon; on ſait que cette partie amidonacée ſemble être de la même nature dans toutes les Plantes, & ne varier qu'en ce qu'elle ſe trouve en quantité différente dans chaque plante.

Cet amidon eſt logé dans des vaiſſeaux ſi fins, qu'il eſt difficile de les voir diſtinctement dans la racine bulbeuſe dont nous parlons: mes obſervations réitérées m'ont prouvé que dans le temps où le vieil oignon ſe détruit, ces vaiſſeaux ſont vides & entièrement dépourvus de cette partie amidonacée.

J'ai vu, ainſi que je l'ai dit, de jeunes caïeux ſortir latéralement de l'ancien oignon qui leur ſervoit comme de mère;

j'ai auſſi la même certitude, que des pouſſes & même des racines, en ſe gonflant, ſe ſont changées en oignons. Il en eſt donc du ſafran comme de la pomme-de-terre & de toutes les plantes à tubercules, dont chaque partie eſt propre à reproduire la Plante entière, & peut contribuer à la multiplication de l'eſpèce. Comme cela arrive aſſez ſouvent à la plante de Safran, il eſt à propos de diſtinguer dans les ſafranières deux eſpèces de caïeux, l'un qui ſurmonte l'oignon ancien, & qui donne de la fleur dans la première année de ſa formation; le ſecond, plus petit, qui doit ſon origine à des racines, qui eſt plus de temps à parvenir à ſa groſſeur, & qui ne donne des fleurs qu'au bout de vingt-ſept mois.

Il ſuit de ce que nous venons de rapporter, qu'on ne peut pas dire généralement comme Tournefort, ce qu'ont copié preſque tous les Auteurs qui ont écrit depuis lui, que la racine du ſafran eſt compoſée de deux tubercules, dont l'un eſt plus petit que l'autre; que le plus gros ſe trouve placé au-deſſous du plus petit, & que ces deux tubercules ſont recouverts d'une enveloppe membraneuſe, puiſque le nouvel oignon, ou pluſieurs nouveaux ſe trouvent placés au-deſſus de l'ancien, ou en couronne ou latéralement, & que même les racines de ce vieil oignon peuvent donner de petits caïeux: c'eſt l'ancien oignon qui pouſſe des racines, & il ſemble n'être plus deſtiné pour lors par la Nature, qu'à élaborer la nourriture deſtinée aux nouvelles productions.

Il n'y aura que quelques-unes de ces productions nouvelles qui fourniront, l'automne d'après, des fleurs, des feuilles, & enſuite de nouveaux oignons, & ainſi continuellement d'année en année s'opère cette régénération.

Comme la reproduction chaque année eſt grande, ſurtout lorſque la ſaiſon eſt favorable, les oignons ſe multiplieroient beaucoup trop pour la terre qui doit les nourrir: & ces caïeux le plus communément s'arrangeant en couronne ſur la ſurface ſupérieure de l'ancien oignon, il arriveroit encore qu'ils gagneroient après peu d'années la ſuperficie de la terre; & pour peu que les gelées de l'hiver fuſſent rudes,

rudes, ils en seroient attaqués immanquablement, & périroient. On est donc contraint de lever tous les quatre ans les oignons d'un champ, pour diminuer le nombre des oignons, & on les replante en moindre quantité dans un autre champ.

D'après ce que nous venons de dire, on voit que le même oignon ne donne des fleurs qu'une seule fois, car aussi-tôt sa fleur passée, il ne sert plus qu'à la régénération d'autres oignons de la même espèce, & qui lui devant leur existence, amènent la destruction de l'ancien, jusqu'à ce que ceux-ci servent eux-mêmes à une nouvelle génération d'autres caïeux.

Passons maintenant à l'examen des maladies auxquelles le safran est le plus sujet; on connoît ces maladies sous deux noms différens, l'une la *mort*, l'autre le *tacon*.

Nous devons aux recherches de M. du Hamel *(Mémoires de l'Académie, année 1728)*, de nous avoir fait connoître la vraie cause de la mort du safran: l'origine de cette singulière maladie, dépend, suivant cet habile Physicien, d'une plante parasite, d'une espèce de truffe, d'une plante dans le genre de l'*aspergillus (nova genera plantarum*, Micheli*)*, qui s'attache à cette racine bulbeuse, qui vit à ses dépens, qui par ses ramifications se communique aux oignons voisins, & qui auroit bientôt détruit tout un champ de safran, si par de larges & profondes circonvallations on n'avoit pas songé à intercepter toute communication entre les plantes attaquées de cette peste, & celles qui sont encore saines & intactes.

La maladie commence par les racines qui noirciſſent & périſſent; la pulpe de l'oignon ne tarde pas à être attaquée, auſſi-bien que l'enveloppe; le tiſſu qui la compoſe ſe ſépare, la trame manque, & elle n'offre pour lors que de longs filamens ſans conſiſtance: ſous cette robe détruite, la terre ſe trouve glate, parce qu'elle eſt retenue par de longs filamens, entre leſquels on voit ces tubercules ou truffes; la plante nuiſible gagne les racines de nouvelles bulbes, & le mal s'étend dans toute la ſafranière: la contagion dans le Fig. 9.

champ, fait un progrès plus rapide que celle produite par la ſeconde maladie appelée *tacon*, & dont nous allons bientôt parler; mais l'oignon du ſafran ſubſiſte plus de temps, quand il eſt attaqué de la mort, que lorſqu'il eſt pris du tacon.

Dès la première année que les oignons de ſafran ont été dépoſés dans la terre, s'il y a de la mort, les oignons qui en ſont attaqués, ne produiſent point d'herbes, ils ne pouſſent pas; ſi on fouille dans l'eſpace de terrein où la mort fait ſes ravages, on trouve l'oignon garni de fibres rouges, & la terre a pris aux environs cette même couleur.

Cette tubéroïde ou truffe ſe conſerve dans un champ de ſafran, parce qu'elle attaque, ainſi que l'a dit M. du Hamel, pluſieurs autres plantes, quoique d'un genre fort différent du ſafran.

M. du Hamel avoit déjà obſervé que la mort ſe conſervoit ſur l'*ebulus*, hieble, ſur le *coronilla flore vario*, ſur l'*anonis* arrête-bœuf, ſur le *muſcari*, &c. C'eſt un fait digne d'être obſervé, que dans le Gâtinois, lorſqu'on plante des aſperges dans un terrein où on a mis du ſafran, la mort attaque auſſi l'aſperge.

M. du Hamel avoit encore indiqué qu'en épluchant l'oignon, lui ôtant ſes enveloppes & tégumens, on détruiſoit en partie la tubéroïde ou mort du ſafran, parce qu'avec cette enveloppe on emportoit les ramifications de ces tubéroïdes qui ſe ſeroient étendues ſur d'autres plantes ſaines, & auroient communiqué la contagion & la mort.

Les Cultivateurs prétendent apercevoir qu'il y aura de la mort dans la terre qu'ils deſtinent à y mettre du ſafran, lorſqu'en la marrant l'été, avant d'y planter l'oignon, ils y trouvent les Plantes que nous venons de nommer, & quelques autres herbes, & lorſqu'aux environs la terre eſt rouge: ſi, après ces obſervations, on met des oignons de ſafran dans cette terre, on peut craindre, diſent-ils, que les oignons n'y périſſent de la mort.

Je dois ajouter à ce qu'a dit M. du Hamel, qu'ayant

planté dans un nouveau terrein des oignons déjà vivement attaqués de la mort, ces oignons, après avoir été bien épluchés de leurs enveloppes, & nettoyés des filamens, ont pouſſé & donné de bons caïeux ou des fleurs la même année où je les avois replantés.

Cette maladie ayant été bien décrite par cet Académicien, il ne reſtoit, s'il étoit poſſible, que d'ajouter aux moyens qu'il avoit déjà donnés pour y apporter remède. Comme celui que nous allons indiquer pour remédier au tacon, peut auſſi diminuer la maladie qu'on nomme *mort*, nous remettons à en parler lorſque nous aurons annoncé les ſymptômes de cette ſeconde maladie qui fait au moins autant de tort que la première.

Voici les caractères propres à reconnoître cette maladie que les habitans du Gâtinois nomment *tacon.*

On commence par apercevoir ſur la pulpe de l'oignon, des taches brunes qui dénaturent ſa ſubſtance; & quoique l'enveloppe de l'oignon paroiſſe ſaine, les taches au-deſſous s'élargiſſent à meſure que le mal augmente, la ſubſtance de l'oignon ſe détruit; l'ulcère, car on peut nommer ainſi cette maladie, gagne, conſomme la chair, l'oignon ſe dénature & ſe change en une pouſſière noirâtre, l'enveloppe même finit par changer de couleur, elle en prend une rougeâtre, l'oignon ſe pourrit, ou plutôt ſe réduit en une pouſſière ſemblable à du terreau.

Les progrès de la maladie ſont rapides, le tacon ſe communique auſſi aux ſafrans voiſins; mais il faut ou que les oignons ſe touchent, ou que la pouſſière, en y ſéjournant, leur communique la maladie; & cette communication n'a lieu que par des degrés lents.

Si ce mal ne s'annonce que ſur la fin de la ſaiſon, & que la partie de l'oignon qui doit donner de la fleur, ne ſoit pas encore attaquée, la fleur paroît, quelquefois même le nouveau caïeu ſe reproduit; mais jamais cela n'arrive que lorſque les parties ſur leſquelles réſident ou la pouſſe de la fleur ou celle du caïeu, ſont ſaines, ou au moins lorſque

celle du nouvel oignon n'eſt pas aſſez viciée pour ne pouvoir pas lui procurer une nourriture dont il a beſoin dans les premiers temps de ſa formation.

Comme la maladie ſe communique par la pouſſière, s'il arrive qu'un caïeu ſe reproduiſe ſur un oignon taconné, ce jeune rejeton ſe reſſent du vice de famille, & il périt de la même maladie.

Il réſulte donc de-là, avec le temps, la perte preſque & ſouvent totale de toute une culture de ſafran; ce qui doit néceſſairement arriver ſi on eſt quatre années ſans relever les oignons.

Cette pouſſière eſt différente de celle qui eſt le réſultat d'une pourriture; elle m'a paru plutôt pouvoir être comparée à la carie des blés; & je ne me ſuis arrêté à cette comparaiſon, qu'après avoir cru voir dans l'une & l'autre maladie de ces deux plantes, une analogie des plus complètes.

Dans un ſecond Mémoire, je ferai voir en quoi & pourquoi il ſe trouve des différences entre la carie du ſafran & la carie des grains.

La carie des blés ſe communique, celle du ſafran ſe gagne auſſi; & l'une & l'autre par l'attouchement de la pouſſière noire. Dans les blés, c'eſt la partie amidonacée qui ſe dénature & ſe corrompt; c'eſt auſſi l'amidon que contient l'oignon, qui ſe détruit le premier; & l'oignon, ainſi que le blé, périt entièrement, en ſe réduiſant en une pouſſière noire & purulente.

Quelques perſonnes ont conclu, peut-être précipitamment, que le tacon avoit pour origine une humidité trop abondante, qui n'avoit pu ſe diſſiper: cependant l'origine de la carie du ſafran, étant dans ſon oignon, ainſi que le vice de la carie des blés réſide dans le grain ſemé, on ne peut pas donner pour origine à l'une & à l'autre de ces maladies, l'humidité de la terre. Mais quelle que ſoit la cauſe de cette maladie auſſi peu connue que celle de la carie des blés, n'y auroit-il pas des remèdes propres à guérir le mal lorſquil ne fait que

commencer? ne peut-on pas en arrêter ou en diminuer les progrès? on emploie ordinairement le feu ou les cauſtiques pour pareille maladie, lorſqu'elle attaque les animaux; n'étoit-ce pas le cas de les tenter ſur ces oignons?

J'ai cerné des taches qui étoient des indices certains de la maladie, l'oignon a fleuri & produit des caïeux. C'eſt encore une expérience que les Cultivateurs confirment par leur uſage journalier, car ils ont pour méthode, lorſqu'ils voient des taches brunes ſur les oignons, d'ôter avec l'ongle la partie ulcérée, & le mal fait moins de progrès, ils mettent l'oignon en état de reproduire; & ſi on l'éloigne de la contagion, le caïeu ne ſe reſſent pas des maladies de celui qui lui a donné naiſſance.

Le moyen qui m'a le mieux réuſſi, a été de tremper ces oignons dans une liqueur alkaline: les expériences intéreſſantes & déciſives que M. Tillet a faites ſur les blés, devoient naturellement me conduire à tenter le même moyen ſur les oignons de ſafran, puiſque j'avois cru reconnoître une ſimilitude entre la maladie qui attaque l'une & l'autre plante.

Je pris donc pluſieurs oignons de ſafran, ſur leſquels, au mois de Mars, lorſqu'on les levoit de terre, paroiſſoient des indices non équivoques de cette maladie naiſſante, je veux parler de ces taches brunes qui ſont des preuves certaines de carie: je diviſai le nombre de mes oignons, je ne plongeai qu'une moitié dans la leſſive alkaline, & je plantai les uns & les autres: mais en des endroits marqués; au mois de Décembre, je levai & les uns & les autres; ſur vingt-cinq qui avoient été leſſivés, quatre ſeuls moururent de leur maladie; & de vingt-cinq qui ne reçurent pas cette préparation, ſix ſeulement réchappèrent.

J'ai auſſi employé avec avantage, & comme remède à cette maladie, la chaux éteinte avec de l'eau; mais je crois devoir préférer la chaux aiguiſée par la leſſive alkaline, dans laquelle on laiſſe tremper au moins deux heures les oignons.

Je crois avoir remarqué qu'on diminue le noir des blés, ſeulement en les lavant dans de l'eau pure; & pouvoir aſſurer que cette maladie ſe déclare en plus grande quantité dans les grains qui ſe trouvent avoir été ſemés entre de groſſes mottes, par conſéquent plus fréquemment le long des chemins, ou dans des terreins qui ayant été battus par les voitures, &c. ſe trouvant en guérets, ſe ſont ſoulevés en groſſes mottes lorſqu'on les a labourés, & dont l'humidité a eu de la peine à ſe diſſiper; de même auſſi pour le ſafran, lorſqu'on le plante en ſillons dans une terre glate & humide, l'oignon eſt plus ſujet à cette maladie.

Ceci prouve bien que l'humidité contribue au développement de la maladie, mais n'annonce nullement qu'elle puiſſe en être regardée comme étant la cauſe première. J'ai bien remarqué encore, que quand un oignon commençoit à être taconné, & que je le laiſſois expoſé dans un lieu ſec & ſur une tablette, le mal faiſoit des progrès plus lents que dans une terre humide; quelques oignons même ſe ſont rétablis par ce ſeul moyen.

Je dois dire, & je crois que cela donne encore plus de confiance à mes expériences, & au moyen que je propoſe pour guérir la maladie appelée *tacon*, que quelques perſonnes ſe ſont bien trouvées, en mettant leurs oignons dans du marc de raiſins, & les y laiſſant ſéjourner pendant quelques jours.

Quoiqu'un oignon vicié dans une partie, donne, ainſi que je l'ai dit, naiſſance à un caïeu ſain, il ne faut pas en conclure que cette maladie ne ſe communique pas, puiſqu'ainſi que j'en ai déjà averti, ſi ce caïeu porte ſur la poudre de l'ancien oignon vicié, s'il en avoiſine un autre qui ſoit carié, cela ſuffit pour lui communiquer la maladie, & occaſionner ſa perte: ceci indique ſeulement, que la maladie ne ſe communique pas par les vaiſſeaux ſéveux, qu'elle ſemble n'affecter dans le grain, que la partie amidonacée, ainſi que dans l'oignon, mais nullement les tiges & les feuilles s'il y en a de pouſſées, ou celles qui ſe développent pendant

la progreſſion de la carie; & je vois encore ici une ſimilitude marquée avec les blés noirs.

Revenons maintenant à la première maladie, appelée *la mort* par les Cultivateurs; nous avons déjà prévenu qu'on étoit obligé de lever tous les trois ou quatre ans les oignons d'un champ de ſafran, parce que leur multiplication dépendant des caïeux qui ſe forment chaque année au-deſſus ou autour de l'ancien, il s'enſuivroit que ſi on les laiſſoit plus de temps ſans les ſéparer, les oignons ſeroient trop proches les uns des autres, ils épuiſeroient la terre; d'ailleurs, ils ſe trouveroient placés ſans ordre, & la plupart trop près de la ſuperficie du terrein, & périroient. Ces conſidérations néceſſitent donc de les lever, de les ſéparer, & cela ſe pratique vers le mois d'Avril; on les replante enſuite, & en moindre nombre vers le mois de Septembre, & toujours dans un autre terrein.

Ayant trouvé dans le même champ des oignons de ſafran qui étoient taconnés, & en même temps attaqués de la mort, j'ai cru devoir eſſayer ce que feroit ſur eux la liqueur alkaline. Je voyois aiſément ſur ces oignons ces ramifications ou racines de cette tubéroïde ou plante paraſite qu'a décrite M. du Hamel; je commençai par dépouiller ces oignons de leurs enveloppes, & détruiſant les racines de la plante nuiſible, je m'oppoſai à ſa multiplication: cependant je crois pouvoir aſſurer que la liqueur alkaline s'oppoſoit avec autant d'efficacité à ſes progrès que cette opération.

Je propoſe donc, ſans rien changer autre choſe à la culture du ſafran, de lever tous les ans les oignons d'une ſafranière, ce qui ne fait pas une dépenſe conſidérable *(b)*, d'ôter toutes les enveloppes, & avant de les mettre en terre vers le mois de Septembre, de les examiner, de gratter les taches de tacon, de laiſſer tremper pendant deux ou trois heures ceux de ces oignons qui ſeront attaqués de l'une ou de l'autre de

(b) En quatre ou cinq jours, deux perſonnes peuvent lever les oignons de ſafran dans un arpent, & il en faut à peu-près autant pour les planter.

ces maladies, dans une forte leſſive alkaline, à peu-près telle que celle indiquée par M. Tillet, pour les blés de ſemence.

Il eſt aiſé de juger de l'avantage de ma méthode ſur celle uſitée juſqu'ici en Gâtinois. En levant tous les ans les oignons de ſafran, vous ôtez une partie des filamens, & par conſéquent des racines de la tubéroïde, ou mort. Vous viſitez chaque année les oignons, & vous enlevez ceux qui ſont gâtés abſolument par le tacon ou autrement.

On pourra placer chaque année un nombre ſuffiſant, & non excédant, d'oignons, ſuivant la nature & la force du terrein de la ſafranière: ainſi, comme on a vu *(page 92)* que la ſeconde année on recueilloit le plus de ſafran, la troiſième moins que cette ſeconde, & que la première année, c'étoit la plus foible récolte, il ſera poſſible de garnir la terre du même nombre d'oignons qu'elle doit avoir dans la ſeconde année, en les levant tous les ans; l'année d'enſuite on n'y laiſſera que ce même nombre d'oignons, & ainſi des autres: ceci a beſoin d'être expliqué.

Un quartier de terre peut rapporter la première année, ſix livres quatre onces de flèches vertes; la ſeconde année, vingt-cinq livres; la troiſième année, dix-huit livres douze onces: la ſeconde année eſt donc celle du plus grand rapport, & il ſera fort aiſé de s'aſſurer de la quantité d'oignons portant fleurs, qu'une ſafranière contient cette ſeconde année ſans excédant, & ſe règler ſur cette obſervation pour chaque année que je conſeille de relever le ſafran, mettre autant d'oignons dans ce quartier de terre qu'il en auroit contenu la ſeconde année où on l'auroit planté à la manière ordinaire; je ne donne ceci que comme des approximations, & je conſeille de ne pas forcer ſur la quantité d'oignons, étant très-perſuadé qu'en les diminuant, la récolte ſera au moins auſſi abondante: je n'ai pu faire ſur ceci que des expériences en petit, mais je fais mon poſſible pour me procurer la facilité de les répéter en grand, étant perſuadé qu'on ne peut parler poſitivement que de ce qu'on a fait exécuter ſous ſes yeux,

& ceci

& ceci me paroiſſant, comme bien d'autres faits, de nature à ne pouvoir pas conclure du petit au grand. Les Curieux en fleurs de tulipes, de jacinthes, &c. tous les ans relèvent ces oignons, & les laiſſent ſur des tablettes pluſieurs mois: il eſt certain que c'eſt une opération avantageuſe à la plupart des oignons, de les laiſſer hors de terre pendant quelques mois, & qu'elle l'eſt principalement à ceux de ſafran.

Je regarde comme fort aiſé d'appliquer le moyen indiqué pour les grains, aux oignons de ſafran, pour prévenir de cette manière les ſuites de ces deux maladies ſi communes aujourd'hui dans les ſafranières de nos provinces, & qui y occaſionnent une perte conſidérable. On diminuera certainement ainſi la mort; & lorſqu'on s'y prendra à temps, l'on remédiera efficacement au tacon, qui ſont les plus cruels fléaux pour les cultivateurs de Safran.

SECOND MÉMOIRE.

SUR LA MALADIE DU SAFRAN,

CONNUE SOUS LE NOM DE TACON.

Par M. FOUGEROUX DE BONDAROY.

JE me propoſe dans ce ſecond Mémoire, de raſſembler les rapports que peut avoir le tacon, maladie du ſafran, avec la carie, maladie qui affecte les blés.

En conſidérant 1.° l'oignon du ſafran comme ſervant à multiplier ſon eſpèce, & relativement à la grande quantité d'amidon qu'il contient, on peut le comparer au grain de blé, qui eſt des grains celui le plus ſujet à la carie.

J'aurois donc deſiré m'aſſurer ſi des oignons de ſafran qui ſeroient attaqués de carie, auroient donné des ſemences cariées; mais cette plante qui fleurit au mois d'Octobre, & dont la graine ne murit point, ne m'a pas permis d'en faire l'expérience dans le climat que nous habitons. La ſemence dans le

blé étant viciée, donne naiſſance à des plantes quelquefois vigoureuſes, mais dont les grains dans les épis ſont cariés : de même auſſi l'oignon de ſafran, quoique carié, ne laiſſe pas de produire des tiges ou pouſſes vigoureuſes.

Il paroît que dans le grain de blé, c'eſt la partie amidonacée qui eſt la première viciée, & qui communique le mal à toutes les autres parties qui conſtituent le grain ; c'eſt auſſi dans l'oignon de ſafran l'amidon qui eſt affecté le premier : mais enſuite le mal gagne, s'étend ſur la pulpe & ſur les organes conſtituans l'oignon ; il détruit tout juſqu'aux enveloppes ou tégumens de la bulbe, qui, dans les derniers périodes de la maladie, ſont auſſi affectés de la contagion : dans la carie des blés, les bâles même qui enveloppent les grains, ſont réduites en pouſſière ou en carie.

Dans le blé, la pouſſière ſeule du grain carié peut communiquer le mal à d'autres grains ſains, & qui ne donnent enſuite des plantes cariées, que parce que cette pouſſière a infecté ce grain. Il en eſt de même de l'oignon de ſafran : ſi la pouſſière d'un oignon carié vient à toucher un oignon ſain, elle lui communique la contagion ; voici les expériences ſur leſquelles j'ai cru pouvoir appuyer cette aſſertion.

J'ai enveloppé un vieil oignon d'une peau ou d'un détriment d'un oignon qui étoit péri du tacon, & qui conſervoit encore la pouſſière à laquelle ſe réduit un oignon de ſafran lorſqu'il eſt au dernier période de cette maladie, cette pouſſière étoit fraîche. Ce vieil oignon, au lieu de perdre par degrés ſa ſubſtance à meſure qu'il donne la nourriture & l'exiſtence au nouvel oignon ou caïeu, s'eſt détruit par parties qui annonçoient l'effet de la carie : cet oignon, avant d'être réduit en pouſſière brune, ainſi que nous l'avons annoncé en décrivant la maladie nommée *tacon*, a ſouvent communiqué le mal au jeune oignon, qui, avec le temps, a eu tous les ſymptômes de la maladie naiſſante, & a péri de la même manière.

L'expérience a été répétée, d'une façon différente.

Dans le temps où le jeune oignon tenoit encore à celui auquel il devoit ſon exiſtence; j'ai enveloppé le jeune caïeu de la coque ou du tégument d'un oignon qui avoit été réduit en pouſſière par la ſuite de la carie, & cet oignon carié venoit d'être tiré de la terre. La maladie a attaqué le jeune oignon; les taches rougeâtres ſe ſont fait apercevoir, le mal a fait des progrès, l'oignon étoit preſque péri avant que l'ancien fût parvenu à ſon dernier terme; car, comme je l'ai dit dans mon premier Mémoire, l'ancien contribue à l'accroiſſement du jeune oignon, & il ne lui donne la première nourriture qu'aux dépens de ſa propre ſubſtance: c'eſt, en empruntant le langage de la Fable, le jeune Phénix qui renaît des cendres de celui de qui il tient l'être; l'ancien périt lorſqu'il a fourni, autant qu'il étoit en lui, l'exiſtence & la première nourriture à celui deſtiné par la Nature à lui ſurvivre. C'eſt ici qu'on ne peut méconnoître cette chaîne qui réunit les êtres, & qu'on voit plus diſtinctement dans cet exemple, parce que ſes anneaux en ſont plus voiſins les uns des autres. Le vieil oignon, je peux le croire, s'eſt détruit auſſi plus promptement qu'il ne l'auroit fait, ſi le jeune ne lui eût pas, pour ainſi dire, inoculé la carie.

Je dois ajouter que les jeunes oignons m'ont paru moins ſuſceptibles de prendre promptement la maladie que les vieux, ce que j'attribue à ce que le jeune oignon eſt moins pourvu d'amidon que l'ancien. La carie du ſafran eſt donc contagieuſe, puiſqu'elle ſe propage par l'attouchement de la pouſſière cariée, lorſque cette pouſſière eſt fraîchement recueillie & appliquée ſur un oignon ſain; j'inſiſte ſur une pouſſière fraîchement ou nouvellement priſe, parce que voyant des contrariétés dans mes réſultats d'expériences, j'ai cru m'être trompé dans ma concluſion, juſqu'à ce que j'aie eu découvert les cauſes de ces différences.

J'ai répété cette expérience de l'une & de l'autre manière dont je viens de l'annoncer; mais l'obſervation connue des Cultivateurs de ſafran viendroit à l'appui de la conſéquence que je viens de tirer, que cette maladie eſt contagieuſe par

le ſeul attouchement de la pouſſière ſur l'oignon, ſi on ne regardoit pas encore mes expériences comme déciſives.

Tous les Cultivateurs de ſafran conviennent que quand le tacon ſe met dans les ſafranières, il y fait d'autant plus de tort, que le champ eſt plus garni d'oignons, & que le tacon ſe trouve par canton, dont tous les oignons qui le garniſſent ſont attaqués. Je ſais que cette ſeule obſervation, ſans mes expériences, ne mèneroit pas à la concluſion que je viens de tirer; mais la regardant comme ſervant d'appui à mes expériences ſur le fait, elles ne laiſſeront plus maintenant le moindre doute.

Je dois dire encore, que m'étant ſervi au mois de Mars 1781, de la pouſſière des mêmes oignons cariés, qui aux mois de Septembre & Octobre 1780, avoit communiqué la carie à d'autres oignons, cette même pouſſière n'a plus agi en Mars 1781, ſur de nouveaux oignons qui m'ont ſervi d'épreuves. J'ai encore répété cette expérience en 1782; il faut que la pouſſière pour qu'elle communique la maladie de la carie, ſoit nouvelle. Cette pouſſière au bout d'un temps perd donc cette faculté deſtructive; c'eſt ce que je me propoſe d'examiner avec d'autant plus d'attention que ceux qui ont fait une étude particulière de la carie des blés, ne nous inſtruiſent pas, que je ſache, du temps où la pouſſière des blés cariés ceſſe de communiquer la maladie à des grains de ſemences.

J'ai donné dans mon premier Mémoire, comme remède curatif, après l'avoir employé avec ſuccès ſur des oignons de ſafran plus ou moins cariés, les préparations de chaux & de leſſives alkalines; mais après les avantages que tous les Cultivateurs reconnoiſſent dans ces préparations pour préſerver les blés de la carie, lorſqu'on les a exécutées avec ſoin ſur les ſemences, ſeroit-ce témérité que de regarder aujourd'hui, avant d'en avoir fait l'expérience, ces mêmes préparations employées ſur tous les oignons qu'on mettroit en terre, comme un moyen préſervatif contre la carie du ſafran?

Je crois être autoriſé à croire ces préparations très-

avantageuſes, depuis que j'ai éprouvé la grande conformité qui ſe trouve entre la carie de l'oignon de ſafran & la carie des blés.

On ne peut pas croire que dans le grain qu'on sème & qui a le principe de la carie, ce ne ſoit pas la partie amidonacée qui commence à ſe vicier, puiſque la plante germe & pouſſe ſouvent avec la plus grande vigueur; c'eſt auſſi ce qui arrive à l'oignon de ſafran.

Je puis donc comparer la carie qui attaque un grain de blé qu'on jette en terre pour ſemence, & qui a déjà le principe de la maladie par l'approche & l'attouchement de la pouſſière de carie, avec la maladie du tacon de l'oignon de ſafran.

Je ſuis bien éloigné de penſer que la carie des blés n'ait point une origine qui lui ſoit propre, une cauſe première qui lui ſoit particulière quoiqu'elle ſoit encore inconnue à ceux même qui ont le mieux étudié & ſuivi avec le plus de détail les maladies des grains. Mais encore eſt-il certain que non-ſeulement ces préparations empêchent le germe naturel, s'il en eſt un, & quel qu'il ſoit, de ſe développer, mais auſſi qu'elles obvient à ce que cette maladie ſe propage par des ſemences viciées ſeulement par la pouſſière de grains cariés. Tant qu'on regardera comme utiles ou plutôt comme des moyens certains pour préſerver les blés de la carie, les préparations des ſemences telles que nous venons de les indiquer, on ne ſera pas tenté de regarder l'humidité comme cauſe première de la carie; & en ne conſidérant l'humidité que comme ſervant au développement du germe préexiſtant de la maladie, on fera le même raiſonnement pour la carie du ſafran dont juſqu'ici tous les Cultivateurs ont rejeté la ſource ſur le terrein glaiſeux & humide qui donnoit lieu au tacon, tandis que l'eau ne ſerviroit tout au plus, comme je viens de le dire pour le blé, qu'à développer le germe de la maladie. Ils prennent, je crois, l'effet pour la cauſe, l'humidité ne ſervant *peut-être* qu'à développer la maladie, & à lui faire étendre plus promptement ſes progrès. J'ajoute *peut-être*, car j'ai vu des oignons dans de pareils terreins, qui n'étoient

pas plus ſujets au tacon que d'autres plantés dans des terreins ſecs : j'en ai élevé ſur des éponges que je tenois humides, qui n'ont point eu de carie, & d'autres qui étant déjà cariés, ne ſe ſont pas détruits plus promptement que ceux que je conſervois dans des terres très-sèches. Combien y a-t-il de maladies qui affectent le corps humain, dont nous ne ſommes pas en état d'aſſigner la première origine? Nous citons peut-être pour quelques-unes ſeulement ce qui peut contribuer à leur développement, comme étant la cauſe première, & ſervant d'origine au mal.

Ne nous flattons donc pas de deviner, ſur ce point de l'économie animale ou végétale, un ſecret que la Nature ſemble nous cacher; contentons-nous des faits, & de ceux qui peuvent nous être plus utiles.

Que nous reſteroit-il à deſirer ſi nous connoiſſions non-ſeulement un remède curatif, lorſque la maladie de la carie n'aura affecté les oignons de ſafran que juſqu'à un certain degré, mais encore un moyen préſervatif, ou au moins très-propre à diminuer beaucoup le nombre des ſujets qui en pourroient être attaqués?

1.° Ce ſont ces moyens que je crois avoir découverts, en conſeillant de lever les oignons de ſafran tous les ans, au lieu de les laiſſer trois ou quatre ans en terre, comme on en a la coutume.

2.° D'éplucher les oignons, c'eſt à-dire, de leur ôter leur enveloppe.

3.° De gratter ceux qui ſont attaqués de la carie, & aux endroits où on voit les premiers ſymptômes de la maladie.

4.° De les laver tous dans une eau de chaux vive aiguiſée par une leſſive alkaline.

J'ai fait remarquer en outre, qu'on diminueroit ainſi une maladie à laquelle ſont très-ſujets les oignons de ſafran, & qu'on nomme *la mort.* Ces moyens aiſés à pratiquer ne ſont pas coûteux, & il s'agit de conſerver une plante qui exige un terrein qui lui ſoit approprié & convenable, qui ſe loue aujourd'hui fort cher, qui demande une culture pénible &

assidue, & qui hausse de prix, suivant la cherté de toutes les autres denrées & de la main-d'œuvre.

On a vu le prix du safran monter jusqu'à quatre-vingts francs la livre de seize onces; je l'ai vu tomber à quatorze & quinze francs, maintenant (Mars 1782) elle coûte quarante-deux à quarante-quatre francs.

Je travaille à m'assurer, 1.° si la carie n'est pas une maladie propre aux plantes bulbeuses lorsqu'elles sont amidonacées, comme au colchique, muscari, &c.

2.° Si la poussière d'un oignon de safran carié, peut communiquer la maladie à une bulbe de colchique. Les résultats de mes expériences, quels qu'ils soient, feront le sujet d'un autre Mémoire.

Enfin à l'utilité immédiate de mon travail pour les Cultivateurs de safran, j'ose espérer pouvoir en ajouter une seconde non moins réelle, ce sera de découvrir, sur l'oignon de safran, plus aisément qu'on ne l'a pu faire sur le blé, tous les degrés de la maladie appelée *carie;* d'en reconnoître les causes, & par conséquent les moyens les plus efficaces pour en préserver principalement ceux des grains qui sont pour l'homme d'une nécessité première.

EXPLICATION DES FIGURES

Des deux Mémoires.

Fig. 1. Le safran, au mois d'Octobre, où il donne sa fleur; l'oignon, la tige, la fane & sa fleur sont ici représentés.

Fig. 2. La corolle coupée, on y voit les trois étamines & la partie de cette corolle où les étamines sont attachées.

Fig. 3. Le pédicule de la fleur, l'ovaire & le pistil composés de trois stiles ou filets longs, seules parties de la fleur qu'on conserve, sous le nom de *flèches de safran*, & qui entrent dans le commerce.

Fig. 4. L'oignon ou bulbe de safran, recouvert de ses enveloppes.

Fig. 5. Ce même oignon dépouillé de ses enveloppes, coupé afin de faire voir le nouvel oignon qui se forme au bas de la pousse & sur la partie supérieure de la bulbe.

Fig. 6. Un autre oignon coupé, où l'on voit deux pouſſes & deux nouveaux oignons qui commencent à ſe former.

Fig. 7. Un oignon de l'année précédente, auquel ſont adhérens deux jeunes oignons, mais placés latéralement ſur l'ancien.

Fig. 8. Un jeune oignon coupé, dont une racine commence à ſe tuméfier & à produire une nouvelle bulbe.

Fig. 9. Un oignon de deux ans, & preſque détruit, ſurmonté d'un oignon de l'année précédente, qui lui-même donne naiſſance à un nouvel oignon,

Fig. 10. Pluſieurs oignons de ſafran, détruits par la plante paraſite qu'on nomme *la mort.*

Fig. 11. Un oignon attaqué de la maladie qu'on nomme *tacon*; les cercles indiquent le mal dans ſon premier période.

Fig. 12. Expérience faite en enveloppant un vieil oignon du détritus d'un oignon attaqué de carie ou du tacon

Fig. 13. Un jeune oignon de l'année paſſée, recouvert auſſi d'une enveloppe d'oignon péri de la maladie appelée *tacon.*

THÉORIE

Mém. de l'Ac. R. des Sc. An. 1782. Pag. 112. Pl. I.

Fig. 3.

Fig. 1.

Fig. 2.

Fig. 4.

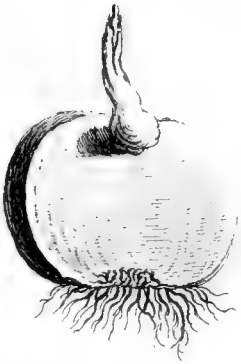


Fig. 5.

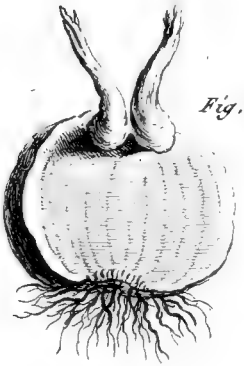


Fig. 6.

...rier del.

Y. le Gouaz sculp.

Mém. de l'Ac. R. des Sc. An. 1782 Pag. 112. Pl. II.

Fig. 9.

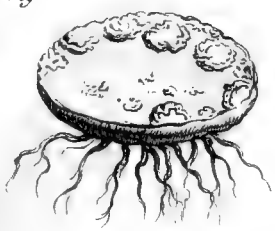


Fig. 11

Fig. 8.

Fig. 7.

Fig. 10.

Fig. 12.

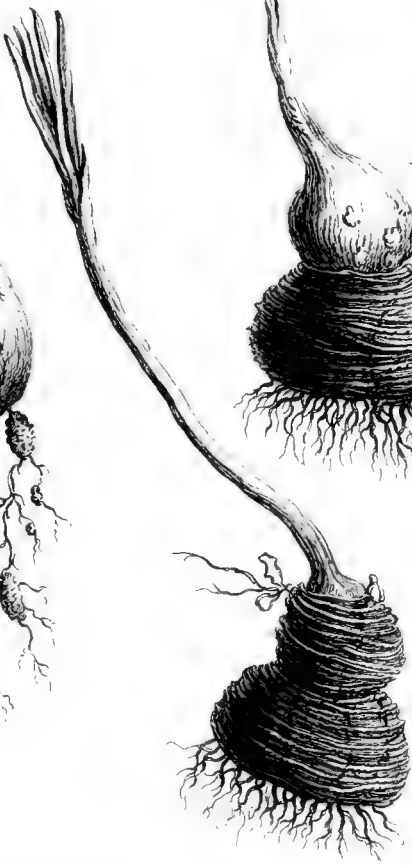


Fig. 13.

Fossier del.

V. le Gouaz sculp.

NATURAL HISTORY

THÉORIE
DES ATTRACTIONS DES SPHÉROÏDES
ET DE LA FIGURE DES PLANÈTES.

Par M. DE LA PLACE.

LA matière qui fait l'objet de ces Recherches, a depuis Newton, occupé un grand nombre de Géomètres, & les réſultats auxquels ils ſont parvenus, ſont également intéreſſans, par l'analyſe délicate qu'ils exigent & par leur importance dans le ſyſtème du Monde. Mais en conſidérant attentivement les méthodes dont ils ont fait uſage, on voit qu'elles laiſſent pluſieurs choſes à deſirer encore; elles ſont pour la plupart, reſtreintes à des ſphéroïdes particuliers, & celles qui ſont plus générales, manquent de cette ſimplicité ſi deſirable dans la manière de traiter les objets compliqués: il m'a paru que ſous ce point de vue, on pouvoit perfectionner cette branche importante de la Phyſique céleſte, & j'oſe me flatter de préſenter aux Géomètres, dans cet Ouvrage, une théorie des attractions des Sphéroïdes, & de la figure des Planètes, plus générale & plus ſimple que celles qui ſont déjà connues.

Il eſt partagé en cinq ſections; dans la première, je donne une théorie complète des attractions des ſphéroïdes terminés par des ſurfaces du ſecond ordre; cette théorie a déjà paru dans l'Ouvrage que j'ai publié ſur le mouvement & ſur la figure elliptique des Planètes; mais elle eſt ici préſentée d'une manière plus directe & plus ſimple.

Je conſidère dans la ſeconde ſection, les attractions des ſphéroïdes quelconques, & je les fais dépendre d'une équation aux différences partielles du ſecond ordre: cette équation eſt la baſe de mes recherches ſur la figure des Planètes; elle me conduit d'abord à quelques réſultats généraux ſur l'ex-

preſſion en ſérie, des attractions des ſphéroïdes; en ſuppoſant enſuite les ſphéroïdes fort approchans de la ſphère, & en combinant ces réſultats avec une équation différentielle qui a lieu à leur ſurface, & dont j'ai tiré autrefois les loix de la peſanteur ſur les ſphéroïdes homogènes en équilibre, je parviens à une expreſſion en ſéries, générale & ſimple, des attractions des ſphéroïdes quelconques très-peu différens de la ſphère, expreſſion qui ſe termine toutes les fois que l'équation de leur ſurface eſt finie & rationnelle. Il eſt aſſez remarquable que cette expreſſion qui par les méthodes ordinaires, exigeroit des intégrations très-compliquées, ſoit donnée ſans aucune intégration, & par la ſeule différentiation des fonctions. Ces recherches ſont l'objet de la troiſième ſection; toute la théorie de la figure des Planètes & de la loi de la peſanteur à leur ſurface, en eſt un ſimple corollaire; il en réſulte que ſi la Planète eſt homogène, elle ne peut être en équilibre que d'une ſeule manière, quelles que ſoient les forces qui l'animent, & qu'ainſi la Terre eſt néceſſairement, dans cette hypothèſe, un ellipſoïde de révolution; mais ce réſultat fondé ſur le développement en ſérie, des attractions des ſphéroïdes, pouvant laiſſer quelques doutes; je le démontre *a priori*, indépendamment des ſuites, & je fais voir en même temps, que dans un grand nombre de cas, un fluide qui recouvre une ſphère, eſt ſuſceptible de pluſieurs états d'équilibre. La méthode des ſéries conduit aux mêmes réſultats; d'où il ſuit que cette méthode a toute la généralité poſſible, & qu'il n'eſt point à craindre qu'aucune figure d'équilibre lui échappe.

Si la Planète eſt hétérogène, ſa figure dépend de celle de ſes couches & de la loi de leurs denſités; la peſanteur à ſa ſurface, dépend des mêmes données; mais en combinant les équations qui déterminent la peſanteur à la ſurface du ſphéroïde, & ſa figure, je parviens à une relation entre ces deux quantités, indépendante de la conſtitution intérieure du ſphéroïde, & qui, lorſqu'on aura un nombre ſuffiſant d'obſervations ſur la grandeur des degrés terreſtres & ſur la longueur du pendule, pourra fournir une nouvelle

confirmation du principe de la peſanteur univerſelle. Je fais voir que dans l'état actuel de nos connoiſſances, ce principe ſatisfait auſſi-bien qu'on peut le deſirer, à tous les phénomènes qui dépendent de la figure de la Terre.

Pour compléter cette théorie de la figure des Planètes, il reſte à déterminer les conditions qui donnent un équilibre ferme; dans cette vue, je conſidère les oſcillations d'un fluide de peu de profondeur, qui recouvre une ſphère. M. d'Alembert en a fait l'objet de ſes ſavantes Recherches ſur la cauſe des vents; mais cet illuſtre Auteur n'a réſolu que le cas où le fluide eſt tiré de l'état de repos, par l'attraction d'un aſtre immobile. Environ trente ans après, aidé des progrès que l'analyſe & la théorie des fluides avoient faits dans cet intervalle, je repris le même problème, & j'en donnai la ſolution, en ſuppoſant à l'aſtre attirant, un mouvement quelconque dans l'eſpace; mais l'imperfection de la théorie des attractions des ſphéroïdes, ne me permit pas alors de m'élever à la conſidération générale des oſcillations du fluide, quels que fuſſent ſon état & ſon ébranlement primitifs. Les nouvelles recherches dont je viens de parler, m'ont conduit à une ſolution complète de ce problème; les conditions de la ſtabilité de l'équilibre du fluide, étant données par celles qui rendent ſes oſcillations périodiques, je trouve que cette ſtabilité exige que la denſité du fluide ſoit moindre que celle de la ſphère qu'il recouvre; condition différente de celle que les Géomètres ont donnée pour cet objet, mais qui s'accorde avec ce que j'ai trouvé dans nos Mémoires pour l'année 1776, en ayant égard au mouvement de rotation du ſphéroïde. L'équilibre des eaux de la mer, que les vents & un grand nombre d'autres cauſes agitent d'une manière fort irrégulière, ne ſeroit donc pas ferme, ſi leur denſité étoit égale ou plus grande que celle du globe terreſtre; ainſi quand même les obſervations faites ſur l'attraction des montagnes, ne nous auroient pas appris que cette denſité eſt plus petite, la ſtabilité de l'équilibre de la mer, eût ſuffi pour nous en convaincre.

Cet Ouvrage eſt entièrement fondé ſur le calcul aux différences partielles; j'ai montré dans nos Mémoires pour l'année 1777, ſon utilité dans le développement des fonctions en ſéries; les nouveaux uſages que je préſente ici de ce même calcul, ſerviront à faire voir de plus en plus ſon importance dans l'analyſe.

PREMIÈRE SECTION.

Des attractions des Sphéroïdes terminés par des ſurfaces du ſecond ordre.

I.

L'ÉQUATION générale des ſurfaces du ſecond ordre, rapportées à trois coordonnées orthogonales, eſt

$$0 = A + Bx + Cy + E.z + Fx^2 + Hxy + Ly^2 + M.xz + N.yz + O.z^2.$$

Le changement de l'origine des coordonnées introduit trois arbitraires, puiſque la poſition de cette nouvelle origine par rapport à la première, dépend de trois coordonnées arbitraires; le changement de la poſition des coordonnées autour de leur origine, introduit trois angles arbitraires; en faiſant donc changer à la fois, dans l'équation précédente, les coordonnées, d'origine & de poſition, on aura une nouvelle équation du ſecond degré, dont les coéfficiens ſeront fonctions des précédens & de ſix arbitraires; ſi l'on égale enſuite à zéro, les coéfficiens des premières puiſſances des coordonnées & de leurs produits deux à deux, on déterminera ces arbitraires, & l'équation générale du ſecond ordre prendra cette forme très-ſimple,

$$x^2 + my^2 + nz^2 = k^2;$$

c'eſt ſous cette forme que nous allons la conſidérer.

Nous n'aurons égard dans ces recherches, qu'aux ſolides terminés par des ſurfaces finies, ce qui ſuppoſe m & n poſitifs, & dans ce cas le ſolide eſt un ellipſoïde dont les trois demi-axes ſont égaux aux variables x, y, z, lorſqu'on

ſuppoſe deux d'entr'elles, égales à zéro ; on aura ainſi k, $\frac{k}{\sqrt{(m)}}$ & $\frac{k}{\sqrt{(n)}}$ pour ces trois demi-axes reſpectivement parallèles aux x, aux y & aux z ; & la ſolidité de l'ellipſoïde ſera $\frac{4\pi.k^3}{3.\sqrt{(mn)}}$, en déſignant par π, comme nous le ferons toujours dans la ſuite, le rapport de la demi-circonférence au rayon.

II.

Pour déterminer l'attraction d'un pareil ſphéroïde, ſur un point quelconque ; ſoit A l'attraction du ſphéroïde ſur ce point, décompoſée parallèlement à l'axe des x ; B cette attraction décompoſée parallèlement à l'axe des y ; & C cette même attraction décompoſée parallèlement à l'axe des z ; ſoient encore a, b, c, les trois coordonnées du point attiré, parallèlement à ces axes ; x, y, z, celles d'une molécule ∂M du ſphéroïde ; r un rayon mené de cette molécule au point attiré ; p le complément de l'angle que forme ce rayon, avec le plan des y & des z ; & q l'angle que forme la projection de ce rayon ſur ce plan, avec l'axe des y ; on aura

$$x = a - r.\text{cof.}\, p;$$
$$y = b - r.\text{ſin.}\, p.\text{cof.}\, q;$$
$$z = c - r.\text{ſin.}\, p.\text{ſin.}\, q.$$

La molécule ∂M eſt égale au parallélipipède rectangle dont les trois dimenſions ſont ∂r, $r\partial p$ & $rdq.\text{ſin.}\, p$, & dont la maſſe eſt par conſéquent $r^2.\partial r.\partial p.\partial q.\text{ſin.}\, p$; pour avoir ſon attraction parallèlement aux axes des x, des y & des z, il faut la multiplier reſpectivement par $\text{cof.}\, p$, $\text{ſin.}\, p.\text{cof.}\, q$, $\text{ſin.}\, p.\text{ſin.}\, q$, & diviſer ces produits par r^2 ; on aura ainſi, en prenant la ſomme de toutes les attractions relatives à chaque molécule du ſphéroïde,

$$A = \iiint \partial r.\partial p.\partial q.\,\text{ſin.}\, p.\text{cof.}\, p;$$
$$B = \iiint \partial r.\partial p.\partial q.\,\text{ſin.}\, p^2.\,\text{cof.}\, q;$$
$$C = \iiint \partial r.\partial p.\partial q.\,\text{ſin.}\, p^2.\,\text{ſin.}\, q;$$

Les intégrations ſont faciles, relativement à r; mais elles ſont différentes, ſuivant que le point attiré eſt dans l'intérieur ou au dehors du ſphéroïde: dans le premier cas, la droite qui paſſant par le point attiré, traverſe le ſphéroïde, eſt diviſée en deux parties par ce point; & ſi l'on nomme r & r' ces deux parties, on aura

$$A = \int\int (r' + r) . \partial p . \partial q . \text{ſin} . p . \text{cof} . p ;$$
$$B = \int\int (r' + r) . \partial p . \partial q . \text{ſin} . p^2 . \text{cof} . q ;$$
$$C = \int\int (r' + r) . \partial p . \partial q . \text{ſin} . p^2 . \text{ſin} . q ;$$

les intégrales relatives à p & à q, devant être priſes depuis p & q, égaux à zéro, juſquà p & q, égaux à 180 degrés. Dans le ſecond cas, ſi l'on nomme toujours r, le rayon r à ſon entrée dans le ſphéroïde, & r' ce même rayon à ſa ſortie, on aura

$$A = \int\int (r' - r) . \partial p . \partial q . \text{ſin} . p . \text{cof} . p ;$$
$$B = \int\int (r' - r) . \partial p . \partial q . \text{ſin} . p^2 . \text{cof} . q ;$$
$$C = \int\int (r' - r) . \partial p . \partial q . \text{ſin} . p^2 . \text{ſin} . q ;$$

les limites des intégrales relatives à p & à q, devant être fixées aux points où l'on a $r' - r = 0$, c'eſt-à-dire, où le rayon r eſt tangent à la ſurface du ſphéroïde. Il ne s'agit plus maintenant que de ſubſtituer dans ces expreſſions, au lieu de r & de r', leurs valeurs en p & en q, données par l'équation du ſphéroïde.

Pour cela, nous obſerverons que ſi l'on met dans l'équation générale $x^2 + my^2 + nz^2 = k^2$, au lieu de x, y, z, leurs valeurs précédentes, on aura

$$r^2 . (\text{cof} . p^2 + m . \text{ſin} . p^2 . \text{cof} . q^2 + n . \text{ſin} . p^2 . \text{ſin} . q^2)$$
$$- 2r . (a . \text{cof} . p + mb . \text{ſin} . p . \text{cof} . q + nc . \text{ſin} . p . \text{ſin} . q)$$
$$= k^2 - a^2 - mb^2 - nc^2 ,$$

en ſorte que ſi l'on ſuppoſe

$$L = \text{cof} . p^2 + m . \text{ſin} . p^2 . \text{cof} . q^2 + n . \text{ſin} . p^2 . \text{ſin} . q^2 ,$$
$$I = a . \text{cof} . p + mb . \text{ſin} . p . \text{cof} . q + nc . \text{ſin} . p . \text{ſin} . q ,$$
$$R = I^2 + (k^2 - a^2 - mb^2 - nc^2) . L ,$$

on aura

$$r = \frac{I \pm \sqrt{(R)}}{L};$$

d'où l'on tire r' en prenant le radical en plus, & r en le prenant en moins; on aura donc $r' + r = \frac{2I}{L}$, $r' - r = \frac{2.\sqrt{(R)}}{L}$; ce qui donne relativement aux points intérieurs du ſphéroïde,

$$A = 2\int\int \frac{\partial p.\partial q.I.\text{fin.}p.\text{cof.}p}{L};$$

$$B = 2\int\int \frac{\partial p.\partial q.I.\text{fin.}p^2.\text{cof.}q}{L};$$

$$C = 2\int\int \frac{\partial p.\partial q.I.\text{fin.}p^2.\text{fin.}q}{L};$$

& relativement aux points extérieurs,

$$A = 2\int\int \frac{\partial p.\partial q.\text{fin.}p.\text{cof.}p.\sqrt{(R)}}{L};$$

$$B = 2\int\int \frac{\partial p.\partial q.\text{fin.}p^2.\text{cof.}q.\sqrt{(R)}}{L};$$

$$C = 2\int\int \frac{\partial p.\partial q.\text{fin.}p^2.\text{fin.}q.\sqrt{(R)}}{L};$$

ces trois dernières intégrales étant priſes entre les limites qui correſpondent à $\sqrt{(R)} = 0$.

Si l'on nomme V, la ſomme de toutes les molécules du ſphéroïde, diviſées par leurs diſtances à un point extérieur; on aura

$$V = \int \frac{\partial M}{r} = \iiint r\partial r.\partial p\partial q.\text{fin.}p = \tfrac{1}{2}\iint (r'^2 - r^2).\partial p\partial q.\text{fin.}p,$$

& ſi l'on ſubſtitue au lieu de r & de r' leurs valeurs, on aura

$$V = 2\iint \frac{\partial p.\partial q.\text{fin.}p.I.\sqrt{(R)}}{L^2},$$

III.

Les expreſſions relatives aux points intérieurs, étant les plus ſimples, nous allons commencer par les conſidérer. Nous obſerverons d'abord, que le demi-axe k du ſphéroïde, n'entre point dans les valeurs de I & de L; les valeurs de A, B, C, en ſont par conſéquent indépendantes; d'où il ſuit que l'on peut augmenter à volonté, les couches du ſphéroïde, ſupérieures au point attiré, ſans changer l'attraction du ſphéroïde ſur ce point, pourvu que les valeurs de m & de n ſoient conſtantes. De-là réſulte ce théorème,

Un point placé dans l'intérieur d'une couche elliptique, dont les ſurfaces intérieures & extérieures ſont ſemblables & ſemblablement ſituées, eſt également attiré de toutes parts.

Reprenons maintenant la valeur de A; ſi l'on y ſubſtitue au lieu de I & de L, leurs valeurs, elle devient

$$A = 2\int\int \frac{\partial p.\partial q.\text{ſin.}p.\text{cof.}p.(a.\text{cof.}p + mb.\text{ſin.}p.\text{cof.}q + nc.\text{ſin.}p.\text{ſin.}q)}{\text{cof.}p^2 + m.\text{ſin.}p^2.\text{cof.}q^2 + n.\text{ſin.}p^2.\text{ſin.}q^2},$$

Les intégrales relatives à p & à q étant priſes depuis p & q égaux à zéro, juſqu'à p & q égaux à 180 degrés; il eſt clair que l'on a généralement $\int P\partial p.\text{cof.}\,p = 0$, P étant une fonction rationnelle de $\text{ſin.}\,p$ & de $\text{cof.}\,p^2$; par ce qu'à égale diſtance de 90 degrés, les valeurs de $P.\text{cof.}\,p$ ſont égales & de ſignes contraires; on aura donc

$$A = 2a.\int\int \frac{\partial p.\partial q.\text{ſin.}p.\text{cof.}p^2}{\text{cof.}p^2 + m.\text{ſin.}p^2.\text{cof.}q^2 + n.\text{ſin.}p^2.\text{ſin.}q^2};$$

& ſi l'on intègre par rapport à q, on trouvera par les méthodes connues,

$$A = \frac{2a\pi}{\sqrt{(mn)}}.\int \frac{\partial p.\text{ſin.}p.\text{cof.}p^2}{\sqrt{\left[\left(1 + \frac{1-m}{m}.\text{cof.}p^2\right).\left(1 + \frac{1-n}{n}.\text{cof.}p^2\right)\right]}},$$

l'intégrale devant être priſe depuis $\text{cof.}\,p = 1$, juſqu'à $\text{cof.}\,p = -1$. Si l'on fait $\text{cof.}\,p = x$, & que l'on obſerve

observe que la masse M du sphéroïde étant $\frac{4\pi.k^3}{3\sqrt{(mn)}}$, on a $\frac{4\pi}{\sqrt{(mn)}} = \frac{3M}{k^3}$; on aura

$$A = \frac{3aM}{k^3}.\int \frac{x^6\,dx}{\sqrt{\left[\left(1+\frac{1-m}{m}.x^2\right).\left(1+\frac{1-n}{n}.x^2\right)\right]}};$$

l'intégrale étant prise depuis $x = 0$ jusqu'à $x = 1$.

En intégrant de la même manière, les expressions de B & de C, on les réduiroit à de simples intégrales; mais il est plus facile de conclure ces intégrales, de l'expression de A; pour cela, on observera qu'elle peut être considérée comme une fonction des quatre quantités a, k^2, $\frac{k^2}{m}$, $\frac{k^2}{n}$; & qu'en nommant k'^2, le carré du demi-axe parallèle à b, & par conséquent $k'^2.m$ & $\frac{k'^2.m}{n}$, les carrés des deux autres demi-axes; B est pareille fonction de b, k'^2, $k'^2.m$, $\frac{k'^2.m}{n}$; il faut donc pour avoir B, changer dans l'expression de A, a en b, k en k' ou $\frac{k}{\sqrt{(m)}}$, m dans $\frac{1}{m}$, & n dans $\frac{n}{m}$; ce qui donne

$$B = \frac{3bM}{k^3}.\int \frac{m^{\frac{3}{2}}.x^2\,dx}{\sqrt{\left\{\left[1+(m-1)x^2\right].\left(1+\frac{m-n}{n}.x^2\right)\right\}}}.$$

Soit $x = \frac{t}{\sqrt{\left[m+(1-m).t^2\right]}}$, on aura

$$B = \frac{3bM}{k^3}.\int \frac{t^2.dt}{\left(1+\frac{1-m}{m}.t^2\right)^{\frac{3}{2}}.\left(1+\frac{1-n}{n}.t^2\right)^{\frac{1}{2}}};$$

l'intégrale relative à t devant être prise, comme l'intégrale relative à x, depuis $t = 0$ jusqu'à $t = 1$, parce que $x = 0$ donne $t = 0$, & que $x = 1$ donne $t = 1$.

il ſuit de-là, que ſi l'on ſuppoſe

$$\frac{1-m}{m} = \mu^2; \quad \frac{1-n}{n} = \mu'^2,$$

$$F = \int \frac{x^2 \partial x}{\sqrt{[(1+\mu^2 . x^2).(1+\mu'^2 . x^2]}},$$

on aura

$$B = \frac{3bM}{k^3} . \left(\frac{\partial F\mu}{\partial \mu}\right).$$

Si l'on change dans cette expreſſion, b en c, & μ en μ', on aura la valeur de C: les attractions A, B, C du ſphéroïde, parallèlement à ſes trois axes, ſeront ainſi données par les formules ſuivantes,

$$A = \frac{3a.M}{k^3} . F; \; B = \frac{3b.M}{k^3} . \left(\frac{\partial F\mu}{\partial \mu}\right); \; C = \frac{3c.M}{k^3} . \left(\frac{\partial F\mu'}{\partial \mu'}\right).$$

On doit obſerver que ces expreſſions ayant lieu pour tous les points intérieurs, & par conſéquent pour les points infiniment voiſins de la ſurface, elles ont lieu pour ceux de la ſurface elle-même. La détermination de ces attractions ne dépend que de la valeur de F; mais quoique cette valeur ſoit une intégrale définie, elle a cependant toute la difficulté de l'intégrale indéfinie, lorſque μ & μ' ſont indéterminés; car, ſi l'on repréſente l'intégrale définie priſe depuis $x = 0$ juſqu'à $x = 1$, par $\varphi(\mu^2, \mu'^2)$; il eſt facile de s'aſſurer que l'intégrale indéfinie ſera $x^3 . \varphi(\mu^2 . x^2, \mu'^2 . x^2)$, en ſorte que la première étant donnée, la ſeconde l'eſt pareillement. L'intégrale indéfinie n'eſt poſſible que lorſque l'une des quantités μ & μ' eſt nulle, ou lorſqu'elles ſont égales; dans ces deux cas, l'ellipſoïde eſt de révolution, & k ſera ſon demi-axe de révolution ſi μ & μ' ſont égaux: on a dans ce dernier cas,

$$F = \int \frac{x^2 . \partial x}{1+\mu^2 . x^2} = \frac{1}{\mu^3} . (\mu - \text{ang. tang. } \mu);$$

pour en conclure les différences partielles $(\frac{\partial . F\mu}{\partial \mu})$ & $(\frac{\partial . F\mu'}{\partial \mu'})$, qui entrent dans les expreſſions de B & de C, on obſervera que

$$\partial F = (\frac{\partial F}{\partial \mu}) . \partial \mu + (\frac{\partial F}{\partial \mu'}) . \partial \mu' = \frac{1}{\mu} . (\frac{\partial F\mu}{\partial \mu}) . \partial \mu + \frac{1}{\mu'} . (\frac{\partial F\mu'}{\partial \mu'}) - F(\frac{\partial \mu}{\mu} + \frac{\partial \mu'}{\mu'});$$

or on a, lorſque $\mu = \mu'$, $(\frac{\partial F\mu}{\partial \mu}) = (\frac{\partial F\mu'}{\partial \mu'})$; partant

$$(\frac{\partial F\mu}{\partial \mu}) . \partial \mu = \frac{1}{2}\mu \partial F + F\partial \mu = \frac{1}{2\mu} . \partial . F\mu^2.$$

En ſubſtituant au lieu de F ſa valeur, on aura

$$(\frac{\partial F\mu}{\partial \mu}) = \frac{1}{2\mu^3} . (\text{ang. tang. } \mu - \frac{\mu}{1+\mu^2});$$

on aura donc, relativement aux ellipſoïdes de révolution,

$$A = \frac{3a.M}{k^3.\mu^3} . (\mu - \text{ang. tang. } \mu);$$

$$B = \frac{3b.M}{2k^3.\mu^3} . (\text{ang. tang. } \mu - \frac{\mu}{1+\mu^2});$$

$$C = \frac{3c.M}{2k^3.\mu^3} . (\text{ang. tang. } \mu - \frac{\mu}{1+\mu^2}).$$

IV.

CONSIDÉRONS maintenant l'attraction du ſphéroïde ſur un point extérieur; cette recherche préſente de plus grandes difficultés que la précédente, à cauſe du radical $\sqrt{(R)}$ qui entre dans l'expreſſion des attractions, & qui rend les intégrations impoſſibles: il faut recourir alors à des artifices particuliers; celui dont je vais faire uſage, m'a paru mériter l'attention des Géomètres, tant par ſa ſingularité, que par l'utilité dont il peut être dans des circonſtances ſemblables.

Si l'on déſigne par V, la ſomme de toutes les molécules du ſphéroïde, diviſées par leurs diſtances reſpectives au point attiré; que l'on nomme x, y, z les coordonnées d'une molécule

∂M du ſphéroïde, & a, b, c, celles du point attiré; on aura

$$V = \int \frac{\partial M}{\sqrt{[(a-x)^2 + (b-y)^2 + (c-z)^2]}}.$$

En déſignant enſuite par A, B, C, les attractions du ſphéroïde, parallèlement aux axes des x, des y & des z, on aura

$$A = \int \frac{(a-x).\partial M}{[(a-x)^2 + (b-y)^2 + (c-z)^2]^{\frac{3}{2}}} = -\left(\frac{\partial V}{\partial a}\right);$$

on aura pareillement $B = -\left(\frac{\partial V}{\partial b}\right)$; $C = -\left(\frac{\partial V}{\partial c}\right)$;

d'où il ſuit généralement que ſi l'on connoît V, il ſera facile d'en conclure par la ſeule différenciation, l'attraction du ſphéroïde, parallèlement à une droite quelconque a, en conſidérant cette droite comme une des coordonnées rectangles du point attiré.

La valeur précédente de V, réduite en ſérie, devient

$$V = \int \frac{\partial M}{\sqrt{(a^2 + b^2 + c^2)}} \cdot \left\{ \begin{array}{l} 1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{(2ax + 2by + 2cz - x^2 - y^2 - z^2)}{a^2 + b^2 + c^2} \\ \quad + \frac{3}{8} \cdot \frac{(2ax + 2by + 2cz - x^2 - y^2 - z^2)^2}{(a^2 + b^2 + c^2)^2} \\ \quad + \&c. \end{array} \right\};$$

cette ſuite eſt aſcendante relativement aux dimenſions du ſphéroïde, & deſcendante relativement aux coordonnées du point attiré; & ſi l'on n'a égard qu'à ſon premier terme, ce qui ſuffit lorſque le point attiré eſt à une très-grande diſtance, on aura $V = \frac{M}{\sqrt{(a^2 + b^2 + c^2)}}$, M étant la maſſe entière du ſphéroïde. Cette expreſſion ſera plus exacte encore, ſi l'on place l'origine des coordonnées au centre de gravité du ſphéroïde, car on a par la propriété de ce centre, $\int x.\partial M = 0$, $\int y.\partial M = 0$, $\int z.\partial M = 0$; en ſorte que ſi l'on conſidère le rapport des dimenſions du ſphéroïde, à ſa diſtance au point attiré, comme une très-petite quantité du premier ordre; l'équation $V = \frac{M}{\sqrt{(a^2 + b^2 + c^2)}}$, ſera exacte aux quantités

près du troiſième ordre. Nous allons préſentement chercher une expreſſion rigoureuſe de V, relativement aux ſphéroïdes elliptiques.

V.

POUR cela, reprenons les valeurs de V, A, B, & C de l'*article II.*

$$V = 2 \cdot \int\int \frac{\partial p \cdot \partial q \cdot \text{fin.} p \cdot I \sqrt{(R)}}{L^2}; \quad A = 2 \cdot \int\int \frac{\partial p \cdot \partial q \cdot \text{fin.} p \cdot \text{cof.} p \cdot \sqrt{(R)}}{L};$$

$$B = 2 \cdot \int\int \frac{\partial p \cdot \partial q \cdot \text{fin.} p^2 \cdot \text{cof.} q \cdot \sqrt{(R)}}{L}; \quad C = 2 \cdot \int\int \frac{\partial p \cdot \partial q \cdot \text{fin.} p^2 \cdot \text{fin.} q \cdot \sqrt{(R)}}{L}.$$

Puiſqu'aux limites de ces intégrales, on a $\sqrt{(R)} = 0$, il eſt clair qu'en prenant les premières différences de V, A, B & C, par rapport à l'une quelconque des ſix quantités, a, b, c, k, m & n, on peut ſe diſpenſer d'avoir égard aux variations des limites, en ſorte que l'on a, par exemple,

$$\left(\frac{\partial V}{\partial a}\right) = 2 \int\int \partial p \cdot \partial q \cdot \text{fin.} p \cdot \left(\frac{\partial \cdot \frac{I \sqrt{(R)}}{L^2}}{\partial a} \right);$$

cela poſé, il eſt facile de s'aſſurer par la différenciation, que ſi pour abréger, on fait $aA + bB + cC = F$, on aura entre les quatre quantités F, B, C & V, l'équation ſuivante aux différences partielles,

$$\begin{aligned} 0 = (a^2 + b^2 + c^2) \cdot & \left\{ V - \tfrac{1}{2} \cdot \left[a \cdot \left(\frac{\partial V}{\partial a}\right) + b \cdot \left(\frac{\partial V}{\partial b}\right) + c \cdot \left(\frac{\partial V}{\partial c}\right) \right] \right\} \\ & \left\{ -F + \tfrac{1}{2} \cdot \left[a \cdot \left(\frac{\partial F}{\partial a}\right) + b \cdot \left(\frac{\partial F}{\partial b}\right) + c \cdot \left(\frac{\partial F}{\partial c}\right) \right] \right\} \\ & + \tfrac{1}{2} \cdot k^3 \cdot \left(\frac{\partial F}{\partial k}\right) - k^2 \cdot \left\{ F - \tfrac{1}{2} \cdot \left[a \cdot \left(\frac{\partial V}{\partial a}\right) + b \cdot \left(\frac{\partial V}{\partial b}\right) + c \cdot \left(\frac{\partial V}{\partial c}\right) \right] \right\} \\ & + k^2 \cdot \frac{m-1}{m} \cdot b \cdot \left[\left(\frac{\partial F}{\partial b}\right) - \tfrac{1}{2} \cdot \left(\frac{\partial V}{\partial b}\right) - B \right] \\ & + k^2 \cdot \frac{n-1}{n} \cdot c \cdot \left[\left(\frac{\partial F}{\partial c}\right) - \tfrac{1}{2} \cdot \left(\frac{\partial V}{\partial c}\right) - C \right] \\ & - k^2 \cdot (m-1) \cdot \left(\frac{\partial F}{\partial m}\right) = k^2 \cdot (n-1) \cdot \left(\frac{\partial F}{\partial n}\right) \end{aligned}$$

On peut éliminer de cette équation, les quantités B, C & F, en y ſubſtituant leurs valeurs $-\left(\frac{\partial V}{\partial b}\right)$, $-\left(\frac{\partial V}{\partial c}\right)$, & $-a.\left(\frac{\partial V}{\partial a}\right) - b.\left(\frac{\partial V}{\partial b}\right) - c.\left(\frac{\partial V}{\partial c}\right)$; on aura ainſi une équation aux différences partielles en V ſeul. Soit donc

$$V = \frac{4\pi.k^3}{3.\sqrt{(mn)}}, v = M.v,$$

M étant par l'*article I*, la maſſe du ſphéroïde elliptique; & au lieu des variables m & n, introduiſons celles-ci θ & ϖ, qui ſont telles que

$$\theta = k^2.\frac{1-m}{m}; \varpi = k^2.\frac{1-n}{n};$$

nous aurons

$$\left(\frac{\partial\theta}{\partial k}\right) = \frac{2\theta}{k}; \left(\frac{\partial\varpi}{\partial k}\right) = \frac{2\varpi}{k}; \left(\frac{\partial\theta}{\partial m}\right) = -\frac{k^2}{m^2}; \left(\frac{\partial\varpi}{\partial n}\right) = -\frac{k^2}{n^2};$$

ce qui donne

$$k.\left(\frac{\partial V}{\partial k}\right) = M.\left[2\theta.\left(\frac{\partial v}{\partial\theta}\right) + 2\varpi.\left(\frac{\partial v}{\partial\varpi}\right) + 3v\right] + k.\left(\frac{\partial v}{\partial k}\right)];$$

$$\left(\frac{\partial V}{\partial m}\right) = -M.\left[\frac{k^2}{m^2}.\left(\frac{\partial v}{\partial\theta}\right) + \frac{v}{2m}\right];$$

$$\left(\frac{\partial V}{\partial n}\right) = -M.\left[\frac{k^2}{n^2}.\left(\frac{\partial v}{\partial\varpi}\right) + \frac{v}{2n}\right].$$

Cela poſé, l'équation précédente deviendra en y ſubſtituant $\frac{k^2}{k^2+\theta}$, au lieu de m; $\frac{k^2}{k^2+\varpi}$, au lieu de n, & en ſuppoſant $Q = a.\left(\frac{\partial v}{\partial a}\right) + b.\left(\frac{\partial v}{\partial b}\right) + c.\left(\frac{\partial v}{\partial c}\right)$,

$$0 = (a^2 + b^2 + c^2).\left\{\upsilon + \tfrac{1}{2}.Q - \tfrac{1}{2}\left[a.\left(\frac{\partial Q}{\partial a}\right) + b.\left(\frac{\partial Q}{\partial b}\right) + c.\left(\frac{\partial Q}{\partial c}\right)\right]\right\}$$
$$+ 6^2.\left(\frac{\partial Q}{\partial \theta}\right) + \varpi^2.\left(\frac{\partial Q}{\partial \varpi}\right) - \frac{k^3}{2}.\left(\frac{\partial Q}{\partial k}\right) + \tfrac{1}{2}.(\theta + \varpi).Q$$
$$+ b\theta.\left(\frac{\partial Q}{\partial b}\right) + c\varpi.\left(\frac{\partial Q}{\partial c}\right) - \tfrac{1}{2}.b\theta.\left(\frac{\partial \upsilon}{\partial b}\right) - \tfrac{1}{2}.c\varpi.\left(\frac{\partial \upsilon}{\partial c}\right) \Bigg\}; \quad (1)$$

VI.

CONCEVONS maintenant la fonction υ réduite dans une ſuite aſcendante par rapport aux dimenſions k, $\sqrt{(\theta)}$ & $\sqrt{(\varpi)}$ du ſphéroïde, & par conſéquent deſcendante relativement aux quantités a, b & c; cette ſuite ſera de la forme ſuivante,

$$\upsilon = U^{(0)} + U^{(1)} + U^{(2)} + U^{(3)} + \&c.$$

$U^{(0)}$, $U^{(1)}$, $U^{(2)}$, &c. étant des fonctions homogènes de a, b, c, k, $\sqrt{(\theta)}$, $\sqrt{(\varpi)}$, & ſéparément homogènes relativement aux trois premières & aux trois dernières de ces ſix quantités; les dimenſions relatives aux trois premières allant toujours en diminuant, & les dimenſions relatives aux trois dernières croiſſant ſans ceſſe. Ces fonctions ſont toutes de la même dimenſion que υ; or V étant la ſomme des molécules du ſphéroïde, diviſées par leurs diſtances au point attiré, & chaque molécule étant de trois dimenſions, V eſt de deux dimenſions; donc υ étant égal à V diviſé par la maſſe M du ſphéroïde, il ſera de la dimenſion -1

Si l'on ſubſtitue dans l'équation (1), au lieu de υ, ſa valeur précédente en ſérie; que l'on nomme s, la dimenſion de $U^{(i)}$ en k, $\sqrt{(\theta)}$ & $\sqrt{(\varpi)}$, & par conſéquent $-s-1$, ſa dimenſion en a, b, c; ſi l'on nomme pareillement s', la dimenſion de $U^{(i+1)}$ en k, $\sqrt{(\theta)}$ & $\sqrt{(\varpi)}$, & par conſéquent $-s'-1$, ſa dimenſion en a, b & c; ſi l'on conſidère enſuite que, par la nature des fonctions homogènes, on a

$$a.\left(\frac{\partial U^{(i)}}{\partial a}\right)+b.\left(\frac{\partial U^{(i)}}{\partial b}\right)+c.\left(\frac{\partial U^{(i)}}{\partial c}\right)=-(s+1).U^{(i)};$$

$$a.\left(\frac{\partial U^{(i+1)}}{\partial a}\right)+b.\left(\frac{\partial U^{(i+1)}}{\partial b}\right)+c.\left(\frac{\partial U^{(i+1)}}{\partial c}\right)=-(s'+1).U^{(i+1)};$$

on aura, en rejetant les termes d'une dimenſion en k', $\nu(\theta)$ & $\nu(\varpi)$, ſupérieure à celle des termes que l'on conſerve

$$U^{(i+1)}=\frac{\left\{\begin{array}{l}\frac{1}{2}.(s+1).k^2.\left(\frac{\partial U^{(i)}}{\partial k}\right)-(s+1).\theta^2.\left(\frac{\partial U^{(i)}}{\partial \theta}\right)\\ -(s+1).\varpi^2.\left(\frac{\partial U^{(i)}}{\partial \varpi}\right)-\left(\frac{s+1}{2}\right).(\theta+\varpi).U^{(i)}\\ -(s+\frac{3}{2}).b\theta.\left(\frac{\partial U^{(i)}}{\partial b}\right)-(s+\frac{1}{2}).c\varpi.\left(\frac{\partial U^{(i)}}{\partial c}\right)\end{array}\right\};\quad(2)}{s'.\frac{s'+3}{2}.(a^2+b^2+c^2)}$$

Cette équation donne la valeur de $U^{(i+1)}$, au moyen de $U^{(i)}$, & de ſes différences partielles : or, on a

$$U^{(0)}=\frac{1}{(a^2+b^2+c^2)^{\frac{1}{2}}},$$

puiſqu'en n'ayant égard qu'au premier terme de la ſérie, nous avons trouvé dans l'*article IV*, $V=\frac{M}{(a^2+b^2+c^2)^{\frac{1}{2}}}$.

En ſubſtituant donc cette valeur de $U^{(0)}$ dans la formule précédente, on aura celle de $U^{(1)}$; au moyen de $U^{(1)}$, on aura $U^{(2)}$, & ainſi de ſuite; mais il eſt remarquable qu'aucune de ces quantités ne renferme k; car il eſt clair par la formule (2), que $U^{(0)}$ ne renfermant point k, $U^{(1)}$ ne le renfermera pas; que $U^{(1)}$ ne le renfermant point, $U^{(2)}$ ne le renfermera pas, & ainſi du reſte; en ſorte que la ſérie entière $U^{(0)}+U^{(1)}+U^{(2)}+U^{(3)}+$ &c., eſt indépendante de k, ou ce qui revient au même,

$\left(\frac{\partial v}{\partial k}\right) = 0$. Les valeurs de v, $-\left(\frac{\partial v}{\partial a}\right)$, $-\left(\frac{\partial v}{\partial b}\right)$, & $-\left(\frac{\partial v}{\partial c}\right)$, ſont donc les mêmes pour tous les ſphéroïdes elliptiques ſemblablement ſitués, & qui ont les mêmes excentricités $\nu(\theta)$ & $\nu(\varpi)$; or, $-M\left(\frac{\partial v}{\partial a}\right)$, $-M\left(\frac{\partial v}{\partial b}\right)$, & $-M\left(\frac{\partial v}{\partial c}\right)$, expriment par l'*article IV*, les attractions du ſphéroïde, parallèlement à ſes trois axes ; donc les attractions de différens ſphéroïdes elliptiques qui ont le même centre, la même poſition des axes, & les mêmes excentricités, ſur un même point extérieur, ſont entr'elles comme leurs maſſes.

Il eſt aiſé de voir par l'inſpection de la formule (2), que les dimenſions de $U^{(0)}$, $U^{(1)}$, $U^{(2)}$, &c. en $\nu(\theta)$ & $\nu(\varpi)$, croiſſent de deux en deux unités, en ſorte que $s = 2i$ & $s' = 2i+2$: on a d'ailleurs par la nature des fonctions homogènes,

$$\varpi.\left(\frac{\partial U^{(i)}}{\partial \varpi}\right) = i.U^{(i)} - \theta.\left(\frac{\partial U^{(i)}}{\partial \theta}\right);$$

cette formule deviendra donc

$$U^{(i+1)} = \frac{\left\{\begin{array}{l}(2i+1).\theta.(\varpi-\theta).\left(\frac{\partial U^{(i)}}{\partial \theta}\right) - (2i+\frac{3}{2}).b.\theta.\left(\frac{\partial U^{(i)}}{\partial b}\right) \\ -(2i+\frac{3}{2}).c.\varpi.\left(\frac{\partial U^{(i)}}{\partial c}\right) - \frac{1}{2}.(2i+1).[\theta+(2i+1).\varpi].U^{(i)}\end{array}\right\}}{(i+1).(2i+5).(a^2+b^2+c^2)} ; (3)$$

on aura, au moyen de cette équation, la valeur de v, dans une ſérie qui ſera convergente, toutes les fois que les excentricités $\nu(\theta)$ & $\nu(\varpi)$ ſeront fort petites, ou que la diſtance $\sqrt{(a^2+b^2+c^2)}$ du point attiré au centre du ſphéroïde, ſera fort grande relativement aux dimenſions du ſphéroïde.

Si le ſphéroïde eſt une ſphère, on aura $\theta = 0$ &

$\varpi = 0$, ce qui donne $U^{(1)} = 0$, $U^{(2)} = 0$, &c. partant $v = U^{(0)} = \frac{1}{\sqrt{(a^2+b^2+c^2)}}$, & $V = \frac{M}{\sqrt{(a^2+b^2+c^2)}}$; d'où il ſuit que la valeur de V, eſt la même que ſi toute la maſſe de la ſphère étoit réunie à ſon centre, & qu'ainſi une ſphère attire un point quelconque extérieur, comme ſi toute ſa maſſe étoit réunie à ſon centre. Les Planètes s'attirent donc à très-peu-près, comme ſi leurs maſſes étoient réunies à leurs centres de gravité, non-ſeulement parce que leurs diſtances reſpectives ſont très-grandes par rapport aux dimenſions de leurs maſſes, mais encore parce que leurs figures ſont très-peu différentes de la ſphère.

VII.

La propriété de la fonction v, d'être indépendante de k, fournit un moyen de réduire ſa valeur ſous la forme la plus ſimple dont elle eſt ſuſceptible; car puiſque l'on peut faire varier à volonté k, ſans changer cette valeur, pourvu que l'on conſerve au ſphéroïde, les mêmes excentricités $\nu(\theta)$ & $\nu(\varpi)$; on pourra ſuppoſer k, tel que le ſphéroïde ſoit infiniment aplati, ou que ſa ſurface paſſe par le point attiré; dans ces deux cas, la recherche des attractions du ſphéroïde ſe ſimplifie; mais comme nous avons déterminé précédemment les attractions des ſphéroïdes elliptiques ſur des points placés à leur ſurface, nous ſuppoſerons k, tel que la ſurface du ſphéroïde paſſe par le point attiré.

Si l'on nomme k', m' & n', relativement à ce nouveau ſphéroïde, ce que nous avons nommé k, m, n, dans l'*article I*, par rapport au ſphéroïde que nous avons conſidéré juſqu'ici; la condition que le point attiré eſt à ſa ſurface, & qu'ainſi a, b, c ſont les coordonnées d'un point de cette ſurface, donnera

$$a^2 + m'^2 . b^2 + n'^2 . c^2 = k'^2;$$

& puiſque l'on ſuppoſe que les excentricités $\nu(\theta)$ & $\nu(\varpi)$ reſtent les mêmes, on aura

$$k'^2 . \frac{1 - m'^2}{m'^2} = \theta; \quad k'^2 . \frac{1 - n'^2}{n'^2} = \varpi;$$

d'où l'on tire

$$m^{1} = \frac{k^{1^2}}{k^{1^2} + \theta}; \quad n^{1} = \frac{k^{1^2}}{k^{1^2} + \varpi};$$

on aura donc pour déterminer k^1, l'équation

$$a^2 + \frac{k^{1^2}}{k^{1^2} + \theta} \cdot b^2 + \frac{k^{1^2}}{k^{1^2} + \varpi} \cdot c^2 = k^{1^2}; \quad (4)$$

Il eſt aiſé d'en conclure qu'il n'y a qu'un ſeul ſphéroïde elliptique dont la ſurface paſſe par le point attiré, θ & ϖ reſtant les mêmes; car ſi l'on ſuppoſe, comme cela ſe peut toujours en choiſiſſant convenablement l'axe k, que θ & ϖ ſoient poſitifs; il eſt clair qu'en faiſant croître k^{1^2} dans l'équation (4), d'une quantité quelconque que nous pouvons conſidérer comme une partie aliquote de k^{1^2}, chacun des termes du premier membre de cette équation, croîtra dans un rapport moindre que k^{1^2}; donc ſi dans le premier état de k^{1^2}, il y avoit égalité entre les deux membres de l'équation, cette égalité ne ſubſiſtera plus dans le ſecond état; d'où il ſuit que k^{1^2} n'eſt ſuſceptible que d'une ſeule valeur réelle & poſitive.

Maintenant, ſoit M^1 la maſſe du nouveau ſphéroïde; A^1, B^1, C^1, ſes attractions parallèlement aux axes des a, des b & des c; ſi l'on fait $\frac{1 - m^1}{m^1} = \mu^2$; $\frac{1 - n^1}{n^1} = \mu^{1^2}$;

$$F = \int \frac{x^2 . \partial x}{\sqrt{(1 + \mu^2 . x^2) . (1 + \mu^{1^2} . x^2)}};$$

l'intégrale étant priſe depuis $x = 0$, juſqu'à $x = 1$; on aura par l'*article III*,

$$A^1 = \frac{3a . M^1}{k^{1^3}} . F; \; B^1 = \frac{3b . M^1}{k^{1^3}} . \left(\frac{\partial F\mu}{\partial \mu}\right); \; C^1 = \frac{3c . M^1}{k^{1^3}} . \left(\frac{\partial F\mu^1}{\partial \mu^1}\right).$$

En diviſant ces valeurs de A^1, B^1, C^1, par M^1; & en les multipliant enſuite par M, on aura par ce qui précède,

les valeurs de A, B, C, relatives au premier ſphéroïde; or on a $k'^2 \frac{1-m^2}{m^2} = \theta$, $k'^2 . \frac{1-n^2}{n^2} = \varpi$; $\nu(\theta)$, $\nu(\varpi)$ étant les excentricités des ſphéroïdes; d'où l'on tire

$$\mu^2 = \frac{\theta}{k'^2}\ ;\ \mu'^2 = \frac{\varpi}{k'^2}\ ;$$

k'^2 étant donné par l'equation (4) que l'on peut mettre ſous cette forme,

$$0 = k'^6 - (a^2 + b^2 + c^2 - \theta - \varpi) . k'^4 - [(a^2 + c^2).\theta + (a^2 + b^2).\varpi - \theta.\varpi] . k'^2 - a^2.\theta.\varpi\ ;$$

on aura donc

$$A = \frac{3aM}{k'^3} . F\ ;\ B = \frac{3bM}{k'^3} . \left(\frac{\partial F\mu}{\partial \mu}\right)\ ;\ C = \frac{3cM}{k'^3} . \left(\frac{\partial F\mu'}{\partial \mu'}\right).$$

Ces valeurs ont lieu relativement à tous les points extérieurs au ſphéroïde, & pour les étendre aux points intérieurs ou à ceux de la ſurface, il ſuffit d'y changer k' en k.

Si le ſphéroïde eſt de révolution, en ſorte que $\varpi = \theta$, l'équation (4) donnera

$$2k'^2 = a^2 + b^2 + c^2 - \theta + \nu[(a^2 + b^2 + c^2 - \theta)^2 + 4a^2.\theta]\ ;$$

& l'on aura par l'*article III*,

$$A = \frac{3.a.M}{k'^3.\mu^3} . (\mu - \text{ang. tang.}\ \mu)\ ;$$

$$B = \frac{3.b.M}{2k'^3.\mu^3} . \left(\text{ang. tang.}\ \mu - \frac{\mu}{1+\mu\mu}\right)\ ;$$

$$C = \frac{3.c.M}{2k'^3.\mu^3} . \left(\text{ang. tang.}\ \mu - \frac{\mu}{1+\mu\mu}\right).$$

Nous voilà donc parvenus à une théorie complète des attractions des ſphéroïdes elliptiques; car la ſeule choſe qui reſte à

deſirer, eſt l'intégration de la valeur de F, & cette intégration eſt impoſſible, non-ſeulement par les méthodes connues, mais encore en elle-même. Je me ſuis aſſuré par une méthode qu'il n'eſt pas de mon objet d'expoſer ici, que la valeur de F ne peut être exprimée en termes finis, au moyen de quantités algébriques, logarithmiques & circulaires, ou ce qui revient au même, par une fonction algébrique de quantités dont les expoſans ſoient conſtans, nuls ou variables; or, les fonctions de ce genre étant les ſeules que l'on puiſſe exprimer indépendamment du ſigne $\int$; toutes les intégrales qui ne peuvent ſe ramener à des fonctions ſemblables, ſont impoſſibles en termes finis.

Si le ſphéroïde elliptique n'eſt pas homogène, mais qu'il ſoit compoſé de couches elliptiques variables de poſition, d'excentricités & de denſité, ſuivant des loix quelconques; on aura l'attraction d'une de ſes couches, en déterminant par ce qui précède, la différence des attractions de deux ſphéroïdes elliptiques homogènes de même denſité que cette couche, dont l'un auroit pour ſurface, la ſurface extérieure de la couche, & dont l'autre auroit pour ſurface, la ſurface intérieure de cette même couche; en ſommant enſuite cette attraction différentielle, on aura l'attraction du ſphéroïde entier.

DEUXIÈME SECTION.

Du développement en ſérie, des attractions des Sphéroïdes quelconques.

VIII.

CONSIDÉRONS généralement les attractions des ſphéroïdes quelconques; nous avons vu dans l'*article IV*, que l'expreſſion V de la ſomme des molécules d'un ſphéroïde, diviſées par leurs diſtances à un point attiré, a l'avantage de donner par ſa différenciation, l'attraction de ce ſphéroïde, parallelement à une droite quelconque; nous verrons

d'ailleurs, en parlant de la figure des Planètes, que l'attraction de leurs molécules, ſe préſente ſous cette forme dans l'équation de leur équilibre ; ainſi nous allons nous occuper particulièrement de la recherche de V. Soient comme ci-deſſus, a, b, c, les coordonnées du point attiré ; x, y, z, celles d'une molécule du ſphéroïde ; nommons de plus r, la diſtance $\sqrt{(a^2 + b^2 + c^2)}$ du point attiré, à l'origine des coordonnées que nous ſuppoſerons dans l'intérieur du ſphéroïde; θ, l'angle que forme le rayon r avec l'axe des x; ϖ, l'angle que forme le plan qui paſſe par l'axe des x & par le point attiré, avec un plan invariable paſſant par les axes des x & des y ; nous aurons

$$a = r.\text{cof. }\theta;\ b = r.\text{ſin. }\theta.\text{cof. }\varpi;\ c = r.\text{ſin. }\theta.\text{ſin. }\varpi,$$

Nommons enſuite R la diſtance $\sqrt{(x^2 + y^2 + z^2)}$, de la molécule à l'origine des coordonnées ; & ſuppoſons que θ' & ϖ', ſoient ce que deviennent les angles θ & ϖ, relativement à cette molécule ; nous aurons

$$x = R.\text{cof. }\theta';\ y = R.\text{ſin. }\theta'.\text{cof. }\varpi';\ z = R.\text{ſin. }\theta'.\text{ſin. }\varpi';$$

la diſtance

$$\sqrt{[(a - x)^2 + (b - y)^2 + (c - z)^2]},$$

de la molécule au point attiré, ſera donc égale à

$$\sqrt{\{r^2 - 2rR.[\text{cof. }\theta.\text{cof. }\theta' + \text{ſin. }\theta.\text{ſin. }\theta'.\text{cof. }(\varpi - \varpi')] + R^2\}};$$

d'ailleurs la molécule du ſphéroïde eſt égale à

$$R^2.\partial R.\partial\theta'.\partial\varpi'.\text{ſin. }\theta';$$

nous aurons donc

$$V = \int \frac{R^2.\partial R.\partial\varpi'.\partial\theta'.\text{ſin. }\theta'}{\sqrt{[r^2 - 2rR.(\text{cof. }\theta.\text{cof. }\theta' + \text{ſin. }\theta.\text{ſin. }\theta'.\text{cof. }(\varpi - \varpi')) + R^2]}};$$

l'intégrale relative à R devant être priſe depuis $R = 0$, juſqu'à la valeur de R à la ſurface du ſphéroïde ; l'intégrale relative à ϖ' devant être priſe depuis $\varpi' = 0$, juſqu'à

$\varpi' = 360$ degrés ; & celle qui eſt relative à θ', devant être priſe depuis $\theta' = 0$, juſqu'à $\theta' = 180$ degrés.

J'ai obſervé dans nos Mémoires pour l'année 1779, que les intégrales des équations linéaires aux différences partielles du ſecond ordre, n'étoient ſouvent poſſibles qu'au moyen d'intégrales définies ſemblables à l'expreſſion de V; ainſi lorſqu'on a de ſemblables intégrales, il eſt facile dans un grand nombre de cas, d'en tirer des équations aux différences partielles, dont la conſidération peut fournir des remarques intéreſſantes, & faciliter la réduction des intégrales en ſéries. Dans le cas préſent, il eſt facile de s'aſſurer par la différenciation, que ſi l'on fait $\text{cof. } \theta = \mu$, on aura l'équation ſuivante aux différences partielles,

$$0 = \left\{\frac{\partial.[(1-\mu\mu).(\frac{\partial V}{\partial \mu})]}{\partial \mu}\right\} + \frac{(\frac{\partial\partial V}{\partial \varpi^2})}{1-\mu\mu} + r.(\frac{\partial\partial.rV}{\partial r^2}); \quad (5)$$

nous verrons dans la ſection ſuivante, toute la théorie des attractions des ſphéroïdes très-peu différens de la ſphère, découler de cette équation fondamentale.

IX.

Supposons d'abord le point attiré, extérieur au ſphéroïde; ſi l'on réduit V en ſérie, elle doit être dans ce cas, deſcendante par rapport aux puiſſances de r, & par conſéquent de cette forme,

$$V = \frac{U^{(0)}}{r} + \frac{U^{(1)}}{r^2} + \frac{U^{(2)}}{r^3} + \frac{U^{(3)}}{r^4} + \text{&c.}$$

Si l'on ſubſtitue cette valeur de V, dans l'équation précédente aux différences partielles; on aura, quel que ſoit i,

$$0 = \left\{\frac{\partial.[(1-\mu\mu).(\frac{\partial U^{(i)}}{\partial \mu})]}{\partial \mu}\right\} + \frac{(\frac{\partial\partial U^{(i)}}{\partial \varpi^2})}{1-\mu\mu} + i.(i+1).U^{(i)},$$

& il eſt viſible par la ſeule inſpection de l'expreſſion intégrale de V, que $U^{(i)}$ eſt une fonction rationnelle & entière de μ, $\sqrt{(1-\mu^2)}.\text{ſin. }\varpi$ & $\sqrt{(1-\mu^2)}.\text{cof.}\varpi$, dépendante de la nature du ſphéroïde. Voyons comment on peut la déterminer.

Nommons T, le radical

$$\frac{1}{\sqrt{[r^2-2rR.(\text{cof.}\theta.\text{cof.}\theta'+\text{ſin.}\theta.\text{ſin.}\theta'.\text{cof.}(\varpi-\varpi'))+R^2]}},$$

nous aurons

$$0=\left\{\frac{\partial.[(1-\mu\mu).(\frac{\partial T}{\partial\mu})]}{\partial\mu}\right\}+\frac{(\frac{\partial\partial T}{\partial\varpi^2})}{1-\mu\mu}+r.(\frac{\partial\partial.rT}{\partial r^2});$$

cette équation ſubſiſteroit encore en y changeant θ en θ', ϖ en ϖ' & réciproquement, parce que T eſt une pareille fonction de θ' & de ϖ', que de θ & de ϖ. Si l'on réduit T dans une ſuite deſcendante relativement à r, on aura

$$T=\frac{Q^{(0)}}{r}+\frac{Q^{(1)}.R}{r^2}+\frac{Q^{(2)}.R^2}{r^3}+\frac{Q^{(3)}.R^3}{r^4}+\&c,$$

$Q^{(i)}$ étant, quel que ſoit i, donné par cette équation

$$0=\left\{\frac{\partial.[(1-\mu\mu).(\frac{\partial Q^{(i)}}{\partial\mu})]}{\partial\mu}\right\}+\frac{(\frac{\partial\partial Q^{(i)}}{\partial\varpi^2})}{1-\mu\mu}+i.(i+1).Q^{(i)};$$

& de plus il eſt viſible que $Q^{(i)}$ eſt une fonction rationnelle & entière de μ, & $\sqrt{(1-\mu^2)}.\text{cof.}(\varpi-\varpi')$. $Q^{(i)}$ étant connu, on aura $U^{(i)}$ au moyen de l'équation

$$U^{(i)}=\int R^{i+2}.\partial R.Q^{(i)}.\partial\varpi'.\partial\theta'.\text{ſin.}\theta'$$

$$=\frac{1}{i+3}.\int R'^{i+3}.Q^{(i)}.\partial\varpi'.\partial\theta'.\text{ſin.}\theta',$$

R' étant le rayon R prolongé juſqu'à la ſurface du ſphéroïde; or on a, par la nature du ſphéroïde, R' en fonction de θ' & de ϖ': en ſubſtituant donc cette fonction dans la valeur

valeur de $U^{(i)}$, il ne s'agira plus que d'exécuter par les méthodes connues, les intégrations relatives à ϖ' & θ'; mais pour cela il eſt néceſſaire de déterminer $Q^{(i)}$.

Développons cette quantité ſuivant les cofinus de l'angle $\varpi - \varpi'$, & de ſes multiples, & nommons $\mathcal{C}$, le coéfficient de cof. $n.(\varpi - \varpi')$; en ſubſtituant dans l'équation précédente aux différences partielles en $Q^{(i)}$, le terme $\mathcal{C}.\text{cof. } n(\varpi - \varpi')$, on aura pour déterminer $\mathcal{C}$, l'équation aux différences ordinaires,

$$0 = \left\{\frac{\partial.[(1-\mu\mu).(\frac{\partial.\mathcal{C}}{\partial\mu})]}{\partial\mu}\right\} - \frac{n^2.\mathcal{C}}{1-\mu\mu} + i.(i+1).\mathcal{C},$$

$\mathcal{C}$ étant une fonction rationnelle & entière de μ & de cof. θ', ſi n eſt pair ou zéro, & étant égal à une pareille fonction multipliée par ſin. $\theta'.\sqrt{(1-\mu^2)}$, ſi n eſt impair.

L'équation précédente ne renfermant point l'angle θ', il eſt clair que cet angle ne peut ſe trouver que dans les deux conſtantes arbitraires de l'intégrale; de plus, cette équation étant linéaire, elle a deux valeurs particulières qui étant reſpectivement multipliées par des conſtantes arbitraires, & enſuite ajoutées, donnent l'intégrale complète: or il n'y a qu'une ſeule de ces deux valeurs qui puiſſe être une fonction rationnelle & entière de μ; il n'y en a pareillement qu'une ſeule qui puiſſe être égale au produit de $\sqrt{(1-\mu^2)}$, par une fonction rationnelle & entière de μ; car ſi l'on ſubſtitue de pareilles fonctions pour $\mathcal{C}$ dans l'équation précédente, on verra facilement qu'en partant de la plus haute puiſſance de μ, tous les coéfficiens des puiſſances ſucceſſives de cette variable, ſeront entièrement déterminés par ceux qui précèdent, en ſorte qu'il ne reſtera que le premier d'arbitraire. En déſignant donc par λ, cette valeur particulière de $\mathcal{C}$, qui eſt rationnelle & entière en μ, ſi n eſt pair, ou celle qui eſt égale à $\sqrt{(1-\mu^2)}$ multiplié

par une fonction rationnelle & entière en μ, si n est impair, on aura $\mathfrak{C} = H.\lambda$, H étant une fonction de θ'. Pour la déterminer, on observera que les deux angles θ & θ' entrant de la même manière dans T; si l'on fait cos. $\theta' = \mu'$, les équations différentielles en $Q^{(i)}$ & $\mathfrak{C}$, subsisteront encore en y changeant μ en μ'; $\mathfrak{C}$ est donc une pareille fonction de μ' que de μ; partant, si l'on désigne par λ', ce que devient λ lorsqu'on y change μ en μ', on aura $H = \gamma.\lambda'$, γ étant une fonction de i & de n, indépendante de μ & de μ'; on aura donc

$$\mathfrak{C} = \gamma.\lambda.\lambda',$$

c'est-à-dire que $\mathfrak{C}$ peut se décomposer en trois facteurs dont le premier est une fonction de i & de n, sans μ ni μ'; dont le second est fonction de μ; & dont le troisième est une fonction semblable en μ'.

X.

CHERCHONS d'abord la valeur de $\mathfrak{C}$ lorsque $n = 0$. Pour cela, nous observerons que, si dans l'expression de T, on suppose sin. $\theta' = 0$, elle deviendra $\frac{1}{\sqrt{(r^2 - 2rR\mu + R^2)}}$; d'où l'on tire

$$Q^{(i)} = \frac{1.3.5.\ldots.(2i-1)}{1.2.3.\ldots.i} \times \left\{\mu^i - \frac{i.(i-1)}{2.(2i-1)}.\mu^{i-2} + \frac{i.(i-1).(i-2).(i-3)}{2.4.(2i-1).(2i-3)}.\mu^{i-4} - \text{\&c.}\right\}$$

& comme cette valeur de $Q^{(i)}$ est indépendante de l'angle $\varpi - \varpi'$, elle sera égale à ce que devient $\mathfrak{C}$ lorsque $n = 0$, & lorsqu'on y fait d'ailleurs $\mu' = 1$. Maintenant si l'on prend pour la fonction λ, cette valeur même de $Q^{(i)}$; puisqu'elle est égale à $\gamma.\lambda.\lambda'$, lorsqu'on fait $\mu' = 1$ dans λ', il est clair que l'on aura dans ce cas, $\gamma\lambda' = 1$; or si, dans l'expression de T, on fait à la fois $\mu = 1$ & $\mu' = 1$, elle devient $\frac{1}{r - R}$;

partant $Q^{(i)}$ ſe réduit à l'unité, ou ce qui revient au même, on a $\gamma.\lambda.\lambda^{i} = 1$; mais on a $\gamma\lambda^{i} = 1$; donc λ ſe réduit à l'unité lorſqu'on y fait $\mu = 1$, ce qui a lieu également pour λ^{i}, lorſqu'on y fait $\mu^{i} = 1$; on aura ainſi $\gamma = 1$, &

$$\lambda = \frac{1.3.5.7.\ldots.(2i-1)}{1.2.3.\ldots.i} \times$$

$$\left\{\mu^{i} - \frac{i.(i-1)}{2.(2i-1)}.\mu^{i-2} + \frac{i.(i-1).(i-2).(i-3)}{2.4.(2i-1).(2i-3)}.\mu^{i-4} - \frac{i.(i-1).(i-2).(i-3).(i-4).(i-5)}{2.4.6.(2i-1).(2i-3).(2i-5)}.\mu^{i-6} + \&c.\right\}.$$

En changeant μ en μ^{i} dans cette valeur de λ, on aura λ^{i} ; on aura enſuite $\mathfrak{C} = \lambda.\lambda^{i}$; ce ſera la partie de $Q^{(i)}$, indépendante de l'angle $\varpi - \varpi^{i}$.

Cette partie eſt la ſeule à laquelle on doit avoir égard, relativement aux ſphéroïdes de révolution dont l'axe des x, eſt l'axe même de révolution ; car alors R^{i} étant indépendant de ϖ^{i}, le terme $\mathfrak{C}.\text{cof.}\, n\,(\varpi - \varpi^{i})$ ſubſtitué pour $Q^{(i)}$ dans l'intégrale $\int R^{i\,i+3}.Q^{(i)}.\partial\varpi^{i}.\partial\theta^{i}.\text{ſin.}\,\theta^{i}$, donne un réſultat nul, excepté lorſque $n = 0$; on aura donc alors

$$U^{(i)} = \frac{1}{i+3}.\int R^{i\,i+3}.Q^{(i)}.\partial\varpi^{i}.\partial\theta^{i}.\text{ſin.}\,\theta^{i} = -\frac{2\pi.\lambda}{i+3}.\int R^{i\,i+3}.\lambda^{i}.\partial\mu^{i},$$

λ & λ^{i} étant déterminés par ce qui précède, & l'intégrale relative à μ^{i}, devant être priſe depuis $\mu^{i} = 1$ juſqu'à $\mu = -1$. Il ſuit de-là que ſi l'on ſuppoſe

$$A^{(i)} = -\frac{2\pi}{i+3}.\int R^{i\,i+3}.\lambda^{i}.\partial\mu^{i},$$

& que l'on nomme $\lambda^{(0)}$, $\lambda^{(1)}$, $\lambda^{(2)}$, &c. les valeurs de λ, lorſqu'on y fait ſucceſſivement $i = 0$, $i = 1$, $i = 2$, &c.

l'expreſſion de V relative aux ſphéroïdes de révolution, ſera

$$V = \frac{\lambda^{(0)} \cdot A^{(0)}}{r} + \frac{\lambda^{(1)} \cdot A^{(1)}}{r^2} + \frac{\lambda^{(2)} \cdot A^{(2)}}{r^3} + \frac{\lambda^{(3)} \cdot A^{(3)}}{r^4} + \&c.$$

Si l'on fait $\mu = 1$, on aura la valeur de V relative à un point placé ſur le prolongement de l'axe de révolution, à la diſtance r de l'origine des coordonnées ; & comme alors on a, par ce qui précède, $\lambda^{(i)} = 1$, on aura

$$V = \frac{A^{(0)}}{r} + \frac{A^{(1)}}{r^2} + \frac{A^{(2)}}{r^3} + \frac{A^{(3)}}{r^4} + \&c.$$

ainſi lorſqu'on aura déterminé en ſérie, la valeur de V relative à un point placé ſur le prolongement de l'axe de révolution; on aura cette même valeur, relativement à un point quelconque placé à la même diſtance de l'origine des coordonnées, mais ſur un rayon qui fait avec l'axe de révolution, un angle dont μ eſt le coſinus; en multipliant les termes de la première ſérie, reſpectivement par $\lambda^{(0)}, \lambda^{(1)}, \lambda^{(2)}$, &c.

Lorſque le point attiré eſt placé ſur le prolongement de l'axe de révolution, il eſt aiſé de voir qu'en nommant x l'abſciſſe, & y l'ordonnée du méridien du ſphéroïde, & en repréſentant par $y = X$, l'équation de ce méridien ; on aura

$$V = 2\pi \cdot \int \partial x \cdot \{x - r + \sqrt{[(r-x)^2 + X^2]}\},$$

l'intégrale devant s'étendre à l'axe entier de révolution; cette intégrale réduite dans une ſuite deſcendante par rapport aux puiſſances de r, donnera les valeurs de $A^{(0)}$, $A^{(1)}$, $A^{(2)}$, &c.

XI.

CONSIDÉRONS maintenant l'expreſſion générale de $\mathfrak{C}$, lorſque n n'eſt pas nul. Si l'on fait dans l'expreſſion de T, $\text{cof. } \theta' = 0$, on aura

$$T = \frac{1}{\sqrt{[r^2 - 2rR \text{ ſin. } \theta \cdot \text{cof. } (\varpi - \varpi') + R^2]}}$$

ce qui donne dans ce cas

$$Q^{(i)} = \frac{1.3.5.\ldots\ldots(2i-1)}{1.2.3.\ldots\ldots i} \times$$

$$\left\{ \begin{array}{l} (1-\mu\mu)^{\frac{i}{2}} \cdot \text{cos.}(\varpi - \varpi')^i \\ -\frac{i.(i-1)}{2.(2i-1)} \cdot (1-\mu\mu)^{\frac{i}{2}-1} \cdot \text{cos.}(\varpi-\varpi')^{i-2} \\ +\frac{i.(i-1).(i-2).(i-3)}{2.4.(2i-1).(2i-3)} \cdot (1-\mu\mu)^{\frac{i}{2}-2} \cdot \text{cos.}(\varpi-\varpi')^{i-4} \\ -\ \&c. \end{array} \right\}$$

en développant cette fonction, en cosinus de l'angle $\varpi - \varpi'$, & de ses multiples, il est aisé de voir que l'on n'aura que des multiples pairs ou impairs, suivant que i sera lui-même pair ou impair; & que le coéfficient de cos. $n(\varpi - \varpi')$ sera égal à

$$2 \cdot \frac{1.3.5.\ldots\ldots(2i-1)}{2.4.6.\ldots\ldots(i+n).2.4.6.\ldots\ldots(i-n)} \times$$

$$\left\{ \begin{array}{l} (1-\mu\mu)^{\frac{i}{2}} - \frac{(i^2-n^2)}{2.(2i-1)} \cdot (1-\mu\mu)^{\frac{i}{2}-1} \\ +\frac{(i^2-n^2).[(i-2)^2-n^2]}{2.4.(2i-1).(2i-3)} \cdot (1-\mu\mu)^{\frac{i}{2}-2} \\ -\ \&c. \end{array} \right\}$$

ce sera la valeur de $\mathcal{C}$ ou de $\gamma . \lambda . \lambda'$, lorsqu'on fait $\mu' = 0$, dans λ'. En prenant donc pour λ, la partie de ce coéfficient qui est compriſe entre les deux parenthèſes, on aura

$$\gamma\lambda' = 2 \cdot \frac{1.3.5.\ldots\ldots(2i-1)}{2.4.6.\ldots\ldots(i+n).2.4.6.\ldots\ldots(i-n)},$$

μ' étant ſuppoſé nul dans λ'. Cette équation donnera γ; mais on l'obtiendra plus ſimplement de cette manière.

Si l'on fait à-la-fois dans T, μ & μ^{I} égaux à zéro, on aura

$$T = \frac{1}{\left[r - R.\epsilon^{(\varpi-\varpi^{I})\sqrt{(-1)}}\right]^{\frac{i}{2}} \cdot \left[r - R.\epsilon^{-(\varpi-\varpi^{I})\sqrt{(-1)}}\right]^{\frac{i}{2}}};$$

ϵ étant le nombre dont le logarithme hyperbolique eſt l'unité. Le coéfficient de

$$\frac{R^{i}}{r^{i+1}} \cdot \left[\frac{\epsilon^{n.(\varpi-\varpi^{I})\sqrt{(-1)}} + \epsilon^{-n.(\varpi-\varpi^{I})\sqrt{(-1)}}}{2}\right],$$

ou, ce qui revient au même, de $\frac{R^{i}}{r^{i+1}} \cdot \text{cof.}\, n.(\varpi - \varpi^{I})$, dans le développement de cette fonction, eſt égal à

$$2 \cdot \frac{1.3.5....(i+n-1).1.3.5....(i-n-1)}{2.4.6.....(i+n).2.4.6.....(i-n)},$$

c'eſt la valeur de $\mathcal{C}$ ou de $\gamma\,\lambda.\lambda^{I}$, lorſqu'on y fait μ & μ^{I} nuls ; or, on a dans cette hypotèſe $\lambda = \lambda^{I}$; on aura donc ainſi la valeur de $\gamma\,\lambda^{I^{2}}$. En la combinant avec celle que nous venons de trouver pour $\gamma\,\lambda^{I}$, il eſt facile d'en conclure,

$$\gamma = \frac{2.(i+n+1).(i+n+3)...(2i-1).(i-n+1).(i-n+3)...(2i-1)}{2.4.6.....(i+n).2.4.6.....(i-n)};$$

la valeur générale de $\mathcal{C}$, ſera par conſéquent

$$\mathcal{C} = \frac{2.(i+n+1)....(2i-1).(i-n+1)....(2i-1)}{2.4.....(i+n).2.4.....(i-n)} \times$$

$$1 \cdot \left\{ (1 - \mu\mu)^{\frac{i}{2}} - \frac{(i^{2}-n^{2})}{2.(2i-1)} \cdot (1 - \mu\mu)^{\frac{i}{2}-1} \right\} \times$$
$$+ \text{ \&c.}$$

$$1 \cdot \left\{ (1 - \mu^{I}\mu^{I})^{\frac{i}{2}} - \frac{(i^{2}-n^{2})}{2.(2i-1)} \cdot (1 - \mu^{I}\mu^{I})^{\frac{i}{2}-1} \right\}$$
$$+ \text{ \&c.}$$

Si l'on fait ſucceſſivement dans le terme

$\mathcal{C}.\text{cof.}\, n\,(\varpi - \varpi^{I})$; $n = 1$, $n = 2$ .... $n = i$;

la ſomme de ces termes, ſera la partie de $Q^{(i)}$ dépendante de l'angle $\varpi - \varpi'$; en lui ajoutant la partie qui en eſt indépendante, & que nous avons déterminée dans l'*article précédent*, on aura la valeur entière de $Q^{(i)}$, d'où l'on tirera celle de $U^{(i)}$, & par conſéquent la valeur de V en ſérie.

XII.

CETTE valeur eſt relative aux points extérieurs; mais ſi le point attiré eſt placé dans l'intérieur du ſphéroïde, il faut alors développer l'expreſſion de V de l'*article VIII*, dans une ſuite aſcendante par rapport à r, ce qui donne

$$V = v^{(0)} + v^{(1)}.r + v^{(2)}.r^2 + v^{(3)}.r^3 + \&c.$$

Pour déterminer $v^{(i)}$, on obſervera que l'expreſſion de T, réduite dans une ſuite aſcendante par rapport à r, devient

$$T = \frac{Q^{(0)}}{R} + \frac{Q^{(1)}.r}{R^2} + \frac{Q^{(2)}.r^2}{R^3} + \frac{Q^{(3)}.r^3}{R^4} + \&c.$$

les quantités $Q^{(0)}$, $Q^{(1)}$, $Q^{(2)}$, étant les mêmes que ci-deſſus; on aura donc par l'*article VIII*,

$$v^{(i)} = \int \frac{Q^{(i)}.\partial R.\partial\varpi'.\partial\theta'.\text{ſin.}\theta'}{R^{i-1}};$$

mais comme l'expreſſion précédente de T en ſérie, n'eſt convergente qu'autant que R eſt plus grand que r; nous ne conſidérerons la valeur de $v^{(i)}$ que relativement à une couche dont la ſurface intérieure eſt ſphérique, & d'un rayon quelconque a plus grand que r, & dont le rayon de la ſurface extérieure eſt R'; ce qui revient à prendre l'intégrale relative à R, depuis $R = a$, juſqu'à $R = R'$. Nous aurons ainſi la valeur de V relative à cette couche, & pour avoir celle qui eſt relative au ſphéroïde entier, il ſuffit de lui ajouter la valeur de V relative à une ſphère du rayon a, valeur que l'on trouvera facilement être égale à $2\pi.a^2 - \frac{2}{3}\pi.r^2$.

Si le ſphéroïde eſt de révolution, il eſt aiſé de voir par l'analyſe de l'*article X*, que l'on aura la valeur de V relative à la couche dont nous venons de parler, en déterminant cette valeur lorſque le point attiré eſt ſitué dans l'axe de révolution, en la réduiſant dans une ſérie aſcendante par rapport aux puiſſances de r, & en multipliant ſes termes reſpectivement par $\lambda^{(0)}$, $\lambda^{(1)}$, $\lambda^{(2)}$, &c.

TROISIÈME SECTION.

Des attractions des ſphéroïdes très-peu différens de la ſphère.

XIII.

LES réſultats que nous venons de préſenter ſur les attractions des ſphéroïdes quelconques, ſe ſimplifient relativement aux ſphéroïdes très-peu différens de la ſphère, & donnent une théorie complette de leurs attractions, en les ſuppoſant même hétérogènes.

Conſidérons d'abord le cas où le point attiré eſt extérieur au ſphéroïde, & reprenons la formule de l'*article VIII*.

$$V = \int \frac{R^2 . \partial R . \partial \varpi' . \partial \theta' . \text{ſin. } \theta'}{\sqrt{\{r^2 - 2rR . [\text{cof. } \theta \text{ cof. } \theta' + \text{ſin. } \theta . \text{ſin } \theta' . \text{cof. } (\varpi - \varpi')] + R^2\}}};$$

Suppoſons que le rayon R', mené du centre du ſphéroïde à ſa ſurface, ſoit très-peu différent de la conſtante a, en ſorte que l'on ait $R' = a.(1 + \alpha y)$, α étant un très-petit coéfficient dont nous négligerons le carré & les puiſſances ſupérieures, & y étant une fonction quelconque de μ ou de cof. θ, & de l'angle ϖ. Cela poſé,

Si l'on conçoit une ſphère dont le centre ſoit celui du ſphéroïde, & dont le rayon ſoit $a.(1 + \alpha y)$, μ & ϖ étant ſuppoſés conſtans dans y; il eſt clair que la valeur de V relative au ſphéroïde, ſera égale à ſa valeur relativement à cette ſphère, plus à la valeur de V relative à l'excès du ſphéroïde ſur la ſphère. La première de ces deux valeurs étant,

par

par l'*article VI*, égale à la maſſe de la ſphère diviſée par r, ſera $\frac{4}{3}\pi \cdot \frac{a^3 \cdot (1+\alpha y)^3}{r}$. Quant à la ſeconde, on la déterminera en faiſant dans l'expreſſion intégrale de V, $R = a$, & $\partial R = \alpha a \cdot (y' - y)$, y' étant ce que devient y, lorſqu'on y change θ & ϖ, en θ' & ϖ'; on aura ainſi, pour la valeur de V relative à un ſphéroïde très-peu différent de la ſphère,

$$V = \frac{4}{3}\pi \cdot \frac{a^3 \cdot (1+\alpha y)^3}{r} + \alpha a^3 \cdot \int \frac{(y'-y) \cdot \partial\varpi' \cdot \partial\theta' \cdot \text{sin.}\theta'}{\sqrt{[r^2 - 2ar \cdot (\text{cos.}\theta \cdot \text{cos.}\theta' + \text{sin.}\theta \cdot \text{sin.}\theta' \cdot \text{cos.}(\varpi - \varpi')) + a^2]}}.$$

Si l'on différencie cette équation par rapport à r, on aura,

$$-\left(\frac{\partial V}{\partial r}\right) = \frac{4}{3}\pi \cdot \frac{a^3 \cdot (1+\alpha y)^3}{r^2} + \alpha a^3 \times \int \frac{(y'-y)\partial\varpi' \cdot \partial\theta' \cdot \text{sin.}\theta' \cdot [r - a(\text{cos.}\theta \cdot \text{cos.}\theta' + \text{sin.}\theta \cdot \text{sin.}\theta' \cdot \text{cos.}(\varpi - \varpi'))]}{[r^2 - 2ar \cdot (\text{cos.}\theta \cdot \text{cos.}\theta' + \text{sin.}\theta \cdot \text{sin.}\theta' \cdot \text{cos.}(\varpi - \varpi')) + a^2]^{\frac{3}{2}}};$$

ce qui donne à la ſurface du ſphéroïde où $r = a(1 + \alpha y)$,

$$-\left(\frac{\partial V}{\partial r}\right) = \frac{4}{3}\pi \cdot a(1 + \alpha y) + \alpha a \int \frac{(y'-y) \cdot \partial\varpi' \cdot \partial\theta' \cdot \text{sin.}\theta'}{2^{\frac{1}{2}} \cdot \sqrt{[1 - \text{cos.}\theta \cdot \text{cos.}\theta' - \text{sin.}\theta \cdot \text{sin.}\theta' \cdot \text{cos.}(\varpi - \varpi')]}};$$

mais la valeur de V, devient dans ce cas

$$V = \frac{4}{3}\pi \cdot a^2 \cdot (1 + 2\alpha y) + \alpha a^2 \cdot \int \frac{(y'-y) \cdot \partial\varpi' \cdot \partial\theta' \cdot \text{sin.}\theta'}{2^{\frac{1}{2}} \cdot \sqrt{[1 - \text{cos.}\theta \cdot \text{cos.}\theta' - \text{sin.}\theta \cdot \text{sin.}\theta' \cdot \text{cos.}(\varpi - \varpi')]}};$$

on a donc à la ſurface du ſphéroïde, cette équation remarquable

$$-a \cdot \left(\frac{\partial V}{\partial r}\right) = \frac{2}{3}\pi \cdot a^2 + \frac{1}{2}V; \quad (6).$$

Reprenons maintenant la formule de l'*article IX*.

$$V = \frac{U^{(0)}}{r} + \frac{U^{(1)}}{r^2} + \frac{U^{(2)}}{r^3} + \frac{U^{(3)}}{r^4} + \text{&c.}$$

Puiſque le ſphéroïde diffère très-peu d'une ſphère du rayon a; il eſt évident que l'on aura aux quantités près de l'ordre α, $V = \frac{4}{3}\pi . \frac{a^3}{r}$; d'où il ſuit que dans la formule précédente, 1.° la quantité $U^{(0)}$ eſt égale à $\frac{4}{3}\pi . a^3$, plus à une très-petite quantité de l'ordre α, & que nous déſignerons par $U'^{(0)}$. 2.° les quantités $U^{(1)}$, $U^{(2)}$, &c. ſont très-petites de l'ordre α. Si l'on différencie cette formule par rapport à r, on aura

$$-\left(\frac{\partial V}{\partial r}\right) = \frac{4}{3}\pi . \frac{a^3}{r^2} + \frac{U'^{(0)}}{r^2} + \frac{2.U^{(1)}}{r^3} + \frac{3.U^{(2)}}{r^4} + \&c.$$

on aura par conſéquent à la ſurface où $r = a.(1 + \alpha y)$,

$$-a\left(\frac{\partial V}{\partial r}\right) = \frac{4}{3}\pi . a^2 . (1 - 2\alpha y) + \frac{U'^{(0)}}{a} + \frac{2.U^{(1)}}{a^2} + \frac{3.U^{(2)}}{a^3} + \&c.$$

La valeur précédente de V donne à cette ſurface,

$$\frac{1}{2}.V = \frac{2}{3}\pi . a^2 . (1 - \alpha y) + \frac{U'^{(0)}}{2a} + \frac{U^{(1)}}{2a^2} + \frac{U^{(2)}}{2a^3} + \&c.$$

en ſubſtituant donc ces valeurs dans l'équation (6), on aura

$$4\alpha\pi . a^2 . y = \frac{U'^{(0)}}{a} + \frac{3\,U^{(1)}}{a^2} \quad \frac{5.U^{(2)}}{a^3} + \&c.$$

partant ſi l'on conçoit y, ſous cette forme

$$y = Y^{(0)} + Y^{(1)} + Y^{(2)} + Y^{(3)} + \&c.$$

les quantités $Y^{(0)}, Y^{(1)}, Y^{(2)}$, &c. étant ainſi que $U'^{(0)}$, $U^{(1)}$, $U^{(2)}$, &c. aſſujetties à cette équation aux différences partielles,

$$0 = \left\{\frac{\partial.(1-\mu\mu).\left[\frac{\partial Y^{(i)}}{\partial\mu}\right]}{\partial\mu}\right\} + \frac{\left[\frac{\partial\partial Y^{(i)}}{\partial\varpi^2}\right]}{1-\mu\mu} + i.(i+1)\,Y^{(i)};$$

on aura généralement, en comparant les fonctions semblables,

$$U^{(i)} = \frac{4\alpha\pi}{2i+1} \cdot a^{i+3} \cdot Y^{(i)};$$

d'où l'on tire

$$V = \tfrac{4}{3}\pi \cdot \frac{a^3}{r} + 4\alpha\pi \cdot \frac{a^3}{r} \times \left\{ \left[Y^{(0)} + \frac{a}{3r} \cdot Y^{(1)} + \frac{a^2}{5r^2} \cdot Y^{(2)} + \frac{a^3}{7r^3} \cdot Y^{(3)} + \&c. \right] \right\}; (7).$$

Il ne s'agit donc plus pour avoir V, que de réduire y, sous la forme que nous venons de lui supposer. Nous allons donner pour cet objet, une méthode fort simple, lorsque l'équation de la surface du sphéroïde, rapportée à trois coordonnées orthogonales, est une fonction rationnelle & entière de ces coordonnées.

XIV.

Si l'on nomme x'', y'', z'', ces coordonnées; l'équation de la surface du sphéroïde, pourra être mise sous cette forme,

$$x''^2 + y''^2 + z''^2 = a^2 \cdot \{1 + 2\alpha \cdot \varphi(x'', y'', z'',)\}$$

$\varphi(x'', y'', z'',)$ étant une fonction rationnelle & entière de x'', y'', z''. Soit i, le degré de cette fonction : comme elle est multipliée par α, on pourra y substituer au lieu de z'', sa valeur $\sqrt{(a^2 - x''^2 - y''^2)}$, qui est approchée aux quantités près de l'ordre α; elle sera ainsi composée de deux parties; l'une rationnelle & entière, en x'' & y'', de l'ordre i; & l'autre rationnelle & entière de l'ordre $i - 1$, & multipliée par $\sqrt{(a^2 - x''^2 - y''^2)}$. Le nombre des coéfficiens de la première partie, est $\frac{(i+1).(i+2)}{2}$; & celui des coéfficiens de la seconde, est $\frac{i.(i+1)}{2}$, en sorte que le nombre de coéfficiens de la fonction entière, est $(i+1)^2$. Cela posé.

Si l'on nomme, comme ci-deſſus, $a.(1 + \alpha y)$ le rayon du ſphéroïde; θ, l'angle que forme ce rayon avec l'axe des x''; ϖ, l'angle que forme avec le plan des x'' & des y'', celui qui paſſe par l'axe des x'', & par le point de la ſurface déterminé par les coordonnées x'', y'' & z''; on aura en faiſant $\text{cof. } \theta = \mu$,

$$x'' = a.(1 + \alpha y).\mu;$$
$$y'' = a.(1 + \alpha y).\sqrt{(1 - \mu^2)}.\text{cof. } \varpi;$$
$$z'' = a.(1 + \alpha y).\sqrt{(1 - \mu^2)}.\text{ſin. } \varpi;$$

l'équation précédente donnera donc, en négligeant les quantités de l'ordre α^2,

$$y = \phi.\{a\mu, a.\sqrt{(1 - \mu^2)}.\text{cof. } \varpi, a.\sqrt{(1 - \mu^2)}.\text{ſin. } \varpi\}.$$

Cette dernière fonction peut être miſe ſous la forme

$$Y^{(0)} + Y^{(1)} + Y^{(2)} \ldots\ldots + Y^{(i)};$$

car $Y^{(i)}$ étant une fonction rationnelle & entière de μ, $\sqrt{(1 - \mu^2.)}$ cof. ϖ, & $\sqrt{(1 - \mu^2)}.\text{ſin. } \varpi$, qui ſatisfait à l'équation aux différences partielles,

$$0 = \left\{\frac{\partial.(1-\mu\mu).\left[\frac{\partial Y^{(i)}}{\partial \mu}\right]}{\partial \mu}\right\} + \frac{\left[\frac{\partial\partial Y^{(i)}}{\partial \varpi^2}\right]}{1 - \mu\mu} + i.(i+1).Y^{(i)};$$

il eſt viſible qu'elle ſera compoſée, 1.° d'une partie indépendante de ϖ, & qui aura un coéfficient indéterminé; 2.° de parties multipliées par

$$\text{cof. } \varpi, \text{ cof. } 2\,\varpi, \text{cof. } 3\,\varpi, \ldots\ldots \text{cof. } i\,\varpi,$$

qui auront chacune un coéfficient indéterminé; 3.° de parties multipliées par

$$\text{ſin. } \varpi, \text{ ſin. } 2\,\varpi, \text{ſin. } 3\,\varpi \ldots\ldots \text{ſin. } i\,\varpi,$$

& qui auront chacune un coéfficient indéterminé. Le nombre des coéfficiens indéterminés de $Y^{(i)}$ ſera donc $2i + 1$,

& par conſéquent celui des coéfficiens indéterminés de la fonction $Y^{(0)} + Y^{(1)} + Y^{(2)} \ldots + Y^{(i)}$ ſera $(i+1)^2$; il ſera donc le même que celui des coéfficiens de la fonction $\varphi\,[a\mu, a.V(1-\mu^2).\cos.\varpi, a.V(1-\mu^2).\sin.\varpi]$; d'où il ſuit que l'on peut transformer la ſeconde de ces deux fonctions dans la première. Cette poſſibilité étant une fois démontrée, on pourra exécuter la transformation, de la manière ſuivante.

L'équation précédente aux différences partielles, donne celle-ci,

$$\left\{\frac{\partial.(1-\mu\mu).\partial.[Y^{(0)}+Y^{(1)}\ldots+Y^{(i)}]}{\partial\mu^2}\right\} + \frac{\left\{\frac{\partial\partial.[Y^{(0)}+Y^{(1)}\ldots+Y^{(i)}]}{\partial\varpi^2}\right\}}{1-\mu\mu} = -1.2.Y^{(1)} - 2.3.Y^{(2)}\ldots - i.(i+1).Y^{(i)},$$

ou, ce qui revient au même,

$$\left\{\frac{\partial.(1-\mu\mu).\left(\frac{\partial y}{\partial\mu}\right)}{\partial\mu}\right\} + \frac{\left(\frac{\partial^2 y}{\partial\varpi^2}\right)}{1-\mu\mu} = -1.2.Y^{(1)} - 2.3.Y^{(2)} - 3.4.Y^{(3)}\ldots - i.(i+1).Y^{(i)}.$$

En ſuivant ce procédé, il eſt aiſé de voir que ſi l'on fait

$$\left\{\frac{\partial.(1-\mu\mu).\left(\frac{\partial y}{\partial\mu}\right)}{\partial\mu}\right\} + \frac{\left(\frac{\partial^2.y}{\partial\varpi^2}\right)}{1-\mu\mu} = y^{(1)},$$

$$\left\{\frac{\partial.(1-\mu\mu).\left[\frac{\partial.y^{(1)}}{\partial\mu}\right]}{\partial\mu}\right\} + \frac{\left[\frac{\partial^2.y^{(1)}}{\partial\varpi^2}\right]}{1-\mu\mu} = y^{(2)},$$

$$\left\{\frac{\partial.(1-\mu\mu).\left[\frac{\partial.y^{(2)}}{\partial\mu}\right]}{\partial\mu}\right\} + \frac{\left[\frac{\partial^2.y^{(2)}}{\partial\varpi^2}\right]}{1-\mu\mu} = y^{(3)},$$

&c.

on aura les $i+1$ équations,

$$Y^{(0)} + Y^{(1)} + Y^{(2)} \ldots\ldots + Y^{(i)} = y,$$

$$1.2.Y^{(1)} + 2.3.Y^{(2)} \ldots + i.(i+1).Y^{(i)} = -y^{(1)},$$

$$(1.2)^2.Y^{(1)} + (2.3)^2.Y^{(2)} \ldots + [i.(i+1)]^2.Y^{(i)} = y^{(2)},$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$(1.2)^i.Y^{(1)} + (2.3)^i.Y^{(2)} \ldots + [i.(i+1)]^i.Y^{(i)} = (-1)^i.y^{(i)};$$

On déterminera, au moyen de ces équations, les $i+1$, quantités $Y^{(0)}$, $Y^{(1)}$, $Y^{(2)}$, &c. ce qui ſera d'autant plus facile, que chaque inconnue étant, dans ces diverſes équations, multipliée par les puiſſances ſucceſſives d'un même nombre, il exiſte des méthodes très-ſimples pour avoir dans ce cas, les inconnues.

Les expreſſions de $y^{(1)}$, $y^{(2)}$, &c. ſe préſentent ſous une forme fractionnaire; mais puiſqu'elles ſont égales à la ſomme des fonctions entières $Y^{(0)}$, $Y^{(1)}$, $Y^{(2)}$, &c. multipliées par des conſtantes; on voit *à priori*, qu'elles doivent être, ainſi que y, des fonctions rationnelles & entières de

$$\mu, \sqrt{(1-\mu^2)}.\text{cof.}\varpi, \text{ \& } \sqrt{(1-\mu^2)}.\text{ſin.}\varpi.$$

Le nombre des quantités $Y^{(0)}$, $Y^{(1)}$, &c. eſt fini, toutes les fois que l'équation du ſphéroïde eſt une fonction finie & rationnelle de x'', y'', z''. Dans ce cas, la formule (7) de l'*article précédent*, ſe termine, & le nombre de ſes termes eſt égal au degré de l'équation du ſphéroïde, augmenté de deux unités. Si cette équation étoit telle que l'on eût $y = Y^{(i)}$; la valeur de V relative à l'excès du ſphéroïde ſur la ſphère dont le rayon eſt a, ou, ce qui revient au même, à une couche ſphérique dont le rayon eſt a, & l'épaiſſeur $a\alpha y$, ſeroit $\frac{4\alpha\pi.a^{i+3}}{(2i+1).r^{i+1}}.Y^{(i)}$; cette valeur ſeroit par conſéquent proportionnelle à y, & il eſt viſible que ce n'eſt que dans ce cas, que cette proportionnalité peut avoir lieu.

Lorſque la ſurface du ſphéroïde eſt du ſecond ordre, on

peut, en déterminant convenablement l'origine des coordonnées, réduire ſon équation à cette forme $y = Y^{(2)}$; ainſi la valeur de V, relative à l'excès de ce ſphéroïde ſur une ſphère dont le rayon eſt a, eſt proportionnelle à l'excès du rayon du ſphéroïde ſur celui de la ſphère.

XV.

SUPPOSONS maintenant le point attiré, dans l'intérieur du ſphéroïde; nous aurons par l'*article XII*,

$$V = 2\pi . a^2 - \tfrac{2}{3}\pi . r^2 + v^{(0)} + v^{(1)} . r + v^{(2)} . r^2 + v^{(3)} . r^3 + \&c.$$

$v^{(i)}$ étant égal à $\int \frac{Q^{(i)}}{R^{i-1}} . \partial R . \partial \varpi' . \partial \theta' . \text{ſin. } \theta'$, & cette valeur étant relative à une couche dont la ſurface intérieure eſt ſphérique & du rayon a, & dont le rayon de la ſurface extérieure eſt R'; en ſorte que ſi l'on fait $R' = a(1 + \alpha y')$, y' étant une fonction de ϖ' & de θ', ſemblable à celle de y en ϖ & θ, on aura aux quantités près de l'ordre α^2,

$$v^{(i)} = \frac{\alpha}{a^{i-2}} . \int y' . Q^{(i)} . \partial \varpi' . \partial \theta' . \text{ſin. } \theta'.$$

Maintenant on a par l'*article XIII*, relativement aux points extérieurs,

$$V = \tfrac{4}{3} . \pi . \frac{a^3}{r} + \frac{U'^{(0)}}{r} + \frac{U^{(1)}}{r^2} + \frac{U^{(2)}}{r^3} + \&c.$$

& il eſt clair que $\frac{4}{3}\pi . \frac{a^3}{r}$ étant la valeur de V, relative à une ſphère dont le rayon eſt a; la partie $\frac{U'^{(0)}}{r} + \frac{U^{(1)}}{r^2} + \&c.$ de l'expreſſion précédente de V, eſt relative à une couche dont le rayon intérieur eſt a, & dont le rayon extérieur eſt $a.(1 + \alpha y)$. Or on a, par l'*article IX*,

$$U^{(i)} = \int R^{i+2} . \partial R . Q^{(i)} . \partial \varpi' . \partial \theta' . \text{ſin. } \theta';$$

ainſi, pour que cette valeur ſoit uniquement relative à la couche dont nous venons de parler, il faut qu'en ne prenant l'intégrale relative à R, que depuis $R = o$, juſqu'à $R = a$, on ait $U^{(i)} = o$. On aura la partie de $U^{(i)}$ qui dépend de l'intégrale priſe depuis $R = a$, juſqu'à $R = R'$ ou $R = a(1 + \alpha y')$, en faiſant dans cette expreſſion, $R = a$, & $\partial R = \alpha a y'$; d'où l'on tire

$$U^{(i)} = \alpha a^{i+3} \int y^i . Q^{(i)} \partial \varpi^i . \partial \theta^i . \text{ſin. } \theta^i :$$

partant,

$$v^{(i)} = \frac{U^{(i)}}{a^{2i+1}};$$

mais on a par l'*article XIII*, $U^{(i)} = \frac{4\alpha\pi . a^{i+3}}{2i+1} Y^{(i)}$; donc

$$v^{(i)} = \frac{4\alpha\pi}{(2i+1).a^{i-2}} . Y^{(i)}.$$

La valeur de V, relative à un point intérieur, ſera ainſi,

$$V = 2\pi . a^2 - \tfrac{2}{3}\pi . r^2 + 4\alpha\pi . a^2 \times \left[Y^{(0)} + \frac{r}{3a} . Y^{(1)} + \frac{r^2}{5a^2} . Y^{(2)} + \frac{r^3}{7a^3} . Y^{(3)} + \text{&c.} \right]; \quad (8).$$

XVI.

CETTE formule & la formule (7) de l'*article XIII*, embraſſent toute la théorie des attractions des ſphéroïdes homogènes; il eſt facile d'en tirer celle des attractions des ſphéroïdes hétérogènes, quelle que ſoit la loi de la variation de la figure & de la denſité de leurs couches. Pour cela, ſoit $a.(1 + \alpha y)$ le rayon d'une des couches d'un ſphéroïde hétérogène; & ſuppoſons que y ſoit ſous cette forme $Y^{(0)} + Y^{(1)} + Y^{(2)} +$ &c. les coéfficiens qui entrent dans les quantités $Y^{(0)}$, $Y^{(1)}$, &c. étant des fonctions de a, & par conſéquent variables d'une couche à l'autre. Si l'on prend la différentielle en a, de la valeur de V donnée par la formule (7) de l'*article XIII*, & que l'on nomme ς, la denſité de la couche dont le rayon eſt $a.(1 + \alpha y)$, ς étant

ς étant une fonction de a; la valeur de V correſpondante à cette couche, ſera pour un point extérieur,

$$\left.\begin{array}{r} \frac{4\pi}{3r}\,\varsigma\,\partial.a^3 \;+\; \frac{4a\pi}{r}\cdot\varsigma\times \\ \partial.\left[a^3\cdot Y^{(0)} + \frac{a^4}{3r}\cdot Y^{(1)} + \frac{a^5}{5r^2}\cdot Y^{(2)} + \text{\&c.}\right] \end{array}\right\};$$

cette valeur ſera donc relativement au ſphéroïde entier.

$$\left.\begin{array}{r} V = \frac{4\pi}{3r}\cdot\int\varsigma\,\partial.a^3 \;+\; \frac{4a\pi}{r}\times \\ \int\varsigma\,\partial.\left[a^3.Y^{(0)} + \frac{a^4}{3r}.Y^{(1)} + \frac{a^5}{5r^2}.Y^{(2)} + \frac{a^6}{7r^3}.Y^{(3)} + \text{\&c.}\right] \end{array}\right\};\quad (9).$$

les intégrales étant priſes depuis $a = 0$, juſqu'à la valeur de a, qui a lieu à la ſurface du ſphéroïde, & que nous déſignerons par a.

Pour avoir la valeur de V relative à un point intérieur, on déterminera d'abord la partie de cette valeur qui eſt relative à toutes les couches dans l'intérieur deſquelles ce point ſe trouve; on lui ajoutera enſuite l'autre partie de cette valeur, qui eſt relative à toutes les couches auxquelles ce point eſt extérieur.

On aura la première de ces deux parties, en différenciant la formule (8), par rapport à a; en multipliant enſuite cette différentielle par ς, & en en prenant l'intégrale depuis $a = a$ juſqu'à $a = \mathrm{a}$, a étant la valeur de a, relative à la couche ſur laquelle ſe trouve le point attiré. On aura ainſi pour cette première partie de V,

$$\left.\begin{array}{r} 2\pi\cdot\int\varsigma\,\partial.a^2 \;+\; 4a\pi\times \\ \int\varsigma\,\partial.\left[a^2.Y^{(0)} + \frac{a.r}{3}.Y^{(1)} + \frac{r^2}{5}.Y^{(2)} + \frac{r^3}{7a}.Y^{(3)} + \text{\&c.}\right] \end{array}\right\}.$$

La ſeconde partie de V, ſera par ce qui précède

$$\frac{4\pi}{3r}\cdot\int\varsigma\,\partial.a^3 + \frac{4a\pi}{r}\cdot\int\varsigma\,\partial.\left[a^3.Y^{(0)} + \frac{a^4}{3r}.Y^{(1)} + \text{\&c.}\right];$$

ces dernières intégrales étant prises depuis $a = o$ jusqu'à $a = a$. On aura donc pour la valeur entière de V, relative à un point intérieur

$$\left.\begin{aligned} V = {} & 2\pi.\int\varrho\,\partial.a^2 + 4\alpha\pi\times \\ & \int\varrho\,\partial.\left[a^2.Y^{(0)} + \frac{a.r}{3}.Y^{(1)} + \frac{r^2}{5}.Y^{(2)} + \frac{r^3}{7a}.Y^{(3)} + \&c.\right] \\ & + \frac{4\pi}{3r}.\int\varrho\,\partial.a^3 + \frac{3\alpha\pi}{r}\times \\ & \int\varrho\,\partial.\left[a^3.Y^{(0)} + \frac{a^4}{3r}.Y^{(1)} + \frac{a^5}{5r^2}.Y^{(2)} + \&c.\right] \end{aligned}\right\};(10)$$

les deux premières intégrales étant prises depuis $a = a$ jusqu'à $a = a$, & les deux dernières étant prises depuis $a = o$ jusqu'à $a = a$. Il faut de plus après les intégrations, substituer a au lieu de r, dans les termes multipliés par α, & $\frac{1-\alpha y}{a}$ au lieu de $\frac{1}{r}$, dans le terme $\frac{4\pi}{3r}.\int\varrho\,\partial.a^3$.

QUATRIÈME SECTION.

De la figure des Planètes.

XVII.

L'OBSERVATION nous apprend que les Planètes sont des sphéroïdes très-peu différens de la sphère, & l'analogie nous porte à penser que, semblables à la Terre, elles sont recouvertes, au moins en partie, d'un fluide en équilibre: ce sont les conditions de cet équilibre, qui déterminent leurs figures, & par cette raison nous allons rappeler ici l'équation générale de l'équilibre d'une masse fluide sollicitée par des forces quelconques.

Si l'on nomme ϱ la densité d'une molécule fluide; Π la pression qu'elle éprouve; F, F', F'', &c. les forces dont elle est animée; ∂f, $\partial f'$, $\partial f''$, &c. les élémens des directions de ces forces; l'équation générale de l'équilibre de la masse fluide, sera, comme l'on sait,

$$\frac{\partial\Pi}{\varrho} = F.\partial f + F'.\partial f' + F''.\partial f'' + \&c.$$

Suppoſons que le ſecond membre de cette équation ſoit une différence exacte; Π ſera néceſſairement fonction de ς; ainſi relativement aux couches de denſité conſtante, on aura $\partial\Pi = 0$, & par conſéquent

$$0 = F.\partial f + F'.\partial f' + F''.\partial f'' + \&c.$$

équation qui indique que la réſultante de toutes les forces F, F', F'', &c. eſt perpendiculaire à la ſurface de ces couches, en ſorte qu'elles ſont en même temps *couches de niveau.* Π étant nul à la ſurface extérieure, ς doit y être conſtant, & la réſultante de toutes les forces qui animent chaque molécule de cette ſurface, lui eſt perpendiculaire; cette réſultante eſt ce que l'on nomme *peſanteur.* Les conditions générales de l'équilibre d'une maſſe fluide, ſont donc, 1.° que la direction de la peſanteur ſoit perpendiculaire à chaque point de ſa ſurface extérieure; 2.° que dans l'intérieur de la maſſe, les directions de la peſanteur de chaque molécule, ſoient perpendiculaires à la ſurface des couches de denſité conſtante. Comme on peut dans l'intérieur d'une maſſe homogène, prendre telles couches que l'on veut, pour couches de denſité conſtante; la ſeconde des deux équations précédentes de l'équilibre, eſt toujours ſatisfaite, & il ſuffit pour l'équilibre, que la première ſoit remplie, c'eſt-à-dire, que la réſultante de toutes les forces qui animent chaque molécule de la ſurface extérieure, ſoit perpendiculaire à cette ſurface.

Relativement aux Planètes, les forces F, F', F'', &c. ſont produites par l'attraction de leurs molécules, par la force centrifuge dûe à leur mouvement de rotation, & par l'attraction de corps étrangers. Il eſt facile de s'aſſurer que dans ce cas, la différence $F.\partial f + F'.\partial f' + \&c.$ eſt exacte; mais on le verra clairement par l'analyſe que nous allons faire de ces différentes forces, en déterminant la partie de l'intégrale $\int (F.\partial f + F'.\partial f' + \&c.)$ qui eſt relative à chacune d'elles.

Si l'on nomme ∂M une molécule quelconque du ſphéroïde, & f ſa diſtance à la molécule attirée, ſon action ſur cette dernière molécule ſera $\frac{\partial M}{f^2}$; en multipliant cette action par l'élément de ſa direction, qui eſt $-\partial f$, puiſqu'elle tend à diminuer f; on aura relativement à l'action de la molécule ∂M, $\int F\,\partial f = \frac{\partial M}{f}$; d'où il ſuit que la partie de l'intégrale $\int (F.\partial f + F'.\partial f' + \&c.)$ qui dépend de l'attraction des molécules du ſphéroïde, eſt égale à la ſomme de toutes ces molécules diviſées par leurs diſtances reſpectives à la molécule attirée: nous repréſenterons cette ſomme par V, comme nous l'avons fait précédemment.

Dans la théorie de la figure des Planètes, on ne ſe propoſe point de déterminer leur équilibre dans l'eſpace abſolu, mais ſeulement l'équilibre de toutes leurs parties autour de leurs centres de gravité; il faut donc tranſporter en ſens contraire à la molécule attirée, toutes les forces dont ce centre eſt animé en vertu de l'action réciproque de toutes les parties du ſphéroïde; mais on ſait que par la propriété de ce centre, la réſultante de toutes ces actions ſur ce point, eſt nulle; il n'y a donc rien à ajouter à V, pour avoir l'effet total de l'attraction du ſphéroïde ſur la molécule attirée.

Pour déterminer l'effet de la force centrifuge, nous ſuppoſerons la poſition de la molécule, déterminée par les trois coordonnées x'', y'' & z'', dont nous fixerons l'origine au centre même de gravité du ſphéroïde; nous ſuppoſerons enſuite que l'axe des x'' eſt l'axe de rotation, & que g exprime la force centrifuge dûe à la vîteſſe de rotation, à la diſtance 1 de l'axe. Cette force ſera nulle dans le ſens des x'', & égale à gy'' & gz'' dans le ſens des y'' & des z''; en multipliant donc ces deux dernières forces, reſpectivement par les élémens $\partial y''$ & $\partial z''$ de leurs directions; on aura $\frac{1}{2}g.(y''^2 + z''^2)$, pour la partie de l'intégrale $\int (F\,\partial f + F'\,\partial f' + \&c.)$ qui eſt dûe à la force centrifuge du mouvement de rotation.

Si l'on nomme comme ci-deſſus, r la diſtance de la molécule attirée au centre de gravité du ſphéroïde; θ, l'angle que forme le rayon r avec l'axe des x''; & ϖ, l'angle que forme le plan qui paſſe par l'axe des x'' & par cette molécule, avec le plan des x'' & des y''; enfin ſi l'on fait $\text{cof.}\,\theta = \mu$, on aura

$$x'' = r.\mu;\ y'' = r.\sqrt{(1-\mu^2.)}\ \text{cof.}\,\varpi;\ z'' = r.\sqrt{(1-\mu^2.)}\ \text{ſin.}\,\varpi;$$

d'où l'on tire

$$\tfrac{1}{2}g.(y''^2 + z''^2) = \tfrac{1}{2}g.r^2.(1-\mu^2).$$

Nous mettrons cette dernière quantité ſous la forme ſuivante, $\frac{1}{3}g.r^2 - \frac{1}{2}g.r^2.(\mu^2 - \frac{1}{3})$, pour aſſimiler ſes termes à ceux de V, c'eſt-à-dire, pour leur donner la propriété de ſatisfaire à l'équation aux différences partielles,

$$0 = \left[\frac{\partial(1-\mu\mu).\left(\frac{\partial P}{\partial\mu}\right)}{\partial\mu}\right] + \frac{\left(\frac{\partial\partial P}{\partial\varpi^2}\right)}{1-\mu\mu} + i.(i+1).P,$$

dans laquelle P eſt un terme quelconque, & i l'expoſant de ſa plus haute puiſſance en μ; car il eſt clair que chacun des deux termes $\frac{1}{3}gr^2$ & $-\frac{1}{2}gr^2.(\mu^2 - \frac{1}{3})$, ſatisfait à l'équation précédente. Il nous reſte préſentement à déterminer la partie de l'intégrale

$$\int(F.\partial f + F'.\partial f' + \text{&c.})$$

qui réſulte de l'action des corps étrangers.

Soit S la maſſe d'un de ces corps; f, ſa diſtance à la molécule attirée; & s, ſa diſtance au centre de gravité du ſphéroïde. Son attraction ſur la molécule ſera $\frac{S}{f^2}$; en la multipliant par l'élément $-\partial f$ de ſa direction, & en

l'intégrant enſuite, on aura $\frac{S}{f}$. Ce n'eſt pas la partie entière de l'intégrale $\int (F\,\partial f + F'.\partial f' + \&c.)$ dûe à l'action de S; il faut encore tranſporter en ſens contraire à la molécule, l'action de ce corps ſur le centre de gravité du ſphéroïde : pour cela, nommons v, l'angle que forme s, avec l'axe des x''; & ψ, l'angle que forme le plan qui paſſe par cet axe & par le corps S, avec le plan des x'' & des y''; l'action $\frac{S}{s^2}$ de ce corps, ſur le centre de gravité du ſphéroïde, décompoſée parallèlement aux axes des x'', des y'' & des z'', produira les trois forces ſuivantes,

$$\frac{S}{s^3}.(s.\text{cof.}\,v - x'');$$

$$\frac{S}{s^3}.(s.\text{ſin.}\,v.\text{cof.}\,\psi - y'');$$

$$\frac{S}{s^3}.(s.\text{ſin.}\,v.\text{ſin.}\,\psi - z'').$$

En les tranſportant en ſens contraire à la molécule attirée, ce qui revient à les faire précéder du ſigne —, en les multipliant enſuite reſpectivement par les élémens $\partial x''$, $\partial y''$, & $\partial z''$ de leurs directions, & en les intégrant; la ſomme de ces intégrales ſera

$$-\frac{S}{s^2}.(x''.\text{cof.}\,v + y''.\text{ſin.}\,v.\text{cof.}\,\psi + z''.\text{ſin.}\,v.\text{ſin.}\,\psi) + \frac{S}{2s^3}.(x''^2 + y''^2 + z''^2) + \text{conſt.}$$

La partie entière de l'intégrale $\int (F.\partial f + F'.\partial f' + \&c.)$ dûe à l'action du corps S, ſera donc

$$\frac{S}{f} - \frac{S}{s^2}.(x''.\text{cof.}\,v + y''.\text{ſin.}\,v.\text{cof.}\,\psi + z''.\text{ſin.}\,v.\text{ſin.}\,\psi) + \frac{S}{2s^3}.(x''^2 + y''^2 + z''^2) + \text{conſt.}$$

& comme cette quantité doit être nulle par rapport au centre de gravité du ſphéroïde, que nous ſuppoſons immobile; &

que, relativement à ce point, f devient s, & x'', y'' & z'', ſont nuls; on a, conſt. $= -\frac{S}{s}$.

Maintenant f eſt égal à

$$\sqrt{[(s.\text{cof. } v - x'')^2 + (s.\text{ſin. } v.\text{cof. } \psi - y'')^2 + (s.\text{ſin. } v.\text{ſin. } \psi - z'')^2]},$$

ce qui donne en ſubſtituant pour x'', y'' & z'', leurs valeurs,

$$\frac{S}{f} = \frac{S}{\sqrt{[s^2 - 2sr.(\text{cof. } \theta.\text{cof. } v + \text{ſin. } \theta.\text{ſin. } v.\text{cof. } (\varpi - \psi)) + r^2]}};$$

Si l'on réduit cette quantité dans une ſuite deſcendante par rapport aux puiſſances de s, & que l'on repréſente cette ſuite par la ſuivante,

$$\frac{S}{s}.\left[P^{(0)} + \frac{r}{s}.P^{(1)} + \frac{r^2}{s^2}.P^{(2)} + \text{&c.}\right];$$

Il eſt aiſé de voir par l'*article X*, qu'en faiſant

$$\text{cof. } \theta.\text{cof. } v + \text{ſin. } \theta.\text{ſin. } v.\text{cof. } (\varpi - \psi) = \Delta$$

on aura généralement

$$P^{(i)} = \frac{1.3.5.\ldots.(2i-1)}{1.2.3.\ldots\ldots.i} \times$$

$$1.\left[\Delta^i - \frac{i.(i-1)}{2.(2i-1)}.\Delta^{i-2} + \frac{i.(i-1).(i-2).(i-3)}{2.4.(2i-1).(2i-3)}.\Delta^{i-4} - \text{&c.}\right]$$

Il réſulte d'ailleurs de l'*article IX*, que l'on a

$$0 = \left\{\frac{\partial(1-\mu\mu).\left[\frac{\partial P^{(i)}}{\partial \mu}\right]}{\partial \mu}\right\} + \frac{\left[\frac{\partial\partial P^{(i)}}{\partial \varpi^2}\right]}{1-\mu\mu} + i.(i+1).P^{(i)};$$

en ſorte que les termes de la ſérie précédente, ont cette propriété commune avec ceux de V. On aura, cela poſé,

$$\frac{S}{f} - \frac{S}{s^2}.(x''.\text{cof.} v + y''.\text{ſin.} v.\text{cof.} \psi + z''.\text{ſin.} v.\text{ſin.} \psi) + \frac{S}{2s^3}.(x''^2 + y''^2 + z''^2) - \frac{S}{s}$$

$$= \frac{S.r^2}{2s^3} + \frac{S.r^2}{s^3}.\left[P^{(2)} + \frac{r}{s}.P^{(3)} + \frac{r^2}{s^2}.P^{(4)} + \text{&c.}\right]$$

S'il y a d'autres corps S', S'', &c. en déſignant par s', v',

ψ', P'; s'', v'', ψ'', P'', &c. relativement à ces différens corps; ce que nous avons nommé s, v, ψ, P, relativement au corps S; on aura les parties de l'intégrale

$$\int (F\partial f + F'.\partial f' + \&c.)$$

dûes à leur action, en marquant ſucceſſivement d'un trait, de deux traits, &c. les lettres s, v, ψ, P, dans l'expreſſion précédente de la partie de cette intégrale, qui eſt dûe à l'action du corps S.

Si l'on raſſemble toutes les parties de cette intégrale, & que l'on faſſe

$$\frac{g}{3} + \frac{S}{2s^3} + \frac{S'}{2s'^3} + \&c. = \alpha Z^{(0)}$$

$$\frac{S}{s^3}\cdot P^{(2)} + \frac{S'}{s'^3}\cdot P'^{(2)} + \&c. - \frac{g}{2}\cdot\left(\mu^2 - \frac{1}{3}\right) = \alpha Z^{(2)}$$

$$\frac{S}{s^4}\cdot P^{(3)} + \frac{S'}{s'^4}\cdot P'^{(3)} + \&c. = \alpha Z^{(3)},$$

&c.

α étant un très-petit coéfficient, parce que la condition d'un ſphéroïde très-peu différent de la ſphère, exige que les forces perturbatrices ſoient très-petites; on aura

$$\int (F.\partial f + F'.\partial f' + \&c.) = V + \alpha r^2.[Z^{(0)} + Z^{(2)} + r.Z^{(3)} + r^2.Z^{(4)} + \&c.]$$

$Z^{(i)}$ ſatisfaiſant quel que ſoit i, à l'équation aux différences partielles

$$0 = \left\{\frac{\partial(1-\mu\mu).\left[\frac{\partial Z^{(i)}}{\partial\mu}\right]}{\partial\mu}\right\} + \frac{\left[\frac{\partial\partial Z^{(i)}}{\partial\varpi^2}\right]}{1-\mu\mu} + i.(i+1).Z^{(i)}.$$

L'équation générale de l'équilibre, ſera donc

$$\int\frac{\partial\Pi}{\rho} = V + \alpha r^2.[Z^{(0)} + Z^{(2)} + r.Z^{(3)} + r^2.Z^{(4)} + \&c.]; \quad (11)$$

Si les corps étrangers ſont très-éloignés du ſphéroïde, on pourra négliger les quantités $r^3.Z^{(3)}$, $r^4.Z^{(4)}$, &c. parce que les

les différens termes de ces quantités étant divisés respectivement par s^4, s^5, &c. s^{14}, s^{15}, &c. ces termes deviennent très-petits, lorsque s est très-grand par rapport à r. Ce cas a lieu pour les Planètes & pour leurs Satellites, à l'exception de Saturne dont l'anneau est trop près de sa surface, pour n'avoir pas égard aux termes précédens. Il faut donc dans la théorie de la figure de cette Planète, prolonger indéfiniment le second membre de la formule (11), qui a l'avantage de former une série toujours convergente ; & comme alors le nombre des corpuscules extérieurs au sphéroïde est infini, les valeurs de $Z^{(0)}$, $Z^{(2)}$, &c. seront données en intégrales définies, dépendantes de la figure & de la constitution intérieure de l'anneau de Saturne.

On peut observer que si le sphéroïde est formé d'un noyau solide de figure quelconque, recouvert par un fluide; l'équation (11) peut servir encore à déterminer la nature des couches de la partie fluide, en considérant que Π doit toujours être fonction de ϱ, & qu'ainsi le second membre de cette équation doit être constant à la surface extérieure & à celle de toutes les couches de densité constante.

XVIII.

Considérons d'abord le cas où le sphéroïde est homogène. Nous avons vu dans l'*article précédent*, qu'il suffit alors que l'on ait à la surface extérieure,

$$V + \alpha r^2 . (Z^{(0)} + Z^{(2)} + r . Z^{(3)} + r^2 . Z^{(4)} + \&c.) = \text{const.}; \quad (12)$$

Si l'on substitue dans cette équation, au lieu de V, sa valeur donnée par la formule (7) de l'*article XIII*, on aura

$$\frac{4\pi . a^3}{3r} + \frac{4\alpha\pi . a^3}{r} . (Y^{(0)} + \frac{a}{3r} . Y^{(1)} + \frac{a^2}{5r^2} . Y^{(2)} + \&c.)$$
$$+ \alpha r^2 . (Z^{(0)} + Z^{(2)} + r . Z^{(3)} + r^2 . Z^{(4)} + \&c.) = \text{const.};$$

ce sera l'équation de la surface du sphéroïde, en y substituant au lieu de r, sa valeur à la surface $a . (1 + \alpha y)$, ou

$$a + \alpha a . (Y^{(0)} + Y^{(1)} + Y^{(2)} + \&c.)$$

On aura ainſi, en négligeant les quantités de l'ordre α^2,

$$\text{conſt.} = \tfrac{4}{3}\pi . a^2 + \frac{8\alpha\pi . a^2}{3} . \left[Y^{(0)} - \tfrac{1}{5} . Y^{(2)} - \tfrac{2}{7} . Y^{(3)} - \tfrac{3}{9} . Y^{(4)} - \&c. \right]$$
$$+ \alpha a^2 . \left[Z^{(0)} + Z^{(2)} + a . Z^{(3)} + a^2 . Z^{(4)} + \&c. \right].$$

On peut ſuppoſer a tel que $\frac{4}{3}\pi . a^2 = \text{conſt.}$, & comme les fonctions $Y^{(i)}$ & $Z^{(i)}$ ſont ſemblables, c'eſt-à-dire, aſſujetties à la même équation aux différences partielles; leur comparaiſon dans l'équation précédente, donnera généralement, i étant plus grand que l'unité,

$$Y^{(i)} = \frac{3}{8\pi} \cdot \frac{2i+1}{i-1} . a^{i-2} . Z^{(i)},$$

équation que l'on peut mettre ſous cette forme

$$Y^{(i)} = \frac{3}{4\pi} a^{i-2} . Z^{(i)} + \frac{9}{8a\pi} . \int r^{i-2} . \partial r . Z^{(i)},$$

l'intégrale étant priſe depuis $r = 0$, juſqu'à $r = a$.

On aura de plus $Y^{(0)} = -\frac{3}{8\pi} . Z^{(0)}$. De-là, il eſt facile de conclure que le rayon $a.(1 + \alpha y)$ du ſphéroïde, ſera donné par l'équation ſuivante

$$a.(1+\alpha y) = \left\{ \begin{array}{l} a - \frac{3\alpha a}{8\pi} . Z^{(0)} + \alpha a . Y^{(1)} \\ + \frac{3\alpha a}{4\pi} . \left[Z^{(2)} + a . Z^{(3)} + a^2 Z^{(4)} + \&c. \right] \\ + \frac{9\alpha}{8\pi} . \int \partial r \left[Z^{(2)} + r Z^{(3)} + r^2 Z^{(4)} + \&c. \right] \end{array} \right\}; \quad (13)$$

Cette équation peut être miſe ſous une forme finie, en obſervant que, par l'*article précédent*, on a

$$\alpha . \left[Z^{(2)} + r . Z^{(3)} + r^2 . Z^{(4)} + \&c. \right]$$
$$= -\tfrac{6}{2} . \left(\mu^2 - \tfrac{1}{3} \right)$$
$$- \frac{S}{s . r^2} - \frac{S . \Delta}{s^2 . r} + \frac{S}{r^2 . \sqrt{(s^2 - 2sr . \Delta + r^2)}}$$
$$- \frac{S^1}{s^1 . r^2} - \&c.$$
$$- \&c.$$

en ſorte que l'intégrale $\int \partial r . \left[Z^{(2)} + r . Z^{(3)} + \&c. \right]$, eſt facile à déterminer par les méthodes connues.

L'équation précédente du ſphéroïde homogène en équilibre, renferme l'indéterminée a, & la fonction $Y^{(i)}$ qui devant ſatisfaire à l'équation aux différences partielles

$$0 = \left\{ \frac{\partial (1-\mu\mu) \cdot \left[\frac{\partial Y^{(i)}}{\partial \mu} \right]}{\partial \mu} \right\} + \frac{\left[\frac{\partial \partial Y^{(i)}}{\partial \varpi^2} \right]}{1-\mu\mu} + 2Y^{(i)},$$

eſt de cette forme

$$H.\mu + H'.\sqrt{(1-\mu^2)}.\text{cof.}\varpi + H''.\sqrt{(1-\mu^2)}.\text{ſin.}\varpi;$$

H, H', H'', étant des coéfficiens indéterminés. On déterminera ces conſtantes, par la condition que l'origine des coordonnées, d'où nous ſuppoſons partir les rayons du ſphéroïde, eſt à ſon centre de gravité ; & par la maſſe M du ſphéroïde, que nous ſuppoſons connue. Ces données fourniſſent les quatre équations ſuivantes

$$0 = \int y \mu . \partial \mu . \partial \varpi ; \quad 0 = \int y . \partial \mu . \partial \varpi . \sqrt{(1-\mu^2)} . \text{cof.}\varpi ;$$
$$0 = \int y \partial \mu . \partial \varpi . \sqrt{(1-\mu^2)} . \text{ſin.}\varpi ; \quad \tfrac{4}{3}\pi . a^3 - \alpha a^3 . \int y \partial \mu \partial \varpi = M ;$$

l'intégrale relative à μ, étant priſe depuis $\mu = 1$ juſqu'à $\mu = -1$, & l'intégrale relative à ϖ, étant priſe depuis $\varpi = 0$ juſqu'à $\varpi = 360^d$.

Pour exécuter ces intégrations, nous allons démontrer un théorème très-général, ſur les fonctions de la nature de $Y^{(i)}$.

« Si $Y^{(i)}$ & $U^{(i')}$, ſont des fonctions rationnelles & entières de μ, $\sqrt{(1-\mu^2)}.\text{cof.}\varpi$, & $\sqrt{(1-\mu^2)}.\text{ſin.}\varpi$, qui « ſatisfont aux deux équations ſuivantes, »

« $$0 = \left\{ \frac{\partial . (1-\mu\mu) . \left[\frac{\partial Y^{(i)}}{\partial \mu} \right]}{\partial \mu} \right\} + \frac{\left[\frac{\partial \partial Y^{(i)}}{\partial \varpi^2} \right]}{1-\mu\mu} + i.(i+1).Y^{(i)} ;$$

« $$0 = \left\{ \frac{\partial . (1-\mu\mu) . \left[\frac{\partial U^{(i')}}{\partial \mu} \right]}{\partial \mu} \right\} + \frac{\left[\frac{\partial \partial U^{(i')}}{\partial \varpi^2} \right]}{1-\mu\mu} + i'.(i'+1).U^{(i')} ;$$

» on aura généralement $\int Y^{(i)} . U^{(i')} . \partial\mu . \partial\varpi = 0$, lorſque i » & i' ſeront des nombres entiers, poſitifs & différens entre » eux ; les intégrales étant priſes depuis $\mu = 1$ juſqu'à $\mu = -1$, & depuis $\varpi = 0$ juſqu'à $\varpi = 360^{d}$. »

Pour démontrer ce théorème, nous obſerverons qu'en vertu de la première des deux équations précédentes, on a

$$\int Y^{(i)} . U^{(i')} . \partial\mu . \partial\varpi = -\frac{1}{i.(i+1)} . \int U^{(i')} . \left[\frac{\partial . (1-\mu\mu) . \left(\frac{\partial Y^{(i)}}{\partial \mu} \right)}{\partial \mu} \right] . \partial\mu . \partial\varpi$$

$$-\frac{1}{i.(i+1)} . \int U^{(i')} . \frac{\left(\frac{\partial\partial Y^{(i)}}{\partial \varpi^{2}} \right)}{1-\mu\mu} . \partial\mu . \partial\varpi ;$$

or, on a en intégrant par parties, relativement à μ,

$$\int U^{(i')} . \left\{ \frac{\partial . (1-\mu\mu) . \left[\frac{\partial Y^{(i)}}{\partial \mu} \right]}{\partial \mu} \right\} . \partial\mu = \left[\frac{\partial Y^{(i)}}{\partial \mu} \right] . (1-\mu\mu) . U^{(i')}$$

$$- Y^{(i)} . (1-\mu\mu) . \left[\frac{\partial U^{(i')}}{\partial \mu} \right]$$

$$+ \int Y^{(i)} . \left\{ \frac{\partial . (1-\mu\mu) . \left[\frac{\partial U^{(i')}}{\partial \mu} \right]}{\partial \mu} \right\} . \partial\mu ;$$

& il eſt clair que ſi l'on prend l'intégrale depuis $\mu = 1$ juſqu'à $\mu = -1$, le ſecond membre de cette équation ſe réduit à ſon dernier terme. On a pareillement, en intégrant par parties, relativement à ϖ,

$$\int U^{(i')} . \left[\frac{\partial\partial Y^{(i)}}{\partial \varpi^{2}} \right] . \partial\varpi = \left[\frac{\partial Y^{(i)}}{\partial \varpi} \right] . U^{(i')}$$

$$- Y^{(i)} . \left[\frac{\partial U^{(i')}}{\partial \varpi} \right] + \int Y^{(i)} . \left[\frac{\partial\partial U^{(i')}}{\partial \varpi^{2}} \right] . \partial\varpi ,$$

& ce ſecond membre ſe réduit encore à ſon dernier terme, lorſque l'intégrale eſt priſe depuis $\varpi = 0$ juſqu'à $\varpi = 360^{d}$;

on aura donc ainſi

$$\int Y^{(i)} . U^{(i')} . \partial\mu . \partial\varpi = -\frac{1}{i.(i+1)} \int Y^{(i)} . \partial\mu . \partial\varpi \times$$

$$\left\{ \frac{\partial . (1-\mu\mu) . [\frac{\partial U^{(i')}}{\partial \mu}]}{\partial \mu} + \frac{[\frac{\partial\partial U^{(i')}}{\partial \varpi^2}]}{1-\mu\mu} \right\}$$

d'où l'on tire, en vertu de la ſeconde des deux équations précédentes aux différences partielles,

$$\int Y^{(i)} . U^{(i')} . \partial\mu . \partial\varpi = \frac{i'.(i'+1)}{i.(i+1)} . \int Y^{(i)} . U^{(i')} . \partial\mu . \partial\varpi ;$$

on aura donc, $0 = \int Y^{(i)} . U^{(i')} . \partial\mu . \partial\varpi$, lorſque i eſt différent de i'.

Les quantités μ, $\sqrt{(1-\mu^2)} . \text{cof.}\varpi$, $\sqrt{(1-\mu^2)} . \text{ſin.}\varpi$, étant compriſes dans la forme $U^{(1)}$; ſi l'on ſubſtitue dans les trois équations

$$0 = \int y\mu . \partial\mu . \partial\varpi ;$$
$$0 = \int y . \partial\mu . \partial\varpi . \sqrt{(1-\mu^2)} . \text{cof.}\varpi ;$$
$$0 = \int y . \partial\mu . \partial\varpi . \sqrt{(1-\mu^2)} . \text{ſin.}\varpi ;$$

au lieu de y, ſa valeur $Y^{(0)} + Y^{(1)} + Y^{(2)} + \&c.$ elles ſe réduiſent par le théorème précédent, aux trois ſuivantes,

$$0 = \int Y^{(1)} . \mu . \partial\mu . \partial\varpi ;$$
$$0 = \int Y^{(1)} . \partial\mu . \partial\varpi . \sqrt{(1-\mu^2)} . \text{cof.}\varpi ;$$
$$0 = \int Y^{(1)} . \partial\mu . \partial\varpi . \sqrt{(1-\mu^2)} . \text{ſin.}\varpi ;$$

d'où il eſt aiſé de conclure $Y^{(1)} = 0$.

L'equation $\frac{4}{3}\pi . a - \alpha a^3 . \int y\, \partial\mu\, \partial\varpi = M$, ſe réduit à celle-ci,

$$\frac{4}{3}\pi . a^3 - \alpha a^3 . \int Y^{(0)} \partial\mu\, \partial\varpi = M ;$$

en ſubſtituant donc au lieu de $Y^{(0)}$, ſa valeur $-\frac{3}{8\pi} . Z^{(0)}$,

on aura

$$a = \left(1 + \frac{3\alpha Z^{(0)}}{8\pi}\right).\sqrt[3]{\left(\frac{3M}{4\pi}\right)}.$$

XIX.

L'ÉQUATION (12) de l'*article précédent*, a non-seulement l'avantage de faire connoître la figure du sphéroïde, mais encore celui de donner par sa différenciation, la loi de la pesanteur à sa surface; car il est visible que le premier membre de cette équation, étant l'intégrale de la somme de toutes les forces dont chaque molécule est animée à la surface, multipliées par les élémens de leurs directions respectives; on aura la partie de la résultante qui agit suivant le rayon r, en différenciant ce premier membre par rapport à r; ainsi en nommant p, la force dont une molécule de la surface est sollicitée vers le centre du sphéroïde, on aura

$$p = -\left(\frac{\partial V}{\partial r}\right) - \frac{\alpha}{\partial r}.\partial.\left(r^2 Z^{(0)} + r^2 Z^{(2)} + r^3.Z^{(3)} + \&c\right).$$

Si l'on substitue dans cette équation, au lieu de $-\left(\frac{\partial V}{\partial r}\right)$, sa valeur à la surface, $\frac{2}{3}\pi a + \frac{V}{2a}$, donnée par l'équation (6) de l'*article XIII*; & au lieu de V, sa valeur donnée par l'équation (12); si l'on observe ensuite que nous avons supposé a, tel que la constante de cette dernière équation est égale à $\frac{4}{3}\pi.a^2$; on aura

$$\left.\begin{aligned} p = \tfrac{4}{3}\pi a - \tfrac{1}{2}\alpha a.\left\{Z^{(0)} + Z^{(2)} + a.Z^{(3)} + a^2.Z^{(4)} + \&c.\right\} \\ - \frac{\alpha}{\partial r}.\partial.\left\{r^2 Z^{(0)} + r^3.Z^{(2)} + r^3.Z^{(3)} + \&c.\right\} \end{aligned}\right\};(14)$$

r devant être changé en a, après les différenciations, dans ce second membre qui par l'*article précédent*, peut toujours se réduire à une fonction finie.

p ne représente pas exactement la pesanteur, mais seulement la partie de cette force dirigée vers le centre du

ſphéroïde, en la ſuppoſant décompoſée en deux dont l'une ſoit perpendiculaire au rayon r, & dont l'autre p, ſoit dirigée ſuivant ce rayon. Le ſphéroïde différant très-peu de la ſphère, la première force ſera très-petite de l'ordre α; en la déſignant donc par $\alpha.\gamma$, la peſanteur ſera égale à $\sqrt{(p^2 + \alpha^2.\gamma^2)}$, quantité qui en négligeant les termes de l'ordre α^2, ſe réduit à p. Nous pouvons ainſi conſidérer p, comme exprimant la peſanteur à la ſurface du ſphéroïde, en ſorte que les équations (13) & (14) déterminant & la figure des ſphéroïdes homogènes, & la loi de la peſanteur à leur ſurface ; elles renferment une théorie complète de ces ſphéroïdes, dans la ſuppoſition où ils diffèrent très-peu d'une ſphère.

Si les corps étrangers S, S', S'', &c. ſont nuls, & que le ſphéroïde ne ſoit par conſéquent ſollicité que par l'attraction de ſes molécules, & par la force centrifuge de ſon mouvement de rotation, ce qui eſt le cas de la Terre & de toutes les Planètes premières, à l'exception de Saturne; on trouvera en déſignant par φ, le rapport de la force centrifuge à la peſanteur à l'équateur, rapport qui eſt à très-peu-près égal à $\frac{g}{\frac{4}{3}\pi}$,

$$a.(1 + \alpha y) = a.\{1 + \tfrac{1}{4}.\varphi - \tfrac{5}{4}.\varphi\mu^2\}$$

$$p = \tfrac{4}{3}\pi.a.\{1 - \tfrac{5}{4}.\varphi + \tfrac{5}{4}.\varphi.\mu^2\}$$

$$a = (1 + \tfrac{1}{6}.\varphi).\sqrt[3]{(\frac{M}{\frac{4}{3}\pi})};$$

le ſphéroïde eſt donc alors un ellipſoïde de révolution, ſur lequel les accroiſſemens de la peſanteur & les diminutions des rayons, en allant de l'équateur aux pôles, ſont proportionnels au carré du ſinus de la latitude, μ étant à très-peu-près égal à ce ſinus.

X X.

Les déterminations précédentes ſont données directement par l'analyſe, & indépendamment de toute hypothèſe;

l'équation (14) a de plus l'avantage d'être indépendante des ſéries, puiſque nous en avons éliminé V & $\left(\frac{\partial V}{\partial r}\right)$, au moyen des équations (6) & (12) des *articles XIII* & *XVIII;* il n'en eſt pas ainſi de l'équation (13), & cela peut faire craindre qu'elle ne renferme pas toutes les figures d'équilibre dont le ſphéroïde eſt ſuſceptible : nous allons ainſi déterminer ces figures, directement & indépendamment des ſuites.

Suppoſons d'abord que le ſphéroïde ſoit de révolution, & que ſon rayon ſoit $a.(1 + \alpha y)$, y étant une fonction de cof. θ ou de μ, & θ étant l'angle que forme ce rayon avec l'axe de révolution. Si l'on nomme f, une droite quelconque menée de l'extrêmité de ce rayon dans l'intérieur du ſphéroïde ; p, le complément de l'angle que forme cette droite, avec le plan qui paſſe par le rayon $a.(1 + \alpha y)$ & par l'axe de révolution ; q, l'angle formé par la projection de f ſur ce plan, & par le rayon ; enfin ſi l'on nomme V la ſomme de toutes les molécules du ſphéroïde, diviſées par leurs diſtances à la molécule placée à l'extrêmité du rayon $a.(1 + \alpha y)$; chaque molécule étant égale à $f^2\,\partial f.\partial p.\partial q.\text{ſin.}\,p$, on aura, comme dans l'*article II*, $V = \frac{1}{2}\int\int f'^2\,\partial p.\partial q.\text{ſin.}\,p$; f' étant ce que devient f à la ſortie du ſphéroïde. Il faut maintenant déterminer f' en fonction de p & de q.

Pour cela, nous obſerverons que ſi l'on nomme θ' la valeur de θ, relative à ce point de ſortie, & $a.(1 + \alpha y')$, le rayon correſpondant du ſphéroïde, y' étant une pareille fonction de cof. θ' ou de μ', que y l'eſt de μ ; il eſt facile de s'aſſurer par la trigonométrie, que le coſinus de l'angle formé par les deux droites f', & $a.(1 + \alpha y)$ eſt égal à ſin. p.cof. q, & qu'ainſi dans le triangle rectiligne formé par les trois droites f', $a.(1 + \alpha y)$ & $a.(1 + \alpha y')$, on a

$$a^2.(1 + \alpha y')^2 = f'^2 - 2af'.(1 + \alpha y).\text{ſin.}\,p.\text{cof.}\,q + a^2.(1 + \alpha y)^2.$$

Cette

Cette équation donne pour f'^2 deux valeurs ; mais l'une d'elles étant de l'ordre α^2, elle eſt nulle lorſqu'on néglige les quantités de cet ordre, & l'autre devient

$$f'^2 = 4a^2 \cdot \text{ſin.}p^2 \cdot \text{cof.}q^2 \cdot (1 + 2\alpha y) + 4\alpha \cdot a^2 \cdot (y' - y),$$

ce qui donne

$$V = 2a^2 \iint \partial p \cdot \partial q \cdot \text{ſin.}p \cdot [(1 + 2\alpha y) \cdot \text{ſin.}p^2 \cdot \text{cof.}q^2 + \alpha(y' - y)].$$

Il eſt viſible que les intégrales doivent être priſes depuis p & q, égaux à zéro juſqu'à p & q, égaux à 180 degrés ; on aura ainſi

$$V = \tfrac{4}{3}\pi \cdot a^2 - \tfrac{4}{3}\alpha\pi \cdot a^2 y + 2\alpha a^2 \cdot \iint \partial p \cdot \partial q \cdot y' \cdot \text{ſin.}p.$$

y' étant une fonction de cof. θ', il faut déterminer ce coſinus en fonction de p & de q ; on pourra dans cette détermination, négliger les quantités de l'ordre α, puiſque y' eſt déja multiplié par α ; cela poſé, on trouvera facilement

$$a \cdot \text{cof.}\theta' = (a - f' \cdot \text{ſin.}p \cdot \text{cof.}q) \cdot \text{cof.}\theta + f' \cdot \text{ſin.}p \cdot \text{ſin.}q \cdot \text{ſin.}\theta ;$$

d'où l'on tire en ſubſtituant pour f', ſa valeur $2a \cdot \text{ſin.}p \cdot \text{cof.}q$,

$$\mu' = \mu \cdot \text{cof.}p^2 - \text{ſin.}p^2 \cdot \text{cof.}(2q + \theta).$$

On doit obſerver ici relativement à l'intégrale $\iint y' \cdot \partial p \cdot \partial q \cdot \text{ſin.}p$ priſe par rapport à q, depuis $2q = 0$ juſqu'à $2q = 360^d$, que le réſultat ſeroit le même, ſi l'on prenoit cette intégrale depuis $2q = -\theta$ juſqu'à $2q = 360^d - \theta$; parce que les valeurs de μ', & par conſéquent celles de y', ſont les mêmes depuis $2q = -\theta$ juſqu'à $2q = 0$, que depuis $2q = 360^d - \theta$ juſqu'à $2q = 360^d$; en ſuppoſant donc $2q + \theta = q'$, ce qui donne

$$\mu' = \mu \cdot \text{cof.}p^2 - \text{ſin.}p^2 \cdot \text{cof.}q',$$

on aura

$$V = \tfrac{4}{3}\pi \cdot a^2 - \tfrac{4}{3}\alpha\pi \cdot a^2 \cdot y + \alpha a^2 \cdot \iint y' \cdot \partial p \cdot \partial q' \cdot \text{ſin.}p,$$

les intégrales étant prises depuis $p = 0$ jusqu'à $p = 180^d$, & depuis $q' = 0$ jusqu'à $q' = 360^d$.

Maintenant, si l'on désigne par $a^2 . N$, l'intégrale de toutes les forces étrangères à l'attraction du sphéroïde, & multipliées par les élémens de leurs directions; on aura par l'*article XVII* dans le cas de l'équilibre,

$$\text{const.} = V + a^2 . N;$$

& en substituant au lieu de V, sa valeur, on aura

$$\text{const.} = \frac{4}{3} \alpha \pi . y - \alpha \iint y' \partial p . \partial q' . \text{sin. } p - N,$$

équation qui n'est visiblement que l'équation (12) de l'*article XVIII*, présentée sous une autre forme. Cette équation étant linéaire, il en résulte que si un nombre quelconque de rayons $a.(1 + \alpha y)$, $a.(1 + \alpha v)$, &c. y satisfont, le rayon $a.(1 + \alpha y + \alpha v +$ &c.$)$, y satisfera pareillement.

Supposons que les forces étrangères se réduisent à la force centrifuge dûe au mouvement de rotation du sphéroïde, & nommons g, cette force à la distance 1 de l'axe de rotation; nous aurons par l'*article XVII*, $N = \frac{g}{2} . (1 - \mu^2)$; l'équation de l'équilibre sera par conséquent

$$\text{const.} = \frac{4}{3} . \alpha \pi . y - \alpha . \iint y' \partial p . \partial q' . \text{sin. } p - \frac{1}{2} g . (1 - \mu^2).$$

En la différenciant trois fois de suite relativement à μ, & en observant que $\left(\frac{\partial \mu'}{\partial \mu}\right) = \text{cos. } p^2$, on aura

$$0 = \frac{4}{3} \pi . \left(\frac{\partial^3 y}{\partial \mu^3}\right) - \iint \partial p . \partial q' . \text{sin. } p . \text{cos. } p^6 . \left(\frac{\partial^3 y'}{\partial \mu'^3}\right);$$

or, on a $\iint \partial p . \partial q' . \text{sin. } p . \text{cos. } p^6 = \frac{4\pi}{7}$; on pourra donc mettre l'équation précédente sous cette forme

$$0 = \iint \partial p . \partial q' . \text{sin. } p . \text{cos. } p^6 . \left[\frac{7}{3} . \left(\frac{\partial^3 y}{\partial \mu^3}\right) - \left(\frac{\partial^3 y'}{\partial \mu'^3}\right)\right].$$

Cette équation doit avoir lieu quel que ſoit μ, en ſorte que μ doit diſparoître après les intégrations; or, il eſt clair que parmi toutes les valeurs de μ compriſes depuis $\mu = 1$ juſqu'à $\mu = -1$, il en exiſte une que nous déſignerons par h, & qui eſt telle qu'abſtraction faite du ſigne, aucune des valeurs de $\left(\frac{\partial^3 y}{\partial \mu^3}\right)$ ne ſurpaſſera pas celle qui eſt relative à h; en déſignant donc par H, cette dernière valeur, on aura encore

$$0 = \int\int \partial p \cdot \partial q^1 \cdot \text{ſin. } p \cdot \text{cof. } p^6 \cdot \left[\frac{7}{3} H - \left(\frac{\partial^3 y^1}{\partial \mu^{1\,3}}\right)\right].$$

La quantité $\frac{7}{3} H - \left(\frac{\partial^3 y^1}{\partial \mu^{1\,3}}\right)$, eſt évidemment du même ſigne que H, & le facteur ſin. p. cof. p^6 eſt conſtamment poſitif dans toute l'étendue de l'intégrale; les élémens de cette intégrale ſont donc tous du même ſigne que H; d'où il ſuit que l'intégrale entière ne peut être nulle, à moins que H ne le ſoit lui-même, ce qui exige que l'on ait généralement, $0 = \left(\frac{\partial^3 y}{\partial \mu^3}\right)$; d'où l'on tire en intégrant,

$$y = l + m \cdot \mu + n \mu^2;$$

l, m, n, étant des conſtantes arbitraires.

Si l'on fixe l'origine des rayons au milieu de l'axe de révolution, & que l'on prenne pour a, la moitié de cet axe; y ſera nul, lorſque $\mu = 1$, & lorſque $\mu = -1$, ce qui donne $m = 0$ & $n = -l$; y devient ainſi, $l \cdot (1 - \mu^2)$. En ſubſtituant cette valeur dans l'équation de l'équilibre

$$\text{conſt.} = \frac{4}{3} \alpha \pi \cdot y - \alpha \int\int y^1 \partial p \cdot \partial q^1 \cdot \text{ſin. } p - \frac{1}{2} g \cdot (1 - \mu^2);$$

on trouvera, $\alpha l = \frac{15 \cdot g}{16 \pi} = \frac{5}{4} \cdot \varphi$, φ étant le rapport de la force centrifuge à la peſanteur à l'équateur, rapport qui eſt à très-peu-près égal à $\frac{3g}{4\pi}$; le rayon du ſphéroïde ſera

donc $a.\left[1 + \frac{5\varphi}{4}.(1 - \mu^2)\right]$; d'où il ſuit que ce ſphéroïde eſt un ellipſoïde de révolution, ce qui eſt conforme à ce qui précède.

Nous voilà ainſi parvenus à déterminer directement & indépendamment des ſuites, la figure d'un ſphéroïde homogène de révolution qui tourne ſur ſon axe, & à faire voir qu'elle ne peut être que celle d'un ellipſoïde qui ſe réduit à une ſphère lorſque $\varphi = 0$; en ſorte que la ſphère eſt la ſeule figure de révolution qui ſatisfaſſe à l'équilibre d'une maſſe fluide homogène immobile.

De-là on peut généralement conclure que ſi la maſſe fluide eſt ſollicitée par des forces quelconques très-petites, il n'y a qu'une ſeule figure poſſible d'équilibre, ou, ce qui revient au même, il n'y a qu'un ſeul rayon $a.(1 + \alpha y)$ qui puiſſe ſatisfaire à l'équation de l'équilibre,

$$\text{conſt.} = \tfrac{4}{3}\alpha\pi.y - \alpha\iint y'\partial p.\partial q'.\text{ſin.}p - N,$$

y étant fonction de θ & de la longitude ϖ, & y' étant ce que devient y, lorſqu'on y change θ & ϖ en θ' & ϖ'.

Suppoſons, en effet, qu'il y ait deux rayons différens $a.(1 + \alpha y)$, & $a.(1 + \alpha y + \alpha v)$, qui ſatisfaſſent à cette équation; on aura,

$$\text{conſt.} = \tfrac{4}{3}.\alpha\pi.(y + v) - \alpha\iint.(y' + v').\partial p.\partial q'.\text{ſin.}p - N.$$

En retranchant l'équation précédente de celle-ci, on aura,

$$\text{conſt.} = \tfrac{4}{3}\pi.v - \iint v'.\partial p.\partial q'.\text{ſin.}p.$$

Cette équation eſt viſiblement celle d'un ſphéroïde homogène en équilibre, dont le rayon eſt $a.(1 + \alpha v)$, & qui n'eſt ſollicité par aucune force étrangère à l'attraction de ſes molécules. L'angle ϖ diſparoiſſant de lui-même, dans cette équation; le rayon $a.(1 + \alpha v)$ y ſatisferoit encore en y changeant ϖ ſucceſſivement dans $\varpi + \partial\varpi, \varpi + 2\partial\varpi$, &c. d'où il ſuit que ſi l'on nomme v_1, v_2, &c. ce que devient v,

en vertu de ces changemens, le rayon

$$a.(1 + \alpha v.\partial\varpi + \alpha v_1.\partial\varpi + \alpha v_2.\partial\varpi + \&c.)$$

ou $a.(1 + \alpha\int v\,\partial\varpi)$ ſatisfera à l'équation précédente. Si l'on prend l'intégrale $\int v\,\partial\varpi$, depuis $\varpi = 0$ juſqu'à $\varpi = 360^d$, le rayon $a.(1 + \alpha.\int v\,\partial\varpi)$ devient celui d'un ſphéroïde de révolution qui, par ce qui précède, ne peut être qu'une ſphère ; voyons la condition qui en réſulte pour v.

Suppoſons que a ſoit la plus courte diſtance du centre de gravité du ſphéroïde dont le rayon eſt $a.(1 + \alpha v)$, à la ſurface, & que le pôle où l'origine de l'angle θ ſoit à l'extrémité de a ; v ſera nul au pôle, & poſitif par-tout ailleurs ; il en ſera de même de l'intégrale $\int v\,\partial\varpi$. Maintenant, puiſque le centre de gravité du ſphéroïde dont le rayon eſt $a.(1 + \alpha v)$, eſt au centre de la ſphère dont le rayon eſt a, ce point ſera pareillement le centre de gravité du ſphéroïde dont le rayon eſt $a.(1 + \alpha\int v\,\partial\varpi)$; les différens rayons menés de ce centre à la ſurface de ce dernier ſphéroïde, ſont donc inégaux entr'eux, ſi v n'eſt pas nul ; il ne peut donc être une ſphère que dans le cas où $v = 0$: ainſi, nous ſommes aſſurés qu'un ſphéroïde homogène, ſollicité par des forces quelconques très-petites, ne peut être en équilibre que d'une ſeule manière, & que, par conſéquent, l'équation (13) de l'*article XVIII* épuiſe toutes les figures poſſibles d'équilibre.

XXI.

L'ANALYSE précédente ſuppoſe que N eſt indépendant de la figure du ſphéroïde ; c'eſt ce qui a lieu lorſque les forces étrangères à l'action des molécules fluides, ſont dûes à la force centrifuge de ſon mouvement de rotation & à l'attraction des corps extérieurs au ſphéroïde ; mais ſi l'on conçoit au centre du ſphéroïde, une force finie proportionnelle à une fonction de la diſtance, ſon action ſur les molécules placées à la ſurface du fluide, dépendra de la

nature de cette ſurface, & par conſéquent, N dépendra de y. Ce cas eſt celui d'une maſſe fluide homogène, qui recouvre une ſphère d'une denſité différente de celle du fluide; car on peut conſidérer cette ſphère comme étant de même denſité que le fluide, & placer à ſon centre une force réciproque au carré des diſtances, de manière que ſi l'on nomme c le rayon de la ſphère, & ϱ ſa denſité, celle du fluide étant priſe pour unité; cette force à la diſtance r ſoit égale à $\frac{4}{3}\pi.\frac{c^3.(\varrho-1)}{r^2}$. En la multipliant par l'élément $-\partial r$ de ſa direction, l'intégrale du produit ſera $\frac{4}{3}\pi.\frac{c^3.(\varrho-1)}{r}$, quantité qu'il faut ajouter à $a^2.N$; & comme à la ſurface on a $r = a.(1+\alpha y)$, il faudra dans l'équation de l'équilibre de l'*article précédent*, ajouter à N, $\frac{4}{3}\pi.\frac{(\varrho-1).c^3}{a^3}.(1-\alpha y)$. Cette équation deviendra

$$\text{conſt.} = \frac{4\alpha}{3}\pi.\left[1+(\varrho-1).\frac{c^3}{a^3}\right].y-\alpha.\iint y^2\partial p.\partial q^2.\text{ſin.}p-N.$$

Si l'on déſigne par $a.(1+\alpha y+\alpha v)$, le rayon d'un ſecond ſphéroïde en équilibre; on aura pour déterminer v, l'équation

$$\text{conſt.} = \frac{4}{3}\pi.\left[1+(\varrho-1).\frac{c^3}{a^3}\right].v-\iint v^2.\partial p.\partial q^2.\text{ſin.}\,p,$$

équation qui eſt celle de l'équilibre du ſphéroïde, en le ſuppoſant immobile, & en faiſant abſtraction de toute force extérieure.

Si le ſphéroïde eſt de révolution, v ſera uniquement fonction de cof. θ ou de μ; or, on peut dans ce cas, le déterminer par l'analyſe de l'*article précédent*; car ſi l'on différencie cette équation, $i+1$ fois de ſuite, relativement à μ, on aura

$$0 = \frac{4}{3}\pi.\left[1+(\varrho-1).\frac{c^3}{a^3}\right].\left(\frac{\partial^{i+1}.v}{\partial\mu^{i+1}}\right)$$

$$-\iint\left(\frac{\partial^{i+1}.v^2}{\partial\mu^{i+1}}\right).\partial p.\partial q^2.\text{ſin.}\,p.\text{cof.}\,p^{2i+2}.$$

Mais on a $\int\int \partial p . \partial q^{1} . \text{fin.} p . \text{cof.} p^{2i+2} = \frac{4\pi}{2i+3}$; l'équation précédente peut donc être mise sous cette forme,

$$0 = \int\int \partial p . \partial q^{1} . \text{fin.} p . \text{cof.} p^{2i+2} \times$$

$$. \left\{ \frac{2i+3}{3} . \left[1 + (\varrho - 1) . \frac{c^3}{a^3} \right] . \left(\frac{\partial^{i+1} . v}{\partial \mu^{i+1}} \right) - \left(\frac{\partial^{i+1} . v^{1}}{\partial \mu^{1\,i+1}} \right) \right\}$$

On peut toujours prendre i, tel qu'abstraction faite du signe, on ait $\frac{2i+3}{3} . \left[1 + (\varrho - 1) . \frac{c^3}{a^3} \right] > 1$; en supposant donc que i soit le plus petit nombre qui rende cette quantité plus grande que l'unité, on s'assurera comme dans l'*article précédent*, que cette équation ne peut être satisfaite, à moins qu'on ne suppose $\left(\frac{\partial^{i+1} . v}{\partial \mu^{i+1}} \right) = 0$, ce qui donne

$$v = \mu^{i} + A . \mu^{i-1} + B . \mu^{i+2} + \text{\&c.}$$

En substituant dans l'équation précédente de l'équilibre, au lieu de v, cette valeur, & au lieu de v^{1},

$$\mu^{1\,i} + A . \mu^{1\,i-1} + B . \mu^{1\,i-2} + \text{\&c.}$$

μ^{1} étant, par l'*article précédent*, égal à $\mu . \text{cof.} p^{2} - \text{fin.} p^{2} . \text{cof.} q^{1}$; on trouvera d'abord $1 + (\varrho - 1) . \frac{c^3}{a^3} = \frac{3}{2i+1}$, où $i = \frac{2a^3 + (1-\varrho) . c^3}{2a^3 - 2 . (1-\varrho) . c^3}$, ce qui suppose ϱ égal ou moindre que l'unité : ainsi, toutes les fois que a, c & ϱ ne seront pas tels que le second membre de cette équation soit un nombre entier positif, le fluide ne pourra être en équilibre que d'une seule manière. On aura ensuite $A = 0$, $B = - \frac{i . (i-1)}{2 . (2i-1)}$, &c. en sorte que

$$v = \mu^{i} - \frac{i . (i-1)}{2 . (i-1)} . \mu^{i-2} + \frac{i . (i-1) . (i-2) . (i-3)}{2 . 4 . (2i-1) . (2i-3)} . \mu^{i-4} - \text{\&c.}$$

Il y a donc généralement deux figures d'équilibre, puiſque αv eſt ſuſceptible de deux valeurs, dont l'une eſt donnée par la ſuppoſition de $\alpha = 0$, & dont l'autre eſt donnée par la ſuppoſition de v, égal à la fonction précédente de μ.

Si le ſphéroïde eſt immobile, & n'eſt ſollicité par aucune force étrangère à l'action de ſes molécules, la première de ces deux figures eſt une ſphère, & la ſeconde a pour méridien une courbe de l'ordre i. On doit cependant obſerver que ces deux figures coïncident lorſque $i = 1$, parce que le rayon $a.(1 + \alpha\mu)$ eſt celui d'une ſphère dans laquelle l'origine des rayons eſt à la diſtance α de ſon centre; mais alors il eſt aiſé de voir que $\varrho = 1$, c'eſt-à-dire que le ſphéroïde eſt homogène, ce qui eſt conforme au réſultat de l'*article précédent*.

Lorſqu'on a les figures de révolution qui ſatisfont à l'équilibre, il eſt facile d'en conclure celles qui ne ſont pas de révolution, par la méthode ſuivante.

Au lieu de fixer l'origine de l'angle θ à l'extrémité de l'axe de révolution, ſuppoſons qu'elle ſoit à une diſtance γ de cette extrémité, & nommons θ' la diſtance à cette même extrémité, d'un point de la ſurface dont θ eſt la diſtance à la nouvelle origine de l'angle θ; nommons de plus $\varpi + \mathfrak{C}$, l'angle compris entre les deux arcs θ & γ; nous aurons par la trigonométrie ſphérique,

$$\text{cof. } \theta' = \text{cof. } \gamma \cdot \text{cof. } \theta + \text{ſin. } \gamma \cdot \text{ſin. } \theta \cdot \text{cof. } (\varpi + \mathfrak{C});$$

en déſignant donc par $\psi(\text{cof. } \theta')$ la fonction

$$\text{cof. } \theta'^{i} - \frac{i.(i-1)}{2.(2i-1)} \cdot \text{cof. } \theta'^{i-2} + \&c.$$

le rayon du ſphéroïde immobile en équilibre, que nous venons de voir être égal à $a + \alpha a.\psi(\text{cof. } \theta')$, ſera $a + \alpha a.\psi\{\text{cof. } \gamma \cdot \text{cof. } \theta + \text{ſin. } \gamma \cdot \text{ſin. } \theta \cdot \text{cof. } (\varpi + \mathfrak{C})\}$; & quoiqu'il ſoit fonction de l'angle ϖ, il appartient à un ſolide de révolution, mais dans lequel l'origine de l'angle θ n'eſt point à l'extrémité de l'axe de révolution.

Puiſque

Puiſque ce rayon ſatisfait à l'équation de l'équilibre, quels que ſoient α, $\mathcal{C}$ & γ; il y ſatisfera encore en changeant ces quantités en α', $\mathcal{C}'$, γ'; α'', $\mathcal{C}''$, γ'', &c. d'où il ſuit que cette équation étant linéaire, le rayon

$$\left.\begin{array}{l} a + \alpha a . \psi [\text{cof. } \gamma . \text{cof. } \theta + \text{ſin. } \gamma . \text{ſin. } \theta . \text{cof. } (\varpi + \mathcal{C}) \\ + \alpha' a . \psi [\text{cof. } \gamma' . \text{cof. } \theta + \text{ſin. } \gamma' . \text{ſin. } \theta . \text{cof. } (\varpi + \mathcal{C}') \\ + \text{&c.} \end{array}\right\}$$

y ſatisfera pareillement. Le ſphéroïde auquel ce rayon appartient, n'eſt plus de révolution; il eſt formé d'une ſphère du rayon a, & d'un nombre quelconque de couches ſemblables à l'excès du ſphéroïde de révolution dont le rayon eſt $a + \alpha a . \psi (\mu)$, ſur la ſphère dont le rayon eſt a; ces couches étant poſées arbitrairement les unes au-deſſus des autres.

Si l'on compare l'expreſſion de $\psi (\mu)$ avec celle de $Q^{(i)}$ de l'*article X*, on verra que ces deux fonctions ne diffèrent que par un facteur indépendant de μ; d'où il ſuit que l'on a

$$0 = \left\{ \frac{\partial (1 - \mu\mu) . \left[\frac{\partial \psi (\mu)}{\partial \mu} \right]}{\partial \mu} \right\} + i . (i + 1) . \psi . (\mu).$$

Il eſt facile d'en conclure que ſi l'on repréſente par $\alpha Y^{(i)}$, la fonction

$$\left.\begin{array}{l} \alpha \psi . [\text{cof. } \gamma . \text{cof. } \theta + \text{ſin. } \gamma . \text{ſin. } \theta . \text{ cof. } (\varpi + \mathcal{C}) \\ + \alpha' . \psi [\text{cof. } \gamma' . \text{cof. } \theta + \text{ſin. } \gamma' . \text{ſin. } \theta . \text{ cof. } (\varpi + \mathcal{C}') \\ + \text{&c.} \end{array}\right\}$$

$Y^{(i)}$ ſera une fonction rationnelle & entière de

$$\mu, \sqrt{(1 - \mu^2)} . \text{cof. } \varpi, \sqrt{(1 - \mu^2)} . \text{ſin. } \varpi,$$

qui ſatisfera à l'équation aux différences partielles,

$$0 = \left\{ \frac{\partial . (1 - \mu\mu) . \left[\frac{\partial Y^{(i)}}{\partial \mu} \right]}{\partial \mu} \right\} + \frac{\left[\frac{\partial \partial Y^{(i)}}{\partial \varpi^2} \right]}{1 - \mu\mu} + i . (i + 1) . Y^{(i)},$$

en choiſiſſant donc pour $Y^{(i)}$, la fonction la plus générale de cette nature, la fonction $a.(1 + \alpha Y^{(i)})$ ſera l'expreſſion la plus générale du rayon du ſphéroïde immobile en équilibre.

On peut parvenir au même réſultat au moyen de l'expreſſion de V en ſéries, de l'*article XIII*; car l'équation de l'équilibre étant, par l'*article précédent*,

$$\text{conſt.} = V + a^2.N;$$

ſi l'on ſuppoſe que toutes les forces étrangères à l'action des molécules fluides, ſe réduiſent à une ſeule force attractive égale à $\frac{4}{3}\pi.\frac{(\rho-1).c^3}{r^2}$, placée au centre du ſphéroïde; en multipliant cette force par l'élément $-\partial r$ de ſa direction, & en l'intégrant enſuite, on aura

$$\frac{4}{3}\pi.\frac{(\rho-1).c^3}{r} = a^2.N;$$

comme à la ſurface, $r = a.(1 + \alpha y)$, l'équation précédente de l'équilibre deviendra

$$\text{conſt.} = V + \frac{4}{3}\alpha\pi.\frac{c^3}{a}.(1-\rho).y.$$

En ſubſtituant dans cette équation, au lieu de V, ſa valeur donnée par la formule (7) de l'*article XIII*, dans laquelle on mettra pour r, ſa valeur à la ſurface, $a(1 + \alpha y)$; & en ſubſtituant pour y, ſa valeur

$$Y^{(0)} + Y^{(1)} + Y^{(2)} + \&c;$$

on aura

$$0 = \left[(1-\rho).\frac{c^3}{a^3} + 2\right].Y^{(0)} + (1-\rho).\frac{c^3}{a^3}.Y^{(1)}$$
$$+ \left[(1-\rho).\frac{c^3}{a^3} - \frac{2}{5}\right].Y^{(2)} \ldots\ldots\ldots$$
$$\ldots + \left[(1-\rho).\frac{c^3}{a^3} - \left(\frac{2i-2}{2i+1}\right)\right].Y^{(i)} + \&c.$$

la conſtante a étant ſuppoſée telle que conſt. $= \frac{4}{3}\pi.a^2$. Cette équation donne $Y^{(0)} = 0$, $Y^{(1)} = 0$, $Y^{(2)} = 0$,

&c. à moins que le coéfficient de l'une de ces quantités, de $Y^{(i)}$ par exemple, ne ſoit nul : ce qui donne

$$(1 - \varrho) \cdot \frac{c^3}{a^3} = \frac{2i-2}{2i+1},$$

i étant un nombre entier poſitif; & dans ce cas, toutes ces quantités ſont nulles, excepté $Y^{(i)}$; on aura donc alors $y = Y^{(i)}$, ce qui eſt conforme à ce que nous venons de trouver.

On voit ainſi que les réſultats obtenus par la réduction de V en ſérie, ont toute la généralité poſſible, & qu'il n'eſt point à craindre qu'aucune figure d'équilibre échappe à l'analyſe fondée ſur cette réduction.

XXII.

EXAMINONS maintenant le cas où le ſphéroïde eſt hétérogène, & pour cela reprenons l'équation (11) de l'*article XVII.*

$$\int \frac{\partial \Pi}{\varrho} = V + \alpha r^2 . [Z^{(0)} + Z^{(2)} + r . Z^{(3)} + \&c.];$$

ſi l'on y ſubſtitue pour V, ſa valeur donnée par la formule (10) de l'*article XVI*, on aura

$$\left.\begin{aligned} \int \frac{\partial \Pi}{\varrho} = {} & 2\pi . \int \varrho \partial . a^2 + 4\alpha\pi . \times \\ & \int \varrho . \partial \left[a^2 . Y^{(0)} + \frac{ar}{3} . Y^{(1)} + \frac{r^2}{5} . Y^{(2)} + \frac{r^3}{7a} . Y^{(3)} + \&c. \right] \\ & + \frac{4\pi}{3r} \int \varrho \partial . a^3 + \frac{4\alpha\pi}{r} . \times \\ & \int \varrho . \partial \left[a^3 . Y^{(0)} + \frac{a^4}{3r} . Y^{(1)} + \frac{a^5}{5r^2} . Y^{(2)} + \&c. \right] \\ & + \alpha r^2 . [Z^{(0)} + Z^{(2)} + r Z^{(3)} + \&c.] \end{aligned}\right\} ; (15)$$

les deux premières intégrales du ſecond membre de cette équation, étant priſes depuis $a = a$ juſqu'à $a = a$, & les deux dernières étant priſes depuis $a = 0$ juſqu'à

$a = a$; r devant être changé en $a(1 + \alpha y)$ après toutes les différenciations & les intégrations. On aura ainſi à la ſurface extérieure

$$\left.\begin{aligned} \int \frac{\partial \Pi}{\rho} &= \frac{4\pi}{3r} \cdot \int \varrho \partial . a^3 + \frac{4\alpha\pi}{r} \times \\ \int \varrho \partial . \left[a^3 Y^{(0)} + \frac{a^4}{3r} . Y^{(1)} + \frac{a^5}{5r^2} Y^{(2)} + \frac{a^6}{7r^3} . Y^{(3)} + \&c. \right] & \\ + \alpha r^2 . \left[Z^{(0)} + Z^{(2)} + r . Z^{(3)} + \&c. \right] & \end{aligned}\right\} ; (16)$$

les intégrales étant priſes depuis $a = 0$ juſqu'à $a = a$. Cette équation a l'avantage de donner par la différenciation de ſon ſecond membre, la peſanteur à la ſurface du ſphéroïde; car en nommant p, cette force, on aura p égal à la différentielle de ce ſecond membre, priſe par rapport à r, & diviſée par $- \partial r$.

Si le ſphéroïde eſt entièrement fluide, ou formé d'un noyau ſolide recouvert d'un fluide; l'équation (15) donnera les valeurs de $Y^{(0)}$, $Y^{(1)}$, $Y^{(2)}$, &c. relatives à chacune des couches de niveau du fluide; & ſi le fluide eſt homogène, il ſuffira de ſatisfaire à l'équation (16).

Il eſt aiſé de voir par la nature de ces équations qui ſont linéaires, que ſi l'on y a ſatisfait d'une manière quelconque; on aura leur ſolution complète, en ajoutant aux valeurs particulières de $Y^{(0)}$, $Y^{(1)}$, &c. que l'on ſuppoſe connues, celles qui ont lieu dans le cas où $Z^{(0)}$, $Z^{(1)}$, &c. ſont nuls; en ſorte que la recherche de la figure d'équilibre des couches du fluide, ſe réduit 1.° à déterminer une figure particulière d'équilibre, lorſque le fluide eſt ſollicité par les forces étrangères qui l'animent; 2.° à déterminer toutes les figures d'équilibre qui ont lieu lorſque ces forces ſont nulles; car il eſt clair que la ſomme des valeurs de y, relatives à ces deux cas, ſera la valeur complète de y.

La figure du ſphéroïde donnée par l'équation (16), dépend de la figure & de la denſité de ſes couches intérieures, & ſi

l'on compare les termes ſemblables, en faiſant pour plus de ſimplicité, $a = 1$, on aura à la ſurface extérieure

$$\int \frac{\partial \Pi}{\rho} = \frac{4\pi}{3} \cdot \int \varsigma \partial . a^3$$

& quel que ſoit i,

$$0 = \frac{4\pi}{3} \cdot Y^{(i)} \cdot \int \varsigma \partial . a^3 - \frac{4\pi}{2i+1} \cdot \int \varsigma . \partial \left[a^{i+3} \cdot Y^{(i)} \right] - Z^{(i)},$$

pourvu que l'on ſuppoſe $Z^{(1)} = 0$, parce que cette fonction manque dans l'équation (16). Les intégrales doivent être priſes depuis $a = 0$ juſqu'à $a = 1$.

La peſanteur p ſera donnée par cette formule

$$p = \tfrac{4}{3}\pi \cdot \int \varsigma \partial . a^3 - \frac{8\alpha\pi}{3} \cdot \left[Y^{(0)} + Y^{(1)} + Y^{(2)} + \&c. \right] \cdot \int \varsigma \partial . a^3$$
$$+ 4\alpha\pi \int \varsigma . \partial \left[a^3 . Y^{(0)} + \frac{2a^4}{3} . Y^{(1)} + \frac{3a^5}{5} . Y^{(2)} + \&c. \right]$$
$$- \alpha . \left[2 . Z^{(0)} + 2 . Z^{(2)} + 3 . Z^{(3)} + 4 . Z^{(4)} + \&c. \right]$$

Si l'on élimine les termes

$$\int \varsigma . \partial \left(a^3 . Y^{(0)} \right), \int \varsigma . \partial . \left(a^4 Y^{(1)} \right), \&c.$$

au moyen de l'équation précédente en $Y^{(i)}$, & que pour abréger l'on ſuppoſe

$$P = \frac{4\pi}{3} \cdot \left(1 - \alpha Y^{(0)} \right) \cdot \int \varsigma \partial . a^3 - 3\alpha . Z^{(0)},$$

on aura

$$\left. \begin{aligned} p = P &+ \alpha P . \left[Y^{(2)} + 2 . Y^{(3)} + 3 . Y^{(4)} \ldots + (i-1) . Y^{(i)} + \&c. \right] \\ &- \alpha \left[5 . Z^{(2)} + 7 . Z^{(3)} + 9 . Z^{(4)} \ldots + (2i+1) . Z^{(i)} + \&c. \right] \end{aligned} \right\} ; \quad (17)$$

Cette expreſſion eſt remarquable, en ce qu'elle donne la loi de la peſanteur à la ſurface du ſphéroïde, indépendamment de la figure & de la denſité de ſes couches intérieures; en ſorte que ſi par les meſures des Degrés des méridiens & des parallèles, on a le rayon $1 + \alpha . \left[Y^{(0)} + Y^{(1)} + Y^{(2)} + \&c. \right]$

du ſphéroïde; & ſi de plus on connoît les quantités $Z^{(2)}$, $Z^{(3)}$, &c. relatives à la force centrifuge du mouvement de rotation & aux attractions étrangères; on aura la variation $p - P$ de la peſanteur à la ſurface du ſphéroïde; & réciproquement, ſi cette variation eſt donnée par les expériences ſur la longueur du pendule, on aura le rayon $1 + \alpha y$ du ſphéroïde; car quoique la valeur de p ne donne point $Y^{(0)}$ & $Y^{(1)}$; cependant comme $Y^{(0)}$ eſt conſtant, on peut le ſuppoſer compris dans la valeur de a, que nous avons priſe pour l'unité; & il eſt toujours poſſible, en plaçant convenablement l'origine des rayons, de faire diſparoître $Y^{(1)}$, & de réduire ainſi l'expreſſion du rayon du ſphéroïde à cette forme

$$1 + \alpha.[Y^{(2)} + Y^{(3)} + Y^{(4)} + \&c.]$$

Cette correſpondance entre la variation de la peſanteur & celle des rayons, n'étant aſſujettie à aucune hypothèſe ſur la figure & ſur la denſité des couches du ſphéroïde, elle offre un moyen très-ſimple de vérifier ſi la loi de la gravitation univerſelle qui s'accorde ſi bien avec les mouvemens des corps céleſtes, s'accorde pareillement avec leurs figures.

XXIII.

Le rayon oſculateur du méridien d'un ſphéroïde qui a pour rayon $1 + \alpha y$, eſt

$$1 + \alpha.\left(\frac{\partial.\mu y}{\partial \mu}\right) + \alpha.\left[\frac{\partial.(1-\mu\mu).\left(\frac{\partial y}{\partial \mu}\right)}{\partial \mu}\right];$$

en déſignant donc par c, la grandeur du Degré d'un cercle dont le rayon eſt ce que nous avons pris pour l'unité, l'expreſſion du Degré du méridien du ſphéroïde ſera

$$c.\left\{1 + \alpha.\left(\frac{\partial.\mu y}{\partial \mu}\right) + \alpha.\left[\frac{\partial.(1-\mu\mu).\left(\frac{\partial y}{\partial \mu}\right)}{\partial \mu}\right]\right\}.$$

Si l'on ſubſtitue au lieu du rayon $1 + \alpha y$, ſa valeur $1 + \alpha.[Y^{(2)} + Y^{(3)} + Y^{(4)} \ldots + Y^{(i)} + \&c.]$

& au lieu de $\left\{ \frac{\partial.(1-\mu\mu).\left[\frac{\partial Y^{(i)}}{\partial \mu}\right]}{\partial \mu} \right\}$, ſa valeur

$-i.(i+1).Y^{(i)} - \frac{\left[\frac{\partial\partial Y^{(i)}}{\partial \varpi^2}\right]}{1-\mu\mu}$; l'expreſſion précédente du Degré du méridien deviendra

$$c - 6.\alpha c.Y^{(2)} - 12.\alpha c.Y^{(3)} \ldots - i.(i+1).\alpha c.Y^{(i)} - \&c.$$
$$+ \alpha c.\frac{\partial.[\mu.(Y^{(2)} + Y^{(3)} \ldots\ldots + Y^{(i)} + \&c.)]}{\partial\mu}$$
$$- \frac{\alpha c.\left\{\frac{\partial\partial.[Y^{(2)} + Y^{(3)} \ldots\ldots + Y^{(i)} + \&c.]}{\partial \varpi^2}\right\}}{1-\mu\mu};$$

Relativement à la Terre, $\alpha Z^{(2)}$ ſe réduit à $-\frac{g}{2}.(\mu^2 - \frac{1}{3})$ ou ce qui revient au même, à $-\frac{\varphi}{2}.P.(\mu^2 - \frac{1}{3})$, φ étant le rapport de la force centrifuge à la peſanteur; de plus $Z^{(3)}$, $Z^{(4)}$, &c. ſont nuls : en nommant donc l & L les longueurs du Pendule à ſecondes, correſpondantes à p & P; l'expreſſion précédente de la peſanteur donnera relativement à la Terre,

$$l = L + \alpha L.[Y^{(2)} + 2.Y^{(3)} + 3.Y^{(4)} \ldots + (i-1).Y^{(i)} + \&c.]$$
$$+ \tfrac{5}{2}.L\varphi.(\mu^2 - \tfrac{1}{3}).$$

Si l'on compare ces trois expreſſions du rayon terreſtre, de la longueur du Pendule à ſecondes, & du Degré du méridien; on voit que le terme $\alpha.Y^{(i)}$ de l'expreſſion du rayon, eſt multipliée par $i-1$, dans l'expreſſion de la longueur du Pendule, & par $i.(i+1)$ dans celle du Degré du méridien; d'où il ſuit que pour peu que i ſoit conſidérable, ce terme ſera plus ſenſible dans les obſervations de la longueur du Pendule que dans celles de la parallaxe, & plus ſenſible encore dans les meſures des Degrés, que dans celles des longueurs du Pendule.

Ainſi en ſuppoſant le rayon de la Terre égal à

$$1 + \alpha Y^{(2)} + \alpha . Y^{(i)} + \alpha . Y^{(i+1)} + \&c.$$

i étant un nombre conſidérable & les coéfficiens de $Y^{(i)}$, $Y^{(i+1)}$ étant aſſez petits pour que ces fonctions & leurs produits par i, $i + 1$, &c. ſoient inſenſibles relativement à $Y^{(2)}$, mais tels cependant que les produits de ces mêmes fonctions par $i.(i + 1)$, $(i + 1).(i + 2)$, &c. ſoient comparables à $6\ Y^{(2)}$; la variation de la longueur du Pendule ne dépendra ſenſiblement que de $Y^{(2)}$, & ſera à très-peu-près proportionnelle au carré du ſinus de la latitude, ſi $Y^{(2)}$ ne renferme point la longitude ϖ; tandis que la variation des degrés s'écartera de cette loi, d'une manière ſenſible. Ce réſultat eſt parfaitement conforme à ce que l'on obſerve ſur la Terre; les longueurs du Pendule à ſecondes, en allant des pôles vers l'équateur, diminuent à très-peu-près, comme le carré du ſinus de la latitude; mais la diminution des Degrés du méridien, paroît ſuivre une loi différente.

Cette remarque donne l'expreſſion du rayon terreſtre dont on doit faire uſage dans le calcul des parallaxes de la Lune; car, puiſque les variations de la longueur du Pendule à ſecondes s'éloignent très-peu de la loi du carré du ſinus de la latitude; il faut que dans l'expreſſion de l, la quantité

$$\alpha L.[2\ Y^{(3)} + 3\ Y^{(4)} \ldots + (i - 1).Y^{(i)} + \&c.]$$

ſoit fort petite, relativement à $\alpha L.Y^{(2)} + \frac{5}{2} L.\varphi.(\mu^2 - \frac{1}{3})$; d'où il ſuit qu'à plus forte raiſon, dans l'expreſſion du rayon terreſtre, la quantité $\alpha (Y^{(3)} + Y^{(4)} \ldots + Y^{(i)} + \&c.)$ doit être négligée vis-à-vis de $\alpha . Y^{(2)}$; partant ſi l'on pouvoit par les obſervations de la parallaxe de la Lune, déterminer avec préciſion, la variation des rayons terreſtres; on la trouveroit encore plus approchante que celle des longueurs du Pendule, de la loi du carré du ſinus de la latitude.

Si

Si l'on désigne par $L.[1 + h.(\mu^2 - \frac{1}{3})]$, la longueur observée du Pendule à secondes ; on aura

$$\alpha.Y^{(2)} + \frac{5}{2}.\varphi.(\mu^2 - \frac{1}{3}) = h.(\mu^2 - \frac{1}{3});$$

d'où l'on tire

$$\alpha Y^{(2)} = (h - \frac{5\varphi}{2}).(\mu^2 - \frac{1}{3}).$$

Les observations donnent à très-peu-près

$$h = 0{,}0055334;$$

en sorte que l'on peut représenter dans cette hypothèse, à un dixième de ligne près tout au plus, les observations faites avec soin sur la longueur du Pendule ; d'ailleurs φ étant égal à $\frac{1}{289}$, on a $\frac{5}{2}.\varphi = 0{,}0086505$; le rayon $1 + \alpha Y^{(2)}$ du sphéroïde terrestre, sera donc

$$1 + \alpha.Y^{(2)} = 1 - 0{,}0031171.(\mu^2 - \frac{1}{3}).$$

Ainsi l'on peut dans le calcul des parallaxes & de la pesanteur, supposer que la Terre est un ellipsoïde de révolution dont l'ellipticité est $\frac{1}{321}$; mais cette supposition employée dans le calcul de la variation des Degrés du méridien, écarteroit sensiblement de la vérité.

Dans la théorie de la précession des équinoxes & de la nutation de l'axe de la Terre, non-seulement l'influence des termes $\alpha Y^{(3)}$, $\alpha Y^{(4)}$, &c. de l'expression du rayon d'une couche quelconque du sphéroïde terrestre, est insensible, mais elle est nulle ; ainsi l'on doit calculer ces phénomènes, dans l'hypothèse précédente d'un ellipsoïde de révolution. J'ai fait voir dans nos Mémoires pour l'année 1776, *page 257*, que pour satisfaire à ces phénomènes, l'ellipticité de la Terre doit être comprise entre les limites 0,001730, & 0,005135 ;

& comme l'ellipticité 0,0031171, donnée par les obſervations de la longueur du pendule, eſt entre ces limites; on voit que la loi de la peſanteur univerſelle ſatisfait auſſi-bien qu'on peut le deſirer dans l'état actuel de nos connoiſſances, aux divers phénomènes qui dépendent de la figure de la Terre.

CINQUIÈME SECTION.

Des Oſcillations d'un Fluide homogène de peu de profondeur, qui recouvre une ſphère.

XXIV.

APRÈS avoir donné une théorie générale de la figure des Planètes, il nous reſte à déterminer les conditions qui rendent cette figure ſtable. Pour cela, nous allons conſidérer les oſcillations d'un fluide très-peu profond qui recouvre une ſphère, en le ſuppoſant dérangé d'une manière quelconque de ſon état d'équilibre, & ſoumis à l'action d'un nombre quelconque de forces étrangères; & nous chercherons dans les conditions qui rendent ces oſcillations périodiques, les conditions relatives à la denſité & à l'ébranlement primitif du fluide, qui donnent un équilibre ferme.

Soit l, la profondeur du fluide dans l'état d'équilibre; 1, le rayon du ſphéroïde, & par conſéquent $1 - l$ celui du noyau ſphérique que le fluide recouvre, l étant ſuppoſé très-petit: nommons enſuite ϱ la denſité de ce noyau, celle du fluide étant priſe pour unité; ſoit de plus θ, l'angle que forme un rayon quelconque du ſphéroïde, avec un rayon fixe que nous prendrons pour ſon demi-axe; & ϖ, l'angle formé par le plan qui paſſe par ces deux rayons, avec un méridien fixe; l'origine des rayons étant ſuppoſée au centre du noyau ſphérique. Suppoſons que le rayon du ſphéroïde, qui dans l'état de l'équilibre étoit égal à l'unité, ſoit $1 + \alpha y$ dans l'état de mouvement, & après un temps quelconque t, α étant un coéfficient très-petit; que l'angle θ devienne $\theta + \alpha u$,

& que l'angle ϖ devienne $\varpi + \alpha\upsilon$; y, u, & υ étant des fonctions de θ, ϖ & t, qu'il s'agit de déterminer. Cela posé.

Si l'on conçoit dans l'état d'équilibre, un parallélipipède rectangle fluide, dont les dimensions soient l, $\partial\theta$, & $\partial\varpi.\text{sin.}\,\theta$, & dont par conséquent la masse soit $l.\partial\theta.\partial\varpi.\text{sin.}\,\theta$; il est visible que dans l'état de mouvement, ce parallélipipède changera de figure; mais les molécules voisines ayant des mouvemens très-peu différens, il est facile de s'assurer que si l'on calcule la solidité de cette nouvelle figure, comme étant celle d'un parallélipipède rectangle dont les dimensions seroient

$$l + \alpha y;\ \partial\theta.\left[1 + \alpha\left(\frac{\partial u}{\partial\theta}\right)\right];\ \partial\varpi.\left[1 + \alpha\left(\frac{\partial\upsilon}{\partial\varpi}\right)\right].\text{sin.}\,(\theta + \alpha u);$$

on ne se trompera que de quantités de l'ordre α^2. On aura ainsi pour sa masse,

$$(l + \alpha y).\partial\theta.\left[1 + \alpha.\left(\frac{\partial u}{\partial\theta}\right)\right].\partial\varpi.\left[1 + \alpha.\left(\frac{\partial\upsilon}{\partial\varpi}\right)\right].\text{sin.}\,(\theta + \alpha u);$$

en l'égalant à la précédente $l\,\partial\theta.\partial\varpi.\text{sin.}\,\theta$; & en faisant $\text{cos.}\,\theta = \mu$, on aura

$$y = l.\left[\frac{\partial.u\sqrt{(1-\mu^2)}}{\partial\mu}\right] - l.\left(\frac{\partial\upsilon}{\partial\varpi}\right).$$

Cette équation est relative à la continuité du fluide, & il en résulte que u & υ sont très-grands relativement à y, dans la raison de 1 à l; en sorte que nous pourrons négliger y, par rapport à ces quantités.

Pour avoir les équations relatives au mouvement du fluide, nous reprendrons l'équation

$$\text{const.} = \int(F\,\partial f + F'\,\partial f' + \text{&c.})$$

qui, par l'*article XVII*, détermine les conditions de l'équilibre d'une masse fluide, à sa surface extérieure; & nous observerons que si l'on nomme x', y', z', les trois coordonnées rectangles d'une molécule de cette surface, les trois vîtesses

partielles de cette molécule, ſeront

$$\left(\frac{\partial x'}{\partial t}\right),\ \left(\frac{\partial y'}{\partial t}\right),\ \left(\frac{\partial z'}{\partial t}\right),$$

ou

$$\left(\frac{\partial x'}{\partial t}\right) + \left(\frac{\partial\partial x'}{\partial t}\right) - \left(\frac{\partial\partial x'}{\partial t}\right);$$
$$\left(\frac{\partial y'}{\partial t}\right) + \left(\frac{\partial\partial y'}{\partial t}\right) - \left(\frac{\partial\partial y'}{\partial t}\right),$$
$$\left(\frac{\partial z'}{\partial t}\right) + \left(\frac{\partial\partial z'}{\partial t}\right) - \left(\frac{\partial\partial z'}{\partial t}\right).$$

Dans l'inſtant ſuivant, ∂t étant ſuppoſé conſtant, les vîteſſes de la molécule ſeront

$$\left(\frac{\partial x'}{\partial t}\right) + \left(\frac{\partial\partial x'}{\partial t}\right),$$
$$\left(\frac{\partial y'}{\partial t}\right) + \left(\frac{\partial\partial y'}{\partial t}\right),$$
$$\left(\frac{\partial z'}{\partial t}\right) + \left(\frac{\partial\partial z'}{\partial t}\right);$$

il faut donc ajouter aux forces qui animent la molécule, & en vertu deſquelles elle ſeroit en équilibre; les forces néceſſaires pour produire les incrémens de vîteſſe

$$-\left(\frac{\partial\partial x'}{\partial t}\right),\ -\left(\frac{\partial\partial y'}{\partial t}\right),\ -\left(\frac{\partial\partial z'}{\partial t}\right),$$

forces que l'on obtient, comme l'on ſait, en diviſant ces incrémens de vîteſſe, par l'élément du temps.

Il réſulte de l'*article XVII*, que l'intégrale $\int(F\,\partial f + F'\partial f' + \&c.)$ relative aux forces dont une molécule fluide eſt ſollicitée à la ſurface, eſt égale à

$$V + \alpha.[Z^{(0)} + Z^{(2)} + Z^{(3)} + \&c.]$$

V étant la ſomme de toutes les parties du ſphéroïde, diviſées par leurs diſtances à la molécule fluide; ainſi pour avoir la valeur entière de l'intégrale $\int(F.\partial f + F'.\partial f' + \&c.)$, il faut ajouter à la quantité précédente, l'intégrale du produit

des forces $-\left(\frac{\partial\partial x^{\mathrm{I}}}{\partial t^2}\right)$, $-\left(\frac{\partial\partial y^{\mathrm{I}}}{\partial t^2}\right)$, $-\left(\frac{\partial\partial z^{\mathrm{I}}}{\partial t^2}\right)$, par les élémens de leurs directions, c'eſt-à-dire, l'intégrale

$$-\int\left[\partial x^{\mathrm{I}}.\left(\frac{\partial\partial x^{\mathrm{I}}}{\partial t^2}\right)+\partial y^{\mathrm{I}}.\left(\frac{\partial\partial y^{\mathrm{I}}}{\partial t^2}\right)+\partial z^{\mathrm{I}}.\left(\frac{\partial\partial z^{\mathrm{I}}}{\partial t^2}\right)\right];$$

les différentielles ∂x^{I}, ∂y^{I}, ∂z^{I}, étant relatives aux variables θ & ϖ. On aura donc pour l'équation générale du mouvement du fluide,

$$\text{conſt.} = V+\alpha.\left[Z^{(0)}+Z^{(2)}+Z^{(3)}+Z^{(4)}+\&c.\right]$$
$$-\int.\left[\partial x^{\mathrm{I}}.\left(\frac{\partial\partial x^{\mathrm{I}}}{\partial t^2}\right)+\partial y^{\mathrm{I}}.\left(\frac{\partial\partial y^{\mathrm{I}}}{\partial t^2}\right)+\partial z.\left(\frac{\partial\partial z^{\mathrm{I}}}{\partial t^2}\right)\right];$$

équation dans laquelle on doit obſerver que le ſphéroïde étant ſuppoſé ſans mouvement de rotation, il faut faire $g = 0$, dans les valeurs de $Z^{(0)}$ & de $Z^{(2)}$.

Maintenant, on a

$$x^{\mathrm{I}} = (1+\alpha y).\text{cof.}(\theta+\alpha u);$$
$$y^{\mathrm{I}} = (1+\alpha y).\text{ſin.}(\theta+\alpha u).\text{cof.}(\varpi+\alpha v);$$
$$z^{\mathrm{I}} = (1+\alpha y).\text{ſin.}(\theta+\alpha u).\text{ſin.}(\varpi+\alpha v);$$

d'où il eſt aiſé de conclure, en négligeant les quantités de l'ordre α^2, & celles de l'ordre y relativement à u & à v,

$$-\int\left[\partial x^{\mathrm{I}}.\left(\frac{\partial\partial x^{\mathrm{I}}}{\partial t^2}\right)+\partial y^{\mathrm{I}}.\left(\frac{\partial\partial y^{\mathrm{I}}}{\partial t^2}\right)+\partial z^{\mathrm{I}}.\left(\frac{\partial\partial z^{\mathrm{I}}}{\partial t^2}\right)\right]$$
$$=\alpha.\frac{\partial^2}{\partial t^2}.\int\left[\frac{u.\partial\mu}{\sqrt{(1-\mu^2)}}-(1-\mu^2).v.\partial\varpi\right];$$

l'équation précédente du mouvement du fluide deviendra ainſi

$$\text{conſt.} = V+\alpha.\left[Z^{(0)}+Z^{(2)}+Z^{(3)}+\&c.\right]$$
$$+\alpha.\frac{\partial^2}{\partial t^2}.\int\left[\frac{u.\partial\mu}{\sqrt{(1-\mu^2)}}-(1-\mu^2).v.\partial\varpi\right],$$

& il eſt clair que la quantité ſous le ſigne $\int$ doit être une différence exacte.

Cette équation paroît ſuppoſer que le centre du noyau ſphérique, où nous fixons l'origine des coordonnées, eſt le

centre même de gravité du ſphéroïde; puiſque c'eſt relativement à ce centre, que nous avons déterminé dans l'*article XVII*, les forces qui ſollicitent les molécules fluides: or l'état du fluide peut être tel que ces deux centres ne coïncident point, & alors il faut ajouter aux mouvemens précédens de la molécule fluide relativement au noyau ſuppoſé immobile, le mouvement du centre même de ce noyau; mais ſi l'on conſidère que ce centre ne peut faire autour du centre de gravité de la maſſe entière, que des oſcillations de l'ordre αy, on verra facilement que les forces qui en réſultent dans la molécule fluide, ſont de l'ordre $\alpha\left(\frac{\partial\partial y}{\partial t^2}\right)$, & qu'ainſi nous pouvons les négliger vis-à-vis de $\left(\frac{\partial\partial u}{\partial t^2}\right)$; d'où il ſuit que l'équation précédente eſt vraie, quel que ſoit l'ébranlement du fluide.

Maintenant, ſi l'on différencie convenablement cette équation, & ſi l'on obſerve que l'on a

$$0 = \left[\frac{\partial(1-\mu\mu).\left(\frac{\partial Z^{(i)}}{\partial\mu}\right)}{\partial\mu}\right] + \frac{\left(\frac{\partial\partial Z^{(i)}}{\partial\varpi^2}\right)}{1-\mu\mu} + i.(i+1).Z^{(i)}$$

&

$$\frac{y}{l} = \left[\frac{\partial.u\sqrt{(1-\mu^2)}}{\partial\mu}\right] - \left(\frac{\partial v}{\partial\varpi}\right),$$

on aura

$$0 = l.\left[\frac{\partial(1-\mu\mu)\left(\frac{\partial V}{\partial\mu}\right)}{\partial\mu}\right] + \frac{l.\left(\frac{\partial\partial V}{\partial\varpi^2}\right)}{1-\mu\mu}$$

$$-\alpha l.[6.Z^{(2)} + 12.Z^{(3)} \ldots + i.(i+1).Z^{(i)} + \&c.] + \alpha.\left(\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}\right);$$

c'eſt l'équation d'après laquelle il faut déterminer y.

XXV.

L'ÉQUATION précédente aux différences partielles eſt d'un genre particulier, en ce que la variable principale y eſt

enveloppée d'une manière déterminée ſous le ſigne intégral, dans la fonction V; en ſorte que pour avoir V en y, θ, ϖ & t, & pour ramener ainſi l'équation précédente, aux différences partielles ordinaires, il faudroit ſuppoſer y déjà connu. Cette équation paroît donc échapper à l'analyſe, & préſenter des difficultés preſque inſurmontables. Cependant ſi l'on obſerve que la valeur de V s'y préſente ſous une forme de différences partielles dont nous avons ſouvent fait uſage; on trouvera que cette conſidération jointe aux recherches précédentes ſur le développement de V en ſérie, donne un moyen fort ſimple d'avoir y auſſi complètement qu'il eſt poſſible.

Pour cela, nous remarquerons que V étant compoſé de deux parties dont l'une eſt relative au noyau ſphérique, & dont l'autre eſt relative au fluide qui le recouvre; on peut conſidérer cette fonction comme formée de deux autres parties dont la première eſt relative à un ſphéroïde fluide du rayon $1 + \alpha y$, & dont la ſeconde eſt relative à une ſphère du rayon $1 - l$ & de la denſité $\rho - 1$. Cette dernière partie eſt, par ce qui précède, égale à $\frac{4}{3}\pi \cdot \frac{(\rho-1).(1-l)^3}{3+\alpha y}$, ou à $\frac{4}{3}\pi.(\rho-1).(1-l)^3.(1-\alpha y)$. Pour avoir la première, il faut ſuppoſer dans la formule (7) de l'*article XIII*, $a = 1$ & $r = 1 + \alpha y$, ce qui donne pour cette partie de V,

$$\frac{4}{3}\pi.(1-\alpha y) + 4\alpha\pi.[Y^{(0)} + \tfrac{1}{3}.Y^{(1)} + \tfrac{1}{5}.Y^{(2)} + \&c.];$$

en réuniſſant donc ces deux parties, & en faiſant pour abréger

$$p = \tfrac{4}{3}\pi.(\rho - 1).(1-l)^3 + \tfrac{4}{3}\pi;$$

d'où l'on tire, en négligeant les quantités de l'ordre αl, $4\alpha\pi = \frac{3\alpha p}{\rho}$; on aura

$$V = p - \alpha p.y + \frac{3\alpha p}{\rho}.[Y^{(0)} + \tfrac{1}{3}.Y^{(1)} + \tfrac{1}{5}.Y^{(2)} + \&c.]$$

où l'on doit obſerver que p eſt la peſanteur à la ſurface du ſphéroïde en équilibre.

Si l'on ſubſtitue cette valeur dans l'équation précédente aux différences partielles, en obſervant que

$$y = Y^{(0)} + Y^{(1)} + Y^{(2)} + \&c.$$

& que l'on a

$$0 = \left[\frac{\partial.(1-\mu\mu).\left[\frac{\partial Y^{(i)}}{\partial\mu}\right]}{\partial\mu}\right] + \frac{\left[\frac{\partial\partial Y^{(i)}}{\partial\varpi^2}\right]}{1-\mu\mu} + i.(i+1).Y^{(i)};$$

on trouvera généralement, en comparant les fonctions ſemblables $Y^{(i)}$ & $Z^{(i)}$,

$$0 = \frac{i.(i+1).\left(2i+1-\frac{3}{p}\right)}{2i+1}.lp.Y^{(i)} - i.(i+1).l.Z^{(i)} + \left[\frac{\partial\partial Y^{(i)}}{\partial t^2}\right],$$

& cette équation aura lieu, quel que ſoit i, pourvu que l'on ſuppoſe $Z^{(i)} = 0$, parce que cette fonction manque dans l'équation différentielle.

Pour intégrer cette équation, ſoit

$$\frac{i.(i+1).\left(2i+1-\frac{3}{p}\right)}{2i+1}.lp = \lambda_i^2;$$

on aura

$$Y^{(i)} = l.M^{(i)}.\text{ſin.}\,\lambda_i t + l.N^{(i)}.\text{cof.}\,\lambda_i t + \frac{i.(i+1)}{\lambda_i}.l.\text{ſin.}\,\lambda_i t.\int Z^{(i)}.\partial t.\text{cof.}\,\lambda_i t - \frac{i.(i+1)}{\lambda_i}.l.\text{cof.}\,\lambda_i t.\int Z^{(i)}.\partial t.\text{ſin.}\,\lambda_i t.$$

$M^{(i)}$ & $N^{(i)}$ étant des fonctions rationnelles & entières de μ, $(\sqrt{1-\mu^2}).\text{cof.}\,\varpi$, $\sqrt{(1-\mu^2)}.\text{ſin.}\,\varpi$, qui ſatisfont aux équations à différences partielles,

$$0 = \left\{\frac{\partial.(1-\mu\mu).\left[\frac{\partial M^{(i)}}{\partial\mu}\right]}{\partial\mu}\right\} + \frac{\left[\frac{\partial\partial M^{(i)}}{\partial\varpi^2}\right]}{1-\mu\mu} + i.(i+1).M^{(i)};$$

$$0 = \left\{ \frac{\partial.(1-\mu\mu).\left[\frac{\partial N^{(i)}}{\partial \mu}\right]}{\partial \mu} \right\} + \frac{\left[\frac{\partial\partial N^{(i)}}{\partial \varpi^2}\right]}{1-\mu\mu} + i.(i+1).N^{(i)};$$

L'équation différentielle en $Y^{(i)}$, donne en ſuppoſant $i = 0$,

$\left(\frac{\partial\partial Y^{(0)}}{\partial t^2}\right) = 0$, & par conſéquent

$$Y^{(0)} = l M^{(0)}.t + l N^{(0)};$$

on aura donc à cauſe de $y = Y^{(0)} + Y^{(1)} +$ &c.,

$$\begin{aligned} y = {} & l M^{(0)}.t + l N^{(0)} + l M^{(1)} . \text{ſin.}\,\lambda_1 t + l N^{(1)} . \text{cof.}\,\lambda_1 t \\ & + l M^{(2)} . \text{ſin.}\,\lambda_2 t + l N^{(2)} . \text{cof.}\,\lambda_2 t \\ & \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ & + l M^{(i)} . \text{ſin.}\,\lambda_i t + l N^{(i)} . \text{cof.}\,\lambda_i t \\ & + \text{&c.} \\ & + \frac{6l}{\lambda_2} . \text{ſin.}\,\lambda_2 t . \int Z^{(2)} . \partial t . \text{cof.}\,\lambda_2 t \\ & - \frac{6l}{\lambda_2} . \text{cof.}\,\lambda_2 t . \int Z^{(2)} . \partial t . \text{ſin.}\,\lambda_2 t \\ & \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ & + \frac{i.(i+1).l}{\lambda_i} . \text{ſin.}\,\lambda_i t . \int Z^{(i)} . \partial t . \text{cof.}\,\lambda_i t \\ & - \frac{i.(i+1).l}{\lambda_i} . \text{cof.}\,\lambda_i t . \int Z^{(i)} . \partial t . \text{ſin.}\,\lambda_i t \\ & + \text{&c.} \end{aligned}$$

On déterminera les fonctions $N^{(0)}$, $N^{(1)}$, $N^{(2)}$, &c. au moyen de la figure initiale du fluide, & les fonctions $M^{(0)}$, $M^{(1)}$, $M^{(2)}$, au moyen de ſa vîteſſe initiale; ainſi l'expreſſion précédente de y, embraſſant toutes les figures & toutes les vîteſſes primitives dont le fluide eſt ſuſceptible, elle a toute la généralité que l'on peut deſirer.

XXVI.

Si la quantité $M^{(0)}$ n'étoit pas nulle, la valeur de y iroit en croiſſant ſans ceſſe, & l'équilibre ne ſeroit pas ferme, quel que fût d'ailleurs le rapport de la denſité du fluide à celle

de la ſphère qu'il recouvre ; mais il eſt facile de s'aſſurer que les deux quantités $M^{(0)}$ & $N^{(0)}$ ſont nulles, par cela ſeul que la maſſe fluide eſt conſtante ; car cette condition donne $\int y\,\partial\mu\,\partial\varpi = 0$, l'intégrale étant priſe depuis $\mu = 1$ juſqu'à $\mu = -1$, & depuis $\varpi = 0$ juſqu'à $\varpi = 360^{d}$; or, on a par l'*article XVIII*,

$\int y\,\partial\mu\,\partial\varpi = 4\pi.Y^{(0)} = 4\pi.[M^{(0)}.t + N^{(0)}]$; en égalant donc cette quantité à zéro, on aura $M^{(0)} = 0$, $N^{(0)} = 0$.

Il ſuit de-là que la ſtabilité de l'équilibre dépend du ſigne des quantités λ^{2}_{1}, λ^{2}_{2}, &c. car il eſt viſible que ſi l'une de ces quantités telle que λ^{2}_{i}, eſt négative, le ſinus & le coſinus de l'angle $\lambda_{i}\,t$ ſe changent en exponentielles, & ils ſe changent en arcs de cercle ſi $\lambda^{2}_{i} = 0$; ils ceſſent par conſéquent dans ces deux cas, d'être périodiques ; condition néceſſaire pour la ſtabilité de l'équilibre. λ^{2}_{i} étant égal à $\frac{i.(i+1).(2i+1-\frac{3}{\varrho})}{2i+1}.lp$, cette quantité ne peut être poſitive, à moins que l'on n'ait $\varrho > \frac{3}{2i+1}$; il faut donc pour la ſtabilité de l'équilibre, que l'on ait généralement $\varrho > \frac{3}{2i+1}$, i étant un nombre entier poſitif, égal ou plus grand que l'unité : or, cette condition ne peut être remplie pour toutes les valeurs de i, qu'autant que l'on a $\varrho > 1$, c'eſt-à-dire, que la denſité du noyau ſphérique ſurpaſſe celle du fluide. Voilà donc la condition générale de la ſtabilité de l'équilibre, condition qui, ſi elle eſt remplie, rend l'équilibre ferme, quel que ſoit l'ébranlement primitif ; mais qui, ſi elle ne l'eſt pas, fait dépendre la ſtabilité de l'équilibre, de la nature de cet ébranlement.

Si, par exemple, l'ébranlement primitif eſt tel que le centre de gravité du ſphéroïde coïncide avec celui du noyau ſphérique, & n'ait aucun mouvement autour de lui dans le premier inſtant ; il eſt aiſé de voir que cet coïncidence

ſubſiſtera toujours; d'où il ſuit par l'*article XVIII*, que $Y^{(1)} = 0$, ce qui donne $M^{(1)} = 0$, $N^{(1)} = 0$. Dans ce cas, la ſtabilité de l'équilibre dépend du ſigne de λ^2_2. Pour que cette quantité ſoit poſitive, il faut que l'on ait $\varsigma > \frac{3}{5}$; c'eſt la condition que les Géomètres ont exigée pour la ſtabilité de l'équilibre. J'ai déjà remarqué dans nos Mémoires pour l'année 1776, *pages 227 & 228*, qu'elle eſt inſuffiſante; mais je n'ai pu m'aſſurer alors, que la condition de $\varsigma > 1$ étant ſatisfaite, l'équilibre eſt néceſſairement ſtable.

XXVII.

La valeur de y donne immédiatement celles de u & de v; en effet ſi dans l'équation

$$\text{conſt.} = V + \alpha \cdot [Z^{(0)} + Z^{(2)} + Z^{(3)} + \&c.] + \alpha \cdot \frac{\partial^2}{\partial t^2} \cdot \int \cdot \left[\frac{u \cdot \partial \mu}{\sqrt{(1-\mu\mu)}} - (1-\mu^2) v \cdot \partial \varpi \right],$$

on ſubſtitue au lieu de V ſa valeur, & que l'on obſerve que l'on a par l'*article XXV*,

$$Z^{(i)} + \frac{\left(\frac{3}{\rho} - 2i - 1\right)}{2i+1} \cdot p \cdot Y^{(i)} = \frac{\left(\frac{\partial \partial Y^{(i)}}{\partial t^2}\right)}{i \cdot (i+1) \cdot l},$$

on aura

$$\text{conſt.} = p + \frac{\alpha}{2 \cdot l} \cdot \left(\frac{\partial^2 \cdot Y^{(1)}}{\partial t^2}\right) + \frac{\alpha}{6\,l} \cdot \left(\frac{\partial^2 \cdot Y^{(2)}}{\partial t^2}\right) \ldots\ldots$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots + \frac{\alpha}{i \cdot (i+1) \cdot l} \cdot \left(\frac{\partial^2 \cdot Y^{(i)}}{\partial t^2}\right) + \&c.$$
$$+ \alpha \cdot \frac{\partial^2}{\partial t^2} \cdot \int \cdot \left[\frac{u \cdot \partial \mu}{\sqrt{(1-\mu\mu)}} - (1-\mu\mu) \cdot v \cdot \partial \varpi \right];$$

d'où l'on tire,

$$u = G + H \cdot t - \frac{\sqrt{(1-\mu^2)}}{l} \cdot \left\{ \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\partial Y^{(1)}}{\partial \mu}\right) + \frac{1}{6} \cdot \left(\frac{\partial Y^{(2)}}{\partial \mu}\right) \ldots\ldots \right.$$
$$\left. \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots + \frac{1}{i \cdot (i+1)} \cdot \left(\frac{\partial Y^{(i)}}{\partial \mu}\right) + \&c. \right\}$$

$$v = K + L.t + \frac{1}{I.(1-\mu^2)}.\left\{\frac{1}{2}.\left(\frac{\partial Y^{(1)}}{\partial \varpi}\right) + \frac{1}{6}.\left(\frac{\partial Y^{(2)}}{\partial \varpi}\right).....$$

$$.....+\frac{1}{i.(i+1)}.\left(\frac{\partial Y^{(i)}}{\partial \varpi}\right)+\&c.\}$$

Si l'on ſubſtitue les valeurs de y, u & v dans l'équation

$$y = l.\left[\frac{\partial.u\sqrt{(1-\mu^2)}}{\partial \mu}\right] - l\left(\frac{\partial v}{\partial \varpi}\right);$$

on aura, en comparant ſéparément les termes multipliés par t,

$$o = \left[\frac{\partial.H\sqrt{(1-\mu^2)}}{\partial \mu}\right] - \left(\frac{\partial L}{\partial \varpi}\right);$$

en ſorte qu'en vertu des vîteſſes H & L, la ſurface du fluide reſteroit toujours ſphérique. Pour concevoir les mouvemens du fluide dans cette hypothèſe, imaginons qu'il ait un très-petit mouvement de rotation autour de l'axe du ſphéroïde; la figure ſphérique du fluide n'en ſera altérée que d'une quantité du ſecond ordre, puiſque la force centrifuge ne ſera que de cet ordre: dans ce cas, on aura $u = o$ & $v = k\,t.\sqrt{(1-\mu^2)}$, k étant un coéfficient indépendant de μ & de ϖ. Mais nous ſommes libres de faire tourner le fluide autour de tout autre axe; & de plus ces mouvemens étant ſuppoſés fort petits, le fluide mû en vertu de la réſultante d'un nombre quelconque de mouvemens ſemblables, conſervera toujours, aux quantités près du ſecond ordre, ſa figure ſphérique. Tous ces mouvemens ſont compris dans les formules

$$\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right) = H;\ \left(\frac{\partial v}{\partial t}\right) = L;$$

H & L étant des fonctions de μ & de ϖ, qui ont entr'elles la relation donnée par l'équation précédente: ils ne nuiſent point à la ſtabilité de l'équilibre, & d'ailleurs ils doivent être bientôt anéantis par les frottemens & par les réſiſtances en tout genre, que le fluide éprouve.

MÉMOIRE

Sur un Moyen proposé pour détruire le Méphitisme des Fosses d'aisance.

Par M. FOUGEROUX DE BONDAROY.

Lû à la Rentrée publique de Pâques 1782.

LE sieur Janin a distribué au Public un Imprimé, ayant pour titre : *l'Anti-Méphitique*, ou *Moyen de détruire les exhalaisons pernicieuses & mortelles des Fosses d'aisance, l'odeur infecte des Égouts, celle des Hôpitaux, des Prisons, des Vaisseaux de guerre, &c. &c.*

Il n'est point d'annonce plus générale; elle est dans le genre de celles qui offrent une utilité la plus immédiate, puisqu'elle tient à l'existence & au bien-être du Public.

La manière dont elle a été distribuée, peut lui donner beaucoup de confiance. Elle a été imprimée par ordre du Gouvernement, & à ses frais.

On donne, dans cet Imprimé, le résultat d'épreuves faites en présence de personnes respectables par leurs noms, leurs qualités, la place qu'elles occupent; & sans doute aussi, sans leur sanction, l'Auteur a cité les Commissaires & l'Académie des Sciences & Belles-Lettres de Lyon *(page 17)*.

L'Académie, qui a pour objet, dans son institution, le progrès des Sciences & des Arts, ainsi que tout ce qui peut avoir trait à l'utilité publique, d'après la lecture d'un Mémoire que lui avoit fait M. Cadet, l'un de ses Membres, avoit déjà nommé des Commissaires pour examiner la prétendue découverte du sieur Janin, lorsque Sa Majesté, toujours attentive à ce qui peut contribuer au bien de ses sujets, étant instruite de cette annonce, avant d'accorder à son Auteur la récompense qui seroit dûe à la découverte, a donné ses ordres à l'Académie des Sciences & à la Société Royale de Médecine, pour que ces deux Compagnies nommassent des

Commiſſaires, & s'aſſuraſſent ſi l'effet répondoit à ce que promettoit le ſieur Janin.

Les Commiſſaires nommés par l'Académie des Sciences, ſont M. le duc de la Rochefoucault, M.rs Macquer, le Roy, Lavoiſier & moi. L'Académie étoit en vacance lorſque les Commiſſaires qu'elle avoit nommés, ont vu opérer le ſieur Janin ; ils s'étoient réunis avec ceux de la Société de Médecine: il s'agiſſoit ici du bien de l'humanité. La Société n'étant point ſéparée, a rendu compte au Roi du procès-verbal des faits, qu'ont auſſi ſigné les Commiſſaires de l'Académie des Sciences, *& il eſt imprimé.* Cette bonté qui caractériſe notre auguſte Monarque, permet aux deux Compagnies de prévenir le Public, & de lui déclarer le peu de confiance qu'il doit mettre dans l'annonce qui lui a été faite.

La journée du ſamedi 23 Mars, nous fournit des preuves malheureuſement trop convaincantes, de l'inſuffiſance du moyen propoſé par M. Janin, pour détruire le Méphitisme des foſſes d'aiſance. C'étoit cependant l'objet de ſa Diſſertation qui offroit une utilité plus immédiate, celui ſur lequel l'Auteur n'avoit laiſſé aucun doute ſur ſa réuſſite; & par conſéquent la partie que les Commiſſaires de l'une & de l'autre Compagnie ſe propoſoient auſſi de vérifier avec le plus d'attention.

Le moyen propoſé par le ſieur Janin, enlève-t-il la mauvaiſe odeur en neutraliſant ce qui la produit ? ou ne fait-il que ſubſtituer à l'odeur déſagréable des latrines, la vapeur du vinaigre, celle des litières, & mieux encore l'odeur de la lavande, fleur-d'orange, &c ? Les Commiſſaires traiteront ceci dans un rapport particulier qu'ils feront à leurs Compagnies *(a)*.

(a) Les épreuves faites à Verſailles, & dont M. Cornette, Membre de l'Académie Royale des Sciences, a rendu compte à cette Compagnie; celles faites par différentes perſonnes qui ont employé le moyen propoſé par M. Janin; enfin, le Procès-verbal des Commiſſaires, tant de l'Académie que de la Société, ſur la vidange d'une foſſe,

Nous nous bornons à prouver que le ſieur Janin n'eſt point parvenu à neutraliſer l'air méphitique des foſſes d'aiſance, que cet air méphitique perſiſte avec le vinaigre à être toujours pernicieux, ſouvent mortel. S'il en eût été autrement, il eût fait une découverte très-avantageuſe, objet des deſirs de tous les cœurs ſenſibles & humains. Pour s'aſſurer ſi ſon moyen étoit auſſi ſûr qu'il le prétendoit, il falloit abſolument l'employer ſur une foſſe où l'air méphitique fût connu. On avoit indiqué une foſſe de *mauvaiſe qualité* aux Commiſſaires des deux Compagnies: elle eſt ſituée rue de la Parcheminerie, hôtel de la Grenade, vis-à-vis la petite rue Boutebrie. Et le jour fut pris au 23 Mars. On avoit dit devant nous, au ſieur Janin, que cette foſſe contenoit de l'air méphitique; on lui en avoit même exagéré les effets, ainſi que nous l'allons dire. Quelle que ſoit l'origine de ce Méphitiſme, dès que le ſieur Janin avoit déclaré qu'il le détruiſoit, ſans y avoir mis aucune reſtriction, il devoit employer ſon moyen ſur celle-ci, ou il eût laiſſé les doutes les mieux fondés ſur ſa découverte; & il l'accepta.

Le ſieur Janin opéroit ſous nos yeux : il avoit refuſé les ouvriers du Ventilateur, avoit accepté ceux de la Police, & pouvoit demander tout ce qui lui étoit néceſſaire : c'étoit le vinaigre qu'il avoit choiſi & apporté, qu'il employoit; enfin, nous n'étions que témoins de ſes opérations *(b)*.

Pour ne négliger aucunes précautions, & pour trouver du ſecours s'il étoit néceſſaire; les Commiſſaires des deux Compagnies avoient fait reſter à quelque diſtance du lieu où

---

quai Pelletier, prouvent que le moyen propoſé par M. Janin ne met pas même à l'abri des odeurs déſagréables qui s'exhalent dans l'opération des vidanges, & de l'incommodité de l'air volatil qui ſort par les lunettes des latrines.

(b) Le Magiſtrat qui veille à la Police, ne deſirant que l'exacte vérification d'une annonce qui, de la manière dont elle avoit été faite, ſeroit de la plus grande utilité, n'avoit rien laiſſé à deſirer au ſieur Janin, & d'un autre côté, avoit joint aux Commiſſaires des deux Compagnies, M. l'Aumonier, Commiſſaire au Châtelet, dont il connoiſſoit toute l'exactitude, ainſi que des Officiers prépoſés à la Police, pour conduire les Ouvriers, dans le cas où il en ſeroit beſoin.

l'on devoit opérer, un Inſpecteur de la Compagnie du Ventilateur, & pluſieurs de ſes ouvriers; & l'on verra par la ſuite combien cette précaution étoit néceſſaire.

Pour conſtater les effets de l'opération du ſieur Janin, il convenoit, avant de le laiſſer agir, de s'aſſurer de l'état où étoit la foſſe à ſon ouverture. On avoit dit aux Commiſſaires, & devant M. Janin, que des ouvriers avoient été aſphixiés ſeulement à l'ouverture de la foſſe. Les Commiſſaires n'ignoroient pas qu'ils pouvoient éprouver ces effets, & que dans ce moment ils n'en auroient pu rien conclure ni pour ni contre le moyen du ſieur Janin. Rien ne peut les détourner de cet ordre d'obſervations; &, après avoir pris les précautions pour ſecourir & les uns & les autres s'il y en avoit d'incommodés, ils deſcendent dans la cave, font lever la pierre de la foſſe ſans y trouver aucuns indices de ces effets pernicieux qu'on leur avoit annoncés.

La lumière y brûle, les animaux qu'on y laiſſe pluſieurs minutes, n'en reçoivent aucune atteinte : enfin, pour s'aſſurer des changemens qui pourroient arriver à la vidange, on en dépoſe une certaine quantité dans un vaſe ſur lequel on appoſe les ſcellés; on y deſcend une ſeconde fois la lumière & des animaux, & on ne voit aucun changement.

Le ſieur Janin commence ſon travail, & nous ne ſommes plus que témoins de ſes opérations. Je ne fais ici qu'un extrait du procès-verbal qu'a même ſigné le ſieur Janin.

Le ſieur Janin projette dans la foſſe le vinaigre affoibli avec de l'eau. Il met du vinaigre en évaporation dans pluſieurs capſules, & les diſtribue dans la cave : on ſe donne rendez-vous à trois heures après-midi.

Je n'entrerai pas dans le détail de toutes les opérations dont nous avons été témoins, puiſqu'on peut les trouver dans le rapport qui a déjà paru : il me ſuffit d'aſſurer que nous étions très-exacts à vérifier les moyens qu'employoit le ſieur Janin, à conſtater l'effet de ſes opérations, & les changemens qu'éprouvoit la matière.

Nous

Nous savions que cet air méphitique se rassemble quelquefois dans une petite portion de la matière, d'un bouchon de foin, de paille; qu'il se niche souvent dans un angle de la fosse; enfin, qu'il se manifeste entre plusieurs couches de matières non mal-faisantes. A trois heures après-midi, environ, après avoir renouvelé le vinaigre en évaporation, &c. s'être assuré que la lumière dans la fosse n'éprouve aucun changement, que les animaux y vivent; on tire une *vanne* liquide de couleur verdâtre, n'ayant pas une odeur très-vive, & qui n'annonce pas visiblement des qualités mal-faisantes. Le sieur Janin fait interposer de la litière entre la vanne, qu'on dépose dans des *tinettes :* les Commissaires, avant qu'on les ferme de leur couvercle, s'assurent de l'odeur de chacune; on scelle le couvercle avec du plâtre; on les tire de la cave & on les dépose dans la rue.

La vapeur du vinaigre en évaporation masque & surmonte l'odeur de la vidange. Après peu de temps de travail, les personnes qui sont dans la cave, se ressentent de chaleur à la gorge & aux yeux; chaque spectateur a le visage enflammé; les boucles d'argent rougissent, même l'argent qui est dans la poche. A quoi attribuer ces effets? seroit-ce au vinaigre qui s'évapore, ou au foie de soufre qui existe dans la fosse, & qui se décompose? Ce sont des objets que nous examinerons dans le rapport particulier que nous ferons à nos Compagnies.

Les Commissaires, de temps à autre descendent dans la fosse une lumière qui y brûle : on le constate au moment où un homme veut y descendre pour retirer le seau qui y est tombé : l'ouvrage se continue, non pas sans qu'on se plaigne dans la cave de quelques incommodités dont j'ai déjà parlé, & qu'on ne savoit positivement à quoi attribuer. A cette époque, le sieur Janin déclare assez hautement, pour que les ouvriers en soient témoins, que la matière de la fosse ne changera pas de nature; qu'*il la tient :* ce sont ses expressions; & qu'il le signera, si l'on veut.

Je renvoie encore pour les détails des opérations au rapport

qui eſt imprimé, & je paſſe au moment déciſif contre le ſieur Janin. Faut-il que les circonſtances qui en établiſſent la preuve, mettent même dans le récit de triſtes impreſſions? Le ſeau avec lequel on puiſoit la vanne tombe dans la foſſe: la matière eſt remuée par les efforts qu'on fait pour l'en retirer; lorſqu'un des ouvriers, ſans attendre l'épreuve de la lumière & des animaux, ſans vouloir être ſoutenu par une corde, quoiqu'un des Officiers de Police l'eût demandé, deſcend dans la foſſe à l'aide d'une échelle, & en un inſtant eſt aſphixié, & tombe dans la *vanne.*

Un ſecond y deſcend retenu par des cordes ſous les bras, & eſt remonté avec peine, étant aſphixié, un troiſième pris *du plomb,* ne peut ſecourir le premier tombé, un quatrième ſent la vapeur délétère, demande qu'on le remonte au-deſſus de la foſſe, reprend des forces, exige qu'on le redeſcende, ſaiſit l'ouvrier qui étoit tombé le premier, & donne lieu à ſes camarades de le remonter. Ce courageux ouvrier eſt le ſieur Vereile le cadet, de la compagnie du Ventilateur, digne ſans doute des récompenſes attachées à ceux qui ſe ſacrifient pour ſecourir leurs ſemblables.

Tandis qu'en plein air, M. l'Abbé Teſſier, Docteur-Régent de la Faculté de Médecine & de la Société Royale *(c)*, employoit tous les moyens indiqués pour rappeler à la vie le premier aſphixié retiré de la foſſe, le ſieur Verville, Inſpecteur de la compagnie du Ventilateur, propoſe à M. l'Abbé Teſſier, de donner au malade de l'huile d'olive; & tandis qu'il la lui fait avaler, les aſſiſtans près des aſphixiés, ſentent une odeur à laquelle ils ſe méprennent; le ſieur Verville eſt le ſeul qui la reconnoît pour être celle qu'il nomme *du plomb.* Peu de minutes après, ce même homme qui n'étoit pas deſcendu dans la cave, qui n'avoit que reſpiré la vapeur qu'avoit exhalée l'aſphixié, tombe ſans connoiſſance, & paſſe par tous les degrés de l'aſphixie. M. Hallé, Docteur-Régent de la Faculté de Médecine, l'un des Commiſſaires nommés

(c) Maintenant de l'Académie des Sciences.

par la Société, peut répondre des différens états par leſquels cet homme a paſſé, ne l'ayant pas quitté *(d)*.

Ces effets qui ne ſont déjà que trop connus, prouvent la promptitude avec laquelle opère ce poiſon ſubtil, & combien il eût été à deſirer qu'on eût détruit ſes pernicieuſes influences.

J'ai donc eu raiſon d'avancer que la journée du 23 Mars, détruiſoit ſans replique l'annonce du ſieur Janin, & prouvoit que le titre qu'il a donné à ſa Diſſertation d'*Anti-Méphitique*, eſt abſolument contraire à la vérité. Qu'il s'eſt donné mal-à-propos la gloire *(Avant-propos, page xxiv)* « d'avoir attaqué l'Hydre, qui lançoit ſans ceſſe dans notre atmoſphère des traits de corruption ». Qu'il a eu tort de dire « qu'avec le ſecours du vinaigre, il arrête la malignité de ces vapeurs *(page xxvij)*. Que la vertu puiſſante du vinaigre & ſes ſalutaires effets, mettront la vie des hommes à l'abri des irruptions *méphitiques ;* que la population ſera en raiſon centuple de cette heureuſe découverte. *(Ibid.)* » & pluſieurs autres aſſertions, avec les termes les plus emphatiques que n'emploie jamais le vrai Savant.

Le ſieur Janin, cependant n'annonce dans ſa Diſſertation aucunes épreuves antérieures qui l'aient conduit à préférer le vinaigre, ſachant même que l'acide vitriolique étoit entièrement contraire à l'objet qu'on deſiroit obtenir.

Et ayant avancé que l'acide végétal étoit le vrai moyen, comment a-t-il conſeillé la chaux, les fumiers de cheval? ignore-t-il les différences qui ſe trouvent entre les parties conſtituantes de ces ſubſtances & le vinaigre? Comment n'a-t-il pas ſu qu'avec la vapeur volatile & déſagréable qui s'exhale des foſſes, il y réſide un air *hépatique* que l'acide du vinaigre, ſuivant même le ſieur Janin, décompoſe, & qui, ſuivant ſon aveu *(page 45)*, devient pour lors plus

(d) Après ces quatre & même cinq perſonnes aſphixiées, & qui n'ont que reſpiré la vapeur de cette foſſe, imagineroit-on que le ſieur Janin mettroit encore en queſtion ſi l'ouvrier qui y eſt tombé, eſt mort, noyé ou aſphixié; & cela dans le deſſein ſeulement de jeter quelque louche ſur l'épreuve faite du moyen qu'il avoit propoſé.

déſagréable & plus pernicieux? S'il eût connu cet air méphitique qui produit des effets ſi ſubits, ſi dangereux, eût-il prononcé auſſi hardiment ſur l'efficacité du vinaigre pour s'en mettre à l'abri? Combien faudra-t-il encore de recherches pour en corriger les malignes influences? Et certainement le haſard n'en offrira pas les moyens à des yeux qui n'en ſauroient pas profiter. Ne devoit-il pas prévoir avant que l'expérience en eût convaincu, que quelques pintes de vinaigre ne pouvoient pas ſe combiner avec un air inégalement diſtribué dans les vidanges d'une foſſe dont la continence ſeroit très-grande, & qu'il reſteroit ſur la croûte de la matière? Enfin, que pour que la neutraliſation eût été complète, il eût fallu l'union intime & parfaite des deux ſubſtances qu'on ſe propoſoit de combiner?

Nous nous ſerions étendus davantage ſur l'objet qui nous occupe maintenant; mais notre intention s'eſt bornée à dire au Public ce qu'il peut penſer de l'annonce du ſieur Janin, & l'avertir qu'il doit perſiſter à prendre les précautions qu'une prudence éclairée indique contre les effets du Méphitisme qui réſulte de la vidange des foſſes d'aiſance, des égoûts, &c.

Il eût été plus agréable & plus ſatisfaiſant pour les Commiſſaires déſignés par les deux Compagnies, d'applaudir à cette découverte ſi elle eût été réelle. Outre leur avantage particulier, le bien qui en fût réſulté pour l'humanité, la leur auroit fait annoncer avec les plus grands éloges : mais au contraire, la ſanté de ceux qui ont aſſiſté l'après-midi du 23 Mars à cette épreuve, en a été plus ou moins affectée ; & tous ne peuvent perdre l'idée affligeante, qu'il en a coûté la vie à un ouvrier, que d'autres ont été dangereuſement malades, pour avoir tiré le voile qui maſquoit la vérité.

MÉMOIRE
SUR UNE
EXCROISSANCE DE L'ÉPINE BLANCHE.

Par M. FOUGEROUX DE BONDAROY.

Lû à l'Académie le 24 Juillet 1782.

ON connoît depuis long-temps les excroiſſances monſtrueuſes auxquelles ſont ſujettes certaines Plantes. On a encore remarqué qu'elles ſe trouvent plus fréquemment ſur celles qui, étant placées dans un terrein gras & humide, prennent beaucoup de sève. Ces defectuoſités ſe trouvent ſur les fleurs, les feuilles, les fruits ou ſur les tiges : dans les fleurs, les feuilles du calice deviennent pareilles à celles de ſa plante, ou les feuilles prennent la couleur des pétales, ou enfin comme dans les fleurs doubles, les étamines ſe changent en pétales. Les fruits donnent auſſi des feuilles ; & dans certains arbres, ſouvent les jeunes pouſſes s'aplatiſſent, ſe contournent & forment des excroiſſances de formes ſingulières ; ce qui arrive principalement au frêne & au noyer, lorſque la sève, comme je l'ai dit, s'y porte en abondance.

Outre ces pouſſes défectueuſes, des accidens produiſent ſur des arbres, des loupes dont l'organiſation ſingulière mérite d'être traitée dans un Mémoire particulier ; car il en eſt qui ſemblent ne devoir l'origine qu'à un dépôt de ſuc ligneux dépoſé dans les parties conſtituantes de l'écorce ; ainſi c'eſt un vrai bois placé dans les couches corticales. J'ai remarqué de ces loupes ſur des cèdres du Liban, & des ormes, &c. qui, comme je l'ai dit, me paroiſſent mériter une deſcription particulière : enfin la piqûre de certains inſectes produit ſur les feuilles, & principalement ſur les nervures, même ſur les tiges, des excroiſſances, des galles qui ſont encore bien dignes d'un examen ſuivi ; & je m'occupe depuis long-temps à les décrire. Voyez ce qu'en a dit le célèbre de Réaumur.

C'eſt de ce genre, c'eſt-à-dire, dans les défectuoſités

occasionnées par les piqûres d'insectes, que je crois devoir ranger la production singulière que je mets aujourd'hui sous les yeux de l'Académie *(Figure 1)*. Je l'ai trouvée sur le *mespilus oxyacantha* de Tournefort & de Linné, l'épine blanche. Dans ce cas, la jeune pousse de l'épine blanche se gonfle & se contourne. Cette partie renflée est garnie sur toute la longueur, de petits cylindres de couleur jaunâtre, qui ressemblent à un calice d'une seule pièce, surmonté de feuilles, & découpé par son extrémité en quatre ou cinq parties *(Figure 3)*. Sur toute cette partie de la branche renflée & contournée, il y a un duvet coloré. La couleur rougeâtre de l'écorce mêlée avec celle verdâtre ou violette des poils, celle jaunâtre des loges, la forme contournée de toute la partie monstrueuse, la feroit prendre pour une chenille velue & garnie de tubercules à peu-près comme celles que donne le grand paon : on y voit aussi ces poils fins qui entrent dans la peau, & y produisent des démangeaisons. Si on ouvre une de ces tiges longitudinalement, on voit le canal médullaire beaucoup plus large qu'en aucune autre partie de la plante; ces loges ne pénètrent que dans la partie corticale & ligneuse de la plante *(Figure 2)*.

Enfin dans quelques-unes de ces loges, j'ai vu avec le secours de la loupe, un très-petit ver; de sorte que je crois pouvoir assimiler cette excroissance monstrueuse à la galle de l'églantier ou rosier sauvage qu'on connoît dans les boutiques sous le nom de *Bedéguar*, & dont le ver se métamorphose en petit Ichneumon.

EXPLICATION DES FIGURES.

Fig. 1. Une branche de l'épine blanche avec la monstruosité dont il est ici question.

Fig. 2. Cette monstruosité coupée suivant sa longueur, on y voit le canal médullaire très-renflé.

Fig. 3. Une loge de l'insecte, vue séparément, & très-grossie à la loupe; elle est à quatre ou six découpures.

Fig. 1.

Fig. 2.

Fig. 3.

Y. Gouaz Sculp

OBSERVATION
DU PASSAGE DE MERCURE
SUR LE SOLEIL,
Arrivé le 12 Novembre 1782:
Avec les conſéquences qui en réſultent.

par M. DE LA LANDE.

LES Tables de Mercure que j'ai publiées en 1765, dans la *Connoiſſance des Temps* pour 1767, ont été parfaitement d'accord avec le paſſage de Mercure, obſervé le 9 Novembre 1769, en Amérique & aux Indes, comme je l'ai fait voir dans les *Mémoires de l'Académie* pour 1772, *première partie, page 445*. J'étois perſuadé que l'accord ſeroit le même en 1782, puiſque c'étoit au même point de l'orbite; mais j'étois très-curieux d'en voir la vérification: je me tranſportai dans l'Obſervatoire du collége de Louis-le-Grand, où je pouvois eſpérer de voir l'entrée & la ſortie; mais quoiqu'il fît aſſez beau temps, les vapeurs qu'il y a toujours vers l'horizon, dans cette ſaiſon-ci, ont rendu cette obſervation bien difficile à faire. 30 Nov. 1782.

Je ne fus aſſuré du contact intérieur des deux bords de Mercure & du Soleil, qu'à $3^h\ 4'\ 57''$ de temps vrai, tandis que M. Meſſier & M. l'abbé Marie l'ont jugé à $4'\ 38''$; M. le Gentil, à $4'\ 24''$; M. le comte de Caſſini fils, à $4'\ 21''$; M. Dagelet, à $2'\ 32''$; M.rs le duc d'Ayen & Méchain, à $2'\ 8''$; M. le Monnier, à $1'\ 48''$; & M. Cagnoli, à $0'\ 21''$.

Le contact intérieur de la ſortie, que j'ai manqué, à cauſe de mes fonctions au collége Royal, a été vu par M. Dagelet, à $4^h\ 16'\ 2''$; par M. Cagnoli, à $16'\ 24''$; par M. Caſſini, à $17'\ 18''$; par M. Méchain, à $17'\ 46''$; par M. le Gentil,

à $18' 7''$: mais il étoit encore plus difficile à obſerver que le premier contact, parce que l'ondulation & la dentelure du bord du Soleil, étoient extrêmes. Au reſte, une minute de temps ne fait qu'une ſeconde ſur la diſtance de Mercure au Soleil; ainſi les différences que je viens de remarquer, n'empêchent pas que nous ne puiſſions très-bien déduire des obſervations de Paris, la poſition de Mercure.

Pour tirer des conſéquences de ces obſervations, j'ai ſuppoſé les deux contacts intérieurs à $3^h 4' 30''$ & $4^h 17' 40''$; la différence des demi-diamètres apparens du Soleil & de Mercure, $16' 4'',27$: j'ai trouvé l'inclinaiſon de l'orbite relative, $8^d 21' 41''$, & le mouvement horaire ſur cette orbite, $5' 57'',24$, la différence des parallaxes, $4'',01$; l'accourciſſement cauſé par la parallaxe, $3'',89$ pour le premier contact, & $3'',61$ pour le ſecond. Les deux diſtances vraies, $968'',16$ & $967'',88$, avec le mouvement dans l'intervalle, $435'',64$, ſuffiſent pour trouver la plus courte diſtance, $15' 43'',20$; le milieu du paſſage, $3^h 41' 11''$, & la conjonction, $4^h 4' 28''$, temps vrai; ou $3^h 48' 56''$, temps moyen, dans $7^f 20^d 26' 41''$ de longitude, avec $15' 53'',3$ de latitude géocentrique, ou $34' 28'',2$ de latitude héliocentrique. Un autre calculateur a trouvé la conjonction à $4^h 2' 53''$, & la latitude $15' 55''$. Suivant mes Tables de Mercure, en y appliquant la nutation, l'on auroit pour la longitude $7^f 20^d 26' 31''$, moindre de $10''$ que par l'obſervation; la latitude héliocentrique, par mes Tables, $34' 25''$, eſt plus petite de $3''$ que par l'obſervation. Ces erreurs ſont des quantités abſolument inſenſibles, & dont on ne peut répondre ni dans le calcul ni dans l'obſervation. Tout cela eſt auſſi conforme au calcul que j'avois donné dans mes *Éphémérides*, & qu'on avoit inſéré dans la *Connoiſſance des Temps de 1782*.

La latitude en conjonction, déduite de ces obſervations, s'accorde, à un dixième de ſeconde près, avec la diſtance au bord le plus proche, obſervée de $32'' \frac{3}{4}$ dans le milieu du paſſage; c'étoit $32'' \frac{1}{2}$ ſuivant M. Méchain, & $33''$ ſuivant M. le Monnier;

M. le Monnier: mais il faut employer pour le demi-diamètre du Soleil 3″ de plus que quand il s'agit des contacts obſervés, ſuivant ce que j'ai prouvé à l'occaſion du paſſage de Vénus ſur le Soleil *(Mémoires de l'Académie 1770, page 403. Aſtronom. art. 2159)*; le diamètre du Soleil, meſuré avec des micromètres, eſt plus grand de 6 ſecondes que celui qu'on déduit de la durée d'un paſſage entre deux contacts de Vénus ou de Mercure; & à cet égard, M.rs de l'Iſle & du Séjour ont trouvé à peu-près le même réſultat; ainſi je crois que la latitude de Mercure en conjonction, déduite de ces deux ſortes d'obſervations différentes, eſt certaine; d'où il réſulte que le lieu du nœud de Mercure & le mouvement de ce nœud ſont très-exactement repréſentés dans les Tables, & que depuis trente ans ce mouvement a continué d'être de 45 ſecondes par an; c'eſt la principale concluſion que l'on pouvoit tirer du paſſage de Mercure ſur le Soleil.

Dans ces calculs, j'ai négligé l'aberration de Mercure, 18″,78 en longitude, & 4″ $\frac{3}{4}$ en latitude; & celle du Soleil, 20 ſecondes, comme je l'avois fait dans les paſſages précédens, ſur leſquels mes Tables étoient fondées; mais ſi l'on y a égard on trouve qu'il faut ôter 6′ 35″ des phaſes obſervées, & par conſéquent du temps de la conjonction; & en augmentant de 20 ſecondes le lieu apparent du Soleil, on a pour 3^h 52′ 22″, temps moyen, la longitude du Soleil, 7^s 20^d 26′ 44″, & celle de Mercure plus petite de 1′ 54″: c'eſt l'erreur de mes Tables, qui fait 53 ſecondes ſur la longitude géocentrique. La latitude héliocentrique calculée, eſt 34′ 14″,7, plus petite de 13″,5 que la latitude déduite de l'obſervation, cela fait 6 ſecondes ſur la latitude géocentrique; mais les Tables n'ayant point été faites avec ces conditions, il n'eſt pas naturel de les juger ainſi; je rapporte ſeulement ces réſultats pour ſervir aux calculs qu'on pourra faire dans la ſuite, en employant une préciſion à laquelle on n'aſpiroit pas avec les anciennes Tables.

J'ai reçu de M. Samuel Williams, Profeſſeur de Mathématiques, une obſervation de ce paſſage, faite à Cambridge

dans l'Amérique ſeptentrionale, avec une lunette achromatique groſſiſſant cent cinquante fois, la latitude du lieu eſt de 42^{d} $25'$.

	PREMIER CONTACT.	SECOND CONTACT.
M.rs Williams	10^{h} $12'$ $7''$ temps vrai.	11^{h} $23'$ $8''$.
James Winthrop	..... 13	11 23 5.
Elijah Paine	.....	11 22 5.

Le téleſcope de M. Paine, ne groſſiſſoit que cinquante fois.

La diſtance des deux bords de Mercure & du Soleil, au milieu du paſſage, $22'',6$, M. Williams en déduit le temps de la conjonction, 11^{h} $10'$ $58''$, la latitude $34'$ $36''$, & le lieu du nœud 1^{f} 15^{d} $44'$ $37''$

Le temps de la conjonction, comparé avec le mien, donne pour la différence des méridiens, 4^{h} $53'$ $17''$, au lieu de 4^{h} $53'$ $38''$ qu'on trouve dans les Tranſactions Philoſophiques. Il y a des éclipſes de Soleil qui donnent 4^{h} $53'$ $35''$.

A Newhaven, entre Philadelphie & Boſton, dans Gale collége, contact intérieur de la ſortie, 11^{h} $15'$ $48''$, temps vrai.

A Cremſmunſter, le P. Fixlmillner a obſervé le premier contact intérieur à 3^{h} $51'$ $2''$, mais il y avoit déjà une demi-minute qu'il étoit dans le doute; il ſe ſervoit d'une lunette de M. Dollond, qui a dix pieds; cet obſervatoire eſt à 48^{d} $3'$ $29''$ de latitude, & $47'$ $8''$ de temps à l'orient de Paris.

OBSERVATIONS
SUR
UN GRAND OS QUI A ÉTÉ TROUVÉ EN TERRE DANS PARIS;
Et ſur la conformation des Os de la tête des Cétacées.

Par M. DAUBENTON.

Lû le 23 Janv. 1782.

EN travaillant, il y a quelques années, dans les fondemens d'une maiſon ſituée à Paris près de la Seine, vis-à-vis l'extrémité méridionale du Pont-neuf, on découvrit un grand Os; il étoit enfoui dans une terre argileuſe, jaunâtre, ſablonneuſe & humide. Lorſqu'on l'eut dégagé à moitié, on prit le parti de rompre à coups de maſſe avec des coins de fer, la partie ſaillante : depuis qu'elle a été détachée, on l'a fait voir à pluſieurs perſonnes qui ont été émerveillées de l'énorme grandeur de cette portion d'os : elle a quatre pieds trois pouces de longueur, & quatre pieds & demi de circonférence à l'endroit le plus gros; elle pèſe deux cents vingt-ſept livres.

M. de Lamanon l'a ſoigneuſement obſervée, l'a décrite, en a donné la figure dans le Journal de Phyſique, & en a fait faire un petit modèle en terre cuite, qu'il a dépoſé au Cabinet de l'abbaye Royale de Sainte-Geneviève. M. de Lamanon a donné de plus la figure gravée de l'os entier, étant informé que la partie de l'os, qui étoit reſtée enfouie, avoit paru ſemblable à celle qui avoit été détachée, & que ces deux parties formoient par leur réunion à peu-près un angle droit. J'ai vu la partie détachée du grand os dont il s'agit; elle a été peu altérée dans la terre, ce n'eſt pas un os foſſile dans la rigueur du terme, il n'eſt pas réduit à ſa ſubſtance

calcaire, au contraire, il diffère peu d'un os dans l'état naturel, par la partie oſſeuſe.

Cet énorme fragment d'un os deux fois auſſi grand, eſt d'une figure très-irrégulière. Après l'avoir bien examiné je ne ſus à quel animal le rapporter, ni même à quel genre ni à quelle claſſe; mais je me propoſai d'employer toutes les reſſources de l'Anatomie comparée, pour reconnoître cet os qui me paroiſſoit auſſi extraordinaire par ſa figure que par ſa grandeur. M. l'Abbé Mongès, Garde du Cabinet d'Hiſtoire Naturelle de l'Abbaye de Sainte-Geneviève, a eu la complaiſance de me prêter le modèle de la partie de l'os, qui a été détachée; avec ce modèle, & avec la deſcription & la figure que M. de Lamanon a données de l'os entier, je commençai mon travail anatomique.

La figure de l'os qui formoit un angle, dont les deux branches étoient ſymétriques, fixa d'abord mon attention: cette réflexion ſimplifia beaucoup mes recherches. Un tel os devoit ſe trouver dans un milieu de la tête ou du baſſin, l'une des branches à droite & l'autre à gauche. S'il avoit fait partie du baſſin, il auroit formé le pubis; mais il a des ſutures & quatre trous qui ne ſont dans le pubis d'aucun animal.

J'ai cherché dans la baſe du crâne des plus grands animaux fiſſipèdes, à pied-fourchu & ſolipèdes, je n'y ai vu aucun os qui pût correſpondre par ſa figure à celui que je voulois connoître. D'ailleurs cet os eſt d'une grandeur trop diſproportionnée à celle des os des plus grands animaux quadrupèdes, tels que la Giraffe, l'Hippopotame, le Rhinocéros & l'Éléphant, pour ſoupçonner qu'il pût leur appartenir. Il auroit donc fallu imaginer & ſuppoſer une eſpèce entière de quadrupèdes détruite, ou juſqu'à préſent inconnue & d'une grandeur prodigieuſe; mais on ne peut admettre cette ſuppoſition qu'après avoir épuiſé toutes les reſſources de l'Anatomie comparée. C'eſt pourquoi j'ai paſſé des animaux quadrupèdes aux cétacées pour continuer mes recherches.

Cette claſſe comprend les plus grands animaux qui ſoient dans la Nature. Il y a des Cachalots & des Baleines qui ont

une ſi grande taille que l'on pouvoit eſpérer d'y trouver l'os qui étoit l'objet de mes recherches ; mais les connoiſſances anatomiques ſont très-peu avancées ſur les Baleines, on ne connoît pas leurs ſquelettes, & les différens os de la tête des Cachalots n'ont pas encore été diſtingués les uns des autres, & décrits. J'aurois été obligé de renoncer à mon entrepriſe ſur ces animaux, ſi je n'avois tiré de ce que j'ai pu voir ſur les cétacées, des inductions pour ce qu'il ne m'a pas été poſſible d'obſerver.

Il y a un animal qui me paroît avoir des rapports avec les quadrupèdes & les cétacées, c'eſt le Lamantin. On n'en connoît la conformation intérieure que par la deſcription anatomique d'un fœtus, que j'ai faite il y a pluſieurs années : cet animal avoit été apporté de la Guiane, il reſſembloit aux quadrupèdes par les parties antérieures, la tête, la poitrine & les bras ; & aux cétacées par les parties poſtérieures : il n'avoit point de baſſin ni de jambes de derrière, ſa queue eſt large, plate & horizontale. Mais le Lamantin n'a point de jet d'eau qui ſorte de ſa tête comme de celle des vrais cétacées ; ſa conformation diffère peu de celle de ces animaux, & il n'eſt pas quadrupède puiſqu'il n'a point de jambes ni de pieds de derrière.

On admet quatre genres de cétacées, ſous les dénominations de *Narval*, de *Phocœnes*, de *Cachalots* & de *Baleines*.

Olaüs Wormius a donné la figure & quelque deſcription des os de la tête du Narval.

On connoît les os de deux eſpèces de Phocœnes.

On a pluſieurs deſcriptions de Cachalots, mais très-imparfaites. Il y a au Cabinet du Jardin du Roi un ſquelette de grand Cachalot, & la tête d'un autre beaucoup plus petit.

L'oſtéologie des Baleines eſt inconnue.

Les os du baſſin manquent dans les Dauphins & les Cachalots ; tous les cétacées ont des canaux qui communiquent depuis la gueule juſqu'au dehors de la tête devant le front, & qui ſervent à ces animaux pour reſpirer & pour rejeter l'eau qui entre dans leur gueule avec leurs alimens, & qu'ils ne veulent pas avaler ; ils la pouſſent avec tant de

violence qu'elle s'élève au-deſſus d'eux comme un jet d'eau : c'eſt pourquoi on a donné à ces canaux la dénomination de *canaux hydrauliques.*

Les Baleines lancent des jets d'eau comme le Narval, les Cachalots & les Phocœnes ; il y a lieu de préſumer qu'elles leur reſſemblent par leur conformation intérieure, & qu'elles n'ont point de baſſin. C'étoit donc dans la tête des animaux cétacées qu'il falloit chercher à reconnoître le grand os que j'avois à trouver.

J'ai commencé par examiner la tête *(planche I)* d'un petit Cachalot ; elle n'avoit que deux pieds quatre pouces de longueur depuis le bout des mâchoires *A* juſqu'à l'occiput *B*, & un pied ſept pouces quatre lignes dans la plus grande largeur, priſe d'une pomette *C* à l'autre *D* ; tous les os étoient bien formés ; cette tête m'a paru venir d'un animal adulte : en ſuppoſant toutes proportions égales entre ce petit Cachalot & celui du grand ſquelette dont j'ai fait mention, & qui avoit cinquante pieds, le petit n'en auroit eu qu'environ huit. Je rapporte ce petit animal au genre des Cachalots ſeulement, parce qu'il eſt trop petit pour appartenir à celui des Baleines, car la moins grande de celles dont on a indiqué la longueur avoit 46 pieds. Cependant la tête du prétendu petit Cachalot, que j'ai obſervée, diffère de celle du grand, principalement en ce que celle-ci n'a que la baſe du crâne : la face ſupérieure de la tête du petit Cachalot forme un grand enfoncement comme une dépreſſion des os, depuis le ſommet juſqu'aux mâchoires. Il y avoit au-devant de l'os frontal deux grands trous, placés l'un à côté & fort près de l'autre. En examinant la baſe du crâne, j'ai vu que ſa conformation différoit beaucoup de celle des animaux quadrupèdes. Une des principales & des plus grandes différences eſt dans l'os ſphénoïde, j'ai reconnu dans cet os beaucoup de rapport avec celui qui a été trouvé en terre dans Paris.

L'os ſphénoïde des cétacées, ne reſſemble à ceux des quadrupèdes que par ſa ſituation entre l'os du front & l'os occipital ; ſa figure ſi étrange, en comparaiſon de celle des os ſphénoïdes des quadrupèdes, vient principalement de ce qu'il

forme une portion des deux canaux hydrauliques, dont les orifices extérieurs paroiſſent au-devant du front. La même conformation eſt dans la tête des Phocœnes & du Narval; l'on ne peut guère douter qu'elle ne ſoit auſſi dans les Baleines; puiſque tous les cétacées jettent de l'eau, il faut qu'ils aient tous des canaux pour la conduire : cette conformation eſt ſi différente de celle de l'homme & des animaux quadrupèdes, qu'il eſt néceſſaire de la décrire pour en donner une idée juſte. Cependant j'emploîrai, autant qu'il me ſera poſſible, les termes uſités pour les os de l'homme.

Je commence par la deſcription du Phocœne à bec alongé, que l'on appelle *Dauphin*, pour le diſtinguer du Marſouin & des autres animaux du même genre. Le ſquelette de la tête vue par-deſſus *(planche II, figure 1)* & par-deſſous *(figure 2)* que je vais décrire, avoit un pied trois pouces & demi de longueur, depuis le bout de la mâchoire ſupérieure *A (figures 1 & 2)* juſqu'aux apophyſes condyloïdes qui ſe trouvèrent à la partie poſtérieure de l'occiput *B;* la mâchoire étoit longue d'un pied un pouce; ainſi il n'y avoit que deux pouces & demi pour le reſte de la tête; l'os frontal, les pariétaux, les orbites des yeux, les os temporaux & l'occipital étoient renfermés dans ce petit eſpace, & par conſéquent n'avoient chacun que peu d'étendue : au contraire les os du nez & du palais, & principalement l'os ſphénoïde & ceux de la mâchoire ſupérieure, étoient très-grands.

Les bords *C C (figure 1)* des orifices ſupérieurs des deux canaux hydrauliques, étoient formés par la partie poſtérieure des os du nez, & par de petits os qui ſont engagés comme des chevilles dans l'os frontal. Les canaux hydrauliques ont une courbure dont la convexité eſt en avant. Les parois de leurs cavités ont trois faces, une poſtérieure & en partie latérale externe, une antérieure & en partie latérale externe, & une latérale interne; la cloiſon *D* qui ſépare les deux canaux, eſt formée par l'os ethmoïde; l'os frontal fait les parois poſtérieures de la portion ſupérieure de ces canaux,

& en partie des parois latérales externes : les os de la mâchoire du deſſus & les os du palais, forment les parois antérieures, & une partie des parois latérales externes de la même portion des canaux dont il s'agit ; leur portion inférieure *D D D D (figure 2)* eſt formée par l'os ſphénoïde, les os du nez & de la mâchoire de deſſus, & par l'os ethmoïde.

Il y a deux cavités placées chacune au-devant, & qui s'étendent au-deſſous de la portion inférieure des canaux hydrauliques : ces cavités ſont formées par l'os ſphénoïde, les os de la mâchoire & les os du palais, autant que j'ai pu juger de ces derniers par leur ſituation relativement aux os maxillaires ; la face interne des parois latérales extérieures de ces cavités, eſt hériſſée de tubercules & de pointes oſſeuſes.

On voit par cette deſcription, que les canaux hydrauliques s'ouvrent en bas entre l'os ſphénoïde & l'os ethmoïde, & qu'ils ſe terminent en haut entre l'os frontal & les os du nez ; l'os ethmoïde *A (planche III, figures 1 & 2)* fait leur ſéparation d'un bout à l'autre. Comme ces canaux ont juſqu'à ſeize lignes de diamètre dans quelques endroits, leurs cavités cauſent de grandes différences dans la ſituation des os de la tête, ſi on les compare à ceux de l'homme & même des animaux quadrupèdes : auſſi les orbites *E E (planche II, figure 1)* des yeux des Dauphins, ſont placés plus en arrière, à une petite diſtance de l'os occipital, & les os temporaux ſont au-deſſous. Quoique les ailes de l'os ſphénoïde, ſoient très-grandes, elles ne s'étendent pas entre les orbites & les os des tempes.

La tête de ce petit Cachalot, dont j'ai déjà rapporté les principales dimenſions, forme au-devant du front une dépreſſion encore plus forte que dans le Dauphin ; les os du nez & de la mâchoire du deſſus ſont beaucoup plus larges & plus grands : au reſte, ces deux têtes m'ont paru avoir beaucoup de rapports l'une avec l'autre pour la ſituation des os & pour leur forme, quoique les parois antérieures & latérales des cavités *E E (planche I, & C C planche II, figure 2)* placées

placées au-devant de la portion inférieure des canaux hydrauliques *F F (planche I, & D D D D planche II, figure 2)* aient été caſſées & manquent à la tête du petit Cachalot; les bords des canaux ſont auſſi un peu endommagés : cependant j'ai reconnu ſur les faces intérieures & extérieures des parois antérieures & latérales externes de la partie inférieure du canal hydraulique, du côté droit, la portion du grand os dont j'avois le modèle.

Cette portion d'os eſt compoſée d'une partie de l'aile droite du ſphénoïde, d'une petite partie de l'ethmoïde & de la mâchoire de deſſus, & peut-être du vomer. On ne pourroit déterminer ce qui appartient à ces deux derniers qu'en faiſant des coupes ſur le grand os ; mais j'ai vu très-diſtinctement ſur le modèle de ce grand os, la ſuture qui eſt entre l'ethmoïde & la partie antérieure de l'aile du ſphénoïde. J'avois tout lieu de préſumer que la partie poſtérieure de cette aile, étoit auſſi compriſe dans l'os modelé; cependant je n'en trouvois point de preuves convaincantes ſur la tête du petit Cachalot. Alors j'examinai celle du grand Cachalot, & j'y trouvai la partie poſtérieure de l'aile du ſphénoïde, bien exprimée; mais la partie antérieure reſſembloit moins à celle du petit Cachalot qu'à celle du Dauphin.

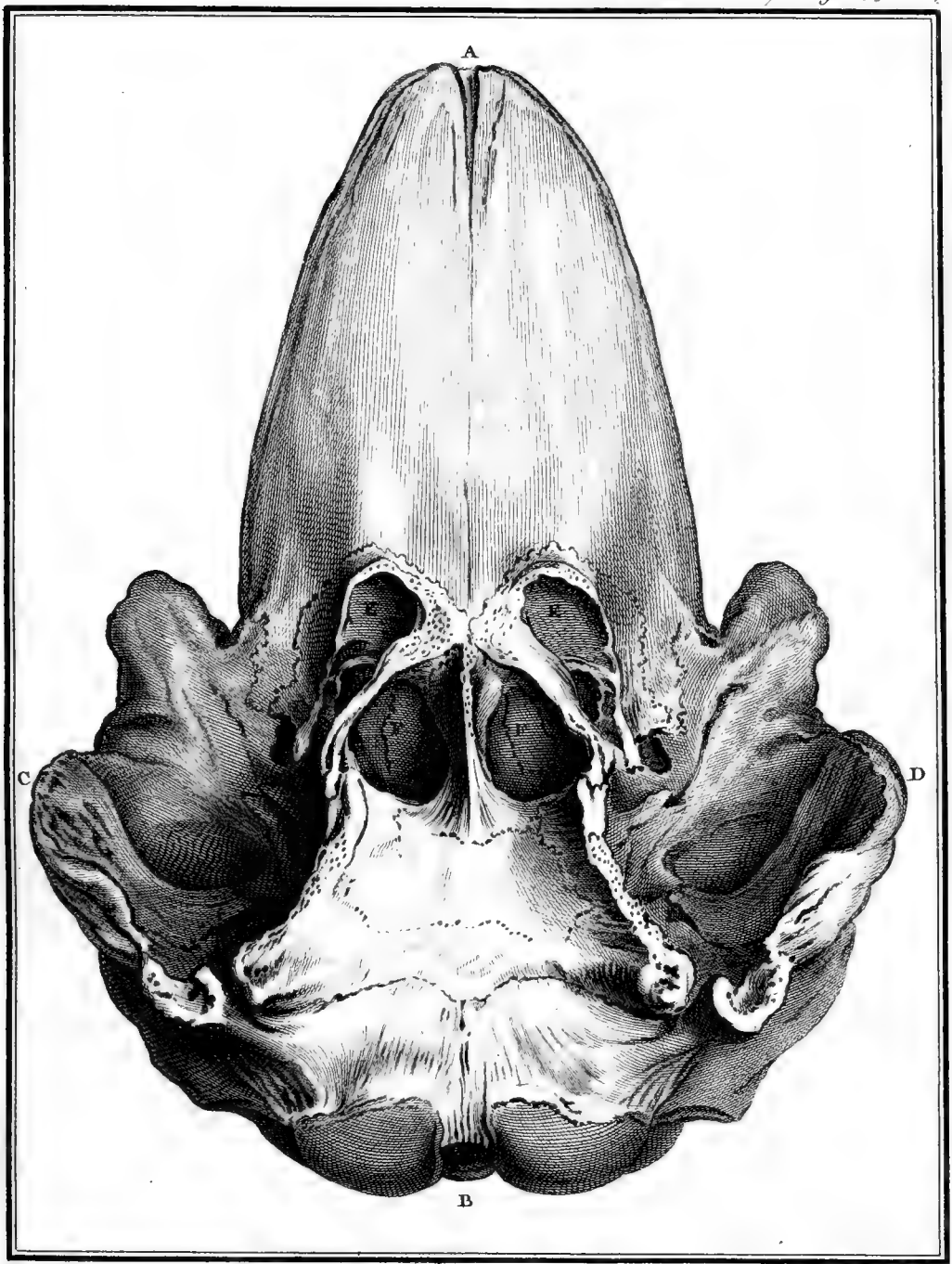
J'ai conclu de toutes ces obſervations, que la portion d'os, tirée de la terre dans Paris, eſt compoſée d'une grande partie de l'aile droite du ſphénoïde, & d'une petite partie de l'ethmoïde & de la mâchoire du deſſus : ce grand os dont il s'agit, me paroît venir d'un Cachalot plus grand que celui que j'ai obſervé, ou peut-être d'une Baleine.

Dans le Cachalot de cinquante pieds de longueur, dont j'ai examiné la tête, la partie correſpondante au modèle du grand os, n'avoit que deux pieds de long; il auroit donc fallu un Cachalot de cent pieds pour avoir un os auſſi long que celui qui a été modelé. On prétend qu'il y a dans l'Océan ſeptentrional, un Cachalot à dents plates, qui eſt long de cent pieds & plus : mais ſa conformation ne diffère-t-elle pas de celle du grand & du petit Cachalot que j'ai obſervé,

& qui ſont déjà fort différens l'un de l'autre par rapport à leurs canaux hydrauliques ? Ceux des Baleines reſſemblent-ils à ceux de ces Cachalots par leur partie inférieure ? On n'a pas aſſez de connoiſſances ſur l'Anatomie comparée pour répondre à ces queſtions : quoi qu'il en ſoit, je perſiſte à croire que ce grand os vient d'un Cachalot ou d'une Baleine.

Ayant appris que la partie de cet os, qui étoit reſtée enfouie dans l'argile, en avoit été tirée, je me ſuis empreſſé de la voir ; je l'ai trouvé caſſée en trois morceaux, quoiqu'ils ne fuſſent pas ſuffiſans pour former une branche pareille à celle qui étoit d'une ſeule pièce, parce qu'il y manquoit des fragmens qui avoient été employés dans la conſtruction d'un mur; cependant j'ai reconnu que les trois morceaux venoient d'une branche ſemblable à celle qui étoit entière. J'ai auſſi vu des indices des foſſes naſales & des cornets du nez. Ces obſervations m'ont confirmé dans l'opinion où je ſuis, que l'os dont il s'agit eſt une portion de la baſe du crâne d'un grand animal cétacée, & que cet os eſt compoſé de portions du ſphénoïde, de l'ethmoïde & des os maxillaires, & qu'il a fait partie de la portion inférieure des canaux hydrauliques d'un Cachalot ou d'une Baleine.

Mém. de l'Ac. R. des Sc. An. 1763 Pag. 218 Pl. IV.



Fosrier del.

Y. le Gouaz sculp.

Mém. de l'Ac. R. des Sc. An. 1782. Pag. 218. Pl. V.

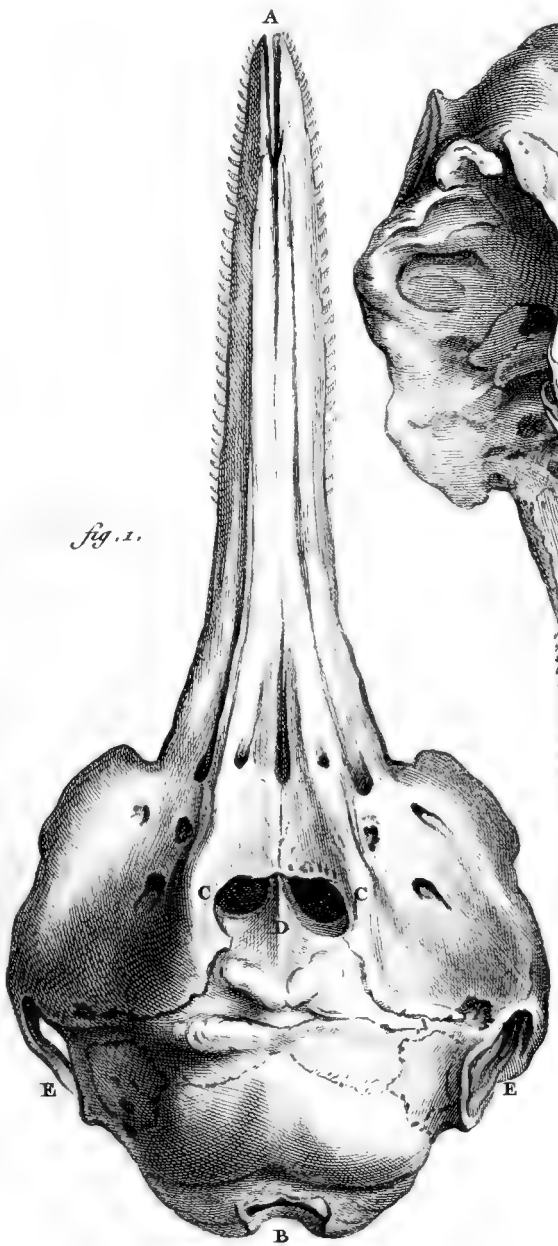


fig. 1.

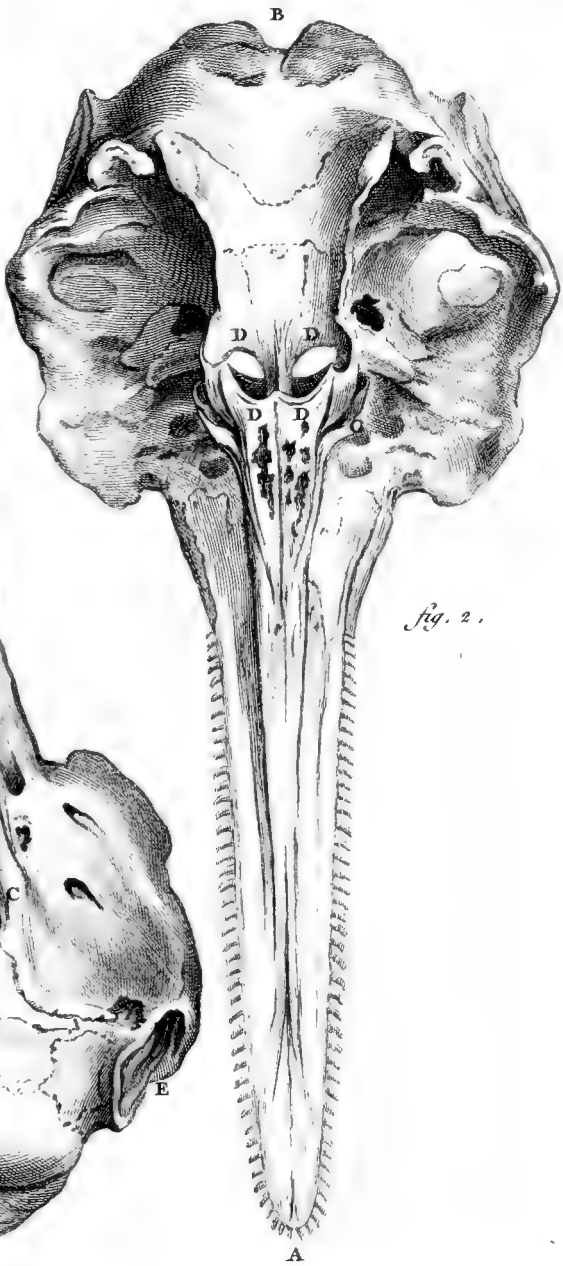


fig. 2.

Fossier del.

V. le Gouaz sculp.

Mem. de l'Ac. R. des Sc. An. 1792 Pag. 218 Pl. VI.

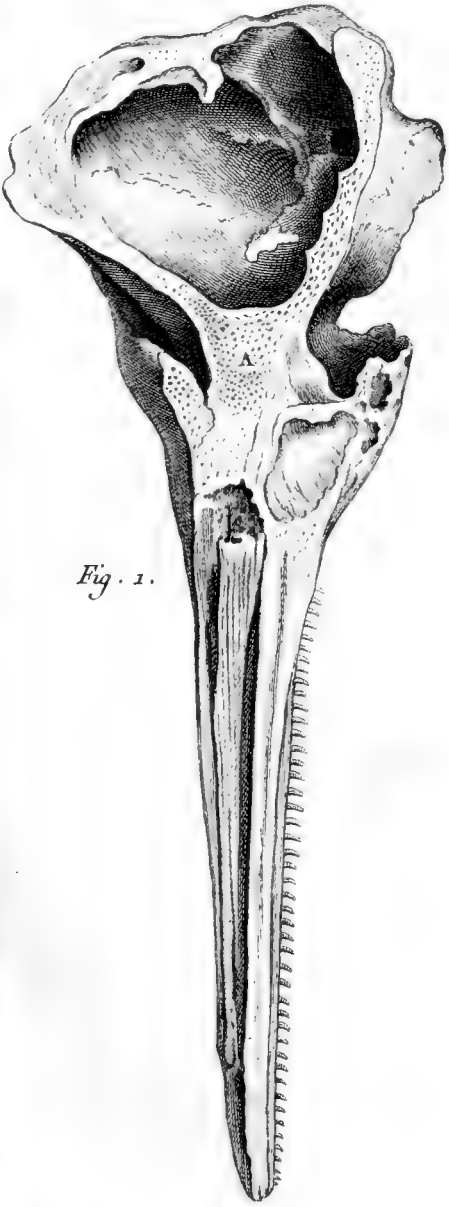


Fig. 1.

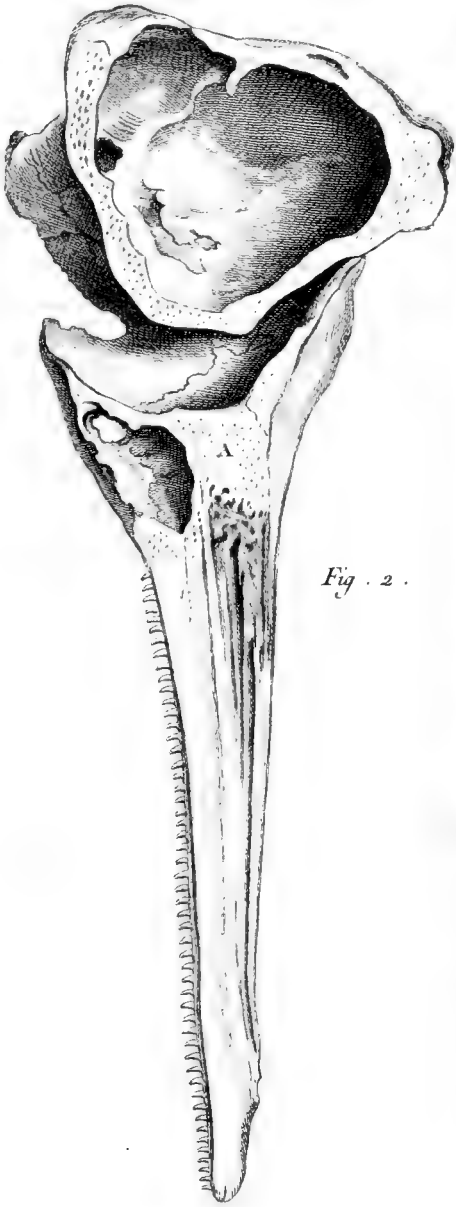


Fig. 2.

Fejer del.

Y. le Gouaz Sculp.

MÉMOIRE

SUR L'ACTION DE L'ACIDE PHOSPHORIQUE SUR LES HUILES;

Et ſur la combinaiſon de cet Acide avec l'Eſprit-de-vin.

Par M. CORNETTE.

J'AI déjà examiné dans pluſieurs Mémoires, l'action des acides minéraux ſur les huiles; j'ai démontré que tous ces acides avoient plus ou moins d'action ſur ces ſubſtances, mais que l'acide vitriolique étoit le ſeul qui pût former avec elles de vrais ſavons. Il me reſtoit encore à faire connoître l'action de l'acide phoſphorique & des acides végétaux ſur les huiles eſſentielles & ſur les huiles graſſes, & à rendre compte des altérations qu'elles éprouvent par leur mélange avec ces différens acides; ce qui ſera le ſujet de deux Mémoires que je me propoſe de donner ſucceſſivement à l'Académie.

L'acide phoſphorique, lorſqu'il eſt concentré, agit ſur les huiles à peu-près comme l'acide marin; comme lui il les colore, il les noircit, & occaſionne par ſon mélange différens degrés de chaleur, ſelon l'eſpèce & la ténuité de l'huile que l'on emploie. Mais pour qu'il puiſſe produire cet effet, il eſt eſſentiel qu'il ſoit très-concentré, autrement il occaſionneroit à peine quelques légères altérations à ces ſubſtances. J'ai tenu en digeſtion, pendant pluſieurs jours, des mélanges d'acide phoſphorique affoibli, donnant au pèſe-liqueur 40 degrés, avec des huiles de lavande & de térébenthine; cet acide, auparavant clair, ſans couleur, prit par la longueur de la digeſtion une légère couleur jaune; mais les huiles ne me parurent point altérées, elles avoient conſervé leur odeur & la ténuité qui leur eſt particulière. D'après ces expériences, je penſai que pour obtenir quelques réſultats poſitifs ſur l'action de l'acide phoſphorique ſur les huiles, il convenoit

de ne plus employer cet acide que dans le plus grand état de concentration. Celui dont je me ſuis ſervi étoit très-pur, il avoit été retiré du phoſphore par *déliquium*, & rectifié enſuite dans une cornue de verre pour le concentrer & pour le dépouiller en même temps d'une portion de phoſphore qu'il tient toujours en diſſolution. Cet acide, ainſi rectifié, avoit une conſiſtance aſſez épaiſſe; il répandoit, à l'ouverture du flacon, une forte odeur d'ail, & dans cet état il étoit à l'eau diſtillée comme 19 eſt à 8; c'eſt le même acide que j'ai toujours employé pour faire toutes les expériences dont je vais rendre compte.

Je ferai obſerver encore, que toutes les huiles que j'ai examinées, ont été refroidies au terme de la glace, & qu'avant de les mêler avec l'acide phoſphorique, chacune d'elles étoit comme lui à la même température.

J'ai peſé dans ſix cylindres de verre, de quatre pouces de haut & d'un demi-pouce de diamètre, un gros de chacune des huiles eſſentielles déſignées ci-après, ſavoir de romarin, de portugal, de bergamote, de lavande, de thim & de térébenthine. J'ai verſé ſur ces huiles une pareille quantité d'acide phoſphorique refroidi, comme je l'ai déjà dit au même terme: cet acide, en tombant, a gagné le fond du vaſe, mais il n'a occaſionné aucun changement à ces ſubſtances, car ces huiles n'ayant point été pénétrées par cet acide, n'ont pu être altérées. Ces mélanges ayant été agités, alors les huiles ſe ſont épaiſſies, & il en eſt réſulté les degrés de chaleur ſuivans; pour l'huile de romarin, la chaleur produite a été de 20 degrés, même effet pour celle de portugal, 10 pour celle de bergamote, 15 pour celle de lavande, 20 pour celle de thim, & 24 pour celle de térébenthine. Toutes ces huiles avoient été diverſement colorées par cet acide; les unes, telles que celles de romarin, de portugal, de lavande & de térébenthine, étoient d'un brun-rougeâtre, tandis que celle de thim étoit très-noire, & celle de bergamote à peine colorée: le degré d'épaiſſiſſement n'étoit pas auſſi le même dans toutes, celles de bergamote & de portugal,

n'avoient pris que très-peu de consistance, au lieu que les autres avoient celle de la térébenthine. De la plupart de ces mélanges il s'est séparé une portion d'une huile claire très-ténue & très-odorante; l'acide resté au fond du vase, étoit aussi très-coloré, il se trouvoit chargé d'une portion de résine que contiennent ordinairement les huiles essentielles, cet acide huileux se dissolvoit très-bien dans l'eau bouillante; il la rendoit blanche & laiteuse, & ne laissoit paroître à la surface aucun globule d'huile; mais la grande quantité d'acide qui se trouvoit mêlée avec elle, prouve bien évidemment que l'acide phosphorique ne pouvant se charger que d'une très-petite portion d'huile, il ne peut point former avec ces substances une combinaison aussi intime que celle qui a lieu avec l'acide vitriolique; mais aussi que cet acide concentré, a cependant sur elles une action assez marquée pour pouvoir les dissoudre en partie.

Nous avons fait voir jusqu'ici, que l'acide phosphorique agissoit sur les huiles essentielles avec chaleur, qu'il les altéroit dans leur principe, & qu'il les rendoit en partie solubles dans l'eau: nous allons prouver maintenant, que cette propriété ne s'étend pas également sur les huiles siccatives, quoique celles-ci paroissent tenir le milieu entre les huiles essentielles & les huiles grasses, l'acide phosphorique les attaque avec moins d'action, occasionne moins de chaleur, & produit sur elles beaucoup moins d'altération. J'ai fait des mélanges d'un gros d'huile de lin tiré sans feu, & autant d'acide phosphorique, d'une pareille quantité d'huile de noix & autant du même acide; il ne s'est passé avec l'huile de lin que six degrés de chaleur, & pour l'huile de noix quatre seulement: ces deux huiles se sont épaissies par l'agitation, & ont pris chacune une couleur verdâtre, celle de lin plus foncée que celle de noix; mais au bout de quelque temps une bonne portion d'huile s'est séparée de ces mélanges, & chacune d'elles avoit repris la couleur qui lui est particulière; l'acide seulement qui tenoit un peu d'huile en dissolution, étoit resté coloré, il se dissolvoit dans

l'eau, & la rendoit blanche & laiteuſe: ces deux eſpèces d'huile étoient un peu plus ténues, elles avoient conſervé leur odeur, & ſe diſſolvoient en partie dans l'eſprit-de-vin.

Les huiles graſſes n'éprouvent pas, à beaucoup près, les mêmes altérations par l'acide phoſphorique, que les huiles ſiccatives; la chaleur qui ſe paſſe eſt à peine ſenſible, & ces huiles ne ſont preſque pas colorées, elles reſtent ſeulement un peu plus épaiſſes, parce qu'il paroît que l'acide phoſphorique s'eſt emparé de leur eau conſtituante, auſſi la plupart reſtent-elles toujours figées. J'ai fait des mélanges d'huile d'olive, de béen & d'amandes douces avec l'acide phoſphorique, à la doſe d'un gros de chaque, la chaleur produite n'a pas été de plus de deux degrés; ces huiles ne ſe ſont point colorées, l'acide ſeulement avoit pris dans le moment une couleur fauve, couleur qu'il perdit en le délayant dans l'eau; elles avoient ſouffert ſi peu d'altération par cet acide, qu'elles n'étoient ſolubles ni dans l'eau ni dans l'eſprit-de-vin, propriété que leur communiquent les autres acides.

Comme dans toutes ces expériences & dans un grand nombre d'autres que j'ai faites, je n'avois pu obtenir de véritable ſavon, je crus devoir attribuer ce défaut de ſuccès à la trop petite quantité d'acide que j'avois employée; & qui me parut ne pas devoir ſuffire pour opérer une combinaiſon réelle: d'après cette réflexion je me déterminai à répéter de nouveau ces expériences, dans la proportion de trois parties d'acide ſur une d'huile. Sur un gros d'huile tirée des trois claſſes; ſavoir, de térébenthine, de lin & d'olive, j'ajoutai trois gros d'acide phoſphorique, je fis triturer ces mélanges dans un mortier de verre pendant deux heures, afin que l'huile & l'acide fuſſent bien combinés; pendant cette agitation l'huile de térébenthine s'étoit très-épaiſſie, elle avoit pris une couleur noire plus foncée qu'à l'expérience précédente; ce mélange expoſé à l'air, s'eſt couvert d'une pellicule blanche à la ſurface, qui ſe reformoit chaque fois que par une nouvelle agitation on venoit à la rompre: une partie ſeulement étoit ſuſceptible de ſe

diſſoudre dans l'eau, ſans qu'il parût aucun globule d'huile; cette diſſolution conſervoit ſon opacité pendant aſſez long-temps, les alkalis, les terres abſorbantes la décompoſoient, & même quelques ſubſtances métalliques; la pellicule qui ſe formoit à la ſurface, que je regarde comme une vraie réſine, ne ſe diſſolvoit point dans l'eau, & n'avoit pu former aucune combinaiſon avec l'acide phoſphorique.

Le mélange de l'huile de lin s'étoit aſſez bien fait à froid, cette huile s'étoit très-épaiſſie, & avoit pris une couleur d'un brun-foncé; mais au bout de quelques jours une partie de l'huile ſe ſépara, ce qui n'étoit pas arrivé à l'expérience précédente: l'acide étoit auſſi très-coloré, il tenoit un peu d'huile en diſſolution, car il rendoit l'eau blanche & laiteuſe comme une véritable eau de ſavon; mais la liqueur ne conſervoit pas ſi long-temps ſon opacité que celle de térébenthine, une partie ſe précipitoit au fond du vaſe, tandis que quelques globules d'huile ſe raſſembloient à la ſurface: cette expérience répétée à une chaleur de près de 70 degrés, n'eut pas plus de ſuccès, car cette chaleur ne me parut pas favoriſer la combinaiſon d'une plus grande quantité d'huile de lin.

L'union de l'huile d'olive ſe fit très-bien à froid avec l'acide phoſphorique, cette huile ſe colora ſur le champ, elle s'épaiſſit tellement que l'agitation en devint difficile: ce mélange expoſé à une douce chaleur, l'huile ſe ſépara & gagna la ſurface, reſtant à peine colorée; l'acide avoit conſervé une couleur fauve, il tenoit une ſi petite quantité d'huile en diſſolution, qu'il rendit l'eau à peine laiteuſe, & même au bout de quelque temps l'huile ſe ſépara entièrement: il paroît que l'acide phoſphorique agit plutôt ſur l'eau contenue dans l'huile, que ſur le principe de l'huile même, car elle reſte toujours figée; cette huile ne ſe diſſout point dans l'eſprit-de-vin, propriété qu'elle acquiert toujours lorſqu'elle ſe trouve combinée avec tous les acides minéraux. Si l'on ſoumet à la diſtillation un pareil mélange, l'huile conſerve ſa liquidité, & elle ne ſe convertit point en matière butireuſe comme avec les autres acides.

Toutes ces expériences prouvent que l'acide phoſphorique ſe combine difficilement avec les huiles graſſes, que les huiles eſſentielles ſont celles ſur leſquelles il a le plus d'action, puiſqu'il les colore & les noircit, & qu'il forme avec elles des compoſés en grande partie ſolubles dans l'eau.

Les huiles ne ſont pas la ſeule ſubſtance ſur laquelle l'acide phoſphorique a de la peine à ſe combiner, l'eſprit-de-vin paroît éprouver la même difficulté; on verra bientôt que cette combinaiſon peut avoir lieu, mais que pour y parvenir il eſt eſſentiel d'ouvrir l'acide phoſphorique, & de le dépouiller en quelque ſorte d'une matière graſſe qui s'oppoſe à ſon action.

J'ai pris deux onces du même acide phoſphorique, que j'ai mêlé avec une pareille quantité d'eſprit-de-vin très-déphlegmé, rectifié ſur du ſel de tartre; cet eſprit-de-vin donnoit au pèſe-liqueur de M. Baumé 36 degrés $\frac{1}{2}$: ce mélange auſſi-tôt s'échauffa, & fit monter le thermomètre à près de 40 degrés, la température à 13 au-deſſus de la glace, phénomène déjà obſervé par M. Lavoiſier: il ſe développa dans l'inſtant une forte odeur d'ail, effet qui n'arrive pas, ou du moins d'une manière auſſi marquée, avec les liqueurs aqueuſes ou huileuſes; je ſoumis ce mélange à la diſtillation dans une cornue de verre, & je ſéparai en deux parties les produits; la première portion qui étoit paſſée dans le balon, avoit conſervé cette forte odeur d'ail dont nous venons de parler; & la ſeconde, quoique n'en étant pas entièrement exempte, me parut légèrement éthérée; cette liqueur avoit une odeur & une ſaveur différentes de l'eſprit-de-vin, elle avoit volatiliſé avec elle une portion de l'acide phoſphorique, car je ne fus pas long-temps à m'apercevoir qu'elle étoit très-acide.

L'acide reſté dans la cornue, étoit un peu coloré, ce qui me fit préſumer qu'il avoit agi ſur le principe huileux de l'eſprit-de-vin, & l'avoit décompoſé en partie; je conçus dès-lors qu'il étoit poſſible d'obtenir avec l'acide phoſphorique, une liqueur éthérée, comme avec les autres acides, mais

mais que la difficulté que j'avois à vaincre, étoit d'ouvrir assez cet acide pour qu'il pût se combiner plus immédiatement avec lui. Je pensai donc que des distillations réitérées de cet acide avec de nouvel esprit-de-vin, pouvoient me faciliter les moyens d'opérer cette combinaison; je soumis de nouveau à la distillation le même acide phosphorique que j'avois mêlé avec de nouvel esprit-de-vin, la liqueur que j'obtins, n'avoit plus cette odeur d'ail, comme celle de la première expérience, elle en avoit une très-suave, approchant de celle de l'éther: je répétai cette opération encore quatre fois, j'obtins toujours le même résultat, il me parut seulement que l'esprit-de-vin, dans les dernières distillations, étoit plus aromatique, & avoit une odeur plus éthérée, il avoit volatilisé, comme à la première expérience, une portion de l'acide phosphorique: toutes ces liqueurs réunies dans un même flacon, furent saturées avec de l'alkali fixe, il s'excita une effervescence vive avec beaucoup de dégagement d'air, & il se précipita au fond du vaisseau un sel que je nommerai *sel sulfureux phosphorique*, ou *sel phosphorique huileux*, pour le distinguer du sel phosphorique à base d'alkali fixe ordinaire; ce sel étoit roux, il étoit chargé d'une partie du principe huileux de l'esprit-de-vin, il se dissolvoit assez difficilement dans l'eau, & ne cristallisoit pas comme celui qui résulte de la combinaison de l'acide phosphorique avec l'alkali fixe; la liqueur ainsi saturée, étoit plus aromatique, je la soumis de nouveau à la distillation dans une cornue de verre bien sèche; la première portion qui passa dans le récipient, avoit une odeur très-suave, approchant beaucoup de celle de l'éther vitriolique; elle en différoit cependant à plusieurs égards, elle n'avoit point le frais de l'éther, ne s'évaporoit pas avec autant de facilité, elle avoit retenu quelque principe de l'acide phosphorique, car sa saveur en étoit absolument différente; cette liqueur se mêloit avec assez de peine dans l'eau distillée: la seconde portion, toujours éthérée, étoit un peu moins suave que l'autre, elle me parut être à la première ce que la liqueur d'Hoffman est à l'éther vitriolique,

elle étoit plus miſcible à l'eau, & ſa ſaveur étoit nauſéabonde: je ne doute point que s'il m'eût été poſſible de me procurer une plus grande quantité d'acide phoſphorique, je n'euſſe pu obtenir un éther plus décidé, plus parfait; mais il me ſuffit de démontrer que quoique l'acide phoſphorique préſente quelques difficultés à ſe combiner avec l'eſprit-de-vin, il en eſt cependant ſuſceptible, & peut former avec lui une liqueur aromatique, & qui a beaucoup de rapport à celle de l'éther vitriolique.

MÉMOIRE
SUR
LA DURÉE DE L'ANNÉE SOLAIRE.

Par M. DE LA LANDE.

LA détermination exacte de la durée de l'année solaire ou de la révolution périodique de la Terre, eſt une des plus importantes de l'Aſtronomie; car on détermine les diſtances de toutes les Planètes au Soleil, par le rapport de leurs révolutions périodiques comparées avec celle de la Terre; & l'on ne peut calculer aucune des anciennes Obſervations, ſoit d'Éclipſes pour la Chronologie, ſoit de Planètes pour établir leurs mouvemens, ſoit des Étoiles pour déterminer leurs variations, que l'on ne ſoit obligé de ſuppoſer connus les lieux du Soleil pour des ſiècles éloignés : ainſi tout dépend de la véritable durée de l'année. Dans un Mémoire que j'ai donné en 1757, ſur les moyens mouvemens de toutes les Planètes, je commençai à ébaucher cette matière; mais beaucoup de recherches poſtérieures, faites depuis vingt-cinq ans, m'ont donné lieu de perfectionner ce travail; j'y ai ſur-tout employé des obſervations toutes nouvelles, faites avec un excellent mural de huit pieds, que M. Bergeret a fait faire en Angleterre, à ma ſollicitation, & dont M. Dagelet fait un uſage continuel pour le bien de l'Aſtronomie; ſes obſervations comparées avec celles de tous les ſiècles m'ont fait voir que la durée actuelle de l'année ſolaire eſt de 365 jours 5^h $48'$ $48''$, ſans qu'il puiſſe y avoir 2 ſecondes d'incertitude. 14 Novemb. 1782.

Mais pour préſenter en même temps un Traité complet ſur cette partie eſſentielle de l'Aſtronomie, j'ai cru devoir remonter à l'hiſtoire des connoiſſances humaines, ſur la révolution annuelle, avant que de parler des obſervations d'Hipparque, les premières dont nous puiſſions faire uſage. Cela me donnera l'occaſion de relever une erreur de critique accréditée

dans la plupart des Hiſtoires de l'Aſtronomie, ſur l'ancienneté de l'année vague des Égyptiens.

Il paroît que les jours furent d'abord la ſeule manière de compter, & que les quatre cents ſoixante-treize mille années dont ſe vantoient les Babyloniens *(Aſtronomie, article 265)*, étoient ſeulement des jours ; cette hypothèſe s'accorde avec les dix-neuf cents trois années, dont parloit Calliſthène, ſuivant Simplicius. *Voy.* M. Bailly, *Hiſtoire de l'Aſtronomie, p. 373.*

Le mois lunaire, ou le retour des phaſes, étant très-remarquable pour tous les yeux, fut la première période ou la première année preſque chez tous les peuples du monde. *(Voyez* Diodore, *liv. I, page 30, édition 1745).* Varron, ſuivant Lactance, *(Inſt. liv. II, chap. 13, p. 169).* Pline, *l. VII, chap. 49.* Plutarque dans la vie de Numa, *p. 72, édition de 1624.* Eudoxe, ſuivant Platon dans ſon Timée, *p. 31 de l'édition de 1602.* Stobée, *Eclogæ Phyſic. pag. 21, édition de 1609.* Geminus, *pag. 34, édition du Pere Petau, 1630.* Suidas au mot Ηλιος, *tome II, page 54, édition de Cambridge, 1605.*

Dans la ſuite on diſtingua les temps par ſaiſons ; & voilà pourquoi l'on trouve des années de trois mois, de quatre mois, de ſix mois. Diodore, *ibid.* Pline, *ibid.* Cenſorinus, *chap. 19.* S. Auguſtin : *De civitate Dei, liv. XII, chap. 10.* La diviſion de quatre mois étoit ſur-tout naturelle en Égypte, l'inondation faiſoit abandonner les terres pendant quatre mois. M. Bailly, *Hiſt. de l'Aſtronomie, page 159*, ne trouve pas cette raiſon vraiſemblable ; mais il en donne une autre que l'on peut voir dans ce ſavant Ouvrage.

Les habitans de l'île de Taïti, découverte depuis quelques années, comptent par lunes de vingt-neuf jours, & les treize lunes font une année ; ils déſignent chaque mois par un nom propre, & les treize mois par un nom collectif dont ils ne ſe ſervent qu'en parlant des myſtères de leur religion ; le jour eſt diviſé en douze parties, ſix pour le jour & ſix pour la nuit, ce qui eſt une ſuite naturelle des douze lunes qui ſe trouvent dans une année ſolaire ; & cependant ils comptent

par dix dans leur numération ordinaire. *(Hydrographie de la mer du Sud*, par M. de Freville, 1774, *tome I, page 451).*

Indépendamment de la variété des saisons qui suivoient la période du Soleil, les peuples Pasteurs virent bientôt que les Étoiles se levoient & se couchoient deux heures plus tôt à chaque mois, & qu'au bout d'environ douze mois elles paroissoient & disparoissoient à la même heure ; ils comprirent alors que le Soleil tournoit en douze lunes ou en douze mois, & parcouroit tout le Ciel ; alors on examina les Étoiles dont il s'approchoit successivement, l'on en forma douze grandes divisions qui formèrent les douze signes du Zodiaque : cette invention parut une découverte admirable, on la chanta avec enthousiasme, on en fit les douze travaux du Dieu Hercule, les voyages de Bacchus, tels qu'ils sont dans le Poëme des Dionysiaques, de Nonnus, & une quantité d'autres fables, ainsi que l'a fait voir M. Dupuis, Professeur de Réthorique en l'Université de Paris, dans le Journal des Savans de 1779 & 1780, & dans son grand Mémoire sur l'origine des Constellations, qui fait partie du quatrième volume de mon Astronomie. Chaque signe se partagea en trois parties égales, qu'on appela Decans, parce qu'elles contenoient environ dix jours ; les dix doigts de la main déterminèrent de toute ancienneté la division par dix, & voilà peut-être pourquoi l'on fit d'abord les années de trois cents soixante jours ; mais il n'est pas certain qu'on ignorât même dans les commencemens qu'il y avoit cinq jours à ajouter. Cependant il paroît par le témoignage des Anciens, que les années comptées en Égypte depuis l'origine de la Monarchie, n'étoient pas de douze mois, mais que l'année fut augmentée par plusieurs Rois. *Voyez* Diod. Sic. *liv. I, p. 22, édition Hanov. 1604.* Pline, *liv. VII, ch. 48.* Plutarque, *in Numa.* Censorinus, corrigé par Saumaise, *in solin.* S. Augustin, *de civitate Dei, liv. XII, ch. 11 ; & liv. XV, chap. 12.* Ricciuli, *Chron. reform. p. 31.*

Il y a des Auteurs qui pensent que du temps de Moyse, environ quinze cents ans avant Jésus-Christ, l'année n'avoit encore que trois cents soixante jours ; ils se fondent sur le

calcul que donne la Genèſe de la durée du Déluge, où il paroît que l'année dont l'hiſtorien fait uſage eſt de douze mois, chacun de trente jours; il ne dit rien qui puiſſe faire ſoupçonner qu'on connût alors la néceſſité d'ajouter quelques jours aux trois cents ſoixante, qui donnent douze mois de trente jours chacun, pour égaler la durée de l'année civile à la révolution du Soleil. En effet, dit M. Goguet, on voit *(Gen. ch. VII, v. 11 & 24; & chap. VIII, v. 3 & 4*, ſelon l'Hébreu*)*, que le déluge commença le dix-ſeptième jour du ſecond mois, l'an 600 de Noé, que les eaux s'accrurent & ſe ſoutinrent enſuite au même degré d'élévation pendant cent cinquante jours conſécutifs, juſqu'au dix-ſeptième du ſeptième mois, auquel l'arche s'arrêta ſur les montagnes; ainſi les cinq mois de l'année valoient cent cinquante jours, ces mois étoient donc de trente jours chacun, & l'année entière de trois cents ſoixante jours.

On ajoute à cela le témoignage des Auteurs, qui diſent que la plupart des Nations de l'antiquité, même les plus éclairées, n'ont connu pendant bien des ſiècles d'autre année que celle de trois cents ſoixante jours. *Voyez* la Diſſertation de M. Allin, inſérée dans la Théorie de la Terre de Wiſthon, *liv. II, pag. 144, édition de Londres, 1737.* On croit ſur-tout que l'année des Egyptiens étoit autrefois de trois cents ſoixante jours; on peut voir à ce ſujet Plutarque, *de Iſide*, Diod. de Sicile, Scaliger, Kircher, Golius ſur Alfragan. M. Goguet, *Origine des Loix, des Arts & des Sciences, tome I, pages 220 & 230; tome II, page 254, in-4.°* L'enceinte de Babylone avoit trois cents ſoixante ſtades; elle avoit été bâtie en un an, un ſtade chaque jour. Les Prêtres Aſtronomes de Memphis étoient au nombre de trois cents ſoixante, & chacun obſervoit un jour de l'année; enfin la diviſion du cercle en trois cents ſoixante degrés, en fournit une indication bien ancienne; mais ne pourroit-on pas dire que les trois cents ſoixante jours formoient les douze mois, & que les cinq derniers jours additionnels ou épagomènes étant hors de rang, on n'en tenoit pas compte dans certaines circonſtances, quoiqu'on les connût

très-bien ? ne voit-on pas que même du temps de Ptoléinée, cent ans après l'Ère vulgaire, on comptoit tous les mois de trente jours, quoique l'année en eût trois cents ſoixante-cinq ? J'ai peine à concevoir qu'on ait été long-temps à ſe tromper de cinq jours ſur la durée de l'année, auſſi-tôt qu'on eut obſervé les levers héliaques des différentes Étoiles.

Du moins les Égyptiens faiſoient remonter juſqu'à une antiquité fabuleuſe, l'origine de l'année de trois cents ſoixante-cinq jours : c'étoit Mercure qui avoit joué aux dés avec la Lune (Plutarque, *tome II, p. 355, édition de Paris, 1624.* Diodore, *liv. I, pag. 17, édition de 1745).* Le Syncelle, *(p. 123, édition de Paris, 1652)* dit qu'un Roi d'Egypte nommé Aſeth, avoit réglé l'année égyptienne à trois cents ſoixante-cinq jours, & qu'avant lui elle n'en avoit eu que trois cents ſoixante; mais on ne peut ſavoir en quel temps vivoit Aſeth.

Newton, dans ſa Chronologie, prétend que l'année de trois cents ſoixante-cinq jours fut établie en Egypte, ſous le règne d'Amenophis, huit cents quatre-vingt-quatre ans avant Jéſus-Chriſt, ſoixante-douze ans après la mort de Séſoſtris; que c'étoit en mémoire de cet établiſſement, que l'on avoit placé dans le *Memnonium* un cercle d'or de trois cents ſoixante-cinq coudées de tour, dont chacune répondoit à un jour de l'année, & où pour chaque jour étoient marqués les levers des Étoiles, ſuivant Diodore de Sicile, *liv. I, page 30;* mais Fréret qui a ſi bien réfuté le ſyſteme chronologique de Newton, ſoutient que Oſimandyas, roi de Thèbes, dont le tombeau étoit environné par ce cercle dont il s'agit, étoit plus ancien que Séſoſtris *(Défenſe de la Chronologie, p. 387;* il fait Séſoſtris contemporain de Moyſe, quinze cents ſoixante ans avant Jéſus Chriſt *(ibid. page 247).* M. Goguet, *tome II, page 255,* eſtime qu'Oſimandyas vivoit vers le temps de la guerre de Troie, douze cents quatre-vingt-quatre ans avant Jéſus Chriſt; il y a donc apparence qu'à cette époque on avoit déjà fait l'année de trois cents ſoixante-cinq jours. Mais on fut enſuite bien long-temps avant

que de penſer à y ajouter un quart de jour, & avant que de connoître l'erreur de ſix heures: c'eſt ce que je vais diſcuter, en faiſant voir que pluſieurs Auteurs ſe ſont trompés ſur l'époque de cette découverte.

Le Syncelle nous dit que l'ancienne Chronique égyptienne comptoit trente-ſix mille cinq cents vingt-cinq ans depuis le règne du Soleil juſqu'à celui d'Alexandre; les Égyptiens attribuoient à Mercure trente-ſix mille cinq cents vingt-cinq traités, & il eſt ſûr qu'ils attachoient à ce nombre quelque ſignification cachée *(M. Fréret, page 230)*. M. Dupuis, Profeſſeur de Rhétorique, croit que cela ſignifioit les trois cents ſoixante-cinq jours & un quart exprimés en décimales, & cela ſuppoſeroit la connoiſſance du quart de jour; mais on ne peut pas ſavoir à quelle époque remontoit la fable des trente-ſix mille cinq cents vingt-cinq ans. Le Syncelle dit que ce nombre marquoit les années de la révolution des Étoiles par rapport aux équinoxes; mais comme cet Auteur étoit fort ignorant en Aſtronomie, il n'eſt pas étonnant qu'il ſe ſoit trompé ſur cet article. M. Baër croit que c'étoit des mois lunaires; *Eſſai ſur les Atlantiques; Paris, 1765*. M. Boulanger croit cependant que ce n'étoit que le produit de 1461 par 25, ce qui donnoit trente-ſix mille cinq cents années ſolaires, c'eſt-à-dire, un cycle rond formé d'autant de ſiècles qu'il y a de jours dans l'année. Quoi qu'il en ſoit, ce nombre myſtérieux ne prouve pas qu'on connût le quart de jour ſeulement ſix cents ans avant Jéſus-Chriſt.

Le cycle caniculaire de quatorze cents ſoixante ans, ou la période ſothiaque qui ramenoit les levers des Étoiles aux mêmes ſaiſons de l'année, indique la connoiſſance du quart de jour; mais ce cycle ne me paroît pas avoir été connu dans la haute antiquité. M. de la Nauze, qui a donné une hiſtoire du Calendrier Égyptien, dans les *Mémoires de l'Académie des Inſcriptions, tome XIV, page 334*, fixe cette découverte à l'année 1322, qui eſt celle où le lever de Sirius concouroit avec le premier jour du mois Thoth, & qui fut la première année du cycle caniculaire dont les années ſont employées

employées par Cenſorinus; mais il a déjà été réfuté par M. Dupuy, Secrétaire de l'Académie des Inſcriptions, dans le *tome XXIX* des Mémoires de cette Académie. M. Goguet adopte le même ſyſtème, *tome II, page 256.* M. Fréret, *(Défenſe de la Chronologie, page 400)*, eſt du même avis: il va même plus loin, & trouvant des indices du cycle précédent qui avoit dû commencer deux mille ſept cents quatre-vingt-deux ans avant Jéſus-Chriſt *(page 247)* il penſe que le cycle qui avoit commencé l'an 1322, ne fut pas le plus ancien ni celui au commencement duquel on avoit établi l'uſage de l'année vague de trois cents ſoixante-cinq jours; mais de ce que Manethon, Cenſorin, Clément d'Alexandrie, ſe ſervent de ce cycle, il ne s'enſuit pas qu'on le connût déjà treize cents vingt-deux ans avant Jéſus-Chriſt; & quant aux inductions que M. Fréret tire des livres de Moyſe, elles prouveroient tout au plus, que l'uſage de l'année de trois cents ſoixante-cinq jours, avoit lieu du temps de Moyſe, né, ſelon lui, l'an 1589. Les Juifs avoient une année civile ancienne, qui commençoit en automne comme celle des Égyptiens, & une année religieuſe, depuis l'Exode; celle-ci commençoit à la nouvelle Lune qui précédoit l'équinoxe du printemps; mais les équinoxes, les ſolſtices, le lever de Sirius, étoient des choſes aſſez faciles à obſerver pour qu'on en eut fait des époques, & cela ne prouve pas qu'on connût déjà la durée de l'année à quelques heures près, ni qu'on connût la différence de l'année vague de trois cents ſoixante-cinq jours, & de l'année ſydérale de trois cents ſoixante-cinq jours & un quart. *Voyez* auſſi Pockocke dans ſes notes ſur Abulfaradge.

L'année vague étoit l'année religieuſe, qui ſervoit à régler les fêtes & les ſacrifices; l'année civile régloit la culture des terres & le payement des impôts. *(Vettius Valens, Anthol. liv. I)* Le commencement en étoit marqué par le lever héliaque de Sothis ou Sirius. *(Porphirius, de antro nympharum, Bainbrigius, de anno caniculari, c. IV, p. 26.* M. Fréret, *p. 393)*. Mais on ignore à quelle époque la différence de

ces deux années a été bien connue : les Auteurs d'après lesquels on fait remonter aussi haut la découverte du cycle caniculaire, sont des Auteurs de deux ou trois cents ans avant Jésus-Christ, qui s'en servoient, mais qui ne disent point qu'on s'en fût servi à l'époque à laquelle ils remontent par le calcul.

M. Dupuy, dans les *Mémoires de l'Académie des Inscriptions, tome XXIX, page 114*, fait voir qu'il est douteux que même au temps d'Hérodote, quatre cents cinquante ans avant Jésus-Christ, on connût d'autre année que celle de trois cents soixante-cinq jours, & qu'on sût en Égypte, la différence de l'année fixe à l'année vague, qui est d'environ six heures.

On voit dans Hérodote, *liv. I*, que Solon donnoit trente jours à chaque mois, & qu'il croyoit qu'en intercalant un mois tous les deux ans, on assignoit des limites au retour des Saisons. Cependant il y avoit neuf jours & trois quarts de trop dans cette méthode, connue sous le nom de *Trieteride*. L'on voit aussi dans Hérodote, qu'il ignoroit le quart de jour dont l'année fixe surpasse l'année vague *(Liv. II, page 57, édit. Henr. Steph. 1570)*. Ce n'est que Geminus, qui vivoit du temps de Cicéron, & Censorinus, l'an 238 après Jésus-Christ, qui parlent du cycle caniculaire de quatorze cents soixante-une années vagues ; les Égyptiens croyoient qu'elles faisoient quatorze cents soixante années, tant tropiques que sidérales, & que cette période devoit ramener le commencement de leur année civile au lever de la canicule, où ils avoient fixé le commencement de leur année tropique *(Censorinus, cap. 18)*. Mais il y avoit une erreur de trente-six ans ou de quarante-sept, dans cette grande année sidérale ou sothiaque, trente-six ans pour les levers des étoiles, & quarante-sept pour les saisons. L'année tropique avoit environ vingt jours d'avance sur l'année sidérale à la fin de leur prétendue période caniculaire de quatorze cents soixante-une années égyptiennes, civiles ou vagues ; car, en divisant trois cents soixante-cinq jours par $5^h\ 48'\ 48''$, & par $6^h\ 9'\ 10''$, on trouve 1506,9 & 1423,7 pour les

deux périodes, c'eſt-à-dire, quarante-ſept ans de plus pour l'une, & trente-ſix ans de moins pour l'autre.

Ainſi, dans le temps même où l'on faiſoit uſage du cycle caniculaire, on en connoiſſoit fort mal la durée; ce qui n'annonce pas une haute antiquité pour la découverte du quart de jour.

Geminus *(page 19)* cite Ératoſthène, comme ayant donné la raiſon du cycle de quatorze cents ſoixante ans; on connoiſſoit donc alors le quart de jour; ainſi c'eſt vers le temps de Platon, quatre-vingts ans après Hérodote, ou trois cents ſoixante-dix ans avant Jéſus-Chriſt, qu'on a été certain de cette différence.

M. Fréret, dans ſa défenſe de la Chronologie *(pages 247 & 400)* entreprend de prouver que les Égyptiens connoiſſoient déjà la période ſothiaque. M. Bailly, dans ſon Hiſtoire de l'Aſtronomie, dit auſſi que Manethon donne lieu de croire que la période ſothiaque remontoit à deux mille ſept cents quatre-vingt-deux ans, & il regarde l'obſervation du quart de jour comme prouvant dans les obſervations la plus haute antiquité *(page 182)*. Mais c'eſt parce que Manethon, deux cents quatre-vingts ans avant Jéſus-Chriſt, s'en étoit ſervi pour calculer ſon Hiſtoire d'Égypte; c'eſt comme ſi l'on vouloit prouver que le Calendrier Julien étoit connu il y a ſix mille ans, parce que nous comptons les années de la création du Monde ſur le Calendrier Julien; nous nous ſervons même de la période Julienne qui eſt encore plus moderne; mais il n'y a pour le quart de jour aucune autorité, puiſque les Auteurs les plus anciens, les plus inſtruits, comme Platon & Hérodote, n'en parlent point.

Cependant on a cité Platon à ce ſujet, mais il ne connut jamais cette période, ni même celle de la préceſſion des Équinoxes; & il ne parle qu'en général de la période inconnue, qui ramèneroit les Aſtres dans les mêmes circonſtances: c'eſt ce qu'on a appelé la *grande année Platonique*; voici ce qu'il en dit: *Eſt tamen intellectu facile quòd perfectus numerus temporis, perfectum tunc demum complcat annum cum*

octo ambitus confectis ſuis curſibus, quos orbis ille ſemper idem ſimiliterque procedens metitur, ad idem ſe caput retulerunt. (Plato in Timæo.)

Voyez encore Ciceron, *Somn. Scip.* Plutarque, *de Plac. Philoſ.* l. II, c. 32.

C'étoit une opinion générale qu'il y avoit une grande année qui renfermoit en elle le principe & la fin de tous les Etres, leur changement & leur renouvellement; cette idée phyſique, morale ou ſuperſtitieuſe, fut mêlée avec des idées aſtronomiques, & forma cette grande année appelée *Platonique*, qui a lieu ſuivant Ciceron *(de Nat. Deor. liv. II)*, lorſque le Soleil, la Lune & les cinq Planètes reviennent à la même ſituation; quelques-uns diſoient que tout ce qui arrive dans le monde recommenceroit alors dans le même ordre. Il y en a qui faiſoient la grande année de 9 mille ans, de 12, de 15, de 24, de 36, de 49, de 100, de 300, de 470 mille, & même de 1 753 200, de 4 320 000 & de 6 570 000 ans. Voyez, au ſujet de la grande année, Joſ. Scaliger, *in Canon. Iſagog. p. 252;* & M. de la Nauze, *Mémoires de l'Acad. des Inſcriptions, t. XXIII.* M. Dupuis a expliqué d'une manière fort heureuſe la période indienne de 4 320 000 ans, en faiſant voir que ce n'étoit que l'expreſſion des douze ſignes multipliés par les 360 jours de l'année, en mettant douze mille au lieu de 12, ſuivant l'uſage des fables orientales. *Mercure de France du 14 Juin 1783.*

On croit que c'eſt cette grande année Platonique dont parle Virgile, *Égl. 4. v. 5 & 36.*

Magnus ab integro ſæclorum naſcitur ordo.....
Atque iterum ad Trojam magnus mittetur Achilles.

D'autres croient que *magnus* ſignifie ſeulement illuſtre, & que la ſuite n'eſt qu'une manière de dire que le Siècle d'or naîtroit après la paix qui venoit d'être conclue à Pouzol, quarante ans avant Jéſus-Chriſt, entre Octave & le fils de Pompée : mais il ſeroit poſſible que Virgile, d'après les traditions anciennes, eût voulu dire que les

évènemens fabuleux recommenceroient dans le même ordre, puiſque les évènemens, tels que le Siècle d'or, le Voyage des Argonautes, les Travaux d'Hercule, ne ſont que des allégories tirées des ſituations des Étoiles, & doivent par conſéquent recommencer quand ces ſituations, ſe retrouvant les mêmes au bout de 25 mille 750 ans, produiront les mêmes phénomènes, ainſi que M. Dupuy l'a fait voir aſſez au long dans le Mémoire que j'ai cité. On appliqua même ces idées de rénovation générale à la durée de l'année ordinaire qui renouvelle les ſaiſons, & on lui donna auſſi le nom de *grande année*, par comparaiſon avec la révolution lunaire d'un mois.

Interea magnum Sol circumvolvitur annum. Æn. III, 284.

Ainſi du temps même de Platon, on ne connoiſſoit ni le quart du jour, ni la période caniculaire, quoiqu'en diſent pluſieurs Savans.

Avant le temps d'Hipparque, il étoit très-difficile de déterminer la durée de l'année, parce qu'on n'obſervoit point les équinoxes, mais ſeulement les ſolſtices qui ſont difficiles à obſerver exactement. Pour le prouver, j'obſerve 1.° que Ptolémée ne put trouver des équinoxes plus anciens que ceux d'Hipparque, pour les comparer avec les ſiens; 2.° que Hipparque, dans un paſſage cité par Ptolémée, ſe ſert d'un ſolſtice plus ancien; 3.° Ptolémée lui-même ſe ſert d'un ſolſtice obſervé cinquante-ſept ans avant lui, par Euctémon, l'an 432 avant Jéſus-Chriſt, en convenant expreſſément de la difficulté d'obſerver les ſolſtices; 4.° l'uſage des gnomons étoit beaucoup plus ancien que celui des armilles, parce qu'il étoit plus naturel & plus ſimple; 5.° les gnomons donnoient facilement & directement les ſolſtices: ainſi il eſt évident qu'on a dû ſe borner long-temps à ces obſervations; mais elles n'étoient pas ſuſceptibles de préciſion, voilà pourquoi l'on ignora, juſqu'au temps d'Hipparque, la diminution qu'il y avoit à faire au quart de jour.

Il paroît donc qu'environ trois cents ans avant l'Ére chré-

tienne, on croyoit l'année de trois cents ſoixante-cinq jours & un quart; Méton la crut même un peu plus grande, nous ignorons ſur quel fondement. Ce furent les obſervations faites à Alexandrie, qui commencèrent à donner le goût de la préciſion, & Hipparque vers l'an 160 avant l'Ére vulgaire, s'aperçut qu'il y avoit quelque choſe à ôter du quart du jour.

Ainſi la plus ancienne détermination que l'on ait de la durée de l'année, eſt celle d'Hipparque, rapportée dans l'Almageſte de Ptolémée *(liv. III, ch. 2)*. Dans un livre fait exprès ſur la grandeur de l'année, Hipparque comparoit un ſolſtice obſervé par Ariſtarque, deux cents quatre-vingts ans avant l'Ére vulgaire, avec celui qu'il avoit obſervé lui-même après un intervalle de cent quarante-cinq ans, & il trouva qu'il étoit arrivé douze heures plus tôt que ne l'exigeoit le quart de jour. Dans un autre livre ſur les mois & les jours intercalaires, il parloit de la durée de l'année qui étoit, ſuivant Méton & Euctémon, de trois cents ſoixante-cinq jours & un quart, avec quelque choſe de plus.

Suivant l'édition grecque, *page 63*, il y a $o\bar{s}$ qui ſignifie $70\frac{1}{2}$, c'eſt-à-dire $\frac{1}{70\frac{1}{2}}$ de jour de plus : le P. Riccioli paroît avoir lû *76* au lieu de *70*. Dans l'édition de 1515 il y a 365 *dies & quarta & una pars 76 partium & medietas diei unius.* Dans l'édition de 1551, cette addition manque totalement. Mais ce qui éclaircit la différence entre ces trois éditions, c'eſt ce que dit Hipparque un peu plus bas, que Méton avoit cinq jours de plus en trois cents ans, & Calippus un jour ſeulement; ce paſſage eſt uniforme dans les trois éditions; or, un jour ſur trois cents ans, fait 4′ 48″ ſur chaque année, donc cinq jours font encore 20′ 12″ de plus : ainſi Méton la ſuppoſoit de $365^j\ 6^h\ 20'\ 12''$, il ſembleroit que cela ſe rapportât à l'année ſidérale, qui doit avoir 20 minutes de plus que l'année tropique; mais je doute que du temps d'Euctémon l'on connût cette différence. Cette quantité 20′ 12″ eſt $\frac{1}{71\frac{1}{4}}$ du jour; ainſi je crois qu'il

faut lire plutôt $70\frac{1}{2}$ que $76\frac{1}{2}$, pour accorder le premier passage avec le second.

Hipparque ajoutoit dans le même Livre sur les mois & les jours : « Nous avons trouvé le même nombre qu'eux pour « les mois solaires contenus dans dix-neuf ans ; mais nous avons « trouvé que l'année anticipoit de la trois centième partie d'un « jour : suivant Meton, il manque cinq jours en trois cents « ans; suivant Calippus, c'est un jour seulement. J'ai écrit sur « la durée de l'année, un Livre où je démontre que l'année « solaire, c'est-à-dire, le temps dans lequel le Soleil revient « au solstice ou à l'équinoxe, ne contient pas trois cents soi- « xante-cinq jours & un quart, comme l'estiment les Mathé- « maticiens, mais qu'il s'en faut la trois centième partie d'un « jour. »

Ptolémée, après avoir rapporté le passage d'Hipparque, ajoute : si nous partageons un jour en trois cents parties, nous trouverons douze parties sexagésimales secondes, qui étant ôtées de trois cents soixante-cinq jours & quinze parties premières, il restera pour la durée de l'année $365^j\ 14\ 48$. Cette quantité réduite en heures, minutes & secondes, suivant notre manière de compter, fait $365^j\ 5^h\ 55'\ 12''$. Ainsi Hipparque diminua l'année de $4'\ 48''$; mais il y a encore $6'\ 24''$ de trop dans sa détermination. Cependant Ptolémée dit que c'est aussi à très-peu-près ce qu'il a trouvé par beaucoup d'observations; mais il paroît que Ptolémée se servoit des observations d'Hipparque & de ses résultats, en sorte que la détermination précédente tire toute sa valeur de l'autorité d'Hipparque. Il paroît que la raison pour laquelle Ptolémée admit la durée de l'année établie par Hipparque, c'est qu'elle étoit commensurable avec le cycle lunaire de Méton; mais comme celui-ci étoit trop long, l'année se trouva aussi trop longue de 6 minutes. Ptolémée rempli de respect & d'admiration pour Hipparque, & se défiant de lui-même, comme le dit Boulliaud (*Astronom. philolaica, pag. 73*), ne crut pas pouvoir mieux faire que de s'en tenir aux déterminations d'Hipparque : mais pourquoi faire

ſemblant de les avoir trouvées par ſes propres obſervations ? c'eſt un reproche qu'on lui fera dans tous les temps, comme d'avoir quelquefois changé les temps des obſervations pour les accorder avec ſes hypothèſes.

On ne connut, pendant pluſieurs ſiècles, d'autre Aſtronomie que celle de Ptolémée, ni d'autre détermination de l'année, que celle dont nous venons de parler; mais enfin les Arabes furent à portée de reconnoître l'erreur, lorſqu'ils comparèrent leurs obſervations avec celles d'Hipparque : auſſi dans Albategnius qui vivoit en 880, on ne trouve plus que $365^j\ 5^h\ 46'\ 24''$, & dans les Tables alphonſines compoſées en 1252 par Iſaac Hazan, par ordre du Roi de Caſtille, Alphonſe X, ſurnommé *le Sage*, la durée de l'année eſt de $365^j\ 5^h\ 49'\ 16''$, ce qui approche beaucoup de ce que nous trouvons actuellement : c'eſt celle-ci qui fut adoptée par Copernic & par les réformateurs du Calendrier, ſous Grégoire XIII, en 1582, *Clavius Romani Calendarii explicatio, pag. 65, edit. 1612, in-folio.* Mais comme il n'y a pas une demi-minute de trop, le Calendrier Grégorien n'en eſt pas moins très-exact, relativement aux uſages de la ſociété, c'eſt-à-dire, propre à ramener les ſaiſons aux mêmes jours du mois.

Après avoir fait l'hiſtoire de nos connoiſſances dans cette partie de l'Aſtronomie, je paſſe à la recherche de la durée exacte de l'année.

Pour la déterminer par les plus anciennes obſervations, on ne peut rien trouver de mieux que les neuf équinoxes obſervés par Hipparque, & rapportés dans l'Almageſte de Ptolémée, *liv. III, c. I, p. 60 de l'édition grecque; p. 57 de l'édition de 1551;* & *fol. 27 de l'édition de 1515.* Tous les Auteurs s'en ſont ſervis, mais il me ſemble qu'on ne les a pas diſcutés dans toutes leurs circonſtances; on a préféré tantôt les uns, tantôt les autres, & je crois qu'il eſt néceſſaire de les examiner tous, de les comparer, de les rectifier les uns par les autres, & d'en tirer un réſultat qui les renferme tous; c'eſt ce que je vais faire, après avoir rapporté dans ſon entier

le

le paſſage de Ptolémée, je l'ai traduit d'une manière plus exacte & plus intelligible que George de Trebizonde, en rapprochant de l'édition grecque le texte rectifié par Boulliaud, dans ſon *Aſtronomia philolaica, pag. 61*, d'après les manuſcrits de la Bibliothèque du Roi, & d'après la traduction faite ſur l'Arabe, & imprimée en 1515; il y a dans celle-ci pluſieurs phraſes différentes, mais dont quelques-unes ſervent à l'intelligence du texte.

« La dix-ſeptième année de la troiſième période de Calippus, le 30 du mois Meſori, l'équinoxe arriva environ au coucher « du Soleil. Trois ans après, c'eſt-à-dire la vingtième année, il « arriva le premier des jours intercalaires, au matin; il auroit « dû arriver à midi, ainſi la différence fut d'un quart de jour; « mais l'année ſuivante, c'eſt-à-dire, la vingt-unième, il arriva « à ſix heures, ce qui s'accorde exactement avec l'obſervation « précédente. Onze ans après, c'eſt-à-dire, la trente-deuxième « année, ce fut le troiſième des jours intercalaires, au milieu « de la nuit, & il auroit dû arriver le quatrième au matin, « ainſi la différence fut encore d'un quart de jour. L'année « ſuivante, qui étoit la trente-troiſième, il arriva le quatrième « des jours intercalaires au matin, ce qui s'accorde encore « exactement avec l'obſervation précédente. Trois ans après, « c'eſt-à-dire, la trente-ſixième année, ce fut le quatrième « jour intercalaire au ſoir; cet équinoxe auroit dû arriver au « milieu de la nuit: donc la différence fut encore d'un quart « de jour. »

Ptolémée rapporte enſuite des équinoxes de printemps, obſervés par Hipparque avec le même ſoin: « la trente-deuxième année de la troiſième période de Calippus, le 27 « du mois Mechir, au matin, il dit que l'armille d'Alexandrie « fut éclairée également des deux côtés, environ à cinq heures, « & que cet équinoxe obſervé d'une autre manière, parut « différer d'environ cinq heures; il dit que toutes les obſer- « vations ſuivantes, juſqu'à l'année 37, s'accordent, en y « ajoutant un quart de jour; mais il ajoute que onze ans après, « c'eſt-à-dire, la quarante-troiſième année, & le 29 du mois «

» Mechir, l'équinoxe arriva après le milieu de la nuit qui » précèda le 30; ce qui s'accorde & avec l'obſervation de la » trente-deuxième année, & avec celles des années ſuivantes, » juſqu'à la cinquantième; car il arriva le 1.^cr du mois Fame- » noth, au coucher du Soleil, un jour & trois quarts environ » après celui de l'année 43, ce qui convient parfaitement à l'eſpace de ſept ans. »

Ces équinoxes que l'Auteur eſtimoit exacts à un quart de jour près, ne le ſont véritablement qu'à un demi-jour près, à cauſe de l'effet des réfractions; mais je vais diſpoſer ces neuf équinoxes par ordre de date, & je diſcuterai les circonſtances de chacun.

I. Le plus ancien de tous ces équinoxes, eſt celui de l'année 17 de la troiſième période Calippique, ou l'an 586 de Nabonaſſar, qui, rapporté au Calendrier Julien, tombe au 27 Septembre 161 avant l'ère vulgaire, ſuivant la manière de compter uſitée parmi les Aſtronomes, qui mettent une année de plus que les Chronologiſtes ordinaires: cet équinoxe arriva le ſoir, c'eſt-à-dire, vers les ſix heures, à Alexandrie; j'en ôte $1^h\ 52'$, pour réduire l'obſervation au Méridien de Paris, & 7 minutes pour l'équation du temps, & j'ai $4^h\ 1'$ pour le temps moyen réduit à Paris.

Cet équinoxe eſt cité une ſeconde fois dans le même chapitre de l'Almageſte, comme étant au nombre des obſervations les plus exactes d'Hipparque.

Cependant en calculant le lieu du Soleil pour ce mouvement-là, par les Tables de la Caille, qui ſuppoſent la durée de l'année $365^j\ 5^h\ 48'\ 49''$, on trouve $33' \frac{1}{2}$ de trop; auſſi M. Caſſini, comparant cet équinoxe avec un de ceux qu'il avoit obſervés, ne trouve que $365^j\ 5^h\ 48'\ 24''$, au lieu de $48''$; ce qui fait voir que cet équinoxe a été marqué trop tard par rapport aux autres.

La réfraction élevant le Soleil, doit en effet retarder les équinoxes d'automne, & avancer ceux du printemps; & comme la réfraction en déclinaiſon ſous la latitude d'Alexandrie, eſt d'environ 16 minutes $\frac{1}{2}$ à l'horizon, cela feroit

ſeize heures de retard ; mais il paroît par le calcul de l'équinoxe cinquième qu'on verra ci-après, qu'on obſervoit une demi-heure avant le coucher du Soleil : alors l'effet de la réfraction n'eſt plus que 5 minutes $\frac{1}{2}$; le retard n'eſt que de 5 heures $\frac{1}{2}$, ce qui fait douze minutes $\frac{1}{2}$ ſur la longitude du Soleil au temps du véritable équinoxe. Ainſi en le ſuppoſant arrivé cinq heures & demie plus tôt, l'erreur des Tables ne ſeroit que 21 minutes, c'eſt-à-dire, que la correction à faire aux Tables, eſt de — 21 minutes ; mais ſi le véritable équinoxe étoit arrivé 5 heures & demie plus tôt, on auroit dû le voir à midi. Il y a donc apparence que cette fois-là, on ne fut pas très-attentif pendant le cours de la journée ; peut-être qu'ayant vu le matin qu'il s'en falloit beaucoup que l'armille ne fût éclairée également des deux côtés, on négligea d'y regarder à midi ; & le ſoir on vit l'équinoxe trop tard à cauſe de la réfraction. Cet équinoxe diffère beaucoup du 7.e qui fut obſervé dans les mêmes circonſtances ; il diffère d'un jour entier des équinoxes 5, 8 & 9, l'on ne peut pas l'en rapprocher en ſuppoſant que les armilles étoient trop inclinées, comme nous rapprocherons ci-après le 3.e du 5.e, parce que vers l'horizon, cet effet n'eſt pas ſenſible ; on ne peut pas remédier à ce retard en ſuppoſant que l'armille étoit trop vers le midi du côté du couchant, parce que les équinoxes 2 & 6 auroient été vus beaucoup trop tard, & on augmenteroit leur diſcordance par rapport aux équinoxes 5, 8 & 9. Enfin cet équinoxe eſt le ſeul des équinoxes d'automne, qu'on ne peut par aucune conſidération rapprocher des autres ; & il me ſemble qu'il devroit être rejeté : mais il y a des équinoxes du printemps qui s'éloignent à peu-près autant ; ce qui fait que je n'oſe exclure le premier de la comparaiſon générale que je vais faire.

II. L'équinoxe ſuivant, arrivé le matin, répond au 26 Septembre 158, à 16^h 1′, temps moyen à Paris ; & la correction des Tables eſt — 20 minutes ; Ptolémée dit qu'il auroit dû arriver à midi, d'après l'équinoxe précédent :

ce devroit être plutôt 26 minutes avant midi ; mais comme il obſervoit, ſelon les apparences, une demi-heure avant le coucher du Soleil, celui-ci auroit dû arriver environ une heure avant midi. La différence peut venir en partie de ce que le premier fut obſervé plus près de l'horizon, ou la réfraction étoit plus grande. Ce ſecond équinoxe ayant été obſervé le matin, auroit dû paroître réellement à minuit ; il ſemble même d'après le ſixième équinoxe qu'on verra ci-après, qu'il étoit arrivé dès le ſoir précédent ; mais alors la réfraction faiſoit paroître le Soleil trop au nord. Puiſqu'il ne s'accorde pas avec le ſixième, il y a apparence qu'il fut obſervé plus près de l'horizon : il y avoit plus long-temps que le vrai équinoxe étoit paſſé ; il faut donc préférer le ſixième, faire ſur le ſecond une correction pour la réfraction, d'environ 15 minutes, ce qui réduira l'erreur des Tables à — 5 minutes.

Riccioli ſe ſert de cet équinoxe pour le comparer avec celui qu'il avoit obſervé en 1646 *(Almag. novum, I, p. 138)* ; mais auſſi il trouve pour la durée de l'année, $365^j\ 5^h\ 48'\ 41''\frac{1}{2}$, c'eſt-à-dire une durée trop petite, comme on le verra bien-tôt.

III. L'équinoxe arrivé l'année ſuivante, à midi, ou le 26 Septembre 157, à $22^h\ 1'$, temps moyen, à Paris, donne pour la correction des Tables — 20 minutes ; comme il n'étoit pas affecté de la réfraction, il a été choiſi par Boulliaud *(Aſtronom. philolaica, liv. II, cap. 2)* ; & par Riccioli *(Almag. I, 138)*, qui le compare avec celui du 22 Septembre 1643, & il trouve 39 ſecondes, au lieu de $41''\frac{1}{2}$. Mais il faut remarquer que cet équinoxe s'accorde avec le précédent, quoique celui-ci fût affecté de la réfraction ; il y a donc une erreur dans l'une des deux obſervations : or en comparant celui-ci avec le cinquième qui eſt un équinoxe de printemps, arrivé auſſi vers midi, on peut les rectifier l'un par l'autre ; pour cela il ſuffit de ſuppoſer que les armilles étoient trop baſſes de 9 minutes, par ce moyen l'on aura l'équinoxe d'automne 9 heures plus tôt, & celui du printemps

9 heures plus tard, & ils ſeront preſque d'accord : il eſt vrai qu'alors ils différeront beaucoup des équinoxes 8 & 9, qui cependant s'accordent entr'eux ; mais ceux-ci ayant été obſervés près de l'horizon, ne ſont pas auſſi ſûrs que ceux qui ſont arrivés vers midi ; & comme les équinoxes 8 & 9, ſont des équinoxes de printemps, on ne peut pas les corriger l'un par l'autre : pour faire au troiſième équinoxe la correction que je viens d'indiquer, il faut ôter $22' \frac{1}{2}$ de la longitude, & l'erreur des Tables deviendra $+ 2' \frac{1}{2}$.

Riccioli voyant que le ſecond équinoxe qui tomba au lever du Soleil, s'accorde avec le troiſième qui arriva vers midi, conjecture que Hipparque jugea par l'obſervation du 26, à midi, que l'équinoxe devoit arriver le 27, vers le lever du Soleil ; il en conclut que Hipparque déterminoit ſes équinoxes par les obſervations méridiennes ; par exemple, le 26, il avoit vu la concavité boréale, trois fois plus éclairée à midi, que ne le fut le 27, la cavité auſtrale ; il jugea que par conſéquent l'équinoxe du 27 devoit être trois fois plus près du midi que celui du 26. En effet, dit le P. Riccioli, s'il avoit déterminé l'équinoxe par l'obſervation faite vers l'horizon, le 27 au matin, la réfraction auroit retardé l'équinoxe de plus de 6 heures ; le vrai équinoxe devroit être placé, le 26, à 12 heures, & l'année ſe trouveroit trop longue de 6 heures ; c'eſt ainſi, dit le P. Riccioli, que nous avons établi cet équinoxe d'Hipparque par celui de l'année ſuivante (*Almag. novum I, pag. 139*). Ce raiſonnement n'étant fondé que ſur l'accord de ces deux équinoxes, il eſt détruit par la diſcordance des autres que je viens de faire voir ; d'ailleurs, Hipparque n'ayant aucune raiſon de ſoupçonner dans les obſervations horizontales, l'erreur de la réfraction, n'avoit pas de motif pour choiſir de préférence les obſervations méridiennes.

Comme la réfraction horizontale pouvoit produire juſqu'à 16 heures d'erreur dans les équinoxes, elle ſert à expliquer les différences d'un jour, plus ou moins, qu'il y a entre les trois équinoxes du printemps & les trois premiers équinoxes

d'automne, & par conſéquent on ne peut pas dire que l'on obſervât toujours à midi; ſi cela eût été, on auroit préféré l'uſage des gnomons, qui étoit déjà très-ancien; & c'eſt au contraire vraiſemblablement pour ne pas être borné aux obſervations de midi, qu'Ératoſthène imagina les armilles d'Alexandrie.

IV. La trente-deuxième année de la troiſième période Calippique, ou l'année 601 de Nabonaſſar, entre le troiſième & le quatrième des jours intercalaires, l'équinoxe fut eſtimé à minuit, ce qui répond au 26 Septembre $10^h\ 1'$; l'erreur des Tables eſt — 10 minutes; cet équinoxe eſt employé de nouveau *(Almag. lib. III, p. 59)*, comme ayant été très-exactement obſervé, & l'on y trouve la date de l'année 178 de la mort d'Alexandre, elle eſt ainſi dans l'édition grecque & dans les manuſcrits; mais Boulliaud *(page 64)* fait voir qu'il faut lire 177, parce que les années Calippiques commençoient au ſolſtice d'été; il le prouve auſſi par l'intervalle de cent ſoixante-dix-huit jours ſix heures, qu'il y a de cet équinoxe au ſuivant; il ſuppoſe que l'on avoit obſervé un quart d'heure avant le coucher du Soleil, & un quart d'heure après le lever, & il en conclut que le véritable équinoxe étoit arrivé une heure deux minutes avant le coucher du Soleil *(page 65)*, ou même deux heures *(page 67)*; mais dans le dernier paſſage il ſe ſert d'une hypothèſe ſur le mouvement de l'apogée du Soleil.

Pour que Hipparque ait jugé l'équinoxe à minuit, il faut que le 26 au ſoir il ait vu le Soleil au nord des armilles, & le 27 au matin du côté du midi, de la même quantité; mais le ſoir il devoit être au nord en vertu de la réfraction. Suppoſant donc la hauteur du Soleil & la réfraction égales dans les deux obſervations, & le changement diurne du Soleil en déclinaiſon étant de 23 minutes, il s'enſuit qu'il avoit environ 6 minutes de réfraction dans chaque obſervation, ce qui ſuppoſe encore qu'on n'obſervoit qu'une demi-heure après le lever ou avant le coucher du Soleil. Je me contenterai donc de ſuppoſer la réfraction de 6 minutes, & j'ôterai

15 minutes de la longitude calculée, & l'erreur des Tables ſera + 5 minutes.

V. Le cinquième équinoxe eſt remarquable en ce qu'il fut obſervé deux fois dans la même matinée, ſavoir après le lever du Soleil, & enſuite à la cinquième heure, ou à 11 heures du matin; cette double obſervation eſt déſignée très-brièvement dans l'édition grecque; dans la verſion latine faite d'après l'arabe, *édition de 1515, fol. 27*, elle y eſt plus expliquée : *Equalitas vernalis fuit in 27 die menſis Meſir, in principio diei; jam enim tunc adheſit lumen duabus ſuperficiebus armillæ æneæ in Alexandriâ utrinque equaliter in horâ quintâ a circulo ad circulum rubeum, anteque diceret conſiderationes poſitas. Vidit ergo quia conſiderationes erant in unâ duarum equalitatum, ad ſuam ſimilem in conſiderationibus Mutaguetireti diverſificari, quòd erat inter duas conſiderationes ferè per quinque horas.* On comprend par cette paraphraſe, que l'équinoxe parut au commencement du jour & à la cinquième heure, c'eſt-à-dire à 11 heures du matin.

A la cinquième heure, la réfraction étoit de 30 ſecondes; en cinq heures le Soleil changeoit de 5 minutes en déclinaiſon; il faut donc que la réfraction fût de 5 minutes $\frac{1}{2}$ dans la première obſervation, pour cela il faut ſuppoſer que le Soleil étoit élevé de 5 degrés $\frac{1}{4}$, ce qui a lieu 24 minutes après ſon lever. Cela nous prouve encore que les obſervations ne ſe faiſoient pas exactement vers l'horizon; je ſuppoſerai donc comme M. Caſſini *(Élém. d'Aſtronom. pag. 212)* que l'équinoxe arriva le 23 Mars 145, à $23^h\ 55'$, ce qui fait $22^h\ 10'$ de temps moyen au Méridien de Paris : l'erreur ſe trouve par-là + 25 minutes; mais pour accorder cet équinoxe avec le troiſième il faut relever les armilles de 9 minutes, comme je l'ai expliqué; ou ajouter 22 minutes $\frac{1}{2}$ à la longitude, & l'erreur ſera de + 2 minutes $\frac{1}{2}$ ſeulement.

VI. La même année, l'équinoxe d'Automne fut obſervé le quatrième jour intercalaire au matin, ce qui revient au 26 Septembre 145 à $16^h\ 1'$, temps moyen. L'erreur des Tables

eſt — 11 minutes; ainſi cet équinoxe s'accorde bien avec le quatrième, comme le dit Ptolémée; mais à raiſon de la réfraction il parut trop tard; il étoit arrivé dès minuit, cependant il ſe trouve être encore plus retardé que le ſecond, obſervé dans pareille circonſtance; la différence vient ſans doute de ce que le ſecond aura été obſervé plus matin, plus près de l'horizon; il y avoit plus de réfraction, il y avoit donc plus long-temps que le véritable équinoxe étoit paſſé; ainſi je ne retrancherai que 10 minutes pour le ſixième, & l'erreur ſera — 1 minute.

VII. Celui de la trente-ſixième année de la troiſième période Calippique, répond au 26 Septembre de l'an 142, à 4^h 1′ de temps moyen, & l'erreur des Tables eſt + 3′. Ptolémée dit qu'il auroit dû arriver à minuit, ainſi il avança de ſix heures par rapport au ſixième; peut-être parce que le ſeptième fut obſervé avant que le Soleil fût près de l'horizon, où la réfraction l'auroit fait paroître trop tard; il paroît donc que celui-ci eſt exempt de réfraction. Cet équinoxe eſt comme le premier, mais il en diffère de 16 heures; s'il étoit arrivé cinq heures plus tôt il s'accorderoit mieux avec le cinquième & le neuvième, au-lieu que le premier en diffère d'un jour entier; mais puiſque nous avons quelques raiſons de croire que le ſeptième étoit exempt de réfraction, nous n'y ferons aucune correction.

VIII. L'an 43, le 29 du mois Mechir, l'équinoxe arriva vers le milieu de la nuit. C'eſt le 23 Mars 134 à 10^h 15′, & l'erreur des Tables eſt + 34 minutes. Ptolémée dit que cet équinoxe s'accorde avec le cinquième; & il n'y a en effet que 3 heures & demie de différence. Pour juger que l'équinoxe étoit arrivé à minuit, il faut que le 23 au ſoir on ait vu le Soleil trop au midi, & le 24 au matin trop au nord, de la même quantité ou de 6 à 7 minutes; pour cela il faut que l'équinoxe ſoit arrivé réellement le 24 au matin, car alors il aura été le 23 au ſoir de 12 minutes au midi, & par la réfraction de 5 minutes au nord: c'eſt-à-dire, qu'il aura paru 7 minutes au midi des armilles; il faut donc

donc ajouter 15 minutes à la longitude, & l'erreur ſera ſeulement + 19 minutes.

Mais, malgré ces corrections, le 8.e diffère beaucoup du 4.e quoiqu'obſervé dans les mêmes circonſtances, & puiſque le 4.e eſt cité comme très-bien obſervé, il y a lieu de croire que le 8.e mérite moins de confiance.

IX. Le dernier équinoxe d'Hipparque, rapporté à la 50.e année de la 3.e période, s'accorde avec le précédent, & tombe au 23 Mars 127, 4^h 15′, temps moyen, au méridien de Paris. L'erreur des Tables eſt + 31 minutes; mais comme il fut obſervé le ſoir, je puis augmenter la longitude de 15 minutes; l'erreur ſera + 16 minutes, & il s'accordera avec le précédent.

Si on le compare avec le 5.e en prenant l'obſervation du matin, ſans correction de réfraction, on voit qu'ils ne diffèrent que de $3^h \frac{1}{2}$, & comme le 9.e fut obſervé le ſoir, cela prouve que les armilles étoient bien orientées; car le 5.e arrivé le matin, auroit paru plus tôt; & le 9.e obſervé le ſoir, auroit paru plus tard ſi la partie orientale des armilles eût été trop au midi, & la partie occidentale trop au nord.

Si l'on raſſemble les erreurs des Tables pour les neuf équinoxes, ſans y faire aucune correction, on trouve la ſomme des erreurs poſitives à peu-près égale à la ſomme des erreurs négatives; en ſorte que la durée de l'année ſuppoſée $365^j\ 5^h\ 48'\ 49''$, ſatisfait à ces neuf obſervations: mais il en faut ôter 3 ſecondes pour l'inégalité dont nous parlerons bien-tôt, & l'on aura 46 ſecondes ſeulement pour le ſiècle où nous ſommes.

En retranchant le premier équinoxe, on trouveroit 50 ſecondes.

Si l'on fait uſage de toutes les corrections que nous avons indiquées dans la diſcuſſion de chaque obſervation, on trouvera l'erreur moyenne + $2' \frac{1}{3}$; alors le mouvement ſéculaire devra être diminué de 37 ſecondes, & la durée de l'année augmentée de 2 ſecondes, c'eſt-à-dire que l'on aura 48 ſecondes.

Si l'on ne prend que trois équinoxes de printemps & trois équinoxes d'automne pour compenſer les erreurs, on trouvera 51 ſecondes.

Si l'on conſidère les équinoxes 3 & 5, obſervés à midi, & indépendamment des réfractions, on a l'erreur moyenne des Tables + $2'\frac{1}{2}$; ce qui donne 48 ſecondes.

Si l'on compare les équinoxes 1 & 9, obſervés tous les deux le ſoir, on ne trouvera que 45 ſecondes; mais ſi au lieu du premier on prend le ſeptième, on trouvera 59 ſecondes; le milieu eſt 52 ſecondes.

Ainſi je trouve par les diſcuſſions les plus vraiſemblables, 48 ſecondes, & le milieu entre mes différentes combinaiſons eſt encore à peu-près 48 ſecondes. Je crois donc pouvoir dire que la durée de l'année qui réſulte des obſervations d'Hipparque, eſt pour ce ſiècle-ci de $365^j\ 5^h\ 48'\ 48''$.

Je dis pour ce ſiècle-ci, parce qu'il y a deux cauſes qui font paroître la durée de l'année plus longue dans les ſiècles éloignés, en ſuppoſant que la véritable révolution ſoit la même. On ſait que l'attraction de Jupiter & de Vénus, en déplaçant l'orbite de la Terre, change la préceſſion des équinoxes & l'obliquité de l'Écliptique : ayant déterminé par les obſervations les plus exactes, comparées avec celles du dernier ſiècle, la variation ſéculaire de l'obliquité de l'Écliptique de 33 ſecondes, j'en ai conclu que la préceſſion des équinoxes, produite par l'action des Planètes, eſt de $7'',8$ dans ce ſiècle-ci, mais qu'elle étoit de $34'',4$ dans le premier ſiècle de notre Ère, la différence eſt de $26'',6$, qui font $6'',5$ ſur la durée de l'année & $7'',3$ pour le temps d'Hipparque; c'eſt la quantité dont l'année étoit plus longue qu'elle n'eſt actuellement.

Mais il y a dans la préceſſion des équinoxes, une petite variation qui produit un effet contraire; l'obliquité de l'Écliptique eſt plus petite actuellement d'environ 9 minutes, qu'elle n'étoit dans le premier ſiècle: or la préceſſion luni-ſolaire eſt comme le coſinus de l'obliquité de l'Écliptique; de-là il ſuit qu'elle eſt moindre dans ce ſiècle-ci, de 6 ſecondes, & que

la durée de l'année tropique eſt plus grande de 1 ſeconde & demie, ce qui fait 1″,7 pour le temps d'Hipparque.

En raſſemblant ces deux effets, on a 5″,6, dont l'année eſt plus courte qu'au temps d'Hipparque; il faut donc ôter 2″,8 de la durée moyenne déduite des obſervations d'Hipparque, comparées avec les nôtres, ſi l'on veut avoir la durée de l'année dans ce ſiècle; voilà pourquoi j'ai ôté ci-devant 3 ſecondes en nombres ronds, de la durée que j'avois trouvée immédiatement par les obſervations d'Hipparque.

Après avoir vu tout ce que l'on peut tirer des obſervations d'Hipparque, il faudroit faire uſage de celles de Ptolémée; mais les trois équinoxes de Ptolémée, rapportés aux années 132, 139 & 140 de l'Ere vulgaire, ne s'accordent point du tout avec ceux d'Hipparque, c'eſt ce que l'on a remarqué bien des fois, ſpécialement Boulliaud qui les a rejetés, dans ſes Recherches ſur la Théorie du Soleil. *Cum Hipparchi obſervationibus non eſt operæ pretium conferre Ptolemaicas, nam a Ptolemæo eadem anni quantitas eſt retenta . . . cùm Ptolemæus tam ſecurè acquieverit Hipparcho qui in anni definitione errore non vacat, obſervationes Ptolemæi quæ Hipparchi inventis accommodatæ ſunt, ſinè veritatis detrimento & citra contemptum viri tam excellentis dimitti poſſunt.* (Bullialdi, Aſtronomia Philolaica, 1645, *pag. 64, 70, 73).* M. Caſſini trouvoit par les obſervations de Ptolémée, une minute de moins pour la durée de l'année, que par celles d'Hipparque *(Élémens d'Aſtronomie, page 219).*

C'eſt cette différence qui fit croire à M. Euler, qu'il pouvoit y avoir une accélération dans le mouvement de la Terre; & il employa en effet dans ſes Tables une équation ſéculaire de 41 ſecondes pour le temps de Ptolémée. *(Euleri opuſcula, 1746, pag. 137).*

Dans la ſuite, M. Euler penſa qu'il pouvoit y avoir un jour d'erreur dans la réduction du Calendrier de Ptolémée. *Philoſophical tranſactions for the Years, 1749, 1750, vol. XLVI, pag. 356.* Ce ſyſtème fut étendu par un de ſes diſciples : *Examen temporum mediorum, &c. ab Henr. Gugl.*

Clemm. Berolini, 1752. Mais cette explication n'eſt pas admiſſible, parce que les lieux de la Lune, rapportés par Ptolémée, fixent inconteſtablement les dates dont il ſe ſert; d'ailleurs on a reconnu de pluſieurs manières différentes l'inexactitude des obſervations que Ptolémée dit avoir faites. *Voyez* M. le Monnier, *Inſtitutions Aſtron. préface, p. xix & xxviij;* La Hire, *Mémoires de l'Académie, 1716, p. 295;* M. Caſſini, *pages 196, 467;* Halley, *prefatio ad Obſ. Jac. Pound.* & ce que j'en ai dit dans les *Mémoires de 1757, page 420.* Il faut donc abſolument rejeter les trois équinoxes de Ptolémée; alors tout rentre dans l'ordre, & il n'y a plus de différence ſenſible entre les obſervations des différens ſiècles; elles donnent toutes $365^j\ 5^h\ 48'\ 48''$ à peu de choſe près, comme on le verra par la ſuite de ce Mémoire.

Ce furent les obſervations de Ptolémée qui obligèrent Thébit, Auteur Arabe, à imaginer le mouvement de *trépidation*, par lequel il faiſoit parcourir de petits cercles aux points équinoxiaux; il expliquoit ainſi le changement de l'année, en même temps que celui de l'obliquité de l'Écliptique; mais cette hypothèſe eſt devenue inutile pour l'un comme pour l'autre.

Après Ptolémée, nous ne trouvons point d'obſervations poſitives des équinoxes avant celle d'Albategnius, rapportée dans ſon livre *de Scientiâ ſtellarum, cap. XXVII, p. 67, édit. Bonon. 1645;* il obſervoit à Racah ou Aracta en Syrie, près de l'ancienne Ninive, à 36^d de latitude & 40 minutes de temps à l'orient d'Alexandrie; ſon obſervation réduite au Calendrier Julien, tombe au 18 Septembre 882 de l'Ere vulgaire, $10^h\ 36'$, temps moyen au méridien de Paris. Il compare cette obſervation avec un des équinoxes de Ptolémée de l'an 139, & il trouve $365^j\ 5^h\ 46'\ 24''$; il eût trouvé davantage s'il ſe fût ſervi d'une obſervation d'Hipparque.

On ne trouve dans Albategnius, ni la méthode ni les détails de cette obſervation, elle eſt d'ailleurs unique; auſſi pluſieurs Auteurs l'ont rejetée, comme le remarque Riccioli

(Aſtron. refor. p. 9.) Mais ayant vu dans le *Chapitre XXVIII* d'Albategnius, de quoi conclure un ſecond équinoxe qui ſert à diſcuter le premier, j'ai cru qu'on pouvoit en tirer une conſéquence certaine. Boulliaud conjecturant que c'étoit par des hauteurs méridiennes qu'Albategnius avoit déterminé cet équinoxe, y fait une correction pour la parallaxe, & ajoute $1^h\ 6'$ au temps de l'équinoxe indiqué par cet Auteur; mais en prenant un équinoxe de printemps & un équinoxe d'automne ils ſe rectifieront l'un par l'autre, la détermination ſera beaucoup plus ſûre, & je ne ferai point obligé d'employer la réfraction ni la parallaxe. Albategnius nous dit donc qu'entre cet équinoxe & le ſuivant il y avoit $178^j\ 14^h\ 30'$; d'où il ſuit que le dernier arriva le 16 Mars 883, à $1^h\ 13'$. Or, en calculant le lieu du Soleil pour les deux équinoxes, je trouve la correction des Tables $+\ 0'\ 24''$ & $+\ 8'\ 23''$; l'erreur moyenne eſt $4'\ 24''$, ce qui donneroit pour la durée actuelle de l'année $365^j\ 5^h\ 48'\ 52''$, c'eſt-à-dire 4 ſecondes de plus que nous n'avons trouvé par les obſervations d'Hipparque.

Mais l'erreur de $4'\ 24''$ en ſuppoſe une d'une minute & un quart ſur les hauteurs du Soleil, car il y a d'abord 43 ſecondes de réfraction moins 5 ſecondes de parallaxe, qui devoient faire paroître l'équinoxe du printemps 38 minutes trop tôt & celui d'automne 38 minutes trop tard; c'eſt $1^h\ 16'$ qu'on doit ajouter à l'intervalle des deux équinoxes aſſigné par Albategnius. La différence qui reſte ne paſſe pas les bornes de la préciſion qu'on pouvoit eſpérer dans ce temps-là.

En effet, on voit par le même chapitre d'Albategnius, qu'il ne pouvoit pas s'aſſurer d'une plus grande exactitude; car à la *page 69*, il dit qu'il a trouvé l'intervalle entre l'équinoxe du printemps & celui d'automne $186^j\ 14^h\ \frac{3}{4}$, & cet intervalle ajouté au précédent, donne 34 minutes de moins que la durée de l'année, ce qui ſuppoſe 34 ſecondes d'erreur ſur une des hauteurs qui auroient ſervi à trouver l'intervalle, de plus que ſur l'autre, quoique chacune fût le réſultat ou le milieu de beaucoup d'obſervations faites avec ſoin. Il eſt

cependant plus facile d'avoir l'égalité des hauteurs que d'avoir une hauteur abſolue, telle que nous ſommes forcés de l'employer pour l'équinoxe du 18 Septembre 882. Il eſt donc très-poſſible qu'il y ait eu une erreur d'une minute dans cette hauteur, & cela ſuffit pour produire la différence de 4 ſecondes que je trouve par les obſervations d'Albategnius, de plus que par les obſervations d'Hipparque.

Il y a auſſi des obſervations de Cocheou-King, faites à la Chine, qui ſont rapportées par le P. Gaubil, dans ſon *Hiſtoire de l'Aſtronomie Chinoiſe, p. 107;* & M. de la Caille ayant comparé deux ſolſtices des années 1279 & 1280, avec les ſiens, trouve la durée de l'année $365^j\,5^h\,48'\,49''$, (*Mémoires de l'Académie, 1757, page 140*); il en faut ôter une ſeconde pour la réduire à ce ſiècle-ci, & l'on trouve 48 ſecondes, comme par les obſervations d'Hipparque.

Après les Obſervations arabes & chinoiſes, nous trouvons celles de Waltherus, le premier reſtaurateur de l'Aſtronomie, après les ſiècles d'ignorance : ces obſervations furent faites depuis 1477 juſqu'en 1503, & elles ont été diſcutées pluſieurs fois. M. Caſſini, dans ſes *Élémens d'Aſtronomie, page 222*, a calculé onze équinoxes, qui lui donnent 51 ſecondes. M. l'abbé de la Caille, dans les *Mémoires de 1749, p. 58*, a calculé avec ſoin les ſolſtices des 12 Décembre 1487, 11 Juin 1488, 12 Juin & 12 Décembre 1503; il les déduit de quarante obſervations de hauteurs égales du Soleil, priſes dans les circonſtances les plus favorables, diſcutées avec le ſoin & la ſagacité que cet habile Aſtronome mettoit dans tous ſes Ouvrages, & il trouve 46 ſecondes; le milieu eſt 48 ſecondes $\frac{1}{2}$.

Enfin, dans les *Mémoires de 1757, page 139*, ayant diſcuté de nouveau ces ſolſtices, & les comparant à un plus grand nombre de nouvelles obſervations, il trouve 49 ſecondes; il en faut ôter une demi-ſeconde pour la réduction à ce ſiècle-ci, & l'on a $365^j\,5^h\,48'\,48''\frac{1}{2}$.

Les vingt-deux équinoxes obſervés par Tycho-Brahé, depuis 1584 juſqu'à 1597, ſont encore plus déciſifs, &

je les regarde comme un des meilleurs fondemens sur lesquels on puisse établir la véritable durée de l'année. M. Cassini, dans ses *Élémens d'Astronomie, page 228*, rapporte les comparaisons de dix-neuf équinoxes observés par Tycho, avec huit équinoxes observés à Paris, depuis 1713 jusqu'à 1717; le milieu entre ces dix-neuf comparaisons lui donne 47 secondes, & c'est aussi le dernier résultat de toutes ses comparaisons anciennes & modernes *(page 232)*, quoiqu'il ne l'ait pas employée ainsi dans ses Tables. Mais par la manière dont M. Cassini emploie les équinoxes de Tycho, il n'a que le résultat de dix-neuf combinaisons faites deux à deux, & non pas le milieu entre toutes les observations anciennes, comparées à toutes les observations modernes; au lieu qu'en prenant l'erreur moyenne des Tables pour les premières, & ensuite l'erreur moyenne pour les autres, l'on a véritablement le résultat moyen de toutes les combinaisons possibles, & c'est le parti que j'ai pris pour avoir le résultat des équinoxes de Tycho, en y ajoutant ceux que M. Cassini n'avoit pas calculés, savoir, un de 1591, & deux de 1593; j'ai tiré ceux-ci des Manuscrits de Tycho, dont j'ai une copie complète: les observations de l'année 1593 n'ont jamais été imprimées, si ce n'est en partie dans les Mémoires de l'Académie des Sciences, pour 1757 & 1763.

Le 10 Mars 1593, la déclinaison du Soleil, par un milieu entre quatre observations, fut observée de $3'\,55''$, d'où je conclus que l'equinoxe arriva à $4^h\,44'\,\frac{1}{2}$, temps moyen, au méridien de Paris.

Le 13 Septembre 1593, la déclinaison, par un milieu entre quatre observations, parut de $5'\,42''$; d'où je conclus l'équinoxe le 12 Septembre à $16^h\,6'$.

Les observations de 1591 sont dans le Recueil imprimé; il est vrai qu'il n'y en a que pour le 8 Septembre, cinq jours avant l'équinoxe, mais cela suffit pour le calculer, en tenant compte du mouvement du Soleil, dans cet intervalle: la déclinaison apparente, déduite de six observations, est $2^d\,3'\,58''$, ce qui donne l'équinoxe au 13 Septembre à $4^h\,57'$.

J'ai auſſi calculé les équinoxes de 1584, qui, dans M. Caſſini, s'écartoient trop des Tables. Le 14 Mars, la déclinaiſon apparente fut obſervée de $1^d\,34'\,30''$, d'où il ſuit que l'équinoxe étoit arrivé le 10 Mars à $0^h\,38'$; de même, le 12 Septembre, la déclinaiſon parut de $13'\,5''$, ce qui donne l'équinoxe à $11^h\,29'$.

Les quatre équinoxes de 1584 & de 1593, dont deux de printemps & deux d'automne, donnent pour la durée de l'année $365^j\,5^h\,48'\,48''$.

Mais pour faire uſage des vingt-deux équinoxes, j'ai calculé le lieu du Soleil, par les Tables pour chacun, ainſi qu'on le voit dans la Table ſuivante. J'ai trouvé l'erreur moyenne $-12''$; elle répond à cent ſoixante ans qu'il y a juſqu'à 1750; & puiſqu'il faut ôter 12 ſecondes de la longitude des Tables pour les accorder avec les obſervations, il faut augmenter de 7 ſecondes $\frac{1}{2}$ le mouvement ſéculaire des Tables, ce qui donneroit pour la durée de l'année 47 ſecondes. Si l'on retranche les équinoxes, où l'erreur paſſe deux minutes, on trouvera 48 ſecondes; mais il y aura pour lors ſept équinoxes de printemps, & dix d'automne, ce qui n'établit pas une exacte compenſation des erreurs dans les inſtrumens, dans les réfractions & dans la hauteur du Pôle.

Au contraire, ſi, ſur les vingt-deux équinoxes, dont douze d'automne & dix de printemps, on en ôte deux d'automne, pour que les nombres ſoient égaux, ſavoir les équinoxes deux & dix qui s'écartent le plus des autres, on trouve 45 ſecondes. Enfin, ſi l'on ne prend que dix équinoxes, cinq de printemps & cinq d'automne, en retranchant ceux où l'erreur eſt la plus grande, on trouve l'erreur moyenne des Tables -20 ſecondes, ce qui donne 46 ſecondes. Il paroît donc que par les obſervations de Tycho, on trouve la durée de l'année $365^j\,5^h\,48'\,46''$, c'eſt 2 ſecondes de moins que par les anciennes obſervations: voilà à peu-près l'incertitude que nous laiſſent les obſervations d'Hipparque & de Tycho.

TABLE

TABLE des Équinoxes observés par Tycho-Brahé, pendant quinze ans, réduits au Méridien de Paris, & comparés avec les Tables.

DATES des ÉQUINOXES.				ERREUR des TABLES.	
		H.	M.	M.	S.
1584.	10 Mars.	0.	47.	— 1.	55.
1584.	12 Sept.	11.	12.	+ 1.	50.
1585.	10 Mars.	6.	52.	— 2.	35.
1585.	12 Sept.	17.	4.	— 0.	36.
1586.	10 Mars.	12.	42.	— 2.	37.
1586.	12 Sept.	23.	7.	+ 1.	49.
1587.	10 Mars.	17.	56.	— 1.	13.
1587.	13 Sept.	5.	38.	+ 0.	5.
1588.	10 Mars.	0.	17.	— 2.	30.
1588.	12 Sept.	10.	36.	+ 2.	10.
1589.	10 Mars.	5.	6.	— 0.	2.
1589.	12 Sept.	16.	50.	+ 1.	8.
1590.	10 Mars.	11.	15.	— 0.	53.
1590.	12 Sept.	22.	53.	+ 0.	32.
1591.	13 Sept.	4.	57.	— 0.	5.
1592.	12 Sept.	10.	30.	+ 0.	34.
1593.	10 Mars.	4.	44.	— 0.	58.
1593.	12 Sept.	16.	6.	+ 1.	5.
1594.	10 Mars.	11.	25.	— 0.	38.
1594.	12 Sept.	22.	27.	— 0.	12.
1595.	13 Sept.	13.	34.	+ 1.	29.
1597.	10 Mars.	4.	14.	— 1.	41.

Cette Table des observations de Tycho-Brahé fait voir en même temps le degré d'exactitude qu'elles comportent;

car on voit que les erreurs vont rarement juſqu'à deux minutes & demie ſur la longitude, ce qui ne fait pas une minute ſur les hauteurs obſervées.

Nous allons maintenant examiner des Obſervations du dernier ſiècle & de celui-ci, dont l'accord avec les anciennes, donnera le dernier degré de certitude à notre détermination de l'année.

Les obſervations du dernier ſiècle, méritent autant de conſidération que les anciennes, à raiſon de leur exactitude qui compenſe le peu d'intervalle : celles d'Hévélius ſont en très-grand nombre ; mais comme il ne ſe ſervoit point de lunettes ſur ſes inſtrumens, je n'ai pas entrepris de les diſcuter, ayant un grand nombre d'obſervations de Flamſtéed.

Le P. Riccioli rapporte pluſieurs équinoxes obſervés à Bologne, dans ſon *Aſtronomia, refor. pag. 13 ;* mais comme il n'y en a que deux d'automne je n'en prendrai que quatre, & j'en ajouterai deux de Dominique Caſſini.

		T. vrai à Bol.	*T. moyen à Paris.*	
1641.	22 Sept.	9^h 30′	8^h 47′	— 3′ 1″
1642.	20 Mars.	0. 38.	0. 9.	+ 2. 23.
1643.	20 Mars.	6. 30.	6. 1.	+ 2. 50.
1643.	22 Sept.	21. 20.	20. 37.	— 3. 56.
1655.	22 Sept.	18. 43.	18. 0.	— 2. 56.
1656.	19 Mars.	9. 51.	9. 22.	+ 3. 20.

L'erreur moyenne eſt de — 13 ſecondes, elle répond à un ſiècle ; ce qui donne 3 ſecondes à ôter de la durée de l'année, & l'on aura $365^j\ 5^h\ 48′\ 46″$.

Nous n'avons point d'équinoxes déterminés dans le dernier ſiècle avec plus d'exactitude & avec de plus grands inſtrumens, que ceux de 1672 & 1673, à Cayenne, par Richer, dans le fameux Voyage qui fit connoître pour la première fois l'effet de la peſanteur pour l'aplatiſſement de la Terre, par l'accourciſſement du Pendule, & qui procura les premiers élémens certains pour la Théorie du Soleil.

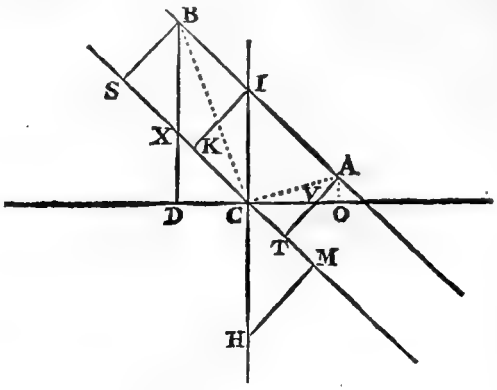
Le premier de ces équinoxes arriva le 21 Sept. 1672, à $16^h\ 2' \frac{1}{2}$ de temps moyen, ſuivant M. Caſſini, ou 19^h 41′ à Paris; le ſecond arriva le 19 Mars 1673, à 13^h 24′. Je trouve l'erreur des Tables pour l'un 3 ſecondes, & pour l'autre + 17″; l'erreur moyenne eſt donc + 7 ſecondes pour ſoixante-dix-ſept ans qu'il y a juſqu'à 1750, ce qui donne 9 ſecondes à ôter du mouvement ſéculaire; en ſorte que la durée de l'année ſeroit 51 ſecondes : ainſi le milieu entre les obſervations de Bologne & celles de Cayenne, approche de 48 ſecondes, en donnant autant à celles-ci à cauſe de leur exactitude, qu'aux autres à cauſe de leur nombre.

Dans le même temps, Picard, Roëmer & la Hire, obſervoient à Paris, & l'on trouve une partie de ces obſervations dans l'Hiſtoire Céleſte, publiée par M. le Monnier, en 1746; mais il ne diſſimule pas l'imperfection des diviſions des inſtrumens dont on ſe ſervoit alors à Paris; auſſi chercha-t-on à s'en garantir, ainſi que de l'incertitude des réfractions, par des méthodes particulières dont il me reſte à parler.

La méthode de déterminer les équinoxes, indépendamment des réfractions, ou même de la hauteur du Pôle, a occupé pluſieurs Aſtronomes habiles, tels que Picard, Roëmer, de l'Iſle & Horrebow; ainſi, je dois examiner ici quel avantage on peut en eſpérer, & ſi l'on a des obſervations de cette eſpèce, dont on puiſſe faire uſage avec ſuccès.

Roëmer fut le premier qui entreprit de déterminer les équinoxes, indépendamment des réfractions, en obſervant les paſſages du Soleil par des verticaux connus à l'orient & à l'occident; M. Horrebow l'explique dans ſon Ouvrage, intitulé *Baſis aſtronomiæ, art. 261 & ſuiv.* à l'occaſion de la lunette contre-pointée, dont Roëmer ſe ſervoit pour cet effet *(amphioptra, tubus anceps, ſeu reciprocus)*; mais je vais rendre cette méthode plus ſimple, en l'appliquant à des exemples; on verra qu'elle ne ſuppoſe que la hauteur du Pôle & l'heure des obſervations, en ſorte qu'il ſuffit d'un quart-de-cercle très-commun, ſans qu'on ait beſoin de la grandeur du rayon, ou de l'exactitude des diviſions.

Soit DO l'horizon, ST l'équateur, IH le premier vertical, faiſant avec l'équateur l'angle ICK ou HCM,



égal à la hauteur du Pôle, ſuppoſée connue : ſuppoſons que le Soleil ait paſſé par ce premier vertical, en quelques points, comme en I ou en H; ſi par ces points l'on imagine les cercles de déclinaiſon IK, HM, qui coupent ſur l'équateur les arcs CK, CM, depuis le point C du véritable orient ou du véritable occident, il eſt évident que, comparant le temps vrai du paſſage du centre du Soleil aux points I ou H, avec 6 heures du matin ou du ſoir, l'on en conclura la valeur des arcs de l'équateur CK ou CM; ainſi, dans les triangles CKI, CHM, connoiſſant les arcs CK, CM, & les angles en C, égaux à la hauteur du Pôle, l'on en pourra conclure KI ou MH, déclinaiſon du Soleil, ſeptentrionale ou méridionale, ſuivant que le point C repréſentera le véritable orient ou le véritable occident, & ſuivant que le temps vrai du paſſage en I & H ſera arrivé avant ou après 6 heures.

On peut auſſi obſerver le Soleil aux points A & B, dans deux verticaux BD, AO, également diſtans du premier vertical IC; l'on en conclut la déclinaiſon du Soleil AT ou BS, pourvu que l'on connoiſſe la hauteur du pôle & les temps vrais des paſſages du Soleil par les deux verticaux.

En effet, concevons par les points *A*, *B* les cercles de déclinaiſon *AT*, *BS*, qui retranchent de l'Équateur les arcs *CT*, *CS*, leſquels ſeront connus, en comparant avec 6 heures le temps où le Soleil paſſe par ces verticaux; ſi *A* eſt le point qui répond au premier de ces momens, l'on ſuppoſera que le Soleil ait une certaine déclinaiſon *AT*, approchante de la véritable; dans le triangle *ATC*, rectangle en *T* connoiſſant les deux côtés de l'angle droit, on pourra en conclure l'hypothénuſe *AC* & l'angle *ACI*; cet angle *ACI*, étant comparé avec l'angle *OCT*, qui fait l'équateur avec l'horizon, l'on aura l'angle *ACO*; ainſi dans le triangle *ACO*, rectangle en *O*, connoiſſant l'angle en *C* & l'hypothénuſe *AC*, l'on pourra trouver la baſe *CO* qui eſt la diſtance du vertical *AO* au premier vertical *CH*; l'on ſuppoſera enſuite la déclinaiſon *BS* du Soleil, plus grande ou plus petite que *AT*, de la quantité dont on ſait que le Soleil a changé de déclinaiſon dans l'intervalle de ſon paſſage du point *A* au point *B*; la déclinaiſon *BS* étant donc ſuppoſée connue de même que l'arc *SC*, ſi l'on imagine le triangle *BCS* rectangle en *S*, on pourra trouver l'hypothénuſe *BC* & l'angle oblique *BCS*. Cet angle étant comparé avec l'angle *SCD* que fait l'équateur ſur l'horizon, il en réſultera l'angle *BCD*; ainſi dans le triangle *BCD* rectangle en *D*, connoiſſant l'hypothénuſe *BC* & l'angle *BCD*, l'on pourra calculer *CD*, diſtance du vertical *BD* au premier vertical *IC*; l'on comparera cet arc *CD* avec l'arc *CO* trouvé ci-devant, pour voir s'ils ſont égaux; s'ils le ſont, les déclinaiſons *AT*, *BS* que l'on a ſuppoſées, ſont véritablement celles qui conviennent aux momens des paſſages du Soleil par les points *A*, *B*; mais ſi les arcs *CD*, *CO*, ne ſont pas égaux, il faudra ſuppoſer les déclinaiſons *AT* & *BS*, plus grandes ou plus petites que l'on ne les avoit ſuppoſées d'abord. L'inſpection ſeule de ces figures fait voir que prenant une déclinaiſon plus grande ſur *AT*, l'arc *CO* doit être plus grand; & qu'en prenant de même la déclinaiſon *BS* plus grande, ſans changer l'heure ou la ſituation de *BS*, l'arc *CD*

eſt plus petit; ainſi la déclinaiſon qui doit rendre égaux les deux arcs CO, CD, eſt déterminée.

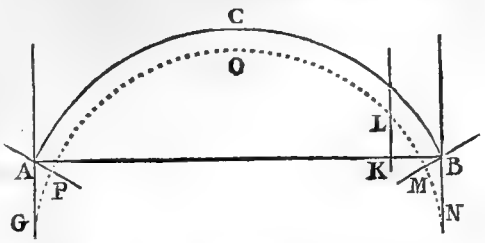
Si l'on connoît par la meſure actuelle, les diſtances égales OC, CD, au premier vertical, le problème en ſera plus ſimple, il ne faudra qu'une ſeule obſervation du paſſage du Soleil par un vertical, pour en conclure la déclinaiſon du Soleil dans ce temps-là; car ſoit A le point de ce paſſage, CT l'arc de l'équateur connu par le temps auquel le Soleil eſt en A; que le cercle de déclinaiſon AT, prolongé s'il eſt néceſſaire, rencontre l'horizon au point V; dans le triangle CVT, rectangle en T, connoiſſant le côté CT & l'angle en C, l'on pourra conclure l'angle CVT, l'hypothénuſe CV, & le troiſième côté VT; mais ſi de OC, que je ſuppoſe connu, l'on retranche CV, que l'on vient de trouver, il reſtera VO. Que l'on conſidère préſentement le triangle AVO, rectangle en O, dans lequel on connoît, outre le côté VO, l'angle AVO, égal à l'angle CVT, l'on pourra connoître l'hypothénuſe AV, qui, étant ajoutée à VT, donnera AT, déclinaiſon cherchée, d'où l'on concluroit le temps de l'équinoxe, par le moyen du mouvement diurne en déclinaiſon.

Roëmer ayant fait de ces ſortes d'obſervations, à Paris, en 1675, en avoit conclu la déclinaiſon du Soleil de $45' 18''$, pour le 24 Septembre 1675, à 12 heures de temps vrai; ainſi, l'équinoxe dut arriver le 22 Septembre 1675, à $13^h 40'$. M. Horrebow a déduit de la même obſervation la déclinaiſon du Soleil, de $45' 20''$ (*Baſis aſtronomiæ, n.° CCLXXII, page 111*), ce qui donne l'équinoxe à $13^h 38'$, ou $13^h 30' \frac{1}{2}$ de temps moyen.

Picard s'occupa auſſi de pareilles obſervations: je vais rapporter celles de 1675, d'après ſon Journal manuſcrit, & j'en donnerai le calcul pour les comparer avec celles de Roëmer.

Le 19 Mars 1675, au Soleil couchant, Picard obſerva le paſſage des bords du Soleil, par un vertical AG, diſtant de $91^d 4' 10''$ d'un point connu, & déterminé ſur le village de l'Hay, au midi de Paris; le Soleil paſſa à $5^h 57' 47'' 49'''$ de temps vrai. Je ſuppoſe que BN eſt la

partie oppoſée du vertical AG, à 180 degrés de diſtance, ACB l'équateur, GON le parallèle du Soleil. Le 20 Mars, le Soleil levant paſſa par un vertical KL, diſtant du même point du village de l'Hay, de $88^d 12' 55''$, il étoit $6^h 0' 13'' 16'''$. La diſtance des verticaux eſt de $179^d 17' 5''$, c'eſt-à-dire que KB eſt de $42' 55''$; & comme l'angle L eſt de $48^d 50'$, il s'enſuit que LN eſt $57' 1''$; la différence des temps eſt de $11^h 57' 36'' 27'''$; en ſorte que la ſomme GOL des angles horaires eſt de $179^d 24' 7''$; ainſi GON, ſomme de GOL & de LN, eſt de $180^d 21' 8''$; & GP, moitié de l'excès de GON ſur le demi-cercle POM, eſt de $10' 34''$; d'où il ſuit, que AP eſt de $12' 5''$, c'eſt la déclinaiſon méridionale du Soleil, pour le temps qui eſt intermédiaire entre les deux obſervations, ou pour minuit à très-peu-près.



Picard fit de pareilles obſervations le 21 Mars, au lever & au coucher du Soleil, & le 22, à ſon lever. Voici toutes les obſervations.

1.	Mars 19.	$5^h 57' 49'' 49'''$
2.	19.	18. 0. 13. 16.
3.	20.	17. 58. 30. 46.
4.	21.	5. 59. 9. 47.
5.	21.	17. 54. 59. 54.

En comparant les obſervations 3 & 4, on trouve $BK = 38' 20''$, $LN = 50' 55''$, $PG = 20' 35''$, & $AP = 23' 32''$; c'eſt la déclinaiſon pour le 21 Mars à midi.

En comparant les obſervations 4 & 5, on a $BK = 1^d 33' 20''$, $LN = 2^d 3' 59''$, $PG = 30' 45'' \frac{1}{2}$, & $AP = 35' 11''$,

déclinaiſon à minuit. Par le moyen de ces trois déclinaiſons obſervées, & du changement diurne en déclinaiſon 23′ 40″, il eſt facile de trouver à quelle heure le Soleil dut paſſer dans l'équateur; les réſultats diffèrent de 4 & de 11 minutes de temps; mais, en prenant un milieu, je trouve l'équinoxe le 20 Mars à 0^h 15′ de temps vrai, ou 0^h 18′ $\frac{1}{2}$ de temps moyen. En comparant cet équinoxe avec celui qu'obſerva Roëmer, & que j'ai rapporté ci-deſſus, je trouve la différence égale à 186j 13^h & 24′ de temps vrai, ou 12 minutes de temps moyen : l'erreur des Tables eſt + 2′ 10″ pour l'équinoxe du printemps, & — 1′ 26″ pour celui d'automne; ainſi l'erreur moyenne eſt + 22 ſecondes, ce qui diminueroit de 5 ſecondes la durée de l'année ſuppoſée dans les Tables.

Pour accorder ces deux équinoxes, il faudroit changer la hauteur de l'équateur; mais il eſt plus naturel de croire que la différence vient de ce que l'angle des deux verticaux du matin & du ſoir, n'étoit pas aſſez exactement déterminé; cela eſt en effet très-difficile, & je penſe que par cette raiſon l'on ne doit pas préférer ces ſortes d'obſervations, indépendamment de l'irrégularité des réfractions aux environs de l'horizon, qui pourroit bien affecter la ſituation des verticaux comme elle affecte la figure des objets terreſtres dans certains cas.

Ce fut dans l'intention d'éviter l'incertitude ſur la hauteur du pôle, que M. Bernoulli & M. Euler donnèrent, dans les *Mémoires de Péterſbourg, pour 1729*, des méthodes pour trouver la déclinaiſon d'un Aſtre & la hauteur du Pôle, en obſervant trois fois la hauteur, avec les intervalles de temps entre les trois obſervations.

Mayer *(Fred. Criſt.)* donna, dans le *volume de 1730*, une méthode pour obſerver les déclinaiſons & la hauteur du Pôle, par les différences de paſſages de deux Étoiles à deux verticaux & almicantarats inconnus.

M. de l'Iſle avoit fait beaucoup d'obſervations à Pétersbourg avant ſon voyage de Sibérie, en 1740, pour déterminer les déclinaiſons du Soleil indépendamment des réfractions. M. G. Henſius continua d'obſerver, pour le même objet,

objet, les paſſages de Sirius & de la Lyre, où il les faiſoit obſerver le plus ſouvent par M. Milh; j'ai lû dans les Manuſcrits de M. de l'Iſle, qu'après ſon départ pour la Sibérie, on enleva, comme par force, de ſon cabinet, une copie qu'il avoit commencé de faire faire de toutes ces obſervations, & on la remit à M. Heinſius, qui donna pour lors une Diſſertation : *De declinationum ſiderum determinatione abſque exactâ elevationis equatoris cognitione. Comment. Petropol. 1740, pag. 352.* Mais je ne vois pas qu'il y ait fait uſage de toutes ces obſervations ; d'ailleurs il ſuppoſe dans ſa méthode une différence de réfractions qui feroit perdre l'avantage de la méthode précédente.

Mais il y auroit un autre avantage de cette méthode employée dans les pays ſeptentrionaux qui ſont vers 60 degrés de latitude, on y trouveroit un moyen de tripler l'effet de la réfraction, & de déterminer enſemble, & la latitude & la réfraction à 30 degrés de hauteur, ſi l'on avoit déterminé le moment de l'équinoxe par les amplitudes ortives & occaſes, indépendamment des hauteurs, en ſuivant les méthodes que j'ai expliquées.

Je ſuppoſe qu'on obſerve près du zénith, une Étoile qui a 60 degrés de déclinaiſon boréale; 12 heures après, elle doit avoir 30 degrés de hauteur méridienne au-deſſous du Pôle: c'eſt auſſi celle du Soleil le jour de l'équinoxe. Connoiſſant le moment de l'équinoxe par les amplitudes, indépendamment des réfractions, l'on aura la diſtance apparente du zénith à l'équateur, affectée d'une réfraction; quand l'Étoile ſera ſous le Pôle, on aura la même diſtance affectée de deux réfractions, & la ſomme contiendra trois fois la réfraction; ce qui donne un moyen de la connoître avec plus d'exactitude. Suppoſons le Soleil obſervé à $30^d\ 2'$ du zénith, dans le méridien, au moment du véritable équinoxe, & l'Étoile qui a paſſé préciſément au zénith, obſervée enſuite ſous le Pôle à $30^d\ 2'$ de hauteur apparente ; la diſtance apparente de l'Étoile à l'équateur, eſt de $59^d\ 58'$, quand l'Etoile paſſe au zénith; mais ſous le Pôle elle eſt égale

à $119^d\ 56'$; celle-ci eſt affectée de deux réfractions, & la première ne l'eſt que d'une ſeule: ainſi le ſupplément $60^d\ 4'$, & le complément de la hauteur obſervée, qui eſt $59^d\ 58'$ diffèrent de $6'$ qui eſt le triple de la réfraction cherchée.

La ſeule erreur d'une pareille méthode, eſt celle de la diviſion de l'inſtrument; & cette erreur eſt triplée parce qu'on emploie ici trois obſervations.

On comprend bien qu'il n'arrivera jamais que le Soleil paſſe au méridien, préciſément au moment de l'équinoxe, & que l'Étoile paſſe préciſément au zénith; mais quand les différences ſont petites, on y ſupplée par des réductions qui ne produiſent point d'erreur, parce qu'elles ſont ſuffiſamment connues.

La meilleure manière d'employer la méthode que je viens d'expliquer pour les équinoxes, conſiſteroit à comparer le Soleil à une Étoile fixe, par le moyen de l'inſtrument tranſitoire du célèbre Roëmer; on trouveroit le temps où le Soleil a été dans des ſituations oppoſées ou différentes de 180 degrés, & en même temps à égale hauteur dans le méridien: or ces temps de l'année ſont néceſſairement ceux des équinoxes. On ne ſauroit trouver deux autres points de l'Écliptique, oppoſés de 180 degrés, & qui paſſent à la même hauteur apparente au-deſſus de l'horizon. Ces obſervations peuvent ſe ſuivre non-ſeulement dans le méridien, mais encore dans tout autre vertical où l'on auroit fixé une lunette invariable pour y attendre le Soleil deux fois l'année.

Mais je crois que la méthode la plus générale conſiſte à déterminer les lieux du Soleil, en le comparant avec la même Étoile, quand il eſt au même parallèle dans les ſignes aſcendans & dans les ſignes deſcendans, ainſi que l'ont fait Flamſtéed, dans les prolégomènes de ſon Hiſtoire Céleſte, M. le Monnier, dans ſon Hiſtoire Céleſte, & M. de la Caille, dans ſes fondemens de l'Aſtronomie, & dans les Mémoires de l'Académie. Par ce moyen l'on a l'équation de l'orbite du Soleil, indépendamment de la hauteur du Pôle & des

réfractions; cette équation étant connue, on peut par les ſeules hauteurs méridiennes du Soleil, priſes au printemps & en automne, trouver ſa longitude autant de fois que l'on veut; & comme les erreurs que l'on auroit commiſes ſur la hauteur du Pôle, ſur les réfractions & même ſur l'équation de l'orbite Solaire, ſe compenſeroient & ſe détruiroient mutuellement dans les deux ſaiſons oppoſées, on n'en auroit pas moins exactement l'époque de la longitude moyenne du Soleil dans une année quelconque.

Faiſant les mêmes calculs pour deux années très-éloignées, on aura la longueur de l'année ſolaire, avec toute la préciſion qu'il eſt poſſible d'atteindre actuellement.

Je vais donc m'arrêter ſpécialement aux obſervations de Flamſtéed, comme les plus nombreuſes & les plus exactes que nous ayons du dernier ſiècle; je les crois bien plus propres à déterminer la longueur de l'année, que celles d'Hipparque. Elles ſont, à la vérité, trente fois moins éloignées, mais elles ſont ſoixante fois plus exactes, puiſque nous trouvons des différences de 24 minutes ſur les hauteurs dans les anciennes, tandis qu'elles ne ſont le plus ſouvent que de 24 ſecondes dans celles de Flamſtéed.

Ainſi le Mural de Flamſtéed, avec lequel il commença, le 19 Septembre 1689, une ſuite d'obſervations, donne une préciſion plus grande que les obſervations d'Hipparque; d'ailleurs l'incertitude eſt plus que compenſée par la multitude des obſervations.

Flamſtéed employant ſes nouvelles obſervations à déterminer toutes les circonſtances des mouvemens céleſtes, trouva la durée de l'année $365^j\ 5^h\ 48'\ 57''\ \frac{1}{2}$, & Halley la diminua de 2 ſecondes ſeulement. Les obſervations de Tycho-Brahé, dont il ſe ſervoit principalement, étoient trop peu éloignées des ſiennes : c'eſt probablement la raiſon qui fit trouver à Flamſtéed, la durée de l'année trop longue; mais ſes propres obſervations nous ſerviront à réformer ſes déterminations.

Les premières obſervations exactes qu'on ait faites par l'excellente méthode de Flamſtéed, pour la détermination

des équinoxes, ſont calculées dans le troiſième volume de ſon Hiſtoire Céleſte, *pag. 137 — 140*, où l'Auteur les emploie comme des poſitions choiſies pour en déduire la longueur de l'année : je vais les rapporter ici avec l'erreur des Tables pour chacune. Les temps ſont pour Paris.

1690. 17 Mars.	0^h	$17'$	$42''$	$11^c\ 27^d\ 21'\ 47''$	$+\ 28''$
1690. 25 Sept.	0.	0.	41.	6. 2. 45. 37.	$-\ 31.$
1691. 19 Mars.	0.	17.	10.	11. 29. 6. 14.	$+\ 49.$
1693. 25 Sept.	0.	0.	35.	6. 3. 1. 0.	$-\ 90.$

Si l'on ne conſidère que les deux premières obſervations, l'erreur moyenne des Tables ſera nulle, mais il s'enſuivra qu'il faudroit ajouter environ 30 ſecondes à la plus grande équation du Soleil, qui eſt employée dans les Tables de Mayer & de la Caille, pour ſatisfaire à ces deux obſervations ; auſſi Flamſtéed la faiſoit-il plus grande de 49 ſecondes, peut-être d'après les mêmes obſervations; mais comme cette équation a été déterminée avec beaucoup d'exactitude par un grand nombre d'excellentes obſervations, vers 1750, il eſt naturel de croire qu'il y avoit 30 ſecondes d'erreur dans ces premières obſervations, ce qui n'eſt pas extraordinaire, puiſque Flamſtéed trouvoit quelquefois des différences d'une minute dans ſes longitudes, comme il en convient *(page 147)*; en ne conſidérant que ces deux obſervations de 1690, on trouveroit la durée de l'année de $365^j\ 5^h\ 48'\ 49''$.

Si on les emploie toutes les quatre, on aura pour l'erreur moyenne des Tables, — 11 ſecondes, ce qui fait 18 ſecondes pour le mouvement ſéculaire, & cela diminueroit l'année de 4 ſecondes.

Mais dans les Tables de Flamſtéed, publiées dans les Inſtitutions aſtronomiques, en 1746, on trouve l'époque des longitudes moyennes pour 1690, exactement comme par les Tables de la Caille, ce qui me donne lieu de croire qu'un plus grand nombre d'équinoxes qui ne ſont pas rapportés dans Flamſtéed, lui avoient fait trouver la longitude

telle qu'il l'emploie dans ſes Tables, & que par conſéquent la durée de l'année eſt en effet, par ſes obſervations, de $365^j\ 5^h\ 48'\ 49''$.

Pour m'en aſſurer encore mieux, j'ai pris le parti de réduire cinquante obſervations de Flamſtéed, faites avant & après les deux équinoxes ; je les ai calculées par les Tables, & je vais les rapporter avec l'erreur des Tables pour chacune: ces obſervations ſont tirées de l'Hiſtoire céleſte, *liv. II, pages 1 — 101 ;* j'y ai appliqué la réfraction & la parallaxe; mais comme il y a autant d'obſervations de printemps que d'obſervations d'automne, l'erreur qui pourroit réſulter de ces élémens, eſt compenſée, ainſi que celles de la hauteur de l'équateur & de la ſituation du premier point de la diviſion, c'eſt-à-dire, de l'erreur de ſon mural.

Obſervations de Flamſtéed, réduites au nouveau ſtyle, & comparées avec les Tables.

NUM. des OBS.	ANNÉES.	MOIS & JOURS.	TEMPS moyen à PARIS.	DÉCLINAIS. VRAIE.	LONGITUDE ORSERVÉE.	CORR. des TABLES.
			H. M.	D. M. S.	S. D. M. S.	S.
1.	1689.	22 Sept.	0. 2	0. 1. 34	0. 0. 3. 56	+ 25.
2.	1689.	24 Sept.	0. 1	0. 48. 39	6. 2. 2. 8	+ 42.
3.	1689.	28 Sept.	0. 0	2. 22. 29	6. 5. 58. 9	+ 31.
4.	1689.	29 Sept.	23. 59	3. 9. 7	6. 7. 55. 56	— 3.
5.	1689.	18 Oct.	23. 54	10. 20. 32	6. 26. 46. 47	+ 36.
6.	1689.	21 Oct.	23. 54	11. 24. 49	6. 29. 46. 48	+ 54.
7.	1690.	15 Févr.	0. 24	12. 24. 40	10. 27. 21. 20	+ 6.
8.	1690.	18 Févr.	0. 24	11. 21. 31	11. 0. 22. 36	— 19.
9.	1690.	28 Févr.	0. 23	7. 40. 36	11. 10. 24. 40	— 3.
10.	1690.	17 Mars.	0. 18	1. 3. 13	11. 27. 21. 17	— 42.
11.	1690.	21 Mars.	0. 16	0. 31. 41	0. 1. 19. 31	+ 28.
12.	1690.	22 Mars.	0. 16	0. 55. 10	0. 2. 18. 23	— 1.
13.	1690.	23 Mars.	0. 16	1. 18. 51	0. 3. 17. 58	+ 17.
14.	1690.	24 Mars.	0. 15	1. 42. 17	0. 4. 16. 54	— 6.
15.	1690.	25 Mars.	0. 15	2. 5. 50	0. 5. 16. 11	+ 5.
16.	1690.	5 Avril.	0. 12	6. 20. 26	0. 16. 5. 31	+ 5.

Suite des Observations.

NUM. des OBS	ANNÉES.	MOIS & JOURS.	TEMPS moyen à PARIS.	DÉCLINAIS. VRAIE.	LONGITUDE OBSERVÉE.	CORR. des TABLES.
			H. M.	D. M. S.	S. D. M. S.	S.
17.	1690.	6 Avril.	0. 11	6. 43. 8	0. 17. 4. 34	+24,
18.	1690.	7 Avril.	0. 11	7. 5. 38	0. 18. 3. 23	+12.
19.	1690.	13 Avril.	0. 10	9. 17. 54	0. 23. 55. 27	0.
20.	1690.	17 Avril.	0. 9	10. 43. 2	0. 27. 49. 20	−12.
21.	1690.	20 Avril.	0. 8	11. 45. 16	1. 10. 45. 0	+ 1.
22.	1690.	23 Avril.	0. 7	12. 45. 41	1. 3. 40. 10	+25.
23.	1690.	24 Avril.	0. 7	13. 5. 13	1. 4. 37. 54	− 7.
24.	1690.	17 Août.	0. 13	13. 16. 7	4. 24. 50. 38	+33.
25.	1690.	18 Août.	0. 13	12. 56. 48	4. 25. 47. 3	−42.
26.	1690.	26 Août.	0. 11	10. 14. 20	5. 3. 30. 16	+ 3.
27.	1690.	31 Août.	0. 9	8. 27. 10	5. 8. 21. 3	−45.
28.	1690.	1 Sept.	0. 9	8. 5. 22	5. 9. 19. 5	−56.
29.	1690.	2 Sept.	0. 8	7. 43. 10	5. 10. 17. 53	+28.
30.	1690.	4 Sept.	0. 8	6. 59. 0	5. 12. 14. 0	−49.
31.	1690.	7 Sept.	0. 7	5. 51. 45	5. 15. 8. 46	−75.
32.	1690.	12 Sept.	0. 5	3. 57. 20	5. 20. 1. 48	−34.
33.	1690.	17 Sept.	0. 3	2. 1. 30	4. 24. 54. 44	−40.
34.	1690.	20 Sept.	0. 2	0. 50. 59	5. 27. 52. 1	+23.
35.	1690.	21 Sept.	0. 2	0. 27. 42	5. 28. 50. 28	0.
36.	1690.	24 Sept.	0. 1	0. 42. 30	0. 1. 46. 41	−28.
37.	1690.	25 Sept.	0. 1	1. 5. 56	0. 2. 45. 32	−38.
38.	1690.	26 Sept.	0. 0	1. 29. 45	6. 3. 45. 24	+ 4.
39.	1690.	29 Sept.	23. 59	3. 3. 30	6. 7. 41. 43	− 3.
40.	1690.	30 Sept.	23. 59	3. 26. 43	6. 8. 40. 30	−17.
41.	1690.	1 Oct.	23. 58	3. 50. 3	6. 9. 39. 42	−15.
42.	1690.	12 Oct.	23. 55	8. 2. 30	6. 20. 33. 20	−20.
43.	1691.	8 Mars.	0. 20	4. 41. 18	11. 18. 9. 40	− 2.
44.	1691.	12 Mars.	0. 19	3. 7. 20	11. 22. 8. 35	− 3.
45.	1691.	13 Mars.	0. 19	2. 43. 51	11. 23. 7. 56	+40.
46.	1691.	18 Mars.	0. 17	0. 45. 29	11. 28. 5. 58	− 9.
47.	1691.	19 Mars.	0. 17	0. 21. 53	11. 29. 5. 5	−19.
48.	1691.	20 Mars.	0. 17	0. 1. 52	0. 0. 4. 41	−24.
49.	1691.	22 Mars.	0. 16	0. 49. 9	0. 2. 3. 23	−10.
50.	1691.	23 Mars.	0. 16	1. 12. 53	0. 3. 3. 0	+15.

On voit que les observations d'automne s'accordent moins

bien que celles du printemps, & les erreurs en ſont principalement négatives; auſſi l'erreur moyenne des cinquante obſervations, eſt — 3 ſecondes; mais en ne choiſiſſant que les trente-quatre dont les erreurs ne vont pas à 40 ſecondes, autant dans les ſignes aſcendans que dans les ſignes deſcendans, on a + 1 ſeconde; il y en a dix-huit ou vingt dont les erreurs ſont moindres que 15 ſecondes, & par conſéquent inſenſibles; mais comme il y en a deux fois plus dans les ſignes deſcendans, on ne peut pas ſe borner à celles-là.

Ainſi nous pouvons ſuppoſer l'erreur des Tables à peu-près nulle : la longueur de l'année, que ſuppoſent les Tables, ſera conforme à ces obſervations, c'eſt-à-dire $365^j\ 5^h\ 48'\ 49''$, ce ſeroit 53 ſecondes en les comparant aux obſervations de Mayer, que je vais rapporter, mais ſeulement 48 ſecondes en employant celles de 1780, que l'on verra ci-après.

M. Caſſini rapporte *(page 209)* une ſuite d'équinoxes obſervés à Paris, depuis 1680 juſqu'en 1739; mais les inſtrumens de l'Obſervatoire de Paris, dans ce temps-là, étoient moins exacts pour les diviſions que ceux d'Angleterre, ils ne peuvent fournir une détermination plus rigoureuſe que celle qui réſulte des obſervations de Flamſtéed; d'ailleurs je vois que les obſervations de la Hire, calculées par la Caille, lui ont donné le même réſultat, puiſque la durée de l'année eſt la même en employant les obſervations de Flamſtéed.

Après avoir montré tout ce que l'on peut tirer des obſervations anciennes pour la durée de l'année, je vais examiner les obſervations modernes. J'ai pris pour terme de comparaiſon, dans ce ſiècle-ci, les Tables de M. de la Caille, faites vers 1750; elles ont été calculées ſur un grand nombre d'obſervations qui ſe trouvent dans ſon livre intitulé : *Aſtronomiæ fundamenta;* ainſi je n'ai pas beſoin d'examiner les obſervations même, il me ſuffit des Tables qui en contiennent le réſultat. Mais vers le même temps, Tobie Mayer faiſoit auſſi d'excellentes obſervations à Gottingen, pour dreſſer ſes Tables du Soleil & ſon Catalogue d'Étoiles; ſes obſervations du Soleil ne ſont pas imprimées, mais il m'en envoya

cinquante-ſix peu avant ſa mort; je vais les rapporter ici avec la comparaiſon des Tables de la Caille & de celles de Mayer même, imprimées en 1767, mais publiées ſeulement en 1770, & réimprimées à Paris dans la Connoiſſance des Temps de 1783, *pag. 298 & ſuivantes.*

Obſervations du Soleil, faites à Gottingen, par Tobie Mayer, pendant un an, calculées ſur les Tables de la Caille, & ſur celles de Tobie Mayer.

Le ſigne — ſignifie ce qu'il faut ôter du calcul pour l'accorder avec les Obſervations.

1756.	TEMPS moyen à PARIS.			LONGITUDE du SOLEIL obſervée.				ERREURS des Tables de la CAILLE.		ERREURS des Tables de MAYER.	
	H.	M.	S.	S.	D.	M.	S.		S.		S.
Août 7	23.	34.	56	4.	16.	11.	18,0	—	7,7	—	30,0.
15	23.	33.	35	4.	23.	52.	43,3	+	7,2	+	13,2.
27	23.	30.	52	5.	5.	27.	55,4	+	9,9	+	18,6.
28	23.	29.	18	5.	6.	25.	52,2	+	4,3	+	12,3.
29	23.	30.	0	5.	7.	23.	55,7	—	1,7	+	4,9.
Sept. 2	23.	28.	45	5.	11.	16.	36,3	+	7,9	+	3,3.
8	23.	26.	46	5.	17.	6.	30,6	+	4,5	+	7,4.
10	23.	26.	4	5.	19.	3.	12,2	—	4,5	—	2,6.
14	23.	24.	41	5.	22.	57.	20,6	—	5,9	—	0,4.
15	23.	21.	20	5.	23.	55.	57,7	—	8,0	—	1,1.
23	23.	21.	35	6.	1.	46.	14,0	—	13,5	—	6,3.
24	23.	21.	15	6.	2.	45.	17,5	—	7,1	—	2,6.
26	23.	20.	35	6.	4.	43.	13,2	—	11,3	—	5,1.
29	23.	19.	37	6.	7.	40.	39,6	+	0,6	+	7,7.
Oct. 1	23.	18.	59	6.	9.	38.	43,1	—	9,7	—	7,5.
8	23.	17.	0	6.	16.	33.	46,4	—	3,5	—	3,2.
9	23.	16.	45	6.	17.	33.	10,8	—	4,2	+	15,6.
10	23.	16.	30	6.	18.	32.	38,1	—	6,4	—	3,9.
15	23.	15.	24	6.	23.	30.	29,0	—	7,4	—	3,2.

Suite

Suite des Observations du Soleil.

1756.	TEMPS moyen à PARIS.			LONGITUDE du SOLEIL observée.				ERREURS des Tables de la CAILLE.		ERREURS des Tables de MAYER.	
	H.	M.	S.	S.	D.	M.	S.		S.		S.
Oct. 26	23.	13.	52	7.	4.	29.	5,3	—	8,1	—	1,9.
27	23.	13.	48	7.	5.	29.	5,8	—	10,7	—	5,0.
28	23.	13.	45	7.	6.	29.	11,3	—	11,2	—	5,5.
29	23.	13.	42	7.	7.	29.	16,5	—	11,2	—	6,8.
Nov. 7	23.	13.	55	7.	16.	31.	22,3	—	15,9	—	0,3.
12	23.	14.	32	7.	21.	33.	40,9	—	13,1	—	6,5.
13	23.	14.	42	7.	22.	34.	17,7	—	9,4	—	2,9.
14	23.	14.	53	7.	23.	34.	47,2	—	15,1	—	7,7.
Déc. 10	23.	23.	51	8.	19.	57.	16,0	—	18,3	—	8,5.
11	23.	24.	19	8.	20.	58.	22,0	—	22,8	—	7,6.
23	23.	30.	15	9.	3.	12.	13,8	—	24,2	—	6,7.
1757.											
Janv. 1	23.	34.	37	9.	12.	22.	58,7	—	22,4	—	8,3.
2	23.	35.	5	9.	13.	24.	11,0	—	19,9	—	10,1.
27	23.	43.	22	10.	8.	50.	51,2	—	39,2	—	22,8.
29	23.	43.	42	10.	10.	52.	53,6	—	22,7	—	6,9.
Fév. 11	23.	44.	30	10.	24.	2.	4,8	—	21,6	—	4,5.
14	23.	44.	22	10.	27.	3.	42,8	—	20,1	—	6,9.
18	23.	44.	2	11.	1.	5.	31,8	—	20,0	—	6,6.
19	23.	43.	55	11.	2.	5.	56,5	—	20,2	—	5,4.
23	23.	43.	21	11.	6.	7.	12,6	—	20,1	—	3,7.
24	23.	43.	12	11.	7.	7.	27,1	—	19,8	—	2,9.
Mars 5	23.	41.	19	11.	16.	7.	54,7	—	20,6	+	0,7.
8	23.	40.	33	11.	19.	7.	27,2	—	19,9	+	1,9.
9	23.	40.	19	11.	20.	7.	15,9	—	17,6	+	3,1.
26	23.	35.	14	0.	6.	59.	8,8	—	8,1	+	8,5.
27	23.	34.	55	0.	7.	58.	23,0	—	1,2	+	13,9.
Avril 5	23.	32.	11	0.	16.	49.	16,7	—	16,1	+	2,3.

Suite des Observations du Soleil.

1757.	TEMPS moyen à PARIS.			LONGITUDE du SOLEIL observée.				ERREURS des Tables de la CAILLE.	ERREURS des Tables de MAYER.
	H.	M.	S.	S.	D.	M.	S.	S.	S.
Avril 6	23.	31.	53	0.	17.	48.	9,9	— 12,7	+ 6,8.
8	23.	31.	19	0.	19.	45.	44,5	— 11,1	+ 7,8.
18	23.	28.	47	0.	29.	32.	3,1	+ 0,1	+ 11,2.
19	23.	28.	34	1.	0.	30.	22,9	— 8,0	+ 3,8.
27	23.	27.	4	1.	8.	16.	49,1	— 12,8	+ 3,2.
Juin 16	23.	30.	11	2.	26.	17.	43,5	— 6,9	+ 1,6.
20	23.	31.	2	3.	0.	6.	33,3	— 17,1	— 2,1.
Août 5	23.	35.	12	4.	14.	1.	56,2	+ 1,2	+ 1,9.
12	23.	34.	12	4.	20.	45.	20,9	+ 1,8	+ 4,3.
24	23.	31.	29	5.	2.	19.	22,0	+ 3,2	+ 0,5.

Ayant additionné toutes les erreurs positives & négatives des Tables de la Caille, qui sont à côté des observations, je trouve l'erreur moyenne — 10 secondes, en retranchant seulement celle où l'erreur est de 39 secondes : cette différence de 10 secondes est assez bien d'accord avec les différences des époques dans les Tables de ces deux Auteurs, car celles de Mayer sont plus petites de 7 secondes ; d'ailleurs l'équation est exactement la même, le lieu de l'aphélie est plus petit de 27 secondes dans Mayer, ce qui ne peut produire qu'une seconde dans le lieu du Soleil ; ainsi, la différence ne doit venir que de l'époque des longitudes moyennes.

Les 10 secondes que l'on trouve de plus dans les observations de Mayer, supposent que les équinoxes sont arrivés plus tard, & que la durée de l'année est plus longue. L'erreur moyenne étant de 10 secondes, il faudroit ajouter 1 seconde & demie à la durée de l'année, déduite des observations de Tycho, & 4 secondes à celle qui est déduite des observations

de Flamſtéed, comparées à celles de la Caille ; ainſi l'on auroit par celle-ci $365^j\ 5^h\ 48'\ 53''$; mais les Tables de la Caille me paroiſſent préférables, comme ayant été déduites d'un plus grand nombre d'obſervations, & toutes par des hauteurs correſpondantes : on va voir d'ailleurs que ce réſultat eſt encore confirmé par des obſervations poſtérieures.

En effet, les obſervations faites en 1780, m'ont fourni une dernière preuve de l'exactitude des déterminations précédentes. Le grand quart-de-cercle de M. Bergeret, conſtruit par Bird, en Angleterre, le dernier & le meilleur inſtrument de ce célèbre Artiſte, a été placé à l'École Royale-militaire de Paris, en 1778 ; M. Dagelet y a fait un grand nombre d'obſervations ; il m'a communiqué ſes Journaux, & j'en ai extrait cinquante-ſix hauteurs méridiennes du bord ſupérieur du Soleil, obſervées en 1780, tant dans les ſignes aſcendans que dans les ſignes deſcendans ; j'en ai déduit les déclinaiſons du Soleil en ſuppoſant l'erreur de la lunette $+\ 3'\ 39''$; j'ai calculé les longitudes, je les ai comparées avec les Tables de la Caille, & j'ai trouvé les différences marquées dans la Table ſuivante, où je me ſuis contenté de mettre les quarante obſervations qui s'accordent le mieux.

Obſervations faites à l'École Militaire, par M. Dagelet, Profeſſeur de Mathématiques.

DATES des OBSERV. de 1780.	DISTANCES du bord ſupérieur du SOLEIL au Zénith.	LONGITUDE déduite de la HAUTEUR.	CORR. des TABLES.
	D. M. S.	*S. D. M. S.*	*S.*
Fév. 4	64. 44. 7	10. 15. 23. 14	+ 47.
5	64. 26. 2	10. 16. 23. 18	+ 4.
10	62. 51. 51	10. 21. 26. 43	— 10.
17	60. 30. 5	10. 28. 30. 43	— 2.
20	59. 26. 25	11. 1. 31. 51	— 3.
23	58. 21. 12	11. 4. 32. 48	— 7.
24	57. 58. 49	11. 5. 33. 57	+ 47.

Suite des Observations faites à l'École Militaire.

DATES des OBSERV. de 1780.		DISTANCES du bord supérieur du SOLEIL au Zénith.			LONGITUDE déduite de la HAUTEUR.				CORR. des TABLES.
		D.	M.	S.	S.	D.	M.	S.	S.
Mars	3	54.	57.	52	11.	13.	34.	54	+ 40.
	4	54.	34.	59	11.	14.	34.	22	+ 5.
	14	50.	40.	30	11.	24.	32.	39	— 27.
	18	49.	5.	46	11.	28.	31.	7	+ 2.
	19	48.	42.	5	11.	29.	30.	40	+ 6.
	21	47.	54.	35	0.	1.	29.	11	— 10.
	23	47.	7.	54	0.	3.	27.	25	— 43.
	28	45.	10.	30	0.	8.	23.	51	— 31.
	29	44.	47.	12	0.	9.	23.	0	— 31.
Avril	4	42.	28.	56	0.	15.	17.	27	— 32.
	17	37.	44.	0	0.	28.	0.	46	— 43.
	18	37.	23.	10	0.	28.	59.	15	— 43.
	29	33.	47.	5	1.	9.	40.	49	— 27.
Août	16	35.	0.	30	4.	24.	5.	24	+ 14.
	17	35.	19.	46	4.	25.	3.	13	+ 18.
	26	38.	21.	50	5.	3.	44.	5	— 2.
	30	39.	47.	20	5.	7.	36.	40	+ 24.
Sept.	6	42.	21.	56	5.	14.	24.	12	+ 21.
	7	42.	44.	28	5.	15.	22.	31	+ 21.
	13	45.	1.	25	5.	21.	12.	55	+ 25.
	15	45.	47.	43	5.	23.	10.	8	+ 26.
	16	46.	10.	52	5.	24.	8.	39	+ 18.
	22	48.	30.	55	6.	0.	1.	3	+ 17.
	23	48.	54.	21	6.	0.	59.	58	+ 15.
	25	49.	41.	15	6.	2.	57.	51	+ 21.
	28	50.	51.	27	6.	5.	54.	43	— 0.
Oct.	6	53.	57.	20	6.	13.	48.	7	+ 6.
	8	54.	43.	15	6.	15.	46.	51	+ 10.
	9	55.	6.	5	6.	16.	46.	16	+ 12.
	13	56.	36.	22	6.	20.	43.	58	+ 1.
	14	56.	58.	45	6.	21.	43.	42	+ 19.
	16	57.	43.	3	6.	23.	42.	59	+ 21.
	24	60.	34.	17	7.	1.	41.	12	+ 15.

Ces quarante observations donnent pour l'erreur moyenne

des Tables + $3''\frac{1}{2}$, celles de Flamſtéed donnent + $1''$, en choiſiſſant les trente-quatre qui s'accordent le mieux; ainſi il n'y a ſur le mouvement du Soleil, en quatre-vingt-dix ans, que $2''\frac{1}{2}$ à ajouter; c'eſt une demi-ſeconde à ôter de la durée de l'année, qui ſera par conſéquent $365^j\ 5^h\ 48'\ 48''\frac{1}{2}$. J'ai trouvé 49 ſecondes par les obſervations de la Caille, 53 ſecondes par celles de Mayer; mais celles de M. Dagelet, ayant trente ans d'intervalle de plus, doivent avoir l'avantage: le milieu donne 50 ſecondes, tandis que les obſervations d'Hipparque m'ont donné 48 ſecondes, celles de Walterus 50 ſecondes, celles de Tycho & celles de Bologne 46 ſecondes; en s'en tenant à 48 ſecondes, on ne court pas riſque de ſe tromper de 2 ſecondes.

Il eſt donc ſuffiſamment prouvé par les meilleures obſervations du dernier ſiècle, de même que par les plus anciennes, que la durée actuelle de l'année eſt de $365^j\ 5^h\ 48'\ 48''$.

Riccioli, dans ſon Aſtronomie réformée, trouvoit déjà la même choſe; & M. Caſſini une ſeconde de plus *(Élémens d'Aſtronomie, page 232)*. L'accord des obſervations anciennes & modernes, éloigne toute idée d'accélération dans le mouvement de la Terre, ou d'équation ſéculaire qu'on voudroit introduire dans les Tables du Soleil, à l'exemple de M. Euler, dans ſes Opuſcules, en 1746, & de M. Clemm; ainſi l'on doit être raſſuré de plus en plus, ſur la menace de deſtruction, que M. Euler nous faiſoit dans les *Tranſactions philoſophiques de 1749, vol. XLVI, page 203*, & à laquelle j'ai déjà répondu dans les *Mémoires de l'Académie pour 1757, page 413*; les équinoxes de Ptolémée l'avoient induit en erreur, mais j'ai fait voir ci-devant qu'il falloit abſolument les rejeter.

Cependant M. le Gentil avoit auſſi jugé aſſez vraiſemblable que l'année étoit devenue plus courte, & cela pour une cauſe fort différente, tirée de la période de ſix cents ans *(Mémoires de l'Académie, 1756, page 75*; & M. Bailly *(Mém. 1773, page 170)*, en paroît perſuadé. Joſèphe, dans ſes Antiquités judaïques *(liv. 1, chap. 3, article 15)*, nous dit que ce n'eſt qu'après la révolution de ſix ſiècles que s'accomplit la

grande année : M. Caſſini regarde cette période comme une des plus belles qu'on ait eues *(anciens Mémoires, tome V, page 5)*; mais il ne dit pas que cette période ait jamais été rigoureuſement exacte; M. le Gentil dit auſſi qu'il ne doute point de l'accélération de la Terre, ſoit d'après ce que l'on trouve dans les Mémoires de l'Académie pour 1750, où la choſe eſt établie par des obſervations peu éloignées à la vérité les unes des autres, mais en même temps très-exactes, ſoit d'après les recherches qu'il a faites ſur la grandeur & la forme de l'année chez les anciens Égyptiens, comparée à celle que nous ſuivons aujourd'hui : examinons ces trois raiſons. Pour que la période de ſix cents ans eût ramené autrefois le Soleil & la Lune au même point du ciel, il faudroit que la durée de l'année eût été plus longue de $2'\ 50''$; car ſix cents années ſolaires, chacune de $365^j\ 5^h\ 48'\ 48''$, font $1893415680 0''$, & ſept mille quatre cents vingt-un mois lunaires, chacun de $29^j\ 12^h\ 44'\ 2''$, 8921 font $189342577 02''$; la différence eſt de $1^j\ 4^h\ 31'\ 42''$, cette différence eſt trop grande pour qu'on puiſſe ſuppoſer, ſans preuve, que cette période de ſix cents ans ramenoit autrefois le Soleil & la Lune exactement au même lieu; s'il eſt permis de ſuppoſer qu'elle étoit très-exacte autrefois, il eſt permis auſſi de ne croire ni à l'ancienneté de cette période ni à ſon exactitude. Ce que M. de la Caille dit dans les Mémoires de 1750, *p. 27*, c'eſt que la durée de l'année eſt actuellement plus petite que celle qui a été employée par Caſſini, Flamſtéed, Halley & Newton; cela ne ſignifie pas qu'elle a diminué, mais ſeulement qu'on l'avoit mal déterminée.

A l'égard de l'année des anciens Égyptiens, on n'a là-deſſus que des notions trop imparfaites pour qu'on puiſſe en tirer aucune conſéquence; ainſi les trois raiſonnemens de M. le Gentil ne ſuffiſent point du tout pour faire croire à l'accélération du Soleil.

L'année tropique étant bien connue, il faut en déduire l'année ſydérale, & pour cela il faut connoître exactement la préceſſion des équinoxes; car une augmentation de 10 ſecondes ſur la préceſſion d'un ſiècle, augmente de $2'',38$ la

différence entre l'année tropique & l'année sydérale : mais j'ai fait voir dans mon Mémoire sur la précession des Équinoxes *(Mém. 1781)*, par un grand nombre de comparaisons, que la précession est de $1^d\,23'\,45''$ dans ce siècle-ci ; & cela me donne la durée de l'année sydérale $365^j\,6^h\,9'\,11'',56$.

La durée de l'année employée dans la réformation du Calendrier Grégorien, étoit de $365^j\,5^h\,49'\,16''$, c'est-à-dire, trop grande de 28 secondes ; on ne put faire mieux pour lors que d'adopter les Tables Alphonsines, & le mouvement du Soleil y avoit été fixé avec une exactitude qui paroît surprenante pour ce temps-là.

La petite erreur de 28 secondes est peu sensible pour l'usage civil ; car je trouve que pour représenter exactement la durée que je viens de déterminer, il faudroit réellement omettre sept bissextiles en neuf cents ans, c'est-à-dire, qu'en trois mille six cents ans, il en faudroit retrancher 28, au lieu de 27 que l'on retranche : ainsi l'erreur du Calendrier Grégorien ne sera sensible qu'en l'an 5200 ; on pourroit alors omettre une bissextile séculaire, en sorte qu'il n'y en auroit point depuis l'année 4800 jusqu'à l'année 5600.

Au reste, cette différence est plus petite que celle qu'il y a entre l'année moyenne dont je viens de déterminer la longueur, & l'année solaire vraie, qui est toujours plus ou moins longue suivant le point d'où l'on part : si ces différences méritoient d'être considérées dans le Calendrier, il y en auroit une plus digne d'attention, ce seroit celle des différens mois de l'année, qui pourroient être d'accord avec le mouvement du Soleil, en faisant de trente-un jours ceux où le Soleil est du côté de son apogée, & les autres de trente, comme l'a remarqué M. Carouge, dans le *Journal des Savans de 1776* & de *1779*. Alors le Soleil entreroit dans chaque signe le premier jour de chaque mois, & les intercalations que je viens de proposer conserveroient pendant bien des siècles une conformité exacte entre l'année civile & l'année solaire : mais enfin le mouvement de l'apogée du Soleil, produit par les attractions de Vénus & de Jupiter, dérangeroit encore dans la suite cette harmonie.

Entrée du Soleil dans les douze ſignes, avec le temps qu'il emploie à parcourir chaque ſigne.

1781.	20 Déc.	$21^h\ 39'$	
1782.	19 Janv.	8. 1	$29^j\ 10^h\ 22'$
	17 Fév.	22. 52	29. 14. 51.
	19 Mars	23. 19	30. 0. 27.
	19 Avril	12. 8	30. 12. 49.
	20 Mai	5. 22	30. 17. 24.
	20 Juin	21. 30	31. 16. 8.
	22 Juillet	8. 20	31. 10. 50.
	22 Août	14. 41	31. 6. 21.
	22 Sept.	11. 8	30. 20. 27.
	22 Oct.	19. 1	30. 7. 53.
	21 Nov.	15. 12	29. 20. 11.
	21 Déc.	3. 32	29. 12. 10.
1783.	19 Janv.	13. 57	29. 10. 25.

On voit par cette Table, que le Soleil eſt plus long-temps dans notre hémiſphère que dans celui du midi, & que la différence eſt de $7^j\ 17^h\ 44'$. On voit auſſi qu'il s'en faut de ſix heures ſeulement que la demeure du Soleil, dans les ſix ſignes méridionaux, ne faſſe les cent ſoixante-dix-neuf jours, que donneroient les ſix mois de trente jours, en ôtant un jour de Février. L'intervalle de Mars en Septembre ſurpaſſe de douze heures la durée des ſix mois qui auroient trente-un jours chacun ; il n'y auroit donc entre ces deux intervalles, qui doivent différer de ſix heures, à cauſe de la durée de l'année, $365^j\ 6^h$, qu'une différence de douze heures; ainſi la méthode propoſée donneroit fort bien la correſpondance des ſignes céleſtes avec les mois civils. Mais il n'y a pas d'apparence qu'on entreprenne une nouvelle réformation du Calendrier, & il me ſuffit d'avoir indiqué la manière dont on pourroit l'exécuter.

OBSERVATIONS

FAITES À L'OBSERVATOIRE ROYAL,

Au mois de Juin de l'année 1782.

Et particulièrement des Hauteurs méridiennes du Soleil au ſolſtice d'été des années 1779, 1780 & 1782.

Par M. CASSINI fils.

SI les cinq premiers mois de cette année ont été les plus défavorables à l'Aſtronomie, que l'on ait peut-être vus depuis long-temps, il faut convenir que l'on ne pouvoit en être mieux dédommagé qu'on ne l'a été par le beau temps qui a régné dans le mois de Juin, au moment le plus intéreſſant par le grand nombre d'obſervations importantes qui ont eu lieu pendant ce mois. L'entrée du Soleil dans le Tropique; l'oppoſition des deux Planètes ſupérieures, Jupiter & Saturne, avec le Soleil; celles de la Lune; la plus grande digreſſion de Mercure; le paſſage de Vénus par ſon aphélie: pluſieurs éclipſes des Satellites de Jupiter; tels ſont les objets qui ont dû occuper les Aſtronomes pendant ce mois, & ſur leſquels nous allons rapporter dans ce Mémoire, nos obſervations & leurs réſultats. 31 Juillet 1782.

Nous commencerons par les hauteurs ſolſticiales, en y joignant celles de quelques années précédentes, pour ſervir de ſuite à un ancien Mémoire dont nous allons parler tout-à-l'heure.

§. I.

Obſervations des Hauteurs méridiennes du Soleil au ſolſtice d'Été des années 1779, 1780 & 1782.

AVANT de rapporter ici les obſervations que nous

avons faites cette année, de la hauteur méridienne du Soleil aux environs du solstice, nous croyons devoir rappeler les principaux résultats d'un long travail dont nous avons fait part à l'Académie en 1778, dans un Mémoire lû le 29 Août de la même année.

L'objet de ce Mémoire étoit de rechercher & de faire connoître ce que les observations modernes les plus exactes pouvoient nous apprendre sur la grandeur de l'obliquité de l'Écliptique & sur ses variations.

Pour y parvenir, nous avons rassemblé, discuté & calculé près de trois cents observations faites dans l'espace de trente-cinq ans, dans le même lieu, en partie par les mêmes Observateurs, & toutes avec le même quart-de-cercle de six pieds de rayon, qui existe encore à l'Observatoire, ce qui nous a donné les résultats suivans :

Obliquité vraie de l'Écliptique { vers 1743.. 23ᵈ 28′ 24″,5 ; vers 1778.. 23. 27. 54.

A la confirmation de ces résultats, nous avons appelé d'autres Observations faites avec un instrument ou secteur également de six pieds de rayon, & qui nous ont donné pareillement,

Obliquité vraie de l'Écliptique vers 1739.... 23. 28. 26.

Ayant ensuite comparé les observations des différentes années où les circonstances nous paroissent avoir été les plus favorables à l'exactitude des résultats, voici ce que nous en avons conclu :

1.° Nous avons reconnu qu'en général une diminution réelle avoit lieu dans l'obliquité de l'Écliptique :

2.° Nous avons soupçonné que cette diminution n'avoit pas toujours une marche égale ;

3.° Enfin en variant nos calculs de toutes les manières, & employant non-seulement les observations du Soleil, mais même celles de plusieurs Étoiles, nous avons été frappés d'un accord dans les résultats, qui nous a porté

à croire que la diminution totale pouvoit aller, dans l'espace d'un siècle, au moins à une minute.

Mais, ajoutions-nous dans ce Mémoire (page 485), *Nous ne dissimulerons pas que quelque bien faites que l'on suppose les Observations, elles sont encore trop peu nombreuses, & ne peuvent donner qu'un à peu-près dans la présente recherche.* Et plus loin (p. 502) *quarante années d'Observations faites, pour la plupart, avec toutes les circonstances que l'on peut desirer, ne sont pas encore suffisantes pour décider la question.*

Tel est le précis du Mémoire que nous lûmes en 1778; nous devions nous attendre que sur une matière aussi délicate, les avis seroient partagés; nous savions même déjà que, quant à la quantité absolue de l'obliquité de l'Écliptique, nous ne nous trouvions nullement d'accord avec M. Dagelet.

Selon lui, l'obliquité vraie de l'Écliptique, en 1778, étoit de $23^d\ 28'\ 12''$

Selon nous, ... 23 27. 55,2.

L'année dernière, M. de la Lande lut un Mémoire dans une de nos Séances, où il établit la diminution de l'obliquité de l'Écliptique par siècle, de 33 secondes, tandis que selon nous elle doit être d'environ 60 secondes: M. le Monnier, de son côté, par les Observations faites au gnomon de Saint-Sulpice, trouve cette variation nulle.

En remarquant une différence aussi considérable entre nos résultats & ceux qu'ont tirés de leurs Observations, des Astronomes dont les autorités sont pour nous très-respectables, nous avons pensé qu'au lieu de chercher à soutenir notre opinion, & à la faire prévaloir sur celle d'autrui, il falloit sacrifier notre amour-propre à la recherche de la vérité; & soupçonnant l'erreur plutôt de notre côté que d'un autre, chercher de bonne foi si nous pourrions la découvrir; enfin d'ajouter de nouvelles Observations faites avec un nouveau soin, pour obtenir de nouveaux résultats: nous ne doutons pas que ces Messieurs n'en agissent de même, & ne rendent compte des nouvelles Observations qu'ils ont été & seront

dans le cas de faire, & cela avec les mêmes détails que ceux où nous allons entrer.

Ne pouvant ſoupçonner aucune erreur dans les calculs que nous avions faits, vérifiés & variés de toutes les manières; doutant encore moins de l'attention & de l'exactitude avec leſquelles ont été faites les anciennes Obſervations; ayant enfin, pour autoriſer notre confiance dans celles qui nous ſont propres, le témoignage d'un très-grand accord dans les réſultats d'opérations, multipliés & variés, il ne nous reſtoit à jeter notre incertitude que ſur l'inſtrument même; & en effet dans notre premier travail, nous n'avions eu (& nous n'avions pu avoir, faute de données) aucun égard à l'erreur qui pouvoit avoir lieu dans la diviſion de l'inſtrument.

Quoique cette erreur ne pût être raiſonnablement ſoupçonnée aſſez forte pour produire la différence ſuſdite entre les réſultats, il étoit néanmoins très-important de s'éclaircir ſur ce point; en conſéquence, nous réſolumes de nous livrer à cette recherche; & pour y parvenir par le moyen le plus ſimple & le plus court, nous primes le parti de porter ſur ce quart-de-cercle une nouvelle diviſion qui, en laiſſant ſubſiſter l'ancienne, offriroit ſans ceſſe à l'avenir, un point de comparaiſon & de vérification.

Cette opération fut exécutée au mois de Mai de l'année 1779, par le ſieur Lennel, qui, travaillant avec nous & ſous nos yeux, y apporta toute l'attention, les précautions & l'adreſſe néceſſaires dans un travail auſſi délicat; il ſeroit trop long de rapporter ici le procès-verbal très-détaillé que nous dreſſames jour par jour de cette opération, on le trouvera dans un autre Ouvrage, il nous ſuffira de dire qu'ayant porté à pluſieurs repriſes, dans différens momens, le rayon du cercle de l'ancienne diviſion, ſur les points 0^d & 60^d, nous trouvames conſtamment cet arc de 60 degrés, trop court d'une quantité qui fut évaluée de la manière que nous allons l'expliquer.

Nous eumes ſoin de porter notre nouvelle diviſion ſur un cercle concentrique, & ſeulement éloigné d'environ

$\frac{1}{10}$ de ligne au-dessous du cercle de la division du sieur Langlois, de manière que dans le même microscope on aperçût en même temps l'ancien & le nouveau point l'un au-dessus de l'autre; on peut en conséquence amener le fil à plomb à volonté, ou sur l'une ou sur l'autre division, & estimer à peu-près d'un même coup-d'œil la différence qu'il y a entre les deux. Nous avons donc commencé, en amenant le fil-à-plomb sur chaque point de notre nouvelle division, par déterminer à peu-près à l'estime & en parties de point de l'ancienne division, les différences respectives; cela fait, nous avons cherché à déterminer la valeur de ces différences par l'observation directe, & voici comment nous y avons réussi: de deux Observateurs qu'il falloit pour cette opération, l'un ayant toujours l'œil au microscope, plaçoit le fil-à-plomb sur l'ancienne division, lors du passage au méridien d'une Étoile quelconque; l'autre Observateur ayant l'œil à la lunette, prenoit avec le micromètre la hauteur de cette Étoile, environ 8 secondes avant son passage au fil vertical: cela fait, le premier changeoit doucement le fil, & le ramenoit sur la nouvelle division; & le second prenoit de nouveau avec le micromètre la hauteur de la même Étoile, 8 secondes après son passage au vertical; la différence qui n'étoit jamais que de quelques parties de micromètre, donnoit ainsi très-directement l'évaluation de la différence des deux divisions. C'est par cette opération répétée & faite avec tout le soin & l'adresse qu'elle exige, que nous sommes parvenus à reconnoître que la différence des divisions à la hauteur du solstice, est entre 8 & 9 secondes; voilà donc établie pour cette hauteur la limite de l'erreur de l'ancienne division: une erreur, ou plutôt une différence de 8 secondes dans les arcs de 60 degrés, en a dû produire une de 12 secondes entre les arcs de 90 degrés; en effet, l'Observation nous a donné 11,5 secondes; on voit que cette méthode demande le concours de deux Observateurs, & la circonstance rare d'un grand calme, sans lequel l'ouverture de la trappe donne lieu à l'agitation du fil-à-plomb; cette opération ne peut

même ſe faire que ſur les Étoiles, encore faut-il choiſir celles qui par la grandeur de leur diamètre apparent par rapport au diamètre du fil, ſont les plus faciles à couper par le curſeur de la même manière, les Étoiles de la première grandeur ſont trop fortes, celles de la cinquième trop petites. Il faudra un temps conſidérable pour déterminer ainſi directement toutes les différences des deux diviſions, auſſi ne les avons-nous encore déterminées qu'environ ſur une trentaine de points; mais nous nous ſommes attachés principalement à ceux ſur leſquels tombent plus communément nos obſervations.

L'opération de la nouvelle diviſion de notre quart-de-cercle fut achevée dans les premiers jours de Juin; on ſe doute bien que nous nous hâtames de le remonter. Il fut remis en place le 12 Juin au ſoir, & dès le 13 nous commençames à en faire uſage, ce qui nous donna les réſultats ſuivans.

Hauteurs méridiennes du bord ſupérieur du Soleil, priſes à la nouvelle diviſion.

1779.	HAUTEURS OBSERVÉES.			RÉDUCTION au SOLSTICE.		HAUTEUR ſolſticiale du bord ſupér. du SOLEIL.		
	D.	M.	S.	M.	S.	D.	M.	S.
Juin 13	64.	40.	34,8	13.	48,8	64.	54.	23,6.
15	64.	46.	25,7	7.	53,3	64.	54.	19,0.
18	64.	52.	23,2	2.	5,3	64.	54.	28,5.
19	64.	53.	25,3	0.	59,1	64.	54.	24,4.
23	64.	53.	48,2	0.	41,9	64.	54.	30,1.
25	64.	51.	13,8	3.	0,9	64.	54.	14,7

Suppoſons { Le demi-diamètre ..... 0d 15′ 47″,2.
La parallaxe ..... 0. 0. 3,4.
La réfraction ..... 0. 0. 27,0.
L'angle de la Lunette ..... 90. 0. 23,0.
La hauteur de l'Équateur ..... 41. 9. 48,0.
La nutation ..... — 3,0.

On aura

L'obliquité de l'Écliptique { Apparente . . . . . 23ᵈ 28′ 3″,3
Vraie. . . . . 23. 28. 0,3.

De ces ſix obſervations, rejetant celle du 25, qui s'écarte trop des autres, le milieu entre les cinq autres, nous donne

Pour la hauteur ſolſticiale du bord ſupérieur du Soleil, telle que l'a donnée notre inſtrument . . . . . 64ᵈ 54′ 25″,1.
Et corrigée de l'erreur de la lunette . . . . . 64. 54. 2,1.

D'où l'on conclut une obliquité plus grande ſeulement de 5 ſecondes que celle que nous avions trouvée en 1778. Mais nous avouerons que nous donnons peu de confiance à ce réſultat, quoiqu'il nous ſoit favorable, d'autant que nous nous aperçumes que le fil curſeur n'étoit pas bien horizontal, il fallut même y retoucher, auſſi nos Obſervations n'ont-elles pas le même accord qu'elles ont coutume d'offrir; la vérification de l'angle de la lunette ne put être faite qu'environ ſix ſemaines après, par le renverſement; enfin le ciel ne fut pas des plus favorables, nous fumes plus heureux l'année ſuivante 1780: voici ce que nous donnèrent nos Obſervations.

Hauteurs méridiennes du bord supérieur du Soleil, prises à la nouvelle division.

1780.	HAUTEURS observées à la LUNETTE horizontale.	RÉDUCTION au SOLSTICE.	HAUTEUR solsticiale du bord supérieur du SOLEIL.
	D. M. S.	M. S.	D. M. S.
Juin 15	64. 48. 13,5	6. 4,0	64. 54. 17,5.
17	64. 51. 50,5	2. 25,1	64. 54. 15,6.
18	64. 52. 58,9	1. 12,7	64. 54. 11,6.
19	64. 53. 53,5	0. 25,2	64. 54. 18,7.
24	64. 51. 39,8	2. 39,1	64. 54. 18,9.
25	64. 50. 0,0	4. 19,9	64. 54. 19,9.
26	64. 47. 53,0 à la lunette du milieu, vers l'orient.	6. 27,1	64. 54. 20,1.
27	24. 10. 51,5	8. 56,2	24. 19. 47,7.
28	24. 7. 58,5	11. 51,1	24. 19. 49,6.
29	24. 4. 38,0	15. 10,9	24. 19. 48,9.

Supposant { L'angle de la lunette horizontale.. 90d 0′ 16″,5.
L'angle de la lunette du milieu... 49. 25. 51,4.
La nutation..... — 5,6.

Et le reste, comme ci-dessus.

On aura

L'obliquité de l'Écliptique { Apparente ..... 23. 28. 1,9.
Vraie *(lun. horiz.)* 23. 27. 56,3.

On voit par la Table précédente, combien nous avons cherché à multiplier & à varier nos Observations; notre instrument à deux lunettes, fixées, l'une vers le quatre-vingt-dixième degré de la division, & que nous appelons *lunette horizontale;*

horizontale; l'autre vers le quarante-neuvième degré, nous appelons celle-ci *lunette du milieu.* Nous avons déterminé les hauteurs solsticiales séparément par chacune de ces lunettes: en conséquence, depuis le 15 Juin jusqu'au 26 inclusivement, nous avons pris les hauteurs méridiennes du bord supérieur du Soleil avec la lunette horizontale. Ces sept jours d'observations, dont les résultats, à l'exception de celui du 18, s'accordent parfaitement, donnent

Pour la hauteur solsticiale du bord supérieur du Soleil, telle que la donne la lunette ..... $64^d\ 54'\ 18'',0.$
Et en corrigeant de l'erreur de cette lunette ($0'17'',3$). 64. 54. 0,7.

Pendant les trois jours suivans, nous avons pris les hauteurs méridiennes du Soleil avec la lunette du milieu; les trois résultats très-d'accord entr'eux, ont donné

Pour la hauteur observée ..... $24^d\ 19'\ 48'',7.$
Ce qui donne la hauteur solsticiale du bord supérieur du Soleil, ayant égard à l'angle de la lunette ($49^d\ 25'\ 51'',4$) ..... 64. 53. 57,3.

C'est, comme l'on voit, à $3'',4$ près, le même résultat qu'avec l'autre lunette; d'où l'on conclura, si l'on prend un milieu entre les résultats des deux lunettes,

L'obliquité vraie de l'Écliptique ..... 23. 27. 54,6.

c'est à $5'',7$ près ce que nous avions trouvé l'année précédente.

En 1781, nous ne pumes faire aucune observation, ayant été obligés de déplacer notre quart-de-cercle pour la construction du nouveau Cabinet, qui nous a interdit pendant plus d'une année l'usage de nos principaux instrumens. Passons donc aux observations de cette année, qui sont sans doute les plus exactes & les plus concluantes par leur multiplicité, leur accord, & toutes les circonstances que l'on pouvoit desirer.

Hauteurs méridiennes du bord ſupérieur du Soleil, priſes à la nouvelle diviſion, avec la lunette du milieu.

1782.	HAUTEURS OBSERVÉES.			RÉDUCTION au SOLSTICE.		HAUTEUR ſolſticiale du bord ſupérieur du SOLEIL.		
	D.	M.	S.	M.	S.	D.	M.	S.
Juin 13	24.	7.	11,1	12.	52,5	24.	20.	3,6.
15	24.	12.	46,4	7.	11,2	24.	19.	57,6.
17	24.	16.	57,6	3.	8,0	24.	20.	5,6.
Juillet 5	23.	39.	13,5	40.	47,5	24.	20.	1,0.
Avec la lunette horizontale.								
Juin 18	64.	52.	39,2	1.	44,0	64.	54.	23,2.
19	64.	53.	34,6	0.	45,1	64.	54.	19,7.
20	64.	54.	6,5	0.	10,0	64.	54.	16,5.
22	64.	54.	3,6	0.	15,3	64.	54.	18,9.
23	64.	53.	24,0	0.	55,2	64.	54.	19,2.
Juillet 1	64.	33.	24,0	21.	0,0	64.	54.	24.0.
3	64.	24.	19,7	30.	5,7	64.	54.	25,4.

Suppoſant l'angle de la lunette horiz. { 90^d 0′ 16″ $\frac{1}{2}$, nouv. diviſion. / 90. 0. 33,3, anc. diviſion.

L'angle de la lunette du milieu..... 49. 25. 58,6.

La nutation..... — 8,8.

Le reſte comme ci-deſſus.

On aura

Obliquité de l'Écliptique.... { 23. 28. 5,4, apparente. / 23. 27. 56,6, vraie.

Les quatre hauteurs des 13, 15, 17 Juin & 5 Juillet,

ont été prises à la lunette du milieu & à la nouvelle division ; prenant un milieu entre leurs résultats, elles donnent

Pour la hauteur observée ..... $24^{d}\ 20'\ 2'',0.$

D'où l'on conclut la hauteur solsticiale du bord supérieur du Soleil, ayant égard à l'angle de la lunette ($49^{d}\ 25'\ 58'',6$) ..... $64.\ 54.\ 3,4.$

Les sept observations qui ont été faites avec la lunette horizontale, & encore à la nouvelle division, donnent par un milieu

La hauteur solsticiale, telle que la donne la lunette .. $64.\ 54.\ 21,0.$

Et en corrigeant de l'erreur de cette lunette ($0'\ 16'',5$) $64.\ 54.\ 5,0.$

Les deux lunettes s'accordent donc à donner la hauteur solsticiale du bord supérieur du Soleil à $1'',6$ près, en employant la nouvelle division ; d'où prenant un milieu entre les deux résultats, on conclut

L'obliquité vraie de l'Écliptique ..... $23^{d}\ 27'\ 56'',6.$

Ayant ainsi déterminé la hauteur solsticiale par onze observations, faites à deux lunettes différentes & sur la nouvelle division, nous avons fait encore trois nouvelles observations les 24, 25 & 26 Juin avec la lunette horizontale, & sur l'ancienne division ; mais ces trois observations étant peu d'accord entr'elles, nous les avons rejetées.

Voilà donc une obliquité de l'Écliptique conclue pendant trois années d'observations, avec deux lunettes différentes, sur différens points du limbe, & qui toutes concourent non-seulement à donner cette obliquité au-dessous de $23^{d}\ 28'$, mais encore viennent confirmer le dernier résultat que j'avois donné dans mon ancien Mémoire, où j'avois établi la grandeur de cet angle vers 1778, de $23^{d}\ 27'\ 55''$. Il nous reste actuellement, pour ne rien laisser à desirer, & apprécier l'exactitude de ces résultats, que de justifier de la vérification de l'erreur des lunettes & de celle de la division ; car il est naturel que l'on nous fasse cette question, laquelle des deux divisions, portée sur votre instrument, doit être préférée ? c'est sur quoi nous espérons ne laisser bientôt aucun doute.

Vérification de l'angle des Lunettes.

Nous avons déjà dit qu'en 1779, la vérification de la lunette horizontale fut faite par le renverſement : en effet, le 2 Août, à quatre heures du matin, ayant pointé la lunette ſur la tour de l'Hay, éloignée de l'Obſervatoire de 3425 toiſes, & ayant pris la hauteur de cette tour & celle d'une cheminée dans la poſition droite & dans la poſition renverſée de l'inſtrument, & ayant appliqué une correction de 50″,7 pour une différence de 5 pieds 1 pouce de hauteur de la lunette dans les deux opérations, nous avons trouvé par un milieu

L'angle de la lunette horizontale, par rapport au premier point de la diviſion, de ..... 90d 0′ 23″,0.

En 1780, la même opération du renverſement fut faite le 23 Mars, & donna

L'angle de la lunette horizontale de ..... 90. 0. 23,2.

Nous eumes de plus l'attention de faire la vérification des deux lunettes par le retournement, en Janvier & en Juin : voici les obſervations rapportées telles qu'elles ont été faites.

α de Perſée ; lunette horizontale.

1779.		
Déc. 23.	90d 13′ 50″,5.	à l'Or.
1780.		
Janv. 22.	59,5.	
Par un milieu.	90. 13. 55,0.	
1780.		
Janv. 4.	89. 46. 39,3.	à l'Occ.
8.	34,4.	
Par un milieu.	89. 46. 36,8.	
Donc, angle de la lunette horizontale.	90. 0. 16,0.	

η de la grande Ourſe ; lunette horiz.

1780.		
Mai 28.	91d 35′ 15″,1.	à l'Or.
Juin 9.	16,7.	
21.	16,1.	
25.	17,0.	
Par un milieu.	91. 35. 16,2.	
1780.		
Juin 10.	88. 25. 19,7.	à l'Occ.
12.	15,4.	
13.	18,9.	
Par un milieu.	88. 25. 18,0.	
Donc, angle de la lunette horizontale.	90. 0. 17,1.	

α de Perſée ; lunette du milieu.

1779.		
Déc. 25.	49d 39′ 36″,5	à l'Or.
1780.		
Janv. 14.	38,9.	
31.	33,8.	
Par un milieu.	49. 39. 33,1.	
1779.		
Déc. 31.	49. 12. 9,2.	à l'Occ.
1780.		
Janv. 7.	13,3.	
12.	5,2.	
13.	7,2	
Par un milieu.	49. 12. 8,7.	
Donc, angle de la lunette du milieu.	49. 25. 51,0.	

η de la grande Ourſe ; lunette du milieu.

1780.		
Juin 28.	51d 0′ 45″,7.	à l'Or.
Juillet 13.	44,1.	
Par un milieu.	51. 0. 45,0.	
1780.		
Juillet 7.	47. 50. 58,7.	à l'Occ.
Donc, angle de la lunette du milieu.	49. 25. 51,8.	

En 1782, nous nous ſommes particulièrement appliqués à déterminer l'angle des lunettes ſur chacune des deux diviſions, par l'opération du retournement : voici ce que nous ont donné nos obſervations.

n de la grande Ourſe; lunette du milieu.

Nouvelle diviſion.		
1782.		
Juin 11.	51d 0′ 11″,0.	à l'Or.
13.	9,0.	
14.	9,8.	
Par un milieu.	51d 0′ 10″,0.	
1782.		
Mai 29.	47. 51. 43,4.	à l'Occ.
Juin 2.	44,3.	
6.	48,7.	
7.	52,7.	
Par un milieu.	47. 51. 47,2.	
Donc, angle de la lunette du milieu.	49. 25. 58,6 *.	

Arcturus; *lunette du milieu.*

Ancienne diviſion.		
1782.		
Juin 24.	20d 55′ 53″,7.	
25.	48,3.	
Par un milieu.	20. 55. 51,0.	
1782.		
Juin 28.	77. 56. 23,0.	à l'Occ.
29.	18,6.	
Par un milieu.	77. 56. 20,8.	
Donc, angle de la lunette du milieu.	49. 26. 6,0.	

* L'angle de la lunette *M*, déterminé cette année, eſt plus grand de 7 ſecondes qu'en 1780, & l'on ne doit point en être étonné, lorſqu'il a fallu déplacer l'inſtrument en 1781, pour la conſtruction des nouveaux Cabinets, quelque précaution qu'on ait priſe, cette lunette ſe trouvant au milieu de la carcaſſe, a dû ſouffrir un peu dans le tranſport.

n de la grande Ourſe ; lunette horiz.

Nouvelle diviſion.

1782.		
Juin 15.	91d 34′ 30″,0.	à l'Or.
16.	28,9.	
Par un milieu.	91. 34. 29,0.	
1782.		
Juin 17.	88. 26. 4,0.	à l'Occ.
Donc, angle de la lunette horizontale.	90. 0. 16,5.	

n de la grande Ourſe ; lunette horiz.

Ancienne diviſion.

1782.		
Juin 25.	91d 34′ 42″,9.	à l'Or.
30.	40,6.	
Par un milieu.	91. 34. 41,7.	
Juin 28.	88. 26. 20,8.	à l'Occ.
Donc, angle de la lunette horizontale.	90. 0. 31,0.	
1782.		
Juill. 20.	91. 34. 42,0.	à l'Or.
27.	88. 26. 42,4.	à l'Occ.
Donc, angle de la lunette horizontale.	90. 0. 32,2.	

Nous aurions pu nous diſpenſer cette année de vérifier l'inſtrument par le renverſement, puiſque les obſervations de *n* de la grande Ourſe, nous prouvoient que la lunette *H* n'avoit point varié depuis 1780, où cette opération avoit été faite : néanmoins nous ne voulumes rien négliger ni rien omettre pour la plus parfaite juſtification de nos réſultats. Il y a plus, il nous reſtoit quelque ſcrupule ſur la manière dont nous faiſions anciennement cette opération. Nous avons dit plus haut que nous avions coutume de renverſer l'inſtrument, en pointant la lunette ſur le château de l'Hay ; mais nous remarquames principalement cette année, que la pouſſe d'une nouvelle remiſe, plantée dans la direction, interceptoit ſouvent le rayon viſuel de l'Obſervatoire au château de l'Hay ; que

que ce rayon après avoir parcouru librement un eſpace d'environ 2400 toiſes, venoit raſer cette remiſe & le ſol d'un côteau intermédiaire, dont les vapeurs pouvoient faire éprouver à ce rayon des variations très-inégales & ſubites, pendant l'obſervation. Nous réſolumes, pour lever tout ſcrupule, de parer à cet inconvénient : en conſéquence, nous avons pris le parti de faire établir à demeure, au bord de la ſuſdite remiſe, ſur le côteau, & à environ 1000 toiſes de l'Obſervatoire, un poteau, portant quatre points de mire, tous diſtans entr'eux de $5^{\text{pieds}}\ 1^{\text{pouce}}$, quantité égale à la différence de l'élévation de notre lunette, dans la poſition droite & dans la poſition renverſée : de cette manière nous n'avons plus aucune correction à faire aux hauteurs obſervées, ce qui rend la vérification plus directe & plus exacte. Notre nouveau poteau a été mis en place ces jours derniers, & nous avons auſſi-tôt répété l'opération du renverſement avec le plus grand ſoin ; nos Obſervations nous ont donné avec le plus grand accord, par les différentes mires, l'angle de la lunette, par rapport au premier point de diviſions, de $90^{d}\ 0'\ 21'',5$, c'eſt-à-dire, à $1'',5$ près, le même qu'en 1779 & 1780 : nous le ſuppoſerons donc de $90^{d}\ 0'\ 22''$, & ne croyons pas pouvoir mieux établir un pareil réſultat : reſte donc, d'après ces données, à décider notre choix entre les deux diviſions.

Examen & comparaiſon de l'ancienne & de la nouvelle Diviſion.

Nous avons déjà dit que vers le point de 65 degrés, les deux diviſions différoient d'environ 8 à 9 ſecondes, dont l'ancienne diviſion donne les hauteurs plus grandes que la nouvelle ; & que vers 90 degrés, cette différence, toujours dans le même ſens, va juſqu'à 15 à 16 ſecondes, tels ſont les principaux points qu'un grand nombre d'Obſervations & de comparaiſons répétées, nous a fait connoître ; c'eſt ce qu'on voit d'ailleurs par les hauteurs de η de la grande Ourſe, ci-deſſus rapportées, & priſes aux deux diviſions.

De plus, en comparant au microſcope, l'un après l'autre,

chacun des points correſpondans de chaque diviſion, nous avons reconnu que généralement parlant, les deux diviſions ſe confondent ou ne diffèrent que d'une quantité inſenſible, depuis zéro degré juſqu'au quarante-ſeptième degré; que depuis le quarante-ſeptième degré juſque vers 70 degrés, la différence devient de plus en plus ſenſible; qu'enfin, depuis 70 juſqu'à 92 degrés, elle eſt la plus conſidérable. Nous avons quelques points, mais en très-petit nombre, où l'ancienne diviſion donne moins que la nouvelle : mais, de combien de ſecondes eſt la véritable différence entre chacun de ces points, voilà ce qu'il eſt important d'établir, ce que nous avons déjà heureuſement déterminé pour pluſieurs des points où tombent nos obſervations; mais le reſte n'eſt point encore déterminé : & quoique depuis deux ans nous nous ſoyons aſſidument occupés de l'examen de ces diviſions, que nous ayons ſaiſi toutes les occaſions de déterminer ces différences par des Obſervations directes, la réunion des circonſtances favorables eſt ſi rare, ſur-tout dans un climat tel que celui-ci, que nous ne pouvons nous flatter, d'ici à quelque temps, d'avoir achevé ce travail; mais pour ce qui regarde la queſtion dont il s'agit ici, nous avons des données ſuffiſantes.

En effet, nous remarquerons premièrement, que l'opération du renverſement, répétée dans trois années, nous a donné conſtamment l'angle de la lunette horizontale, avec le premier point de la diviſion, de $90^d\,0'\,22''$: cet angle eſt néceſſairement le même pour les deux diviſions qui partent du même point, & ſe confondent abſolument dans les premiers degrés.

D'un autre côté, l'opération du retournement nous a donné ce même angle, ſur la nouvelle diviſion, de $90^d\,0'\,16'',5$, & ſur l'ancienne, de $90^d\,0'\,32'',0$: cet angle, déterminé par rapport au dernier point de la diviſion, & qui eſt affecté de l'erreur totale qui peut ſe trouver répandue ſur l'arc de 90 degrés, ſe trouve plus grand de 10 ſecondes ſur l'ancienne diviſion, & plus petit de $6'',0$ ſur la nouvelle diviſion, que l'angle de la lunette avec le premier point 0 degrés.

Voilà donc les erreurs de l'arc total, déterminées pour chacune des diviſions, d'où l'on voit, 1.° que les diviſions s'accordent & ſe confondent depuis 0 degrés juſqu'au quarante-ſeptième; c'eſt depuis ce point juſqu'à 90 degrés, que doivent être réparties les dix ſecondes d'erreur de l'ancienne diviſion, ſouſtractives des hauteurs, & les 6″,0 d'erreur de la nouvelle diviſion, additives aux hauteurs; 2.° que la différence des deux diviſions à la hauteur du ſolſtice, étant de 8 ſecondes, il faut ajouter 3 ſecondes à la hauteur ſolſticiale déterminée ſur la nouvelle diviſion, & retrancher 5 ſecondes de celle qui eſt déterminée ſur l'ancienne diviſion; 3.° cette correction faite, on doit employer conſtamment pour les deux diviſions, l'angle de la lunette horizontale de $90^{d}\ 0'\ 22''$, déterminé par le renverſement, & par conſéquent indépendant de l'erreur des diviſions; 4.° qu'il n'y a aucune correction à faire à la hauteur ſolſticiale priſe avec la lunette du milieu, puiſque le fil-à-plomb tombe ſur le point de $24^{d}\ 20'$ où les diviſions ſe confondent, mais que, dans la détermination de l'angle de cette lunette par le retournement, il faut avoir égard à l'erreur de la diviſion, ſi dans les points ſur leſquels eſt tombée la hauteur de la même Étoile obſervée dans les deux ſens, il y a quelque différence entre les diviſions; par exemple, en 1780, l'angle de la lunette *M* a été déterminé à la nouvelle diviſion par α de Perſée, dont la hauteur dans les deux ſens, eſt tombée ſur les points $49^{d}\ 40'$ & $49^{d}\ 10'$, où la différence entre les diviſions eſt de 5 ſecondes, dont 2 ſecondes appartiennent à l'erreur de la nouvelle diviſion, & qu'il faut ajouter aux hauteurs de α de Perſée; ce qui donnera l'angle de la lunette de $49^{d}\ 25'\ 52'',9$. En 1782, je trouve pareillement qu'il faut ajouter 3 ſecondes aux hauteurs de γ de la grande Ourſe à la nouvelle diviſion; ce qui donne l'angle de la lunette de $49^{d}\ 26'\ 1'',5$, au lieu de $49^{d}\ 25''\ 58'',6$ que je l'avois trouvé avant de connoître ou d'employer cette correction.

Appliquons de même la correction ſur l'ancienne diviſion,

& voyons ce qui en réſultera : on a employé l'étoile Arcturus à déterminer ce même angle de la lunette du milieu avec l'ancienne diviſion ; or il n'y a aucune correction à faire à la hauteur qui tombe ſur 20^{d} 50$^{\prime}$; mais il y a 10 ſecondes à ôter de la hauteur qui tombe ſur le point de 78^{d} 0$^{\prime}$, où la différence des deux diviſions eſt de 16 ſecondes ; ce qui donne l'angle de la lunette corrigé de l'erreur de l'ancienne diviſion, de 49^{d} 26$^{\prime}$ 1$^{\prime\prime}$ à 5 dixièmes de ſeconde près, le même que nous l'avons trouvé par une autre Étoile, & ſur la nouvelle diviſion corrigée. Un pareil accord confirme bien complétement l'exiſtence des erreurs que nous avons établies pour chaque diviſion.

En appliquant la correction de ces erreurs aux Obſervations que nous avons rapportées ci-deſſus, on a les réſultats ſuivans,

ANN.	HAUTEUR OBSERVÉE.	ERR. de DIVIS.	ANGLE de la LUNETTE corrigée.	HAUTEUR apparente du SOLEIL.	OBLIQUITÉ VRAIE.
	D. M. S.	S.	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.
1780.	64. 54. 18,0	+ 3	90. 0. 22,0	64. 53. 59,0	23. 27. 53,5.
1780.	24. 19. 48,7	+ 0	49. 25. 52,9	64. 53. 55,8	
1782.	24. 20. 2,0	+ 0	49. 26. 1,5	64. 54. 0,5	23. 27. 54,1.
1782.	64. 54. 21,0	+ 3	90. 0. 22,0	64. 54. 2,0	

D'où l'on voit que, de quelque manière que nous nous y prenions, nos Obſervations concourent toujours à nous donner une obliquité au-deſſous de 23^{d} 28$^{\prime}$.

Après les détails dans leſquels nous venons d'entrer, que l'on admette ou que l'on rejette nos réſultats, au moins ne pourra-t-on s'empêcher de reconnoître que nous n'avons négligé aucun moyen pour démêler la vérité, & que nous l'avons cherchée de bonne foi : nous pouvons aſſurer qu'en commençant cette Critique de notre ancien travail fait en

1778, nous y avons apporté l'esprit d'impartialité qu'y auroit pu mettre la personne la plus étrangere ; nous avouerons même que nous eussions été plus satisfaits si la conclusion de ce Mémoire, nous eût, par l'application des nouvelles corrections, rapprochés du résultat de ces Messieurs ; la quantité absolue de l'obliquité de l'Écliptique eût été par cet accord, bien connue & déterminée, & voilà ce que nous desirions sincèrement & uniquement ; au lieu qu'il y reste encore une incertitude au moins de 12 secondes, qu'il est fâcheux pour le bien de la chose de ne pouvoir lever. Je crois cependant que si Messieurs les Astronomes qui ont travaillé à la recherche de cet élément, veulent multiplier leurs Observations autant que nous l'avons fait, & se donner les mêmes soins que nous avons pris pour la vérification des instrumens qu'ils emploient, il ne sera pas difficile de juger bien-tôt le procès.

Et nous assurons d'avance, que si après avoir ainsi satisfait à tous les genres d'épreuves, le plus grand nombre s'accorde à donner un résultat différent du nôtre, nous serons des premiers à rejeter le nôtre pour reconnoître le leur.

Nous croyons en avoir assez dit sur cette matière, passons aux autres Observations que nous avons annoncées.

Opposition des deux Planètes supérieures, Jupiter & Saturne.

Jupiter & Saturne devant se trouver presque en même temps en opposition avec le Soleil, n'y ayant entre l'un & l'autre qu'environ 5 degrés de différence en ascension droite, ayant d'ailleurs à 36 minutes près la même déclinaison australe, nous les avons comparés tous les deux à la même étoile du Scorpion, qui se trouvoit infiniment proche de leur parallèle. Nous avons supposé l'ascension droite apparente de cette Etoile de $236^d\ 52'\ 49'',2$, sa déclinaison de $21^d\ 59'\ 23''$ australe. Les hauteurs de ces astres sur l'horizon, n'excédant pas pour la plus grande $19^d\ 13'$, nous n'avons

pas jugé devoir employer les hauteurs correſpondantes très-déſavantageuſes en pareil cas : nous avons donc préféré d'obſerver les paſſages à la lunette méridienne de 3 pieds, que nous venions tout récemment d'établir dans les nouveaux Cabinets, & dont nous avions déjà eu le temps de déterminer aſſez exactement la poſition. Quant aux hauteurs méridiennes, nous les avons priſes avec notre quart-de-cercle mobile de 6 pieds : pour mieux déterminer l'heure & le lieu de l'oppoſition, nous avons pris ſept jours d'obſervations, & comparé pour chaque jour le lieu géocentrique, déterminé par obſervation avec celui des Tables, ce qui nous a donné, de la manière la plus exacte, l'erreur des Tables de chaque Planète, & c'eſt de ce lieu des Tables, corrigé de l'erreur moyenne, dont nous avons conclu le lieu & l'heure de l'oppoſition; cette méthode, quoiqu'un peu longue par la quantité de calculs qu'elle exige, eſt cependant la ſeule que l'on doive employer lorſqu'on veut obtenir une très-grande exactitude dans les réſultats. Le Tableau de ces calculs & de leurs réſultats eſt expoſé dans les Tables ſuivantes.

Oppoſition de Jupiter.

JUIN.	TEMPS MOYEN.	ASCENS. DROITE.	DÉCLIN. AUSTRALE.	LONGIT. OBSERVÉE.	LATIT. obſervée BORÉALE.	ERREURS DES TABLES EN LONG.	ERREURS DES TABLES EN LATIT.
	H. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	M. S.	M. S.
14.	12. 1. 0,2	263. 38. 12,5	22. 56. 24,7	264. 8. 30,0	0. 23. 50	— 4. 15,0	— 1. 2.
15.	11. 56. 30,8	263. 29. 48,6	22. 56. 12,6	264. 0. 46,5	0. 23. 42	— 4. 17,5	— 1. 0.
16.	11. 52. 0,7	263. 21. 20,2	22. 56. 3,7	263. 52. 57,5	0. 23. 30	— 4. 26,5	— 1. 4.
17.	11. 7. 32,5	263. 13. 0,8	22. 55. 47,7	263. 45. 18,5	0. 23. 25	— 4. 26,5	— 1. 1.
18.	11. 43. 3,6	263. 4. 55,0	22. 55. 31,7	263. 37. 51,0	0. 23. 19	— 4. 16,0	— 0. 59.
19.	11. 38. 34,8	262. 56. 46,0	22. 55. 16,7	263. 30. 19,5	0. 23. 12	— 4. 11,5	— 0. 58.
20.	11. 34. 6,3	262. 48. 34,1	22. 55. 1,7	263. 22. 46,0	0. 23. 5	— 4. 10,0	— 0. 56
					Suppoſant l'erreur moyenne des Tables ſouſtractives.....	— 4. 18,0	— 1. 0.

On aura

L'heure de l'opposition le 14..... 17ʰ 26′ 1″,5 t. vrai.

Longitude en opposition..... 264ᵈ 6. 43,0.

Latitude..... 0. 23. 50,0 boréale.

Avec un héliomètre appliqué à une lunette achromatique à trois verres de 3 pieds $\frac{1}{2}$ de foyer, & de 42 lignes d'ouverture, nous avons trouvé

Diamètre de Jupiter vertical..... 45″,0.

Dans l'erreur des bandes..... 46,6.

Opposition de Saturne.

JUIN.	TEMPS MOYEN.	ASCENS. DROITE.	DÉCLIN. AUSTR.	LONGIT. OBSERVÉE.	LATIT. observée BOR.	ERREURS DES TABLES EN LONG	ERREURS DES TABLES EN LATIT.
	H. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S	M. S.	M. S.
14.	12. 18. 49,2	268. 6. 12,7	22. 19. 37	268. 14. 48	1. 7. 43	— 10. 38	+ 0. 11.
15.	12. 14. 34,3	268. 1. 26,9	22. 19. 37	268. 10. 27	1. 7. 39	— 10. 35	+ 0. 10.
16.	12. 10. 18,5	267. 56. 33,7	22. 19. 37	268. 5. 57	1. 7. 36	— 10. 42	+ 0. 12.
17.	12. 6. 3,5	267. 51. 47,9	22. 19. 37	268. 1. 28	1. 7. 33	— 10. 47	+ 0. 14.
18.	12. 1. 49,6	267. 47. 12,6	22. 19. 37	267. 57. 18	1. 7. 28	— 10. 33	+ 0. 13.
19.	11. 57. 34,1	267. 42. 22,3	22. 19. 37	267. 52. 48	1. 7. 24	— 10. 38	+ 0. 13.
20.	11. 53. 10,8	267. 37. 30,5	22. 19. 37	267. 48. 18	1. 7. 20	— 10. 43	+ 0. 14.
					Supposant l'erreur moyenne des Tables.....	— 20. 40	+ 0. 12.

On aura

Heure de l'opposition le 18..... 17ʰ 35′ 37″,7 t. vrai.

Longitude en opposition..... 267ᵈ 56. 18,0.

Latitude..... 1. 7. 26,0 boréale.

Avec le même héliomètre que ci-dessus, nous avons trouvé

Grand axe de l'anneau de Saturne..... 44″,0.

Petit axe..... 21,2.

Observations de Vénus.

Nous avons déterminé, par observation, quatorze lieux de Vénus, que nous avons comparés aux Tables insérées à la suite de l'Astronomie de M. de la Lande. Vénus a été comparée à δ du Serpent, du 13 au 18 Juin; à α d'Hercule, du 19 au 25; à γ du Serpent, du 28 Juin au 2 Juillet. Voici la position de ces Étoiles, telle que nous l'avons supposée.

	Ascension droite appa.	*Déclinaison apparente.*
δ du Serpent....	231^d 6′ 39″....	11^d 17′ 5″,4 boréale.
γ du Serpent....	236. 36. 24....	16. 24. 1,0.
α d'Hercule....	256. 11. 18....	14. 39. 20,2.

1782.	TEMPS VRAI.	ASCENS. DROITE.	DÉCLIN. BORÉALE.	LONGIT.	LATIT. AUSTR.	ERREURS DES TABLES EN LONG.	ERREURS DES TABLES EN LATIT.
	H. M. S.	*D. M. S.*	*D. M. S.*	*D. M. S.*	*D. M. S.*	*M. S.*	*S.*
Juin 13	20. 56. 1,0	36. 41. 49,5	11. 45. 46,9	38. 12. 20	2. 38. 6	1. 2 *add.*	*soustr.* 30.
14	20. 55. 55,0	37. 42. 50,2	12. 4. 54,9	39. 15. 5	2. 38. 54	1. 7	25.
15	20. 55. 56,1	38. 44. 0,6	12. 23. 57,9	40. 17. 52	2. 39. 32	1. 3	25.
16	20. 55. 46,4	39. 45. 26,0	12. 43. 3,9	41. 20. 52	2. 39. 53	1. 7	32.
18	20. 55. 44,3	41. 49. 35,0	13. 20. 33,4	43. 27. 37	2. 40. 39	0. 50	21.
					par milieu	1. 2	0. 26,6.
19	20. 55. 44,5	42. 52. 7,0	13. 39. 11,0	44. 31. 18	2. 40. 46	0. 41	20.
21	20. 55. 51,5	44. 58. 32,0	14. 16. 13,0	46. 39. 26	2. 40. 28	0. 37	29.
22	20. 55. 57,0	46. 1. 58,3	14. 34. 13,5	47. 43. 41	2. 40. 24	0. 31	18.
23	20. 56. 4,1	47. 6. 19,0	14. 52. 16,0	48. 48. 32	2. 40. 5	0. 48	14.
24	20. 56. 13,2	48. 10. 43,0	15. 10. 16,7	49. 53. 22	2. 39. 26	0. 50	24.
25	20. 56. 22,4	49. 15. 40,8	15. 27. 47,0	50. 58. 30	2. 39. 2	0. 47	13.
					par milieu	0. 42,3	0. 19,6.
28	20. 57. 1,7	52. 31. 45,0	16. 20. 2,0	54. 14. 20	2. 35. 52	1. 0	58.
29	20. 57. 18,3	53. 38. 11,0	16. 36. 32,3	55. 20. 13	2. 35. 7	1. 11	43.
Juillet 2	20. 58. 15,8	56. 58. 13,7	17. 25. 4,5	58. 37. 43	2. 31. 14	0. 37	59.
					par milieu	0. 56	0. 53.

D'où

D'où l'on voit que l'erreur moyenne des Tables eſt ſenſiblement différente, ſelon celle des trois Étoiles que l'on emploie, qu'il ſeroit par conſéquent bien important de vérifier la poſition des Étoiles qui ſervent à la détermination du lieu des Planètes; c'eſt ce que nous avons entrepris par rapport aux déclinaiſons, & dont nous eſpérons pouvoir, d'ici à quelque temps, faire part à l'Académie.

Obſervations de la Lune.

Nous avons obſervé la Lune pendant trois jours, & l'avons comparée aux étoiles ν du Scorpion, φ du Sagittaire, & ρ du Scorpion, dont voici les poſitions que nous avons ſuppoſées.

	Aſc. droite apparente.	*Déclinaiſon apparente.*
ν du Scorpion. . . .	239ᵈ 50′ 55,0. . . .	18ᵈ 52′ 58″,4.
φ du Sagittaire. . . .	278. 1. 24,0. . . .	27. 11. 29,3.
ρ du Scorpion. . . .	235. 52. 46,8. . . .	28. 33. 51,6.

	PASSAGES au Méridien, 1.er bord de la LUNE.	ASCENS. DROITE.	DÉCLIN. AUSTRALE.	LONGIT.	LATIT. AUSTR.	ERREURS des Tables ſouſtr.	
						En long	En latit.
☽	H. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	M. S.	M. S.
21.	8. 32. 13,2	218. 48. 37,6	17. 47. 44,5	222. 2. 42	2. 26. 57	0. 33	0. 18.
23.	10. 32. 23,9	251. 1. 51,4	26. 43. 4,0	253. 4. 14	4. 21. 45	1. 20	0. 21.
24.	11. 38. 13,1	268. 34. 53,4	28. 19. 41,3	268. 44. 49	4. 52. 2	0. 16,5	0. 24.

Éclipſes des ſatellites de Jupiter.

Nous avons obſervé les immerſions & émerſions des ſatellites de Jupiter, avec la nouvelle lunette achromatique de 3 pieds $\frac{1}{2}$ de foyer, & 42 lignes d'ouverture, acquiſe par l'Académie, à l'inventaire de M. de Pange, pour l'Obſervatoire.

1782.		
Avril 9	16h 7′ 13″	Immerſion du premier Satellite ; beau temps.
25	14. 25. 47	Immerſion du premier Satellite ; de légères vapeurs le font pluſieurs fois diſparoître.
Juin 3	12. 51. 7	Immerſion du premier Satellite ; beau temps : le Satellite très-proche du diſque de Jupiter.
7	13. 48. 9	M. Wallot qui a fait cette obſervation, eſt perſuadé que le Satellite eût été viſible tout le temps que devoit durer l'Eclipſe, ſans un nuage léger qui de temps en temps obſcurciſſoit les autres Satellites.
	13. 54. 22	
24	8. 21. 24	Émerſion du quatrième Satellite ; beau temps : les bords de Jupiter bien terminés ; mais il fait grand jour (par M. Nouet).
Juillet 13	9. 5. 22	Émerſion du deuxième Satellite ; beau temps : l'ombre du premier Satellite ſur le diſque, eſt arrivé au milieu vers 9h 30′.
20	9. 14. 23	Émerſion du troiſième Satell. les bords de Jupiter très-ondoyans.
	11. 39. 19	Émerſion du premier Satellite. *Idem.*
21	9. 48. 46	Émerſ. du premier Satellite : on croit l'avoir vu 12 ſecondes plus tôt.
27	10. 29. 46	Immerſion du troiſième Satellite ; Jupiter mal terminé.

Telles ſont les obſervations nombreuſes que nous avons raſſemblées dans un aſſez court intervalle de temps, & qui nous ont dédommagés en partie de l'inaction où nous avoit réduit le mauvais temps qui a régné la moitié de l'année ; nous avons été aidés dans toutes nos opérations & nos calculs, par Dom Nouet, Religieux plein de zèle & de talens pour l'Aſtronomie. M. Wallot s'eſt auſſi joint à nous pour pluſieurs de ces Obſervations.

ANALYSE
DE LA MINE DE BISMUTH SULFUREUSE.

Par M. SAGE.

Lû le 3 Juillet 1782.

LA mine de bismuth sulfureuse diffère de celle qui est arsenicale, par son tissu & sa couleur; cette mine rare, dont nous devons la connoissance à M. Cronstedt, n'a encore été trouvée qu'en Suède & en Saxe, elle est grise & brillante, son tissu est lamelleux ou strié.

La mine de bismuth lamelleuse, est désignée sous le nom de *galena wismuthi tessularis*, par Wallerius; cette mine ne s'altère point à l'air, elle ne contient ni cobalt ni arsenic: la mine de bismuth de Bastnaès à Riddarhittan en Suède, a ordinairement pour gangue un schorl fibreux vert, parsemé de pyrites cuivreuses.

La mine de bismuth sulfureuse étant exposée au feu de torréfaction dans un têt, décrépite comme la galène, si elle n'est pas réduite en poudre; lorsqu'elle commence à rougir, le soufre s'enflamme & s'exhale en acide sulfureux: par un feu un peu plus fort, la mine de bismuth sulfureuse fond, elle produit par le refroidissement une masse grise & striée.

La chaux obtenue par la torréfaction de la mine de bismuth sulfureuse, ayant été fondue avec trois parties de flux noir, a produit soixante livres de bismuth, lequel ayant été coupellé, a fourni une minicule d'argent.

On obtient du bismuth sulfureux, semblable à la mine que je viens de décrire, en fondant ensemble dans un creuset, un mélange de deux parties de bismuth & d'une de fleur de soufre, la portion de cette dernière substance, qui est surabondante à la combinaison, brûle & s'exhale en acide sulfureux: en donnant un degré de feu propre à faire rougir le creuset, le bismuth sulfuré fond & devient fluide, c'est

dans cet état qu'il faut le couler dans un têt enduit de craie; lorſqu'il eſt refroidi, on en ſépare facilement la mine de biſmuth ſulfureuſe artificielle, celle-ci reſſemble à la mine d'antimoine criſtalliſée de Hongrie, ſa forme & ſa couleur ſont les mêmes, l'une & l'autre offrent des priſmes hexaèdres; c'eſt dans les cavités des maſſes de mine de biſmuth ſulfureuſe artificielle, que ſont ces criſtaux réguliers; ces cavités ſont dûes à un bourſouflement qui me paroît produit par l'humidité de la craie; car lorſque je verſe la mine de biſmuth ſulfureuſe dans une lingotière, elle offre des maſſes ſtriées ſans cellules.

Après un laps de trois ou quatre ans, la mine de biſmuth ſulfureuſe artificielle ſe ternit à l'air, ou elle s'irise en bleu ou en vert.

Si on laiſſe trop long-temps expoſée à l'action du feu, la mine de biſmuth ſulfureuſe artificielle, le ſoufre qui minéraliſoit ce demi-métal, s'exhale en partie; ſi alors on la coule dans un moule, la maſſe qu'on obtient eſt formée de biſmuth ſous forme métallique, & d'une portion de ce demi-métal combiné avec le ſoufre.

Si l'on fait éprouver à la mine de biſmuth ſulfureuſe artificielle, un degré de feu propre à la tenir rouge, le ſoufre & le demi-métal s'exhalent enſemble, & produiſent une fumée verte où l'on diſtingue du bleu & du jaune.

Deſirant conſtater combien le biſmuth retenoit de ſoufre pour conſtituer la mine de biſmuth ſulfureuſe artificielle, & ayant reconnu par expérience, que les ſubſtances métalliques ne retenoient que la quantité de ſoufre qui leur étoit néceſſaire pour ſe minéraliſer, & que cette opération pouvoit ſe faire d'une manière exacte dans les vaiſſeaux fermés, dans leſquels le ſoufre ſurabondant à la combinaiſon, ſe ſublimoit; j'ai mêlé deux onces de biſmuth en poudre très-fine, avec une once de fleur de ſoufre; ce mélange a été fait dans un mortier de porcelaine, il s'en eſt dégagé une odeur hépatique & vireuſe, ſemblable à celle qui s'exhale d'un mélange de ſoufre & de fer.

J'ai introduit ce mélange de bismuth & de soufre dans une cornue de verre lutée, j'ai procédé à la distillation par un feu gradué *, il s'est dégagé d'abord une odeur de foie de soufre intolérable, accompagnée de vapeurs d'un blanc-jaunâtre, qui ont tapissé le récipient, il a passé ensuite de l'acide sulfureux; peu après, le soufre surabondant a distillé, la cornue ayant été tenue rouge pendant une heure, j'ai trouvé dedans, après qu'elle fut refroidie, une masse grise & striée, une véritable mine de bismuth sulfureuse artificielle, qui pesoit deux onces & demie: cette expérience fait connoître que le bismuth retient un cinquième de soufre pour se minéraliser; c'est dans cette même proportion qu'entre le soufre pour minéraliser l'antimoine, ce que j'ai fait connoître dans un Mémoire que j'ai lû à l'Académie, le 5 Décembre 1778.

L'acide sulfureux qui se dégage dans la distillation du bismuth & du soufre, fait connoître qu'il y a eu du soufre de décomposé; mais comment s'est formé le foie de soufre qu'on obtient dans cette opération ? il me paroît résulter de la combinaison de la terre métallique du bismuth avec le soufre.

* Si l'on n'est pas attentif à bien graduer le feu, la cornue se rompt avec une explosion bruyante.

ANALYSE DE LA MINE D'ANTIMOINE ARSENICALE; RÉGULE D'ANTIMOINE NATIF, *mêlé avec très-peu d'Arsenic.*

Par M. SAGE.

WALLERIUS & Cronſtedt, ont écrit que l'Antimoine rouge étoit minéraliſé par l'arſenic & le ſoufre : *Antimonium ſulphure & arſenico mineraliſatum rubrum.* Wall. *Antimonium auripigmento mineraliſatum ; antimonium ſolare.* Cronſt. Ce Minéralogiſte ajoute que toutes les mines d'antimoine ſont auſſi arſenicales, mais la rouge plus que les autres *(a)*.

La mine d'antimoine rouge de Braunſdorff en Saxe, de même que celle de Hongrie, ne ſe trouvant que rarement & en petits morceaux, il y a lieu de préſumer que les Minéralogiſtes que je viens de citer, ne l'ont point eſſayée, car ils auroient reconnu qu'elle ne contient point un atome d'arſenic, & que cette mine ordinairement ſtriée, dont les morceaux ſont ſouvent moitié gris & moitié rouges, ne doit ſa couleur qu'à une eſpèce de foie de ſoufre ; en effet, les mines rouges d'antimoine de Saxe & de Hongrie, de même que celles de Toſcane, ſont des ſoufres dorés natifs. J'ai rendu compte à l'Académie, en 1772, des expériences comparées, qui m'ont mené à cette vérité : voyez mes Mémoires de Chimie, *page 172.*

La mine d'antimoine arſenicale, dont je vais donner

(a) All antimonial ores are somewhat arſenical, but red antimoni ore is more. Cronſt. ſyſt. Min. *page 223.*

Les mines d'antimoine ſulfureuſes de Hongrie, de Toſcane, d'Auvergne, du Limoſin, &c. ne m'ont point paru contenir un atome d'arſenic.

l'Analyſe, ne contient point de ſoufre; elle eſt à larges facettes griſes & brillantes; un quartz d'un gris verdâtre, ſert de gangue à cette nouvelle eſpèce de mine; on trouve quelquefois, dans les cavités de ce quartz, des petits faiſceaux d'antimoine gris & rouges, ſtriés & palmés. Cette mine m'a été envoyée d'Allemont en Dauphiné, ſous le nom de *Pyrite arſenicale (b)*, par M. Schréberg, habile Métallurgiſte Saxon, Directeur des Mines de *Monſieur*.

La mine d'antimoine arſenicale ne perd point ſon brillant à l'air; le régule d'arſenic y devient très-promptement noir; la pyrite arſenicale s'y altère auſſi, & devient terne & plombée.

La torréfaction ou grillage d'un minéral, eſt l'opération qui précède en général l'eſſai; la mine d'antimoine arſenicale, y étant ſoumiſe, ſe fond très-promptement; elle entre auſſi-tôt en bain blanc, & brillant comme de l'argent, il en ſort, par exploſions ſucceſſives, une fumée blanche abondante, ayant l'odeur d'arſenic; mais ici la plus grande partie de cette fumée eſt de la neige ou chaux blanche d'antimoine: ſi on laiſſe refroidir ce têt, lorſque la mine n'eſt qu'à moitié calcinée, on trouve une maſſe poreuſe griſâtre, dans les cavités de laquelle ſont des fleurs d'antimoine blanches, demi-tranſparentes en priſmes tétraèdres. Quoique l'arſenic ne ſoit qu'en très-petite quantité dans cette mine d'antimoine, il y eſt ſi ſingulièrement engagé, que les dernières portions ne s'en ſéparent que lorſque la mine eſt réduite à l'état de verre d'antimoine; ſix cents grains de cette mine ont été tenus trente-ſix heures en fuſion dans le têt avant d'être réduits en verre; ce réſidu peſoit cent quatre-vingts grains, ayant été fondu avec du flux noir, il n'a produit qu'un émail blanchâtre.

Une partie de ce réſidu ayant été coupellé avec douze parties de plomb, a rejeté circulairement ſur les bords de

(b) Je lui avois auſſi donné ce nom impropre dans mes Mémoires de Chimie, & dans la deuxième édition de mes Élémens de Minéralogie.

la coupelle, un cercle élevé & frangé d'un blanc jaunâtre; le régule d'antimoine produit le même effet.

J'ai distillé une partie de ce résidu pulveux avec huit parties de sel ammoniac, qui se sont sublimées sans antimoine, parce que ce demi-métal étoit à l'état de chaux, & qu'il est resté au fond de la cornue sous la forme d'une poudre grise.

Cette mine d'antimoine arsenicale est quelquefois entremêlée d'arsenic testacé, qui contient du cobalt, du fer & beaucoup de régule d'arsenic; c'est pourquoi il faut être attentif de n'employer pour objet d'analyse, de mine d'antimoine arsenicale, que les morceaux qui sont à larges facettes grises & brillantes; la mine d'arsenic testacé offre de plus petites facettes d'un gris noirâtre.

Ayant reconnu que la méthode ordinaire d'essayer les mines, étoit insuffisante pour faire apprécier la nature & la quantité des deux substances métalliques à l'état de régule, qui constituent la mine d'antimoine arsenicale, j'imaginai que le soufre pourroit être l'intermède le plus propre à séparer ces deux substances métalliques, parce que le soufre étant combiné avec l'arsenic, forme une mine volatile connue sous les noms d'*Orpin* & de *Réalgar*, tandis que le régule d'antimoine saturé de ce même soufre, forme une mine qui n'est point volatile. Je mêlai donc ensemble une demi-once douze grains ou trois cents grains de mine d'antimoine arsenicale, & une once de fleur de soufre; je distillai ce mélange dans une cornue de verre lutée, il passa d'abord quelques gouttes d'acide sulfureux, le soufre distilla dans le récipient dans lequel j'avois mis de l'eau, les parois du col de la cornue restèrent tapissées d'orpin recouvert d'une belle couche de réalgar.

Ce produit pesoit environ un gros, & en supposant que l'arsenic s'y trouve combiné avec un tiers de soufre, il en résulte que l'arsenic se trouve dans cette mine d'antimoine dans la proportion de seize livres par quintal.

Pour déterminer la quantité de soufre dont le régule d'antimoine se charge pour se minéraliser, j'ai distillé ensemble

enſemble une once de régule d'antimoine pulvériſé, & autant de fleurs de ſoufre ; il a d'abord paſſé de l'acide ſulfureux, en ſuite la plus grande partie du ſoufre a diſtillé & s'eſt condenſée dans le récipient dans lequel j'avois mis de l'eau. J'ai trouvé dans le fond de la cornue, une maſſe griſe ſtriée qui peſoit dix gros ; ce qui fait connoître qu'il ne faut qu'environ un cinquième de ſoufre pour minéraliſer le régule d'antimoine, & que lorſque ce demi-métal en eſt ſaturé, on peut volatiliſer le ſurplus du ſoufre dans les vaiſſeaux fermés.

Il réſulte de ces expériences, que la mine rouge d'antimoine ne contient point d'arſenic, & que, dans la véritable mine d'antimoine arſenicale, les deux demi-métaux y ſont ſous forme de régule ; que l'antimoine domine dans cette mine, puiſque l'arſenic ne s'y trouve qu'environ dans la proportion de ſeize livres par quintal de minéral ; auſſi la caſſure & le brillant de cette mine ſont-ils ſemblables au régule d'antimoine.

Ces expériences font auſſi connoître que la mine d'antimoine ſulfureuſe, eſt formée d'un cinquième de ſoufre & de quatre parties de régule d'antimoine.

OBSERVATIONS

SUR

LE BERIL OU AIGUE-MARINE (a).

Par M. SAGE.

LE Beril d'un bleu-vert ou d'un vert-de-mer céladon, eſt nommé *Aigue-marine ;* ſi la couleur de cette pierre gemme eſt plus verte que bleue, on la nomme *beril.* Cronſtedt admet ces deux diviſions dans ſa Minéralogie, & dit qu'on ne trouve le beril que roulé.

Le beril de Saxe, de même que ceux que M. Romme m'a envoyés des montagnes granitiques, dites *Adont-Cholo*, entre les rivières Onon & Ononborza en d'Aourie, contrée de la Sibérie, ſur les frontières de la Tartarie chinoiſe, offrent des priſmes héxaèdres tronqués & ſtriés, dont le tiſſu eſt lamelleux, la couleur plus ou moins foncée.

Le beril criſtalliſé des montagnes granitiques d'Aourie, offre des priſmes ſtriés & tronqués de différentes grandeurs & diamètres, quelques-uns de ces criſtaux ont un pouce de diamètre ſur dix-huit lignes de hauteur, d'autres ſont grouppés & couverts d'ocre martiale.

Si l'on expoſe à un feu violent un criſtal de beril pur, il éclate un peu & perd de ſa tranſparence, les ſurfaces du priſme conſervent une teinte bleue, tandis que le ſommet & les caſſures tranſverſales ſont d'un blanc opaque, & produiſent un effet chatoyant & ſatiné comme la nacre de perle ;

(a) *Bluish green topaz or the beryll this varies in its colours, and is called when of a ſea green colour, the aqua marina, when more green, the beryll; they are found in Round pieces.* Cronſt. Min. pag. 503.

Wallerius, dans ſa Minéralogie, définit le beril : *Gemma pellucida duritie decima, colore thalaſſino igne liquabilis, beryllus, thalaſſius marinus ; aqua marina, augites.* Plin.

cette pierre eſt alors en bleu, pour l'effet, ce que l'aventurine rougeâtre eſt au quartz.

Le beril de Saxe affecte la même forme que celui d'Aourie, ſes criſtaux ſont un peu plus petits & grouppés, ſouvent ils ont pour gangue du quartz, leur teinte bleue eſt très-foible, ces criſtaux priſmatiques héxaèdres ſont tronqués, & s'altèrent au feu de même que le beril d'Aourie.

J'ai fait mention dans le premier volume de mes Élémens de Minéralogie, d'une eſpèce de Saphir d'un blanc-bleuâtre, du Cabinet du Roi, qui peut être une eſpèce particulière de beril, ce criſtal eſt caſſé à peu-près dans le milieu de la longueur du priſme, qui m'a paru avoir neuf pans, il eſt terminé par une pyramide tronquée.

On trouve dans les mines d'étain de Saxe, des berils blancs, verdâtres ou violets; c'eſt cette dernière variété que j'avois déſignée ſous le nom d'*Amethyſte-gemme.*

OBSERVATIONS

SUR UNE ESPÈCE

DE MINE DE FER ARGILEUSE

ROUGEÂTRE, PRISMATIQUE ARTICULÉE.

Schindelnageleiſenſtein *des Allemands.*

Par M. SAGE.

CETTE eſpèce de mine de fer argileuſe, eſt compoſée de priſmes hexagones appliqués les uns contre les autres, comme ceux des baſaltes, ces priſmes ſont ſouvent tors ou contournés; quelques morceaux de cette mine de fer, offrent des couches ou lits qui ſe ſéparent facilement, les priſmes qui s'en détachent, laiſſent des cavités dans la couche inférieure, le fond en eſt rond & les cavités hexagones.

Cette mine de fer argileuſe priſmatique, de Bohême, a la propriété de dévier l'aiguille aimantée; ſi on expoſe cette mine au feu dans un creuſet, une partie des priſmes s'en détache, les autres laiſſent des interſtices entr'eux: par un feu violent, les priſmes ſe ſont rapprochés & ont diminué de volume ſans perdre de leur poids, ils ont acquis de la ſolidité, & ont pris une couleur noire, dans cet état ils ſont attirables à l'aimant.

Cette mine de fer argileuſe a produit par quintal dix-ſept livres de fer.

ANALYSE
D'UNE NOUVELLE ESPÈCE
DE MINE DE MERCURE,
Sous forme de chaux ſolide, *d'Idria dans le Frioul.*

Par M. SAGE.

LA mine de mercure en chaux ſolide, eſt d'un rouge-brun, elle ſe caſſe difficilement, & eſt granuleuſe dans ſa fracture qui eſt plus rouge que la mine qui a été expoſée à l'air; on découvre dans ſon intérieur des globules de ce demi-métal, qui partent de divers points de ſa ſurface, & rentrent dans l'intérieur du morceau, à meſure qu'il reprend la température de l'atmoſphère.

J'ai expoſé au feu dans une cuiller de fer, de la mine de mercure ſolide, ſa couleur rouge s'y eſt avivée, & elle a conſervé la même intenſité, tant qu'elle eſt reſtée chaude; par le refroidiſſement elle a pris une couleur jaunâtre.

La mine de mercure en chaux ſolide, ſe revivifie par la ſeule diſtillation, en adaptant à la cornue un appareil hydropneumatique, on en retire de l'air déphlogiſtiqué, mais un quart de moins que du mercure *précipité per ſe*, parce que cette chaux naturelle contient du mercure fluide.

Ayant raſſemblé le mercure que j'ai obtenu par la diſtillation de la chaux native de ce demi-métal, j'ai reconnu qu'elle produiſoit, par quintal, quatre-vingt-onze livres de mercure.

Une once de cette mine de mercure en chaux ſolide, ayant été revivifiée par la diſtillation, a laiſſé au fond de la cornue une poudre griſe peſant un quart de grain; la partie du verre ſur laquelle elle poſoit, étoit pénétrée d'une couleur jaune, ſemblable à celle que la chaux d'argent fondue produit ſur du verre blanc.

Afin de conſtater ſi la poudre griſe qui étoit au fond de la cornue, étoit de la chaux d'argent, je l'ai coupellée avec deux gros de plomb, ayant eu ſoin de la mettre dans un papier dont le charbon a reſtitué du phlogiſtique à la chaux d'argent; le témoin du même plomb ayant été peſé en oppoſition avec le grain de retour, l'excès de peſanteur de celui-ci a démontré que cette poudre griſe contenoit réellement de l'argent.

MÉMOIRE
SUR LES VERS DE TRUFFES
ET SUR
LES MOUCHES QUI EN PROVIENNENT,

Par M. MORAND.

8 Juin 1782.

LES Naturaliſtes ſavent que les têtes de quelques chardons, les bois pourris, les champignons ont leurs inſectes particuliers qui s'y forment: les truffes ſont dans le même cas. M. Geoffroy le jeune *(Mémoires de l'Académie pour l'année 1781)*; M. de Réaumur, dans ſes Mémoires pour l'Hiſtoire des Inſectes *(a)*, font mention de cet accident de la truffe; le premier de ces Savans, en déſignant d'une manière générale, tant le ver, que la mouche qui provient de ce ver; le ſecond, M. de Réaumur, en Naturaliſte exercé à ce genre de recherches, a ſuivi dans tous les détails, & le ver de la truffe, & ſa transformation en coque; mais il n'a pas été plus loin, divers contre-temps dont il n'a pu connoître les cauſes, ce ſont ſes expreſſions, *ont fait périr les mouches dans leur coque;* néanmoins dans la deſcription du ver qu'il a obſervé, & dans celle de ſa transformation, il y en a aſſez pour juger que les mouches qui en ſeroient venues, auroient été différentes de la mouche déſignée par M. Geoffroy le jeune. M. de Réaumur ajoute à ſa deſcription, que l'eſpèce de ver qu'il a remarqué, n'eſt pas le ſeul qui s'attache aux truffes; il en a vu ſouvent ſortir de la troiſième claſſe, ſemblables à ceux qui mangent les champignons, & qui pouvoient être, ſelon lui, de la même eſpèce.

On voit clairement dans ce réſumé, qu'il eſt bien conſtant, comme l'avoit penſé M. de Réaumur, que la

* *Tome IV.*

truffe eſt ſujette à différentes eſpèces de vers ; mais des mouches qui en proviennent, il n'y en a qu'une ſeule connue, ſavoir celle déſignée par M. Geoffroy le jeune, qui étoit bleue & violette ; les différentes autres eſpèces ſont donc encore à reconnoître. En m'arrêtant l'année dernière dans le Quercy, j'avois projeté quelques obſervations ſur ce point : une promenade que je deſirois faire avec un Eccléſiaſtique de Cahors, qui paſſe pour être très-inſtruit ſur beaucoup de circonſtances de la production végétale dont il s'agit, ne put avoir lieu ; les truffes noires que je rapportai pour quelques obſervations, arrivèrent dans un état qui ne me parut point propre à en tirer parti.

J'ai eu occaſion de m'en procurer au mois de Mars dernier, elles étoient encore toutes gâtées ; mais ce temps étoit favorable pour obſerver les dernières métamorphoſes des inſectes ; avant de les jeter, je les examinai, j'en ouvris, je m'aperçus que quelques-unes contenoient un ver blanc.

Je renfermai dans un bocal couvert, toutes les truffes que je jugeai malades, & de temps en temps j'examinai le ver qui ſortoit de chacune, & qui y rentroit ; de cet inſtant, je le reconnus très-différent de celui déſigné par M. Geoffroy, & je jugeai en conſéquence que j'aurois une mouche autre que celle qu'il avoit obſervée ; je me confirmai encore dans mon idée, lorſque les vers, pour ſe transformer, au lieu de reſter dans la truffe, l'abandonnoient & ſe transformoient en coque ſur le fond du bocal ; mais ce ver m'a paru ſe rapporter en tout à celui obſervé par M. de Réaumur, dont il n'avoit pu obſerver la mouche, il m'a paru auſſi ſe comporter de même pour ſa transformation, avec la ſeule différence très-petite qu'il n'a pas eu beſoin de terre pour aller ſe former en coque.

Le 19 Mai, pluſieurs mouches étoient écloſes ; ne pouvant les examiner à l'aiſe ſans riſquer qu'elles ne s'échappent du bocal, il m'a fallu attendre qu'elles ſoient mortes ; aucune n'eſt bleue tirant ſur le violet comme celle obſervée par M. Geoffroy : c'eſt une mouche de couleur fauve, à deux

ailes tiquetées, à derrière très-alongé, de l'espèce connue sous le nom de *trupanea*.

Elles sont renfermées dans le flacon, avec les coques dont elles sont sorties.

Je me propose de renouveler ces expériences sur les truffes de la même Province, & sur celles d'autres cantons, & de déterminer par-là les différentes espèces de mouches qui proviennent de la truffe ; j'en rendrai compte à l'Académie.

NOUVELLES MÉTHODES ANALYTIQUES POUR RÉSOUDRE DIFFÉRENTES QUESTIONS ASTRONOMIQUES.

DIX-SEPTIÈME MÉMOIRE,

Dans lequel on applique à la détermination de la conſtante de la parallaxe de la Lune, les Formules analytiques démontrées dans les Mémoires précédens.

Par M. DIONIS DU SÉJOUR.

Expoſition du Sujet.

(1.) DANS les *Mémoires précédens*, j'ai donné des formules pour calculer avec la plus grande généralité la conſtante de la parallaxe de la Lune; j'ai fait voir que par la manière dont ces calculs ſont préſentés, les réſultats ne ſont liés à aucun ſyſtème particulier ſur le rapport des axes de la Terre; je me propoſe, dans le préſent Mémoire, de donner l'application de ces méthodes, aux Obſervations faites en 1751 & 1752. La généralité de ces calculs, l'importance du ſujet, l'indépendance des réſultats de toute eſpèce de ſyſtème ſur l'ellipticité de la Terre, pourront faire paroître ce travail intéreſſant.

(2.) Qu'il me ſoit permis de préſenter en peu de mots, l'état des queſtions que les Aſtronomes ſe propoſoient de réſoudre en 1751. Deux problèmes principaux fixoient alors l'attention des Savans; la détermination de la diſtance de la Lune à la Terre, dans tous les points de ſon orbite; la détermination du rapport entre ſa parallaxe & ſon demi-diamètre horizontal. L'on connoiſſoit déjà par la Théorie, le rapport entre les différentes diſtances de la Lune, mais les Aſtronomes n'étoient nullement d'accord ſur la conſtante de la parallaxe.

L'Académie sentit toute l'importance de cet élément; elle pensa qu'on ne pouvoit employer de méthode plus directe & plus exacte que celle des déclinaisons apparentes de la Lune, observées en même temps dans des méridiens peu différens, mais à de très-grandes distances en latitude; elle choisit le cap de Bonne-Espérance, pour y faire les Observations correspondantes à celles qui devoient être faites en Europe. Elle crut ne pouvoir mieux confier ces Observations importantes, base de tous les résultats, qu'à M. l'abbé de la Caille, dont la mémoire sera long-temps chère aux Sciences. Son attente n'a point été trompée; & si l'on considère le travail de M. l'abbé de la Caille, les ressources qu'il a déployées pour assurer aux Observations, l'exactitude dont elles étoient susceptibles, le zèle qui animoit en même temps tous les Astronomes de l'Europe, on conviendra sans peine que jamais opération astronomique n'a mérité à plus juste titre la confiance du monde Savant.

M. l'abbé de la Caille a rendu compte de son travail dans un Mémoire publié en 1761. Il y discute les Observations faites par lui depuis le 9 Juin 1751, jusqu'au 31 Janvier 1752; il les compare aux Observations faites les mêmes jours dans les meilleurs Observatoires de l'Europe; il calcule la constante de la parallaxe polaire pour chacune de ces Observations; il additionne ces résultats, & il conclut que la constante de la parallaxe polaire est de $56' 56''$. Quant au rapport entre la parallaxe horizontale polaire de la Lune & son demi-diamètre horizontal, il le conclut par le résultat moyen des différentes mesures du diamètre de la Lune, comparées aux parallaxes qui avoient lieu lors des Observations.

Suivant M. de la Lande, la constante de la parallaxe polaire est de $56' 54''$; elle est de $56' 52''$, suivant M. Grischow, de l'Académie de Pétersbourg. Au reste, loin de s'étonner de cette petite différence entre les résultats, on doit au contraire être étonné de l'accord de ces déterminations. En effet, si l'on considère la distance des temps, des lieux, la diversité des instrumens, des réfractions, des Étoiles aux-

quelles la Lune a été comparée, l'inégalité des hauteurs, la complication & le nombre des réductions, on ne peut être que surpris de trouver de si petites différences dans les résultats. La surprise sera sans doute moins grande, si l'on fait attention que toutes les Observations faites dans l'hémisphère austral, ont été confiées à un seul Observateur, & que cet Observateur étoit M. l'abbé de la Caille.

(3.) Pour avoir une idée nette des résultats que je vais mettre sous les yeux du Lecteur, on se rappellera que j'ai démontré dans les précédens Mémoires, que si l'on nomme

q le demi-petit axe de la Terre;

ρ le demi-grand axe;

Observation du Cap.

l la latitude corrigée du Cap;

δ la déclinaison apparente du limbe de la Lune observée au Cap;

π' la parallaxe horizontale polaire correspondante à l'instant de l'Observation du Cap, tirée des anciennes Tables de M. Clairaut;

$R = \text{cos. } \delta \text{ sin. } l - \rho \text{ sin. } \delta \text{ cos. } l;$

$P = \frac{1}{2} \text{sin. } 2\,l \text{ cos. } (l - \delta) + \text{sin. } \delta \text{ cos. } l.$

Observation correspondante faite en Europe.

l' la latitude corrigée du lieu;

δ' la déclinaison apparente du limbe de la Lune observée en Europe;

$R' = \text{cos. } \delta' \text{ sin. } l' - \rho \text{ sin. } \delta' \text{ cos. } l';$

$P' = \frac{1}{2} \text{sin. } 2\,l' \text{ cos. } (l' - \delta') + \text{sin. } \delta' \text{ cos. } l';$

l'on a

$$\text{const. de la parall. horiz polaire} = \frac{3402\,\gamma}{(R' - R)\,\pi'};$$

$$d\,(\text{constante de la parallaxe}) = \frac{\pi'}{\gamma}(P' - P)\,d\rho \times 3402''.$$

On se rappellera également que j'ai supposé,

γ = Déclinaison app. du limbe de la Lune, lors de l'observ. du Cap
$-$ déclin. appar. du même limbe, lors de l'obs. faite en Europe
$+$ variation de la déclin. ☾ dans l'intervalle des deux observations
$+ R' \times$ variat. de la parall. ☾ dans l'intervalle des deux observations.

C'est avec ces formules que j'ai calculé les observations.

(4.) La quantité γ est donnée en partie par les Observations & en partie par les Tables. M. l'abbé de la Caille, dans son Mémoire de 1761, la définie *somme des parallaxes*. Son exactitude dépend de l'exactitude des Observations, de la connoissance des réfractions, des erreurs des divisions des instrumens, de la latitude du lieu, &c. Je n'entrerai point dans l'examen critique des différentes valeurs que les Astronomes ont données à γ, souvent d'après la même Observation. Cette discussion est un des principaux objets du Mémoire de M. l'abbé de la Caille, publié en 1761; on voit que cet Astronome attachoit un grand prix à ce travail. Au lieu de conclure la valeur de γ simplement, de la hauteur observée du limbe de la Lune, il conclut cette quantité, des différences des hauteurs observées du limbe de la Lune, & d'une Étoile bien connue, située à peu-près sous le même parallèle. Par-là toutes les erreurs dépendantes de la latitude du lieu, des réfractions, des divisions de l'instrument, disparoissent, puisque ces erreurs affectent également les deux hauteurs. Quant à moi je me contenterai de donner l'expression de la constante de la parallaxe horizontale polaire en valeur de γ, & je donnerai pour chaque Observation la valeur de γ, que M. l'abbé de la Caille regardoit comme la plus probable.

(5.) Comme les Observations que j'ai comparées à celle de M. l'abbé de la Caille; ont toutes été faites à Bologne, Paris, Gréenwich, Berlin & Stockolm, voici les latitudes que j'ai employées dans les calculs.

	Latitudes vraies.
Cap de Bonne-Espérance	33^{d} 55′ 13″ australe.
Bologne	44. 26. 36 boréale.
Paris	48. 50. 14.
Gréenwich	51. 28. 40.
Berlin	52. 31. 30.
Stockolm	59. 20. 30.

Cap de Bonne-Espérance.

$l = -33^{d}\ 48'\ 19''$
$2l = -67.\ 36.\ 38.$

log. $\begin{cases} \text{sin. } l = 9{,}74936\,85. \\ \text{cos. } l = 9{,}91956\,47. \\ \rho \text{ cos. } l = 9{,}92143\,70. \\ \frac{1}{2} \text{ sin. } 2l = 9{,}66499\,32. \end{cases}$

Bologne.

$l = 44^{d}\ 19'\ 7''$
$2l = 88.\ 38.\ 14.$

log. $\begin{cases} \text{sin. } l = 9{,}84426\,47. \\ \text{cos. } l = 9{,}85458\,27. \\ \rho \text{ cos. } l = 9{,}85647\,50. \\ \frac{1}{2} \text{ sin. } 2l = 9{,}69884\,64. \end{cases}$

Paris.

$l = 48.\ 42.\ 50.$
$2l = 97.\ 25.\ 40.$

log. $\begin{cases} \text{sin. } l = 9{,}87588\,52. \\ \text{cos. } l = 9{,}81942\,52. \\ \rho \text{ cos. } l = 9{,}82131\,75. \\ \frac{1}{2} \text{ sin. } 2l = 9{,}69531\,03. \end{cases}$

Gréenwich.

$l = 51.\ 21.\ 23.$
$2l = 102.\ 42.\ 46.$

log. $\begin{cases} \text{sin. } l = 9{,}89267\,12. \\ \text{cos. } l = 9{,}79552\,25. \\ \rho \text{ cos. } l = 9{,}79741\,48. \\ \frac{1}{2} \text{ sin. } 2l = 9{,}68817\,42. \end{cases}$

Berlin.

$l = 52.\ 24.\ 20.$
$2l = 104.\ 48.\ 40.$

log. $\begin{cases} \text{sin. } l = 9{,}89891\,64. \\ \text{cos. } l = 9{,}78537\,85. \\ \rho \text{ cos. } l = 9{,}78727\,08. \\ \frac{1}{2} \text{ sin. } 2l = 9{,}68429\,49. \end{cases}$

Stockolm.

$l = 59.\ 13.\ 57.$
$2l = 118.\ 27.\ 54.$

log. $\begin{cases} \text{sin. } l = 9{,}93412\,34. \\ \text{cos. } l = 9{,}70888\,22. \\ \rho \text{ cos. } l = 9{,}71077\,45. \\ \frac{1}{2} \text{ sin. } 2l = 9{,}64810\,55. \end{cases}$

Paſſons maintenant au calcul des Obſervations.

Observation du 9 Juin 1751.

(6.) Le 9 Juin 1751, la distance du limbe boréal de la Lune au Zénith, lors du passage par le méridien, fut observée au Cap, à Bologne & à Paris. Le même jour, l'Etoile fut comparée à l'étoile δ du Scorpion, dont la déclinaison étoit de $21^d\ 53'\ 35'',8$ australe.

Distance apparente du limbe boréal de la Lune à l'étoile δ du Scorpion, dépouillée de la réfraction.

Cap.	*Bologne.*	*Paris.*
$0^d\ 19'\ 39'',2$ limbe moins aust.	$0^d\ 40'\ 48'',3$ limbe plus aust.	$0^d\ 40'\ 46'',9$ limbe plus aust.

Déclinaison apparente du limbe boréal de la Lune, à l'instant du passage au Méridien.

$21^d\ 33'\ 56''$ australe.	$22^d\ 34'\ 24''$ australe.	$22^d\ 34'\ 23''$ australe.

D'après les Tables de M. Clairaut, on avoit

$$\pi' = 54'\ 18'',3 ;$$

donc

Cap & Bologne.	*Cap & Paris.*
Const. de la parall. pol. $= 0,92175\ \gamma.$	Const. de la parall. pol. $= 0,90009\ \gamma.$

D'après M. l'abbé de la Caille, on avoit

$$\gamma = 3699'',7 ; \qquad \gamma = 3792'',9 ;$$

donc

Constante de la parallaxe $= 56'\ 50'',2.$	Constante de la parallaxe $= 56'\ 53'',2.$

d(constante de la parallaxe) $= 2047''\ d\varphi.$

Observation du 4 Juillet 1751.

(7.) Le 4 Juillet 1751, la distance du limbe boréal de la Lune au Zénith, lors du passage par le méridien, fut observée au Cap & à Gréenwich. Le même jour, le limbe fut comparé à l'étoile δ du Scorpion, dont la déclinaison étoit de $21^d\ 53'\ 35'',8$ australe.

Distance apparente du limbe boréal de la Lune à l'étoile ζ du Scorpion, dépouillée de la réfraction.

Cap. *Gréenwich.*
1ᵈ 7′ 22″,8 limbe moins austral ; 0ᵈ 1′ 32″,7 limbe moins austral.

Déclinaison apparente du limbe boréal de la Lune, à l'instant du passage au Méridien.

20ᵈ 46′ 13″ australe ; 21ᵈ 52′ 13″ australe.

D'après les Tables de M. Clairaut, on avoit

$$\pi' = 53' 50'',8 ;$$

donc

Cap & Gréenwich.

Constante de la parallaxe horizontale polaire $= 0,89030\ldots$

D'après M. l'abbé de la Caille, on avoit

$$\rho = 3838'',1 ;$$

donc

Constante de la parallaxe horizontale polaire $= 56' 57'',0$.

d (constante de la parallaxe) $= 1876''\, d\rho$.

Observation du 2 Août 1751.

(8.) Le 2 Août 1751, la distance du limbe boréal de la Lune au Zénith, lors du passage par le méridien, fut observée au Cap, à Bologne & à Paris. Le même jour, le limbe fut comparé à l'étoile π du Sagittaire, dont la déclinaison étoit de 21ᵈ 23′ 31″,4 australe.

Distance apparente du limbe boréal de la Lune à l'étoile π du Sagittaire, dépouillée de la réfraction.

Cap. *Bologne.* *Paris.*
0ᵈ 28′ 59″,8 limbe plus aust. 1ᵈ 30′ 17″,8 limbe plus aust. 1ᵈ 31′ 35″,6 limbe plus aust.

Déclinaiſon apparente du limbe boréal de la Lune, à l'inſtant du paſſage par le Méridien.

21d 52′ 31″ auſtrale. 22d 53′ 49″ auſtrale. 22d 55′ 7″ auſtrale.

D'après les Tables de M. Clairaut, on avoit

$$\pi' = 54' 16'',2 ;$$

donc

Cap & Bologne. *Cap & Paris.*

Conſt. de la parall. polaire = 0,92374 γ. Conſt. de la parall. polaire = 0,90410 γ.

D'après M. l'abbé de la Caille, on avoit

$$\gamma = 3687'' ; \qquad \gamma = 3728'',4 ;$$

donc

Conſt. de la parall. = 56′ 53″,1. Conſt. de la parall. = 56′ 16″.

d (conſtante de la parallaxe) = 2040″ $d\rho$.

Obſervation du 2 Septembre 1751.

(9.) Le 2 Septembre 1751, la diſtance du limbe auſtral de la Lune au Zénith, lors du paſſage par le méridien, fut obſervée au Cap, à Bologne & à Gréenwich. Le même jour, le limbe fut comparé à l'étoile β du Capricorne, dont la déclinaiſon étoit de 15d 32′ 31″,7 auſtrale.

Diſtance apparente du limbe auſtral de la Lune à l'étoile β du Capricorne, dépouillée de la réfraction.

Cap. *Bologne.* *Gréenwich.*

0d 41′ 39″,6 limbe moins auſt. 0d 21′ 10″ limbe plus auſt. 0d 16′ 56″,9 limbe plus auſt.

Déclinaiſon apparente du limbe auſtral de la Lune, à l'inſtant du paſſage par le Méridien.

14d 50′ 52″ auſtrale. 15d 53′ 42″ auſtrale. 15d 49′ 19″ auſtrale.

D'après les Tables de M. Clairaut, on avoit

donc

donc

Cap & Bologne. *Cap & Greenwich.*

Const. de la parall. polaire = 0,8461203 Const. de la parall. polaire = 0,8098127

D'après M. l'abbé de la Caille, on avoit

$$\gamma = 4^{\circ}32''{,}7 \qquad \gamma = 4^{\circ}22''{,}7$$

donc

Const. de la par. pol. = 56′ 58″,8. Const. de la parall. pol. = 56′ 59″,6.

d (constante de la parallaxe) = 2004″ $d\varrho$.

Observation du 3 Octobre 1751.

(10.) Le 3 Octobre 1751, la distance du limbe boréal de la Lune au Zénith, lors du passage par le méridien, fut observée au Cap & à Paris. Le même jour, le limbe fut comparé à l'étoile γ de la Baleine, dont la déclinaison apparente étoit de 2ᵈ 10′ 45″,3 boréale.

Distance apparente du limbe boréal de la Lune à l'étoile γ de la Baleine, dépouillée de la réfraction.

Cap. *Paris.*

1ᵈ 2′ 33″,4 limbe plus boréal. 0ᵈ 1′ 34″,3 limbe moins boréal.

Déclinaison apparente du limbe boréal de la Lune, à l'instant du passage par le Méridien.

3ᵈ 13′ 18″,7 boréale ; 2ᵈ 9′ 11″ boréale.

D'après les Tables de M. Clairaut, on avoit

$$\pi' = 58'\,55'',2 ;$$

donc

Cap & Paris.

Constante de la parallaxe horizontale polaire = 0,72470 γ.

D'après M. l'abbé de la Caille, on avoit

$$\gamma = 4736''{,}7.$$

donc

Constante de la parallaxe polaire = 57′ 11″,3 ;

d (constante de la parallaxe) = 1691″ $d\varrho$.

Cette observation est celle dans laquelle je m'éloigne le plus de la parallaxe moyenne. Je dois prévenir que M. l'abbé de la Caille a averti lui-même qu'il n'a pas employé la valeur de γ telle qu'on la déduiroit des Observations consignées dans son registre.

Observation du 10 Octobre 1751.

(11.) Le 10 Octobre 1751, la distance du limbe austral de la Lune au Zénith, lors du passage par le méridien, fut observée au Cap & à Gréenwich. Le même jour, le limbe fut comparé à l'étoile ζ des Gémeaux, dont la déclinaison apparente étoit de $20^d\ 54'\ 34'',5$ boréale.

Distance apparente du limbe austral de la Lune à l'étoile ζ des Gémeaux, dépouillée de la réfraction.

Cap.	*Gréenwich.*
$0^d\ 22'\ 16'',8$ limbe moins boréal.	$1^d\ 41'\ 10''$ limbe moins boréal.

Déclinaison apparente du limbe austral de la Lune, à l'instant du passage par le Méridien.

$20^d\ 32'\ 18''$ boréale.	$19^d\ 13'\ 24''$ boréale.

D'après les Tables de M. Clairaut, on avoit

$$\pi' = 58'\ 35'',2,$$

donc

Cap & Gréenwich.

Constante de la parallaxe horizontale polaire $= 0,9749667.$

D'après M. l'abbé de la Caille, on avoit

$$\gamma = 4749'',$$

donc

Constante de la parallaxe $= 56'\ 51'',2,$

(constante de la parallaxe) $= 1508'',4.$

Observation du 3 Novembre 1751.

(12.) Le 3 Novembre 1751, la distance du limbe boréal de la Lune au Zénith, lors du passage par le méridien,

fut observée au Cap, à Bologne & à Gréenwich. Le même jour, le limbe fut comparé à l'étoile γ du Bélier, dont la déclinaison étoit de $18^d\ 4'\ 21'',8$ boréale.

Distance apparente du limbe boréal de la Lune à l'étoile γ du Bélier, dépouillée de la réfraction.

Cap.	*Bologne.*	*Gréenwich.*
$1^d\ 39'\ 6''$ limbe plus boréal.	$0^d\ 26'\ 0''$ limbe plus boréal.	$0^d\ 26'\ 14''$ limbe plus boréal.

Déclinaison apparente du limbe boréal de la Lune, lors du passage par le Méridien.

$19^d\ 43'\ 28''$ boréale.	$18^d\ 30'\ 22''$ boréale.	$18^d\ 30'\ 36''$ boréale.

D'après les Tables de M. Clairaut, on avoit

$$\pi' = 60'\ 59'',6 ;$$

donc

Cap & Bologne.	*Cap & Gréenwich.*
Const. de la parall. $= 0,75164\,\gamma$.	Const. de la parall. $= 0,69190\,\gamma'$.

D'après M. l'abbé de la Caille, on avoit

$$\gamma = 4545'',1. \qquad \gamma' = 4940'',4.$$

donc

Const. de la parall. $= 56'\ 55'',2$.	Const. de la parall. $= 56'\ 58'',3$.

d (constante de la parallaxe) $= 1842''d\rho$.

Observation du 4 Novembre 1751.

(13.) Le 4 Novembre 1751, la distance du limbe boréal de la Lune au Zénith, lors du passage par le méridien, fut observée au Cap & à Paris. Le même jour, le limbe fut comparé à l'étoile ζ des Gémeaux, dont la déclinaison apparente étoit de $20^d\ 54'\ 33'',1$ boréale.

Distance apparente du limbe boréal de la Lune à l'étoile ζ des Gémeaux, dépouillée de la réfraction.

Cap.	*Paris.*
$1^d\ 9'\ 31'',4$ limbe plus boréal.	$0^d\ 9'\ 48'',8$ limbe moins boréal.

Déclinaiſon apparente du limbe boréal de la Lune, lors du paſſage par le Méridien.

22d 4′ 4″ boréale. 20d 44′ 45″ boréale.

D'après les Tables de M. Clairaut, on avoit

$$\pi' = 60'\,47'',7;$$

donc

Cap & Paris.

Conſtante de la parallaxe horizontale polaire = 0,7190671.

D'après M. l'abbé de la Caille, on avoit

$$\gamma = 4760'',2.$$

donc

Conſtante de la parallaxe = 57′ 2″,9.

d (conſtante de la parallaxe) = $1622''d\rho$.

(14.) Je n'ai point calculé l'Obſervation du 5 Novembre 1751, parce que la notice qu'en a donnée M. l'abbé de la Caille, dans les Mémoires de l'Académie, contient évidemment quelque inexactitude. Il s'enſuivroit en effet, de cette notice, que la déclinaiſon boréale du limbe de la Lune, étoit plus petite au Cap qu'à Stockolm; ce qui n'a pu avoir lieu.

Obſervation du 2 Décembre 1751.

(15.) Le 2 Décembre 1751, la diſtance du limbe auſtral de la Lune au Zénith, lors du paſſage par le méridien, fut obſervée au Cap, à Paris & à Greenwich. Le même jour, le limbe fut comparé à l'étoile ζ du Taureau, dont la déclinaiſon étoit de 20d 57′ 58″,2 boréale.

Diſtance apparente du limbe auſtral de la Lune à l'étoile ζ du Taureau, dépouillée de la réfraction.

Cap.	*Paris.*	*Greenwich.*
0d 48′ 32″,1 limbe plus bor.	0d 14′ 16″ limbe plus auſt.	0d 31′ 13″ limbe plus auſt.

Déclinaiſon apparente du limbe auſtral de la Lune à l'inſtant du paſſage par le Méridien.

21d 46′ 30″ boréale. 20d 43′ 42″ boréale. 20d 26′ 45″ boréale.

D'après les Tables de M. Clairaut, on avoit

$$\gamma' = 6'7''{,}6;$$

donc

Cap & Paris. *Cap & Gréenwich.*

Conſt. de la parall. = 0,71823 γ. Conſt. de la parall. = 0,69276 γ'.

D'après M. l'abbé de la Caille, on avoit

$$\gamma = 1^d\ 19'\ 30''{,}4. \qquad \gamma' = 1^d\ 21'\ 55''{,}5.$$

donc

Conſt. de la parall. = 57′ 6″,3. Conſt. de la parall. = 56′ 45″,3,

d (conſtante de la parallaxe) = 1644″ $d\rho$.

Obſervation du 3 Décembre 1751.

(16.) Le 3 Décembre 1751, la diſtance du limbe auſtral de la Lune au Zénith, lors du paſſage par le méridien, fut obſervée au Cap, à Bologne & à Berlin. Le même jour, le limbe fut comparé à l'étoile ζ du Taureau, dont la déclinaiſon étoit de 20d 57′ 58″,2 boréale.

Diſtance apparente du limbe auſtral de la Lune à l'étoile ζ du Taureau, dépouillée de la réfraction.

Cap. *Bologne.* *Berlin.*

0d 55′ 28″,7 limbe plus bor. 0d 30′ 55″ limbe plus auſt. 0d 28′ 20″ limbe plus auſt.

Déclinaiſon apparente du limbe auſtral de la Lune, à l'inſtant du paſſage par le Méridien.

21d 53′ 26″,9 boréale. 20d 27′ 3″,2 boréale. 20d 29′ 38″,2 boréale.

D'après les Tables de M. Clairaut, on avoit

$$\gamma' = 60'54'',5;$$

donc

Cap & Bologne. Const. de la parall. = 0,75620 γ. *Cap & Berlin.* Const. de la parall. = 0,68700 γ.

D'après M. l'abbé de la Caille, on avoit

$\gamma = 1^d\ 15'\ 8'',9.$ $\gamma' = 1^d\ 22'\ 55'',1.$

donc

Const. de la parall. = 56′ 56″,8. Const. de la parall. = 56′ 57″,7.

d (constante de la parallaxe) = 1823″ $d\rho$.

Observation du 6 Décembre 1751.

(17.) Le 6 Décembre 1751, la distance du limbe austral de la Lune au Zénith, lors du passage par le méridien, fut observée au Cap & à Gréenwich. Le même jour, le limbe fut comparé à l'étoile α du Taureau, dont la déclinaison étoit de $15^d\ 59'\ 22'',4$ boréale.

Distance apparente du limbe austral de la Lune à l'étoile α du Taureau, dépouillée de la réfraction.

Cap. $0^d\ 8'\ 25'',7$ limbe plus austral; *Gréenwich.* $1^d\ 42'\ 56'',4$ limbe plus austral.

Déclinaison apparente du limbe austral de la Lune, à l'instant du passage par le Méridien.

$15^d\ 50'\ 56'',8$ boréale; $14^d\ 16'\ 26''$ boréale.

D'après les Tables de M. Clairaut, on avoit

$\pi' = 58'\ 35'',8$;

donc

Cap & Gréenwich.

Constante de la parallaxe horizontale polaire = 0,70868 γ.

D'après M. l'abbé de la Caille, on avoit

$\gamma = 1^d\ 20'\ 30'',8$;

donc

constante de la parallaxe = 57′ 3″,5,

d (constante de la parallaxe) = 1519″ $d\rho$.

Observation du 27 Décembre 1751.

(18.) Le 27 Décembre 1751, la distance du limbe austral de la Lune au Zénith, lors du passage par le méridien, fut observée au Cap & à Berlin. Le même jour, le limbe fut comparé à l'étoile α du Taureau, dont la déclinaison étoit de $15^d\ 59'\ 22'',4$.

Distance apparente du limbe austral de la Lune à l'étoile α du Taureau, dépouillée de la réfraction.

Cap.	*Berlin.*
$0^d\ 42'\ 16'',1$ limbe plus austral.	$1^d\ 50'\ 47'',4$ limbe plus austral.

Déclinaison apparente du limbe austral de la Lune à l'instant du passage par le Méridien.

$15^d\ 17'\ 6''$ boréale.	$14^d\ 8'\ 35'',6$ boréale.

D'après les Tables de M. Clairaut, on avoit

$$\pi' = 59'\ 8'',0\ ;$$

donc

Cap & Berlin.

Constante de la parallaxe $= 0,69720\ \gamma$.

D'après M. l'Abbé de la Caille, on avoit

$$\gamma = 1^d\ 22'\ 1'',8,$$

donc

Constante de la parallaxe $= 57'\ 11'',4$,

d (constante de la parallaxe) $= 1515''\ d\rho$.

M. l'abbé de la Caille annonce quelqu'incertitude sur cette Observation.

Observation du 28 Décembre 1751.

(19.) Le 28 Décembre 1751, la distance du limbe austral de la Lune au Zénith, lors du passage par le méridien, fut observée au Cap & à Berlin. Le même jour, le limbe fut comparé à l'étoile α du Taureau, dont la déclinaison étoit de $15^d\ 59'\ 22'',4$ boréale.

Distance apparente du limbe austral de la Lune à l'étoile α du Taureau, dépouillée de la réfraction.

Cap.	*Berlin.*
$2^d\ 55'\ 11'',7$ limbe plus boréal.	$1^d\ 35'\ 33'',7$ limbe plus boréal.

Déclinaison apparente du limbe austral de la Lune, lors du passage au Méridien.

$18^d\ 50'\ 34'',1$ boréale.	$17^d\ 34'\ 56'',1$ boréale.

D'après les Tables de M. Clairaut, on avoit

$$' = 59'\ 53'',5 ;$$

donc

Cap & Berlin.

Constante de la parallaxe horizontale polaire $= 0,69307\ \gamma$.

D'après M. l'abbé de la Caille, on avoit

$$\gamma = 1^d\ 22'\ 12'',1 ;$$

donc

Constante de la parallaxe polaire $= 56'\ 58'',2$,
d (constante de la parallaxe) $= 1515''d$.

Observation du 29 Décembre 1751.

(20.) Le 29 Décembre 1751, la distance du limbe austral de la Lune au Zénith, lors du passage par le méridien, fut observée au Cap & à Paris. Le même jour, le limbe fut comparé à l'étoile ζ du Taureau, dont la déclinaison étoit de $20^d\ 57'\ 57'',9$ boréale.

Distance apparente du limbe austral de la Lune à l'étoile ζ du Taureau, dépouillée de la réfraction.

Cap.	*Paris.*
$0^d\ 21'\ 17'',7$ limbe plus boréal.	$0^d\ 53'\ 17'',8$ limbe plus austral.

Déclinaison apparente du limbe austral de la Lune, lors du passage au Méridien.

$21^d\ 19'\ 15''$ boréale.	$20^d\ 4'\ 40''$ boréale.

D'après

D'après les Tables de M. Clairaut, on avoit

donc

Cap & Paris.

Constante de la parallaxe polaire $= 0,72125\ \gamma$.

D'après M. l'abbé de la Caille, on avoit

$$\gamma = 1^{d}\,18'\,57'',3;$$

donc

Constante de la parallaxe horizontale polaire $= 56'\,56'',8$,

d (constante de la parallaxe) $= 1631''\ d\rho$.

Observation du 31 Décembre 1751.

(21.) Le 31 Décembre 1751, la distance du limbe boréal de la Lune au Zénith, lors du passage au méridien, fut observée au Cap & à Gréenwich. Le même jour, le limbe fut comparé à l'étoile ζ du Taureau, dont la déclinaison étoit de $20^{d}\ 57'\ 57'',9$ boréale.

Distance apparente du limbe boréal de la Lune à l'étoile ζ du Taureau, dépouillée de la réfraction.

Cap.	*Gréenwich.*
$58^{d}\,53'\,40'',4$ limbe plus boréal.	$0^{d}\,33'\,35''$ limbe plus austral.

Déclinaison apparente du limbe boréal de la Lune, lors du passage au Méridien.

$21^{d}\,51'\,38'',3$ boréale.	$20^{d}\,24'\,22'',9$ boréale.

D'après les Tables de M. Clairaut, on avoit

$$\pi' = 60'\,46'',0;$$

donc

Cap & Gréenwich.

Constante de la parallaxe horizontale polaire $= 0,69607\ \pi'$.

D'après M. l'abbé de la Caille, on avoit

$$\pi' = 0^{d}\,21'\,49'',7;$$

donc

Constante de la parallaxe $= 56' 57'',5$
d(constante de la parallaxe) $= 1489'' \, d\rho.$

Observation du 4 Janvier 1752.

(22.) Le 4 Janvier 1752, la distance du limbe austral de la Lune au Zénith, lors du passage au méridien, fut observée au Cap & à Bologne. Le même jour, le limbe fut comparé à *Procyon*, dont la déclinaison étoit de $5^d \, 50' \, 18'',7$ boréale.

Distance apparente du limbe austral de la Lune à Procyon, *dépouillée de la réfraction.*

Cap.	*Bologne.*
$0^d \, 30' \, 59'',9$ limbe plus austral.	$1^d \, 51' \, 18''.7$ limbe plus austral.

Déclinaison apparente du limbe austral de la Lune, lors du passage au Méridien.

$5^d \, 19' \, 19''$ boréale.	$3^d \, 59' \, 0''$ boréale.

D'après les Tables de M. Clairaut, on avoit

$$\pi' = 57' \, 54'',9 ;$$

donc

Cap & Bologne.

Constante de la parallaxe horizontale polaire $= 0,76647 \, \gamma.$

D'après M. l'abbé de la Caille, on avoit

$$\gamma = 1^d \, 14' \, 20'' ;$$

donc

Constante de la parallaxe $= 56' \, 58'',4,$
d(constante de la parallaxe) $= 1897'' \, d\rho.$

Observation du 25 Janvier 1752.

(23.) Le 25 Janvier 1752, la distance du limbe austral de la Lune au Zénith, lors du passage par la méridien, fut observée au Cap, à Paris & à Gréenwich. Le même

jour, le limbe fut comparé à l'étoile ζ du Taureau, dont la déclinaiſon étoit de 20ᵈ 57′ 58″,5 boréale.

Diſtance apparente du limbe auſtral de la Lune à l'étoile ζ du Taureau, dépouillée de la réfraction.

Cap. *Paris.* *Gréenwich.*

0ᵈ 39′ 21″,9 limbe plus auſt. 1ᵈ 51′ 6″,6 limbe plus auſt. 1ᵈ 52′ 39″,8 limbe plus auſt.

Déclinaiſon apparente du limbe auſtral de la Lune, lors du paſſage au Méridien.

20ᵈ 18′ 36″,6 boréale. 19ᵈ 6′ 51″,9 boréale. 19ᵈ 5′ 18″,7 boréale.

D'après les Tables de M. Clairaut, on avoit

$$\pi' = 59' 13'',3 ;$$

donc

Cap & Paris. *Cap & Gréenwich.*

Conſt. parall. = 0,73393 γ ; Conſt. parall. = 0,71215 γ'.

D'après M. l'abbé de la Caille, on avoit

$$\gamma = 1^{d}\,17' 42'',7 ; \quad \gamma' = 1^{d}\,20' 6'',2 ;$$

donc

Conſt. de la parall. = 57′ 2″,0 ; Conſt. de la parall. = 57′ 2″,7,

d (conſtante de la parallaxe) = 1911″ dp.

Obſervation du 26 Janvier 1752.

(24.) Le 26 Janvier 1752, la diſtance du limbe auſtral de la Lune au Zénith, lors du paſſage au méridien, fut obſervée au Cap & à Gréenwich. Le même jour, le limbe fut comparé à l'étoile *i* du Taureau, dont la déclinaiſon étoit de 21ᵈ 12′ 34″ boréale.

Diſtance apparente du limbe auſtral de la Lune à l'étoile i du Taureau, dépouillée de la réfraction.

Cap. *Gréenwich.*

0ᵈ 38′ 0″,5 limbe plus boréal ; 0ᵈ 39′ 56″,9 limbe plus auſtral.

Déclinaiſon apparente du limbe auſtral de la Lune, lors du paſſage au Méridien.

21d 50′ 34″,5 boréale; 20d 32′ 37″,1 boréale.

D'après les Tables de M. Clairaut, on avoit

$$\pi' = 59' 40'',1;$$

donc

Cap & Gréenwich.

Conſtante de la parallaxe horizontale polaire = 0,710107.

D'après M. l'abbé de la Caille, on avoit

$$\gamma = 1^d\ 20' 14'',4;$$

donc

Conſtante de la parallaxe = 56′ 58″,7,

d (conſtante de la parallaxe) = 1489″ $d\gamma$.

Obſervation du 27 Janvier 1752.

(25.) Le 27 Janvier 1752, la diſtance du limbe auſtral de la Lune au Zénith, lors du paſſage au méridien, fut obſervée au Cap & à Gréenwich. Le même jour, le limbe fut comparé à l'étoile n des Gémeaux, dont la déclinaiſon étoit de 22d 39′ 9″,6 boréale.

Diſtance apparente du limbe auſtral de la Lune à l'étoile n des Gémeaux, dépouillée de la réfraction.

Cap. — *Gréenwich.*

0d 43′ 10″,8 limbe plus auſtral. — 2d 6′ 20″,9 limbe plus auſtral.

Déclinaiſon apparente du limbe auſtral de la Lune, lors du paſſage au Méridien.

21d 55′ 58″,8 boréale. — 20d 32′ 48″,7 boréale.

D'après les Tables de M. Clairaut, on avoit

$$\pi' = 59' 57'',6;$$

donc

Cap & Gréenwich.

Conſtante de la parallaxe horizontale polaire de la Lune $= 0{,}70617\,\gamma$.

D'après M. l'abbé de la Caille, on avoit

$$\gamma = 1^{d}\ 20'\ 30'',0.$$

donc

Conſtante de la parallaxe $= 56'\ 52'',3.$

d (conſtante de la parallaxe) $= 1489''\,dp.$

Obſervation du 30 Janvier 1752.

(26.) Le 30 Janvier 1752, la diſtance du limbe boréal de la Lune au Zénith, lors du paſſage au méridien, fut obſervée au Cap & à Bologne. Le même jour, le limbe fut comparé à l'étoile α de l'Écreviſſe, dont la déclinaiſon étoit de $12^{d}\ 47'\ 56'',5$ boréale.

Diſtance apparente du limbe boréal de la Lune à l'étoile α de l'Écreviſſe, dépouillée de la réfraction.

Cap.	*Bologne.*
$0^{d}\ 44'\ 48''$ limbe plus boréal.	$0^{d}\ 36'\ 8'',6$ limbe plus auſtral.

Déclinaiſon apparente du limbe boréal de la Lune, lors du paſſage au Méridien.

$13^{d}\ 32'\ 44'',5$ boréale.	$12^{d}\ 11'\ 47'',9$ boréale.

D'après les Tables de M. Clairaut, on avoit

$$z' = 59'\ 22'',9;$$

donc

Cap & Bologne.

Conſtante de la parallaxe horizontale polaire de la Lune $= 0{,}75339\,\gamma$.

D'après M. l'abbé de la Caille, on avoit

$$\gamma = 1^{d}\ 15'\ 31'',7.$$

donc

Conſtante de la parallaxe $= 56'\ 54'',1.$

d (conſtante de la parallaxe) $= 1823''\,dp.$

Observation du 31 Janvier 1752.

(27.) Le 31 Janvier 1752, la distance du limbe austral de la Lune au Zénith, fut observée au Cap & à Bologne. Le même jour, le limbe fut comparé à l'étoile α d'Orion, dont la déclinaison étoit de $7^d\ 20'\ 10'',9$ boréale.

Distance apparente du limbe austral de la Lune à l'étoile α d'Orion, dépouillée de la réfraction.

Cap.	*Bologne.*
$0^d\ 46'\ 28'',2$ limbe plus boréal.	$0^d\ 34'\ 52'',9$ limbe plus austral.

Déclinaison du limbe austral de la Lune, lors du passage au Méridien.

$8^d\ 6'\ 39'',1$ boréale.	$6^d\ 45'\ 18''$ boréale.

D'après les Tables de M. Clairaut, on avoit

$$\pi' = 58'\ 43'',1\ ;$$

donc

Cap & Bologne.

Constante de la parallaxe horizontale polaire $= 0,755677$.

D'après M. l'abbé de la Caille, on avoit

$$\gamma = 1^d\ 15'\ 18'',8.$$

donc

Constante de la parallaxe $= 56'\ 54'',7.$

d (constante de la parallaxe) $= 1882'',4.$

(28.) Je viens de mettre sous les yeux du Lecteur, toutes les Observations d'Étoiles que M. l'abbé de la Caille a discutées dans son Mémoire de 1761, & dont il a donné les réductions. Si l'on prend le milieu entre les différentes valeurs de la constante de la parallaxe horizontale polaire, l'on aura, en admettant toutes les Observations,

Constante de la parallaxe polaire $= 56'\ 57'',6.$

Et si l'on rejette les Observations des 3 Octobre &

27 Décembre 1751, ſur leſquelles M. l'abbé de la Caille annonce quelque incertitude, on aura

Conſtante de la parallaxe polaire = 56′ 56″,5.

(29.) Les réſultats précédens ſuppoſent que les axes de la Terre, ſont dans le rapport de 229 à 230. Si l'on prend la valeur moyenne de d (conſtante de la parallaxe) on aura

d (conſtante de la parallaxe) = 1750″ $d\rho$.

Mais l'on a les valeurs ſuivantes de $d\rho$.

Rapport des axes de la Terre.	*Valeurs de* $d\rho$.
Comme 320 à 321,	$d\rho = -$ 0,00123.
299 à 300,	$d\rho = -$ 0,00103.
229 à 230,	$d\rho =$ 0,00000.
200 à 201,	$d\rho = +$ 0,00062.
177 à 178,	$d\rho = +$ 0,00127.

On voit par-là que, ſi l'on admettoit le rapport de 320 à 321, il faudroit, en partant des mêmes Obſervations, diminuer de 2″,152 la conſtante de la parallaxe.

Si l'on admettoit le rapport de 299 à 300, il faudroit diminuer la conſtante de 1″,760.

Si l'on admettoit le rapport de 200 à 201, il faudroit augmenter la conſtante de 1″,080,

Si l'on admettoit enfin le rapport de 177 à 178, il faudroit augmenter la conſtante de 2″,170.

Remarque ſur la méthode connue en Aſtronomie, ſous le nom de méthode des plus grandes latitudes.

(30.) La méthode des plus grandes latitudes a été employée autrefois par Ptolémée, pour déterminer la parallaxe de la Lune. Tycho-Brahé s'en eſt ſervi pour le même uſage, & M. Halley la propoſa aux Aſtronomes en 1679. Elle conſiſte à obſerver les hauteurs méridiennes de la Lune dans

ſes plus grandes diſtances de l'Écliptique, lorſque le nœud aſcendant de cette Planète eſt ſitué vers le premier point d'Ariès. Comme alors la Lune a environ $28^d\ 30'$ de déclinaiſon boréale lorſque ſa longitude eſt de 3 ſignes, & $28^d\ 30'$ de déclinaiſon auſtrale lorſque ſa longitude eſt de 9 ſignes; ces deux obſervations, quoique faites dans le même Obſervatoire, équivalent néanmoins à deux obſervations qui ſeroient faites par des Obſervateurs éloignés l'un de l'autre, de 57 degrés en latitude. Ce ſimple énoncé doit faire ſentir que la queſtion ſe réſout par les formules du *§. 3*; nous remarquerons ſeulement que, comme la diſtance des obſervations eſt d'environ quinze jours, & que l'on eſt obligé d'emprunter des Tables aſtronomiques, la variation de la déclinaiſon de la Lune & de la parallaxe pendant cet intervalle, les réſultats peuvent paroître précaires. Il eſt donc évident que la meilleure méthode pour déterminer la parallaxe de la Lune, eſt celle employée en 1751.

Note ſur une petite erreur qui s'eſt gliſſée dans le Mémoire ſur la parallaxe du Soleil, inſéré dans le volume de 1781.

(31.) DANS ce Mémoire, nous avons ſuppoſé *(§. 4)* que la parallaxe horizontale du Soleil, lors du paſſage du 6 Juin 1761, étoit de $8'',600$; & *(§. 5)* que cette parallaxe étoit de $8'',620$, le 3 Juin 1769. Comme la variation de la parallaxe horizontale du Soleil, dans l'intervalle des deux paſſages, n'étoit réellement que de $0'',003$, il faut augmenter de $0'',017$, la parallaxe du 6 Juin 1761, pour rendre les calculs parfaitement cohérens entr'eux. L'on aura alors $8'',637$ pour le terme conſtant de l'expreſſion de la parallaxe du Soleil du *§. 24*, correſpondante au paſſage du 6 Juin 1761; & *(§. 28)* $8'',707$ pour la parallaxe du Soleil, lors du même paſſage, dans les ſuppoſitions de ce paragraphe.

OBSERVATIONS

OBSERVATIONS DE PHYSIQUE

FAITES EN 1781,

Dans un Voyage ſur les côtes de baſſe Normandie.

Par M. LE GENTIL.

PENDANT quatre mois de ſéjour, en 1781, à Coûtances, je m'y ſuis occupé des objets ſuivans : 1.° des marées; 2.° de l'examen d'une eſpèce de terre ou plutôt de ſable, que les laboureurs vont chercher ſur le bord de la mer; ce ſable m'a paru être en grande partie une eſpèce de falun; 3.° de l'examen de quelques Eaux des environs de Coûtances, qui paſſent pour minérales, je veux dire ferrugineuſes; 4.° enfin, de la deſcription de quelques pierres & terres des environs de la ville de Coûtances. Je m'étois propoſé d'y obſerver l'éclipſe de Soleil du 17 Octobre, les nuages m'en ont empêché.

ARTICLE PREMIER.

Sur les Marées.

Dans cet article, mon but unique a été d'examiner une opinion dans laquelle j'ai été nourri juſqu'à l'âge de plus de vingt ans, que j'ai quitté ma patrie pour venir à Paris, & dans laquelle j'ai perſiſté depuis; ſavoir que les marées ſont plus fortes (ſur nos côtes) dans les équinoxes, toutes choſes d'ailleurs égales, que dans les ſolſtices.

L'été de 1781 fut des plus favorables pour cette obſervation, les vents furent preſque toujours, à la côte, très-foibles, & du nord & nord-eſt, incapables d'arrêter ou de ſuſpendre le ſoulèvement des eaux de la mer; les vents d'oueſt, quand ils ſoufflèrent, furent également ſi foibles qu'ils ne furent point capables d'amonceler ſes eaux ſur nos côtes.

Enfin, j'ai consulté tous les gens du pays, habitant les bords de la mer, sur un phénomène aussi important, & ils m'ont tous assuré unanimement, que les plus grandes marées de l'année arrivent dans les équinoxes ou aux environs; c'est un fait généralement attesté dans le pays, & qui s'observe très-constamment depuis la Hougue, Carentan, Cherbourg, Port-bail, Pirou, Blainville, Agon, Hugueville, Renéville, Briqueville sur la mer; Saint-Martin-le-vieux, Grandville, Avranches, & aux grèves du Mont-Saint-Michel. J'ai eu des avis certains de tous ces différens endroits, je suis resté plusieurs jours à Isigny (en 1773), & à Carentan, où tous les marins & gens de côtes, que j'ai interrogés, m'ont assuré ce fait.

Mais le lieu où j'ai le plus rassemblé de témoignages, concernant ce phénomène, est à Saint-Martin-le-vieux, entre Coûtances & Grandville, à trois lieues de l'un & de l'autre, chez M. Potier mon beau-frère, où j'ai passé quelque temps en différentes fois. Saint-Martin est à une petite demi-lieue du bord de la mer, & en est séparé par un marais à peu-près d'égale largeur, & qui s'étend jusqu'aux environs de Grandville, à deux lieues & demie au sud; ce marais est traversé par une petite rivière, qui forme à son embouchure un petit havre, dans lequel on entre à la faveur de la marée, & qu'on nomme le *havre de Briqueville;* je n'y ai vu que des espèces de barques ou bateaux. Dans les grandes marées, la mer entre & vient se répandre dans le marais, & pousse ses flots jusque contre le fossé du jardin de mon beau-frère, qui, depuis près de huit ans qu'il habite Saint-Martin, a été bien à portée de jouir de ce beau spectacle & d'en observer les changemens. Il y a, de temps immémorial, pour le pays, un corps-de-garde établi sur le bord de la mer, où se retirent des Gardes-côtes pour empêcher la contrebande; ils sont obligés d'être en allerte à toutes les marées, & personne ne les connoît par conséquent mieux qu'eux: or, voici le fait qu'ils m'ont assuré:

Savoir, que la mer n'entre pas dans leur havre ni par

conséquent dans le marais, à toutes les nouvelles & pleines lunes; qu'on ne l'y voit point en Mai, en Juillet, ni même au commencement d'Août, quelque violens que soient les vents d'ouest qui puissent régner: les marées sont alors si foibles, en comparaison des marées de l'équinoxe, que dans le pays les gens de la côte, les pêcheurs sur-tout, les appellent *mouille-cu*, pour les distinguer des grandes marées; ces marées, selon eux, commencent à croître à la fin d'Août, elles augmentent sensiblement à chaque syzygie jusqu'au mois d'Octobre; en sorte que la plus grande marée est toujours celle qui arrive le plus près de l'équinoxe, non pas dans le mois de Septembre, mais dans le mois d'Octobre, c'est-à-dire, que si la nouvelle ou pleine lune arrive dans les cinq ou six premiers jours d'Octobre, la marée qui suit seroit plus forte que celle de la nouvelle ou pleine lune qui seroit arrivée, par exemple, cinq à six jours avant l'équinoxe: ce dernier fait mérite attention, & il paroît avoir été connu de M. Cassini (Dominique). Depuis cette dernière époque, les marées diminuent jusqu'au solstice de Décembre, & elles ne recommencent à devenir plus fortes qu'à la fin de Février ou au commencement de Mars jusqu'à la fin d'Avril, ou vers l'entrée de Mai que reviennent ensuite peu-à-peu les *mouille-cu*.

Ces faits, qui me paroissent d'accord avec le système de Newton, m'ont encore été confirmés par plus de cent personnes peut-être, tant pêcheurs que laboureurs: ces derniers vont en troupe pendant l'été dans le marais dont je viens de parler, y chercher, pour engraisser leurs champs, une espèce de terre ou d'engrais, dont je parlerai dans l'article suivant, nommée *tangue* dans le pays, & *tente* à Avranches. Les grèves du Mont-Saint-Michel sont encore une preuve de ce fait, car on n'y va guère à pied sec que quand la fin de Juillet est venue; c'est alors que les marées commencent à augmenter au point de laisser les grèves assez à sec pour y aller commodément. C'est ce que m'assurèrent les gens du pays en 1778: ce fut en effet dans les premiers jours d'Août que je visitai ce fameux Monastère.

A Grandville le même phénomène a lieu, & les habitans de ce port, si c'en est un, me le confirmèrent en 1778. Je ne me suis pas contenté de leur témoignage; je retournai à Grandville en 1781; je visitai le port avec plus d'attention. Il y avoit alors plusieurs corsaires sur les chantiers: *Madame*, corsaire de trente-six canons, étoit en armement. Nous allames à bord par curiosité: je fis aux Officiers les mêmes questions que je venois de faire aux Ouvriers qui travailloient dans le port & le chantier: tous m'assurèrent unanimement qu'à Grandville & aux environs, les plus fortes marées arrivoient toujours dans les temps des équinoxes.

C'est donc un fait attesté unanimement dans toute la basse Normandie, que sur les côtes maritimes de cette Province, depuis l'embouchure de la rivière de Vire, qui forme les deux veys, jusqu'aux grèves du Mont-Saint-Michel, les marées sont les plus fortes aux temps des équinoxes, toutes choses d'ailleurs égales.

A ces témoignages je vais joindre les observations que j'ai faites moi-même cette même année 1781, à l'embouchure de la rivière de Sienne, & sur les côtes voisines, à deux ou trois lieues de la ville de Coûtances. Pour une plus grande intelligence de cet article, j'ai fait graver deux Cartes, calquées sur la Carte de M. Cassini, qui renferment la partie des côtes de basse Normandie, comprise entre Coûtances & Avranches: on y remarque la rivière de Sienne, qui à son embouchure forme deux petits havres, dans lesquels on ne peut entrer qu'à la faveur des marées; l'un de ces havres est Renéville, l'autre Agon. Les personnes du pays font monter, en temps de paix, à cent mille écus le seul commerce d'Agon, ce qui doit être bien exagéré; ce seroit même beaucoup encore pour les deux endroits. Les paroisses d'Agon & de Renéville sont à la vérité séparées l'une de l'autre par une demi-lieue ou trois quarts de lieue de distance; mais la rivière passe entr'elles; & les navires ayant tous pour rempart contre la mer la digue d'Agon, les deux havres n'en doivent former véritablement qu'un. Il peut entrer dans ce havre des

navires à trois mâts ; du moins j'y en ai vu quelques-uns, c'eſt-à-dire, cependant d'environ deux cents tonneaux.

La paroiſſe de Renéville eſt à 2000 toiſes à peu-près de la mer, dont les eaux remontent, dans les grandes marées, le long de cette rivière, à près de 8000 toiſes de ſon lit, juſqu'à un endroit nommé *Yenville*, en faiſant un coude conſidérable devant Agon.

A 3000 toiſes environ du port d'Agon & de Renéville, en remontant la rivière, on trouve ſur ſa rive gauche, la paroiſſe de Montchaton. En cet endroit de la rivière, eſt un pont, nommé le *pont de la Roque*, à onze arches ſi je me le rappelle bien : la mer monte fort haut à ce pont dans les grandes marées, puiſqu'elle va encore près de deux lieues au-delà. Comme les côtes des deux côtés ſont aſſez élevées à Montchaton, on pourroit ſi on vouloit, barrer la mer à ce pont, comme on a fait à Carentan, & l'empêcher par-là de ſe répandre plus loin ; cette barrière miſe à la mer, procureroit l'avantage d'un petit port en cet endroit, & pourroit rendre le pays plus commerçant, s'il étoit vrai qu'il pût jamais le devenir. Cet objet mériteroit bien un examen à part, mais il n'eſt point du reſſort de l'Académie, & je me réſerve d'en parler dans mon eſſai ſur l'Hiſtoire du Côtentin, dont je m'occupe dans mes momens perdus. Je me contente ici de dire deux mots ſur la digue d'Agon, relativement à la hauteur actuelle de la mer ſur ces côtes & aux environs.

Agon, ſéparé, comme je viens de le dire, de Renéville par la rivière, jouit des avantages du même havre ; le premier de ces villages eſt ſéparé de la mer par une longue langue de ſables, & de dunes également de ſables, viſiblement amoncelés & fort relevés du côté de la mer. Cette langue de ſables, de plus de 1000 toiſes de largeur & de 1500 de longueur, en avançant dans le ſud, y forme une pointe qui écarte le lit de la rivière. On nomme cette langue, je le répète, la *digue d'Agon*. Or, on penſe dans ce pays que ſi cette digue étoit coupée, la mer auroit alors un paſſage libre juſqu'à la ville de Coûtances, dans une partie baſſe qu'elle

inonderoit, appelée le *pont de Soule*, dénomination prise de la rivière de même nom, qui traverse ce faubourg. Mais outre qu'il m'a paru impossible de détruire cette digue ou espèce d'isthme, il n'est pas vrai qu'en la supposant coupée, la mer pût se répandre dans le pays, & jusqu'à Coûtances; il faudroit pour le faire, que son niveau actuel en avant de la digue d'Agon, fût de plus de douze pieds plus élevé qu'il n'est en dedans des havres de Renéville & d'Agon. Or, la passe de la rivière est trop large pour que cette inégalité de niveau puisse avoir lieu dans aucun cas; ce dont je me suis bien assuré par les examens que j'ai faits sur les lieux en 1781, & tout récemment en 1784, que je suis allé passer deux jours à Renéville pendant la marée du 15 Septembre, exprès pour y faire de nouvelles observations sur cet objet. J'ai vu que, soit que la digue existe, soit qu'elle n'existe pas, la mer ne sera jamais plus haute au pont de la Roque qu'elle n'y est actuellement dans les grandes marées: elle ne pourroit donc pas remonter la rivière de Soule plus haut qu'elle ne fait aujourd'hui.

Je me rappelle d'avoir lû autrefois dans Strabon, un trait qui a quelque rapport à celui-ci; savoir, que plusieurs Rois d'Égypte avoient commencé avant Darius à creuser un canal pour communiquer la mer Rouge avec la Méditerranée par l'isthme de Suès; que Darius avoit entrepris de terminer cet ouvrage, mais qu'il l'abandonna au moment où il touchoit à sa fin, parce qu'on lui persuada fort *ignoramment* que la mer Rouge étoit beaucoup plus élevée que la Méditerranée; en sorte que si l'isthme étoit coupé par un canal, la mer engloutiroit la *basse* Égypte. *Postea Darium primùm in operis absolutionem successisse, is opus penè absolutum deseruit, falsò enim ei erat persuasum rubrum mare Ægypto esse sublimius: ideòque si intermedius isthmus incideretur, Ægyptum a mari obrutum iri.* (Strab. Geogr. lib. XVII, p. 931.)

Me seroit-il permis de comparer pour un instant les petites choses aux grandes? S'il étoit vrai que la mer pût venir jusqu'à Coûtances, la digue d'Agon supposée détruite, ne ne

ſeroit que parce qu'elle ſeroit plus haute à la tête de la digue qu'en dedans, de 10 à 12 pieds au moins. En ce cas, tous les terreins bas, à droite & à gauche de la rivière de Soule, ſeroient inondés: or, ces terreins ſont conſidérables & très-précieux.

Cette invaſion de la mer s'étendroit également le long de la rivière de Sienne, dévaſteroit des terreins plus immenſes encore, parce que cette partie eſt beaucoup plus baſſe que celle où coule la rivière de *Soule*, depuis Coûtances juſqu'au pont de la Roque. En effet, la mer, dans l'état actuel des choſes, remonte déjà la rivière de Sienne à plus d'une lieue du pont de la Roque, juſqu'à un pont, nommé le *pont d'Yenville*, où eſt un moulin que les eaux arrêtent dans les marées: elles s'étendent bien au-delà encore, au lieu que la mer ne remonte pas la Soule bien au-delà du même pont de la Roque. Que l'on ſuppoſe maintenant un nouveau volume d'eau de 10 à 12 pieds d'élévation à la place de la digue d'Agon, & que ce volume vienne ſe répandre ſur cette première couche, que de terreins précieux en ſeroient couverts, inondés & détruits! un commerce imaginaire ne répareroit jamais une pareille perte.

Je reviens aux marées: à la tête du pont de la Roque, du côté de Montchaton, le ſeigneur du lieu a un fermier qui eſt bien à portée de voir très-ſouvent la mer, & toutes les fois qu'elle vient au pont, s'il le juge à propos, puiſqu'il a la permiſſion d'y pêcher; j'y allai le 17 de Juillet, pour y prendre des éclairciſſemens, j'y paſſai une partie de la journée, je dînai chez ce fermier, à qui je fis mille queſtions ſur les marées: la nouvelle Lune devoit arriver dans quatre jours, ſavoir; le 21 du même mois, & j'avois cru, en allant le 17 au pont de la Roque, que je pourrois être témoin des premières oſcillations de la mer; mais cet homme m'aſſura qu'il étoit fort inutile que je me donnaſſe la peine de venir voir la marée qu'elle ne ſeroit guère plus grande que les précédentes, qui étoient toutes des petites marées; que ſi j'étois bien curieux de voir une grande & belle marée, il falloit attendre à la fin d'Août, ou mieux encore à la fin de Septembre.

Ces gens-là sont si au fait des différens effets des marées, qu'ils en annoncent toutes les circonstances, souvent quelques jours d'avance, conformément aux vents qu'ils remarquent; & qu'ils sont à portée de voir tous les jours, ils vous diront l'heure de la marée, sa force, c'est-à-dire jusqu'où elle montera, si celle du matin sera plus ou moins forte que celle du soir; ils assurent qu'elles sont rarement égales.

Quoique cette marée du 21 de Juillet, ne dût pas être forte, selon le fermier que j'avois consulté, j'y retournai cependant le 24, qui devoit être le jour de la plus grande marée occasionnée par la nouvelle Lune du 21.

J'attendis la mer au pont, elle vint assez exactement à l'heure que je l'avois espéré, d'après le passage de la Lune par le Méridien, pour ce lieu-là, combiné avec son retard en vingt-quatre heures; je marquai l'endroit du pont où elle s'arrêta, pour y comparer les marées suivantes. La marée qui arriva quinze jours après, & que je visitai encore, fut également foible; dans tous ces cas, il fit le plus beau temps du monde, & les vents toujours au nord-est, très-foibles.

Je trouvai dans ces voyages une foule de Laboureurs, dont je connoissois une grande partie; je questionnai les uns & les autres, ils s'accordèrent à me dire que si je voulois prendre la peine de retourner en Septembre, je verrois de plus grandes marées: ces payſans viennent de tous les environs, comme je le dirai plus amplement dans l'article suivant, au pont de la Roque, pour en enlever de la tangue; la plus grande partie étoit alors occupée à tirer cette tangue des bords de la rivière, & à la transporter hors de la lisière; là ils en font des tas, parce que dans les grandes marées de Septembre & d'Octobre, la mer qui est souvent au pont de la Roque, & qui mouille deux fois par jour le lit de la rivière, ne leur permet pas d'aller chercher cet engrais précieux; c'est alors qu'ils ont recours à ces amas qu'ils ont eu soin de former d'avance dans les terreins dépendans du fermier, & où la mer ne va point; & ils payent à ce fermier quelque légère rétribution pour en avoir la permission.

J'allai

J'allai voir la marée de la pleine Lune d'Août, le 4 de ce mois, à Agon, pour y prendre quelques connoiſſances nouvelles relatives à mon objet : j'avois chargé au pont de la Roque, le fermier qui y réſide, de marquer au pont, l'endroit où la mer monteroit à cette pleine Lune : à Agon, je ſuivis les pêcheurs fort avant dans la mer, & j'eus le courage d'aller juſqu'à *baſſe eau*, comme ils diſent, terme qui étoit à plus d'une lieue du bord ; ils m'aſſurèrent qu'ils me mèneroient encore bien plus loin, ſi je voulois prendre la peine d'entreprendre le même voyage à la marée de l'Équinoxe, qu'ils jugeoient par la marée actuelle, qu'à celle-là la mer reculeroit plus d'une lieue encore au-delà du terme où je la voyois alors, qu'il y avoit même grande apparence que le grand rocher nommé *Rantqui*, découvriroit comme il le fait d'ordinaire dans les Équinoxes.

Ce fut au retour d'Agon que je fis ce voyage de Granville, dont j'ai parlé un peu plus haut, pour me confirmer dans mon opinion, ou plutôt pour prendre de nouvelles informations au ſujet de ce phénomène qu'il eſt important de bien conſtater.

La première grande marée de Septembre devoit arriver les 3, 4 & 5 du même mois ; je retournai coucher à Agon le 3 au ſoir, pour y paſſer la journée du 4 ; d'Agon à la grève il y a encore trois grands quarts de lieue, d'une marche aſſez pénible au travers des ſables & des dunes qui fatiguent beaucoup : je fis porter nos proviſions ſur le bord de la mer, & nous y dînames en attendant les pêcheurs, qui ne ſe rendent à la mer qu'à l'heure qu'ils ſavent, par une longue expérience dans laquelle ils ont été élevés, que la mer ſera aſſez retirée pour pouvoir pêcher à leur aiſe ; lorſque je les aperçus de loin dans les dunes, affluer de tous les côtés, la mer s'étoit déjà retirée à trois quarts de lieue de moi ; j'allai à ſa ſuite, dans l'intention de prendre aſſez les devans ſur ces pêcheurs, pour arriver en même temps qu'eux juſqu'au terme de la baſſe-mer ; mais il y avoit cette fois-ci beaucoup plus loin qu'à la dernière marée, ils alloient beaucoup mieux

que moi, ils m'eurent bientôt atteint, & même dépassé; je craignis, pour le retour, que la fatigue ne me fît trop rester de l'arrière, car ces gens-là ne commencent souvent à revenir qu'au moment où l'eau leur a gagné le haut des cuisses: voici d'ailleurs une circonstance qui ralentit ma marche, toute la grève s'étoit insensiblement couverte, à perte de vue, de charrettes qui des environs étoient venues au varech; sur quoi il est bon que je fasse observer qu'on trouve en mer, dans ces parages, un gros rocher, à près de trois mille toises d'Agon, nommé *Rantqui*; les charrettes vont aussi à ce rocher chercher du varech, parce qu'il y est très-abondant; mais elles ne peuvent y aller qu'aux marées de Mars ou de Septembre, parce que ce n'est que dans ces deux saisons de l'année que la mer est assez basse pour permettre aux charrettes d'approcher de ce rocher qui découvre bien alors son sommet, mais dont le pied est toujours baigné des eaux de la mer: or, tous ceux de ces gens que je questionnai, m'assurèrent que la marée du mois d'Octobre prochain, la plus voisine de l'Équinoxe, seroit bien plus forte encore que celle que je voyois.

Le 5, nous partîmes d'Agon à six heures du matin, la mer montoit & étoit déjà dans le havre; nous revînmes par Montchaton, afin de pouvoir observer la marée au pont de la Roque, & la comparer au terme de celle du mois d'Août, que j'y avois observée: on côtoie toujours la rivière d'Agon jusqu'à Montchaton, & nous avions le plaisir de voir, à notre droite, la mer remonter la rivière; nous arrivames au pont en même temps que la haute-mer, fort exactement à l'heure que j'avois calculée pour celle de la marée. La mer parut immobile pendant quelques minutes, après quoi elle commença à reculer; or, le point où je la vis, étoit d'environ huit pieds plus haut qu'à la marée de la fin de Juillet, & le fermier me dit que la marée de la fin d'Août, quoiqu'elle eût monté au-dessus du terme que j'avois marqué le 21 de Juillet, n'avoit pas été si forte que celle-ci; la marée du 21 de Septembre fut encore de plus d'un pied au-dessus de

ce terme : mes affaires me contraignirent de rester à Coûtances pendant la marée du commencement d'Octobre ; celle-ci arriva le 4 & le 5 de ce mois, & selon le rapport qui m'en fut fait, la mer monta, au pont de la Roque, plus haut qu'elle n'avoit fait le 21 de Septembre, quoique celle-ci fût plus voisine de l'équinoxe : au reste, je ne l'assurerai pas pour l'avoir vu, mais si ce phénomène a véritablement eu lieu, il s'accorde parfaitement avec ce que j'ai trouvé depuis dans un manuscrit de M. Cassini (Jacques), sur les marées, que M. Cassini fils m'a communiqué depuis mon retour ; ce fait, au reste, est vraisemblablement consigné dans nos volumes : quoi qu'il en soit, je ne crois pas inutile de le rapporter ici.

Le fait est que les marées les plus grandes arrivent bien, selon M. Cassini, dans les temps des équinoxes, mais la plus grande de toutes n'est pas la plus voisine de l'Équinoxe ; car, par exemple, la marée qui fut observée à Brest le 11 Octobre 1711, *fut plus forte que celle du 26 Septembre précédent, quoique celle-ci fut, comme l'on voit, plus voisine de l'équinoxe.*

Je donne ici la position de la Lune par rapport à son apogée, relative aux circonstances dans lesquelles j'ai considéré les marées ; je donne également son diamètre horizontal & sa déclinaison, pour servir de comparaison à ceux qui voudront prendre la peine de répéter ces observations.

		A midi.	*A midi.*
Juillet 21.	Nouv. Lune. diamètre 31′ 59″ déclin. bor.	24.	11′
	Périgée le 26.		
Août 4.	Pleine Lune. diamètre 30. 22. déclin. aust.	22.	0.
	Apogée le 9.		
19.	Nouv. Lune. diamètre 32. 41. déclin. bor.	17.	0.
	Périgée le 22.		
Sept. 2.	Pleine Lune. diamètre 29. 58. déclin. aust.	13.	0.
	Apogée le 5.		
18.	Nouv. Lune. diamètre 33. 22. déclin. aust.	0.	30.
	Périgée le 19.		
Octob. 2.	Pleine Lune. diamètre 29. 33. déclin. bor.	3.	0.
	Apogée le 3.		

Conclusion.

Il paroît évident par tous les témoignages réunis, rapportés dans l'article précédent, que dans la Manche, à compter depuis Isigny jusqu'aux grèves du Mont-Saint-Michel, sur toutes les côtes de la basse Normandie, les marées sont, toutes choses d'ailleurs égales, plus grandes dans les équinoxes que dans les solstices; que la question est au moins décidée pour l'embouchure de la rivière de Sienne & pour les côtes voisines; que le fait du rocher nommé *Rantqui*, à deux lieues de la côte, & qui jamais ne découvre que dans les marées des équinoxes, c'est-à-dire à la fin de Mars & de Septembre; que ce rocher, dis-je, en est, si je ne me trompe, la démonstration la plus complète & la plus évidente.

ARTICLE II.

Sur une espèce de Falun qu'on trouve le long des côtes de basse Normandie.

Les habitans des environs de Coûtances, vont prendre sur les côtes voisines de la mer, une espèce de terre légère, qu'ils nomment *Tangue;* & *Tente* à Avranches; la mêlent avec le fumier de leurs bestiaux, principalement avec celui des bœufs & vaches, & ils assurent que de ce mélange il provient un engrais qui fertilise admirablement leurs terreins; dans quelques circonstances, ils se contentent de la répandre sur la surface de leurs champs, comme ils feroient de la cendre, après quoi ils y mettent la charrue.

Cette terre, par sa légèreté ou plutôt divisibilité, ressemble assez à du sable; c'en est en effet un, mais composé, en grande partie, de coquilles microscopiques & de débris de grandes coquilles. C'est ce que m'a offert l'examen que j'ai fait de ce sable, à un excellent microscope, &, par cette raison, je lui ai donné le nom de *Falun;* les endroits où l'on va le prendre ne sont pas précisément les bords ou les rivages de la mer, ce n'est que dans des espèces de marais, à la vérité qui tiennent à la mer, mais qui sont traversés

par quelques rivières, & ſur les bords des rivières : en ſorte qu'il ſembleroit que ce ſable y auroit été anciennement voituré & apporté par ces rivières, & dépoſé à droite & à gauche dans les débordemens principalement.

C'eſt une eſpèce de dépôt de cette nature, qu'on rencontre vers l'embouchure de la rivière de Sienne, à une lieue à l'oueſt de Coûtances, à ce même pont de la Roque, dont il a été queſtion dans l'article précédent *(voyez la carte)*, c'eſt-là où tous les laboureurs des environs vont dans la belle ſaiſon, en foule, chercher cet engrais précieux : c'eſt un concours prodigieux pendant l'été, de plus de cinq lieues à la ronde. Les uns y vont avec des charrettes, d'autres avec le ſecours ſeul de leurs chevaux. Autrefois, il n'y a encore pas plus de vingt à vingt-cinq ans, l'affluence n'y étoit pas ſi grande, on n'y pouvoit aller qu'avec des chevaux ; mais les chemins qu'on a rendus praticables depuis pour des voitures, y attirent actuellement tant de monde, que rien ne m'a paru plus agréable dans ce pays, que de voir cette grande affluence ; il ſemble que le pays ſoit devenu plus animé, tant l'émulation paroît avoir gagné les laboureurs de ces cantons.

Au reſte, ils ont, au ſujet de cette tangue, une opinion qui m'a paru un préjugé, c'eſt que la falunière ne diminue point ; que la mer, en venant la couvrir deux fois par mois dans les marées, répare les brèches qu'on y fait, en rapportant autant de tangue qu'on en enlève ; en ſorte que la ſource ne tariroit jamais : ce préjugé peut être favorable à entretenir l'émulation, & ſi j'en fais ici l'examen & la critique, ce n'eſt qu'en Phyſicien qui cherche toujours à découvrir la cauſe & l'origine des faits.

Or, ayant examiné la queſtion ſans préjugé, j'ai vu évidemment que ce banc falun eſt un dépôt qui eſt là de temps immémorial ; qu'il a même diminué depuis trente ans ; j'ignore la profondeur dont il peut être, mais il a beaucoup baiſſé depuis vingt-cinq ans, & même depuis cinq à ſix ans. On en a déjà enlevé au moins ſept à huit pieds ; & il ne faudra pas fouiller maintenant bien des pieds encore pour ſe trouver au

niveau de la rivière, & alors la fouille ceſſera néceſſairement. Au-deſſous du pont de la Roque, à cent toiſes, plus ou moins, ſous les buttes de Monchaton, on voit encore actuellement une eſpèce de petit iſlot rond, de peu de toiſes de diamètre, coupé à pic & recouvert d'un peu d'herbe, il peut avoir huit à dix pieds au-deſſus du niveau de la rivière; cet iſlot ne m'a paru être que de la tangue. A un quart de lieue au-deſſus du pont, en ſuivant le cours de la rivière, on trouve ſur ſa rive gauche, ſous la butte d'Urville, un eſpace de terrein très-conſidérable, ou une plaine qui n'a point été fouillée, & qui par conſéquent eſt plus élevée que l'endroit dont je viens de parler, qui eſt près du pont; la mer par conſéquent ne le couvre que très-rarement. Il s'y eſt nourri une pelouſe, où l'on voit quelquefois de beaux & ſuperbes troupeaux de moutons qui ſont d'un goût excellent: cette plaine, l'iſlot, & les endroits où ſont les fouilles journalières qui ſe trouvent actuellement preſque au niveau de l'eau, ne m'ont paru avoir fait anciennement qu'une plaine unie & de même niveau à peu-près par-tout; le banc auroit donc baiſſé d'environ huit à neuf pieds.

La mer, comme je l'ai déjà dit, vient au pont de la Roque dans les nouvelles & pleines lunes, alors elle couvre la falunière deux fois par jour.

J'ai bien ſuivi & examiné les marées, ainſi que les choſes ou corps marins que la mer charie avec elle; j'ai examiné également les côtes avec la plus ſcrupuleuſe attention; je crois pouvoir oſer aſſurer que la mer, quoiqu'elle entre deux fois par jour dans cette embouchure ou eſpèce de golfe, n'y apporte aucunes parties ſemblables à celles qui compoſent la tangue, ſi ce n'eſt peut-être quelque peu de ſable; & ſi elle tiroit la tangue de ſon ſein pour la porter enſuite dans ce golfe, pourquoi n'en répandroit-elle pas à droite & à gauche également à l'endroit de ſon embouchure, des deux côtés ſur le rivage, & ſur les deux pointes ou digues de ſable qui forment ſon entrée à la mer?

Il eſt vrai que la mer chariant beaucoup de choſes, comme

goëmon, ſur-tout du ſel, & encore un peu de ſable, principalement dans les grands vents, elle en dépoſe toujours quelque peu pendant ſon très-court repos ſur ces lieux; de plus, ſon mouvement forcé trouble & agite la ſurface du banc; en ſorte que les petites inégalités, cauſées par les fouilles de l'été & de l'automne, ſe trouvent aplanies par les marées de l'hiver, car ces fouilles ne vont pas à plus de ſix à huit pouces de profondeur. Souvent même pendant l'été les fortes marées font le même effet.

De-là, il arrive que les laboureurs qui n'ont jamais examiné le niveau du terrein ni de la rivière, ſont dans le préjugé que la mer à chaque marée apporte autant de tangue qu'ils en enlèvent dans l'intervalle; en ſorte que par ce moyen elle ne tariroit jamais: mais je crois avoir aſſez d'expérience & de raiſons pour être convaincu du contraire. Je crois donc que ce banc eſt un dépôt précieux qui eſt là de temps immémorial, ſans que je puiſſe aſſigner d'où il provient; que par la fouille continuelle qu'on y fait, il diminue inſenſiblement; & qu'il lui arrivera ce qui arrive à toutes les mines ou carrières qu'on eſt enfin obligé d'abandonner, parce que s'épuiſant, elles ne fourniſſent plus ou preſque plus & ſi l'affluence de ceux qui cherchent à ſe procurer cet engrais, continue à l'avenir, on ne ſera pas long-temps encore ſans s'apercevoir d'une diminution très-conſidérable.

Les payſans ont encore, au ſujet de cette tangue, une opinion que je crois également un préjugé: ils diſent que plus on s'éloigne des bords de la mer, moins il faut uſer de cet engrais; qu'il en faut moins pour fertiliſer un champ qui en ſeroit à trois lieues, qu'un autre champ qui n'en ſeroit qu'à une lieue; mais ſi ce falun reſſemble à celui de Touraine, c'eſt-à-dire, ſi, comme le falun de Touraine, la vertu qu'a la tangue de fertiliſer les terres, eſt dûe en grande partie à ſon ſel alkali qui fermente avec les acides, je ne vois pas pourquoi cette tangue demanderoit d'être employée en moindre quantité à une plus grande diſtance de la mer, qu'à une plus petite. Les paroiſſes qui bordent cet engrais, telles que Mont-

chaton, Urville, & pluſieurs autres qui ſont plus à portée, de cette eſpèce de falun, sèment, exactement parlant, tous leurs grains dans la tangue même; ils en répandent chaque année, en ſi grande profuſion de nouvelle, que leur terrein s'eſt élevé au point que, dans pluſieurs endroits que j'ai fouillés exprès, il m'a fallu creuſer à près de trois pieds avant de trouver la terre, qui eſt une eſpèce de gros ſable rougeâtre: le fond de leurs champs eſt donc la tangue même. Ces paroiſſes ont les plus beaux blés du monde: la farine eſt bien plus blanche; le pain eſt de même bien plus beau, plus blanc, & meilleur que celui des paroiſſes plus éloignées de la mer, qui mettent la plus grande économie dans la répartition qu'ils font de la tangue entre leurs différentes pièces de terre. Cette différence eſt ſur-tout très-ſenſible dans le pain fait avec de l'orge, dont ſe nourriſſent en très-grande partie les habitans du diocèſe de cette baſſe province; elle ſe remarque également dans cette eſpèce de grain noir, connu ſous le nom de *Sarraſin*, qui fait près de la moitié de la nourriture des payſans. L'aliment qu'on tire de ce grain qui a crû ainſi au milieu de la tangue, pour ainſi dire, eſt beaucoup plus blanc & de bien meilleur goût que dans les autres cantons plus éloignés de la mer, & ſur-tout dans le Bocage.

De plus, la récolte ſe fait dans toutes ces paroiſſes, quinze jours environ plus tôt que dans les Bocages; il eſt vrai que je dois ajouter que le pays eſt tout-à-fait découvert, ce qui contribue, ſans doute, à la fermentation de la terre, parce que les rayons du Soleil n'y ſont point interceptés comme dans le Bocage: ces cantons ont preſque toujours de très-belles récoltes; cependant la trop grande ſéchereſſe, & d'une trop longue durée, leur eſt quelquefois nuiſible. Je les vis en 1781, dont l'été fut très-ſec & très-brûlant, ſemblables aux terreins arides & brûlés de la Zone torride; le ſol en étoit comme ſi c'eût été de la cendre; auſſi la récolte de ces cantons fut médiocre cette année-là. Mais je les vis en 1784, & j'y allai exprès paſſer une journée, & m'y promener, quelques jours avant qu'on

qu'on eût mis la faulx dans la moiſſon; je n'avois jamais vu la terre couverte d'auſſi beaux blés; je crus être tranſporté dans un nouveau climat: toutes les tiges des différentes eſpèces de fruits que je vis, étoient de la même force & de la même longueur à très-peu-près, & tous ces blés étoient très-garnis par le pied; les épis annonçoient également la force de la végétation de ce climat; car on peut dire que, ſans changer de latitude, ces terreins, qui ne ſont cependant qu'à deux lieues du Bocage, jouiſſent d'un climat tout différent. Je pris au haſard un de ces épis, je le trouvai de cinq pouces neuf lignes & plus de longueur, & fourni à proportion; enfin les tiges les plus courtes avoient des épis plus beaux que ne l'étoient les plus beaux épis de nos Bocages; c'eſt que dans les cantons que je viſitai, des pluies étoient venues à propos, & qu'elles furent accompagnées d'une chaleur convenable.

C'eſt ici le plus grand obſtacle que les Cultivateurs théoriſtes trouveront toujours dans leurs routes, & qu'ils ne pourront jamais vaincre.

Il eſt certain qu'avec une certaine quantité d'eau donnée, & une certaine quantité de chaleur également donnée, on fera produire les ſables: les exemples en ſont frappans dans la Zone torride, où les chaleurs & les pluies ſont réglées; & où l'on ne connoît ni les engrais, ni les termes de *terreins vieux & uſés*, qu'il eſt beſoin de rappeler, pour ainſi dire à la vie, par toutes ſortes de moyens imaginables; j'en ai dit quelque choſe dans mon Voyage; & en cela je ſuis d'accord avec *Wallerius*, & avec les expériences que M. Tillet, de cette Académie, a faites pendant ces dernières années aux Chartreux de Paris.

Dans nos climats au contraire, que l'inconſtance ſemble gouverner, & qui ſont en effet placés à une latitude trop grande pour que les ſaiſons y ſoient réglées, & reviennent chaque année les mêmes à peu-près, comme elles ſont dans l'Inde; dans nos climats, dis-je, les chaleurs & les pluies ne vont pas régulièrement enſemble.

Il eſt par conſéquent comme impoſſible de preſcrire des règles fixes ſur la manière d'employer les engrais, en plus ou moindre quantité: car j'ai vu que la même quantité d'engrais qui produiſoit un très-bon effet dans une année qui aura été favorable; cette même quantité, dis-je, produira un effet tout contraire dans un autre année où les circonſtances des pluies venues à propos, & le concert de la chaleur, ne ſe ſeront pas rencontrées.

Pour revenir à la tangue; cette eſpèce de falun eſt également connue à Avranches; on le nomme *tende*, une grande partie des grèves du Mont-Saint-Michel, eſt une falunière de cette eſpèce. On m'aſſura en 1778 à Avranches & au Mont-Saint-Michel, qu'on avoit mis en valeur une partie de ces grèves; que les récoltes y étoient ſuperbes & magnifiques; & que les propriétaires de ces précieux terreins, ſeroient peut-être encore plus de dix ans, ſans être obligés de les aider en leur donnant de nouveaux ſucs.

L'opinion des Laboureurs dont je viens de parler, ſur une moindre quantité de tangue, à meſure qu'on s'écarte de ſa ſource, s'accorde très-bien avec la diſtance reſpective dont ils peuvent être des bords de la mer; car quelque diligence qu'ils emploient les uns & les autres, il eſt certain qu'à moyens égaux, ceux qui ne ſont qu'à une ou deux lieues des bords de la mer, enlèveront une plus grande quantité de tangue que ceux qui en ſont à cinq à ſix lieues n'en pourront enlever: elle devient donc plus précieuſe pour ceux-ci que pour ceux-là; & n'en tirant qu'une ou deux charretées, pendant que les premiers en enlèvent le double & le triple, cette proportion rend la même quantité de tangue plus chère & plus précieuſe à cinq à ſix lieues de diſtance: cela ſeul peut avoir donné naiſſance au préjugé.

Voici maintenant les expériences que j'ai faites ſur cette eſpèce de terre; je l'ai d'abord ſoumiſe à l'épreuve de l'acide nitreux; & ayant vu qu'il s'étoit fait une forte ébullition, & qu'il étoit reſté un petit dépôt qui n'étoit qu'un ſable pur, & par conſéquent vitreſcible, j'ai voulu voir dans quelle

proportion ce ſable étoit dans la tangue. J'ai en conſéquence répété l'expérience chez M. le Préſident Saron; & ayant ſoumis huit petites meſures à l'action de l'acide nitreux, nous en avons retiré ſeulement deux meſures & environ un huitième de ſable pur ou vitreſcible; d'où l'on voit que la tangue, c'eſt-à-dire, celle de la rivière de Sienne, ſur quatre parties, en contient trois & plus de matières calcaires qui, fermentant avec les acides, doivent aider à la végétation; pendant que la quatrième partie, en tant qu'elle eſt de ſable pur, facilite encore la végétation en diviſant les terres qui ſont preſque par-tout trop fortes dans ces cantons: on voit en même temps que les trois parties calcaires ſe réduiſent, par la fermentation, à bien peu de choſe, & que la partie de ſable pur reſte toute entière dans la terre.

Outre cette obſervation, j'ai examiné au microſcope cette tangue; la partie calcaire m'a paru compoſée, pour la plus grande partie, de petites coquilles microſcopiques de différentes eſpèces, & fort curieuſes. On y voit de petits nautiles ſur-tout, qui m'ont paru tout-à-fait ſemblables aux nautiles papiracés qui nous viennent des mers de l'Inde.

Mais la plus curieuſe de toutes ces parties calcaires, eſt, à mon avis, celle que l'on voit dans la *ſeconde planche* ſous la forme d'une étoile de mer, qui n'a que trois rayons, formant entr'eux des angles égaux pour la plupart, mais ſans qu'il paroiſſe qu'il y ait d'articulations ni de jointures, comme en ont les étoiles de mer; ces rayons paroiſſent au contraire continus, & le tout ne fait qu'un corps. Ces petits corps ſont deſſinés dans l'état qu'ils paroiſſent, vus avec le microſcope (de M. Dellebart), qui appartient à l'Académie; j'ai jugé que c'étoient des corps calcaires, car une goutte d'eau-forte que j'appliquai à quelques-uns lorſque je les faiſois deſſiner par le deſſinateur de l'Académie, les détruiſit dans un inſtant avec ébullition: mais quelle eſpèce de corps marin eſt-ce?

Le marais de Brehal, que l'on trouve entre Coûtances & Grandville, à trois lieues de l'une & de l'autre, renferme auſſi une eſpèce de tangue, ſur-tout le long d'un petit ruiſſeau qui n'a

que quelques pas de largeur ; mais cette tangue, vue au microscope, ne renferme guère de cette espèce de coquilles microscopiques que je donne ici dans mes *deux planches*, non plus que les espèces de madrépores que l'on voit dessinés à côté des coquilles; je n'y ai vu que le corps conformé en étoile, & encore il y est fort rare en comparaison de la tangue du pont de la Roque ; on y trouve, à la vérité, beaucoup de fragmens de coquilles de limaçons, &c. mais ces coquilles ne sont point microscopiques, & de plus ces fragmens y sont en petite quantité, puisque sur huit parties de cette tangue, soumises à l'épreuve de l'eau-forte, j'en ai encore retiré six & un peu plus de sable pur, telle qu'on le trouve sur les bords de la mer: cette espèce-ci ne peut pas, à mon avis, être pour les terres aussi bonne que la première ; aussi je n'ai pas ouï dire que dans l'emploi qu'on en fait dans ces cantons, elle produisît un effet aussi considérable que celui que produit celle que l'on prend vers l'embouchure de la rivière de Sienne.

Dans ces deux tangues-ci, l'on voit que la proportion du sable & des parties calcaires y est très-différente, puisque la première renferme trois parties de matière calcaire sur quatre, & la seconde, sur quatre parties, n'en renferme qu'une quatrième partie, ce qui est dans la proportion de 2 à 6 ou de 1 à 3. Il y a donc bien de l'apparence que les autres tangues dont j'ai parlé, c'est-à-dire, d'Avranches & des grèves du Mont-Saint-Michel, ne se ressemblent pas parfaitement pour la quantité, non plus que celles de Brehal & de la rivière de Sienne ; c'est ce qui m'a engagé dans de nouvelles observations que j'ai faites tout récemment en 1784, étant sur les lieux.

J'allai le 3 d'Août (c'étoit un temps de marée), à la salunière de la rivière de Sienne, la mer la couvroit encore lorsque j'y arrivai ; mais la plaine de pelouse, à un quart de lieue en descendant, dont j'ai parlé, étoit à sec ; car la marée avoit été trop foible pour la couvrir en entier, excepté en quelques parties basses ; cette plaine, appelée *Canada* dans le pays, doit avoir 7, 8 ou même 10 pieds dans

quelques endroits, au-dessus du niveau de la rivière & de la lisière où l'on prend communément la tangue : nous trouvâmes dans cette plaine (j'étois avec un de mes fermiers), assez près du bord de la rivière, plusieurs fosses carrées, de quatre pieds & demi environ de profondeur & autant en largeur, coupées perpendiculairement dans la terre, qui n'est, en apparence, qu'un sable très-blanc & très-luisant, mais une vraie tangue; c'étoient, à ce qu'on nous assura, des fosses ou espèces de retraites à Commis, qu'ils se faisoient, & qui s'y cachoient de façon qu'ils ne pouvoient point être vus, mais pouvoient voir les bateaux de contrebande qui manquent rarement d'entrer ou de passer à la faveur de la nuit & des marées; je trouvai dans quelques-unes de ces fosses un à deux pouces d'eau un peu saumâtre, & qui provenoit de l'infiltration de la mer au travers des sables; je pris de la tangue de ce fond, j'en pris également à sept à huit pouces seulement au-dessous du niveau du sol : à cette légère profondeur le terrein est brun, & me parut être une sorte de terre grasse dans laquelle la pelouse a enfoncé ses racines, & qui nourrie en grande partie des parties de cette pelouse, qui se dissolvent journellement, est plus terre végétable que calcaire.

La terre du fond des fosses, soumise à l'épreuve de l'acide nitreux, ne m'a donné que six parties & demie à sept parties de matières calcaires, sur douze soumises à l'essai; le reste étoit du sable pur & vitrescible. La terre brune, prise dans ces mêmes fosses, à sept à huit pouces au-dessous du terrein, sur douze parties, n'en a guère perdu plus d'une demi-partie par l'effet de l'acide nitreux; celle-ci ne contenoit donc qu'environ une vingt-troisième ou une vingt-quatrième partie de matière calcaire; les vingt-deux & vingt-troisième n'étoient qu'une espèce de limon très-gras ou de vase.

Cette différence constitue les deux espèces de tangue de la rivière de Sienne, appelées par les gens du pays, la *morte* & la *vive*. La morte est donc celle qui contient le plus de parties valeuses; on la prend à côté & fort près de la

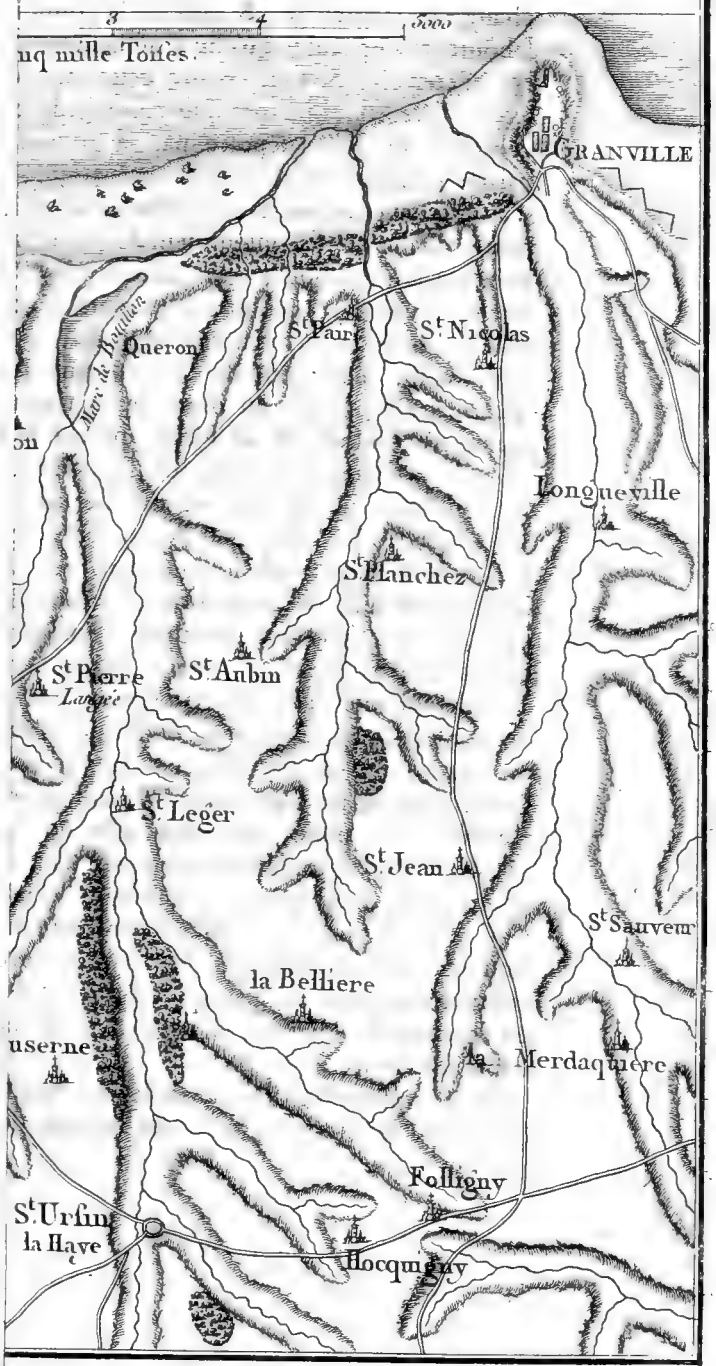
vive, à un endroit qui eſt l'ancien lit de la rivière qui a changé cet ancien lit, & cela de la connoiſſance des anciens laboureurs, en celui qu'elle a actuellement. On fouille auſſi cet ancien lit, & l'on en tire cette tangue que l'on nomme *morte ;* elle eſt noire preſque comme du charbon, & eſt un compoſé de vaſe dépoſée par la rivière, & de quelques parties calcaires & de ſable.

J'obſervai ce même jour des laboureurs qui, lorſque la mer fut retirée du marais, ſe contentoient de gratter la ſurface qu'ils enlevoient à la profondeur d'un à deux pouces au plus ; ils appeloient cela *écrêmer* ou prendre la crême ; c'etoit en effet tout le ſel & l'écume que la mer avoit apportés, & avoit laiſſés en s'en retournant : cette méthode eſt conforme avec ce qui ſe paſſe quatre à cinq lieues au nord de la rivière de Sienne, au marais de Géfoſſe & de Pirou, proche le bourg de l'Eſſay ; la mer va dans ce marais, où l'on m'a dit auſſi qu'il paſſe un ruiſſeau : je me ſuis procuré de ces tangues, & il m'a paru, d'après les eſſais que j'en ai faits, que la plus grande partie de la vertu qu'elles ont dans ces cantons, car ils en diſtinguent auſſi de deux ſortes, la *forte* & la *légère ;* il m'a paru, dis-je, que leur principale vertu eſt dûe au ſel marin que la mer y dépoſe à chaque marée : en effet, lorſqu'il a conſidérablement plu, les laboureurs, à ce qu'on m'a aſſuré, ne vont point à la tangue ; & lorſqu'ils en ont amaſſé, par un beau temps & ſec, des tas dans leurs champs, ils ont grand ſoin de les bien couvrir, dans la crainte qu'il ne ſurvienne de la pluie, car alors elle ne leur ſeroit d'aucun uſage, ou du moins elle n'auroit plus tant de vertu à ce qu'ils diſent ; c'eſt que l'eau en entraîneroit le ſel & le diſſoudroit.

Ces deux dernières eſpèces de terre ne diffèrent guère entr'elles ; elles ne ſont que des vaſes ou terres fort graſſes qui contienennt peu de parties calcaires ; la forte en contient un douzième environ ; la légère en a davantage, huit & demi ſur douze.

Il eſt très-certain que le ſable qui contiendra le plus de dépouilles de corps marins, ſera toujours le plus convenable

t S.t Michel, *jusqu'à* GRANVILLE
Marées.

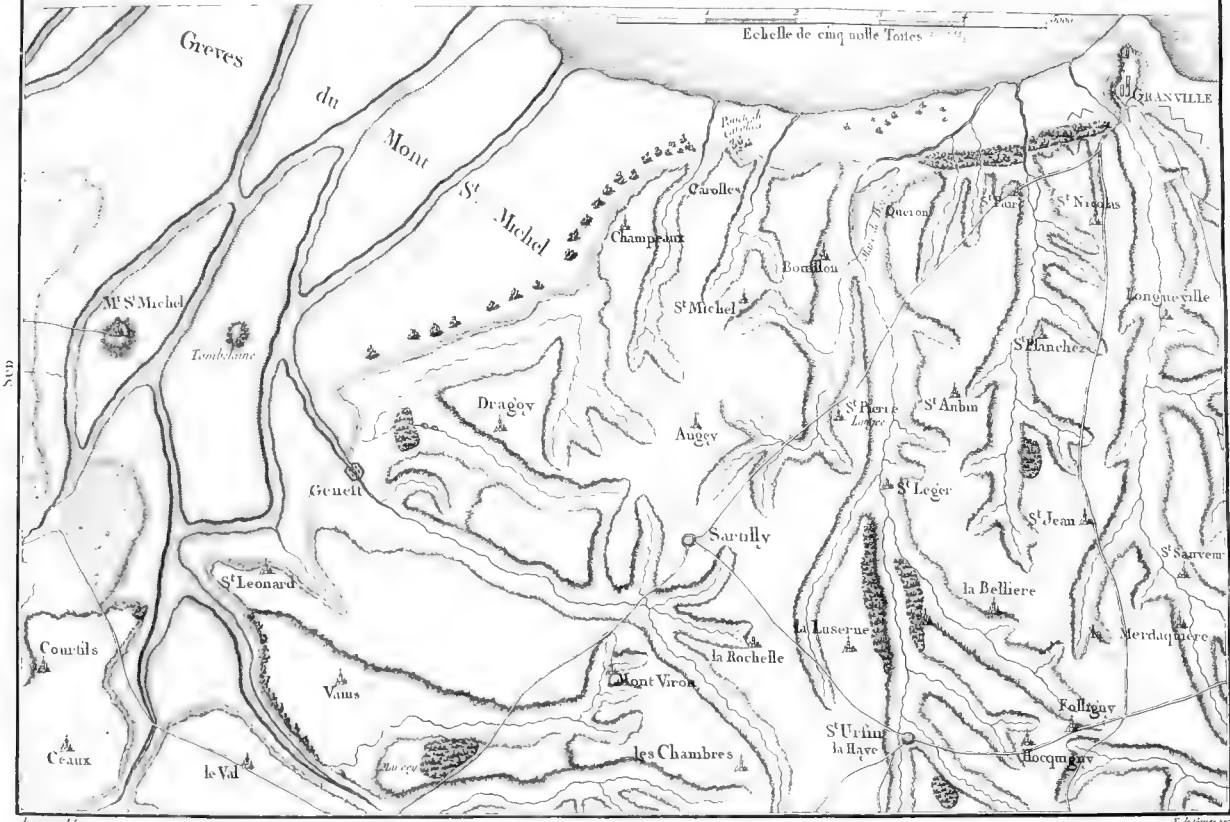


F. le Coux sc.

OUEST

Mem. de l'Acad. R. des Sc. Antiquités Tom. VIII. Pl. VII

CARTE des Costes Maritimes de BASSE NORMANDIE depuis les Greves du Mont St Michel jusqu'à GRANVILLE pour l'intelligence du Memoire de Mr LE GENTIL sur les Marées

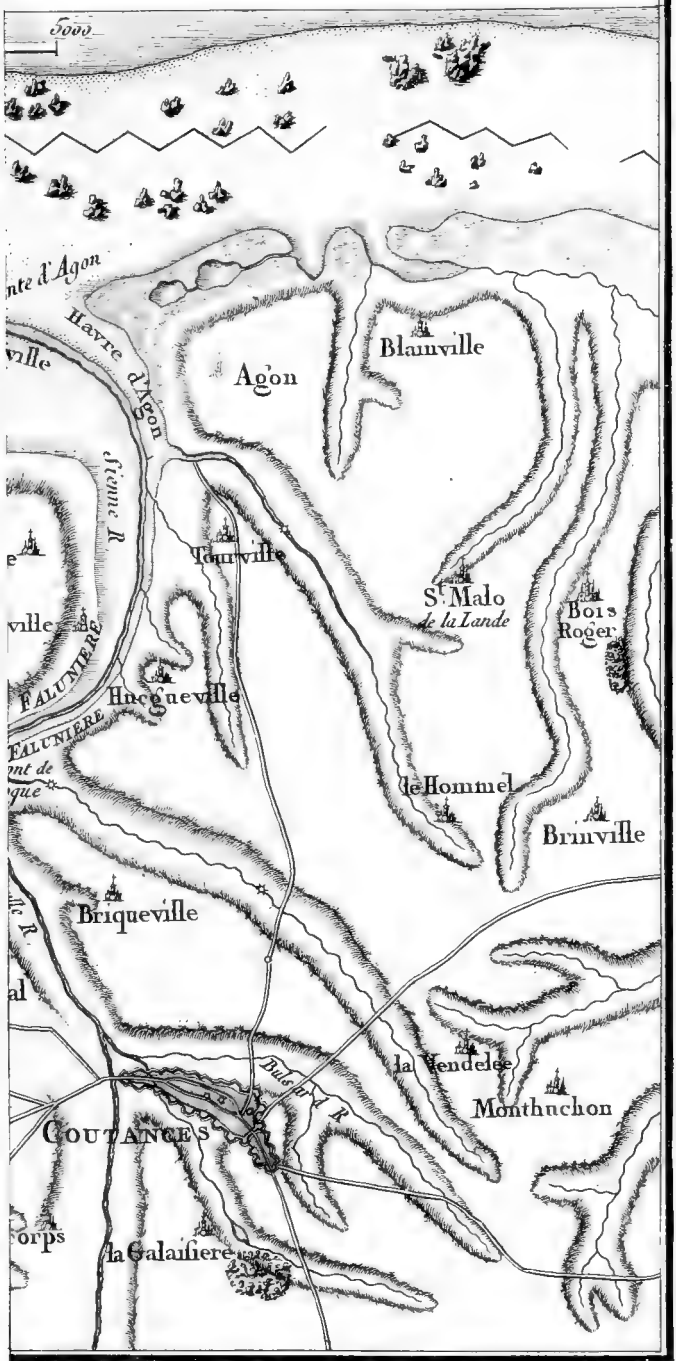


NORD

SUD

EST

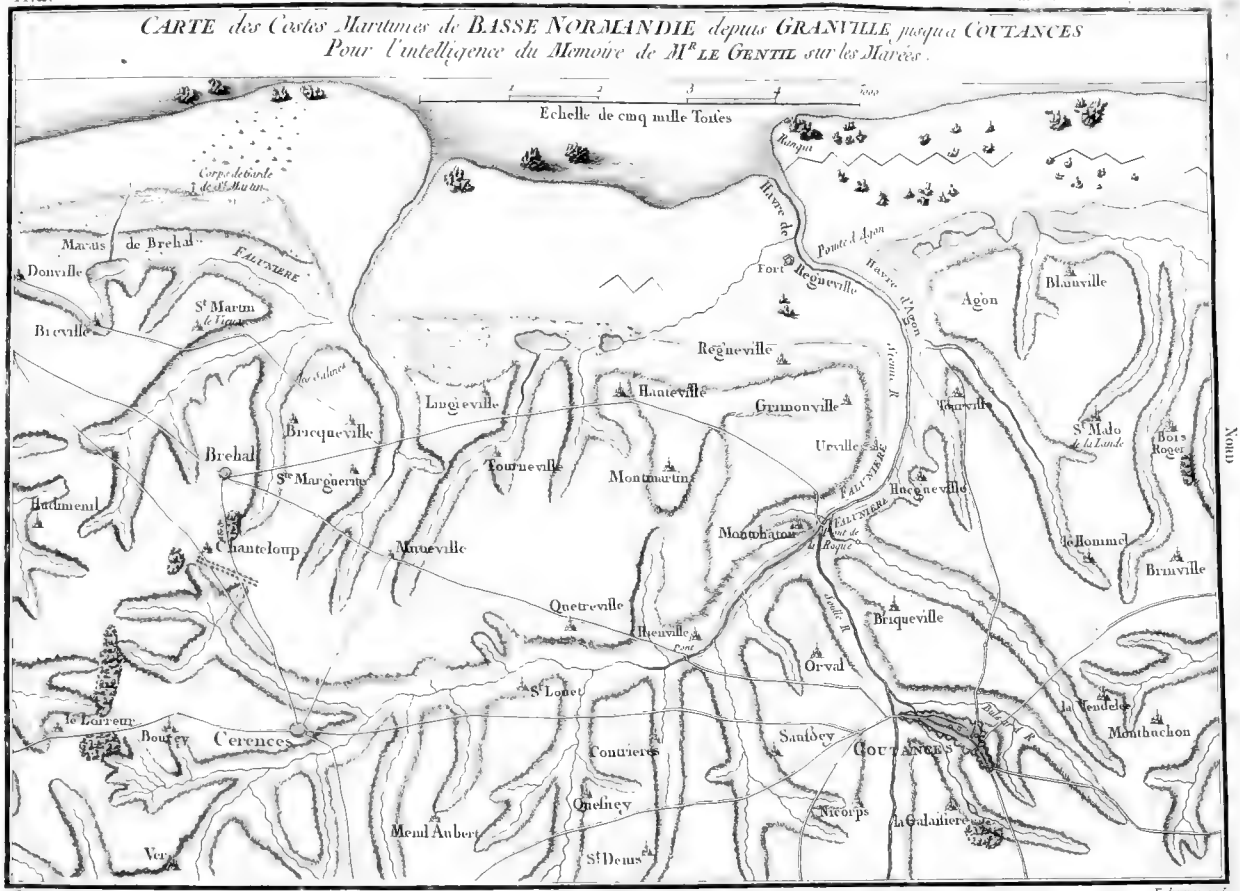
...VILLE jusqu'a COUTANCES
... les Marées.



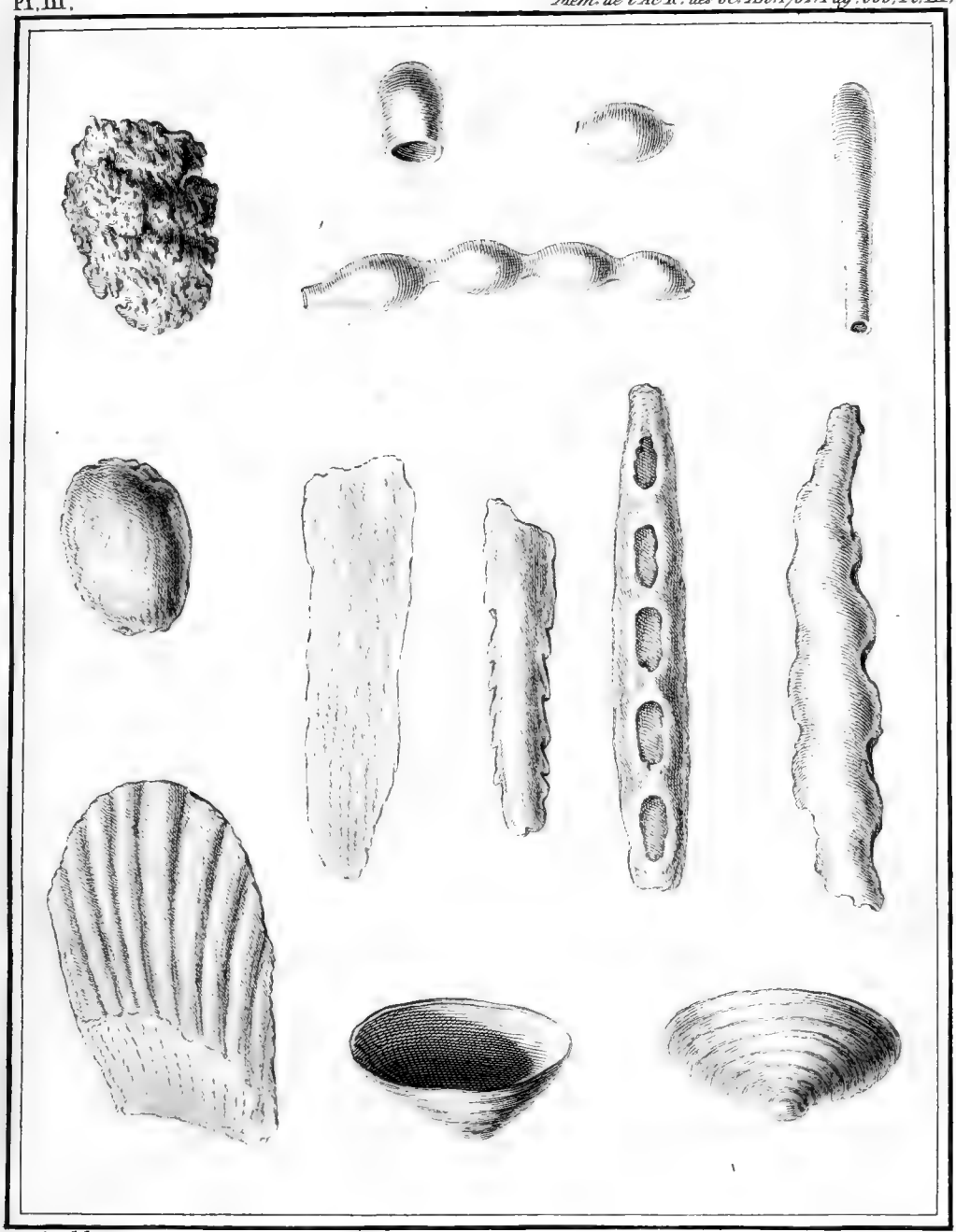
Mém. de l'Ac. R. des Sc. An 1782 Pag. des Pl. III

CARTE des Costes Maritimes de BASSE NORMANDIE depuis GRANVILLE jusqua COUTANCES

Pour l'intelligence du Memoire de Mr LE GENTIL sur les Marées.



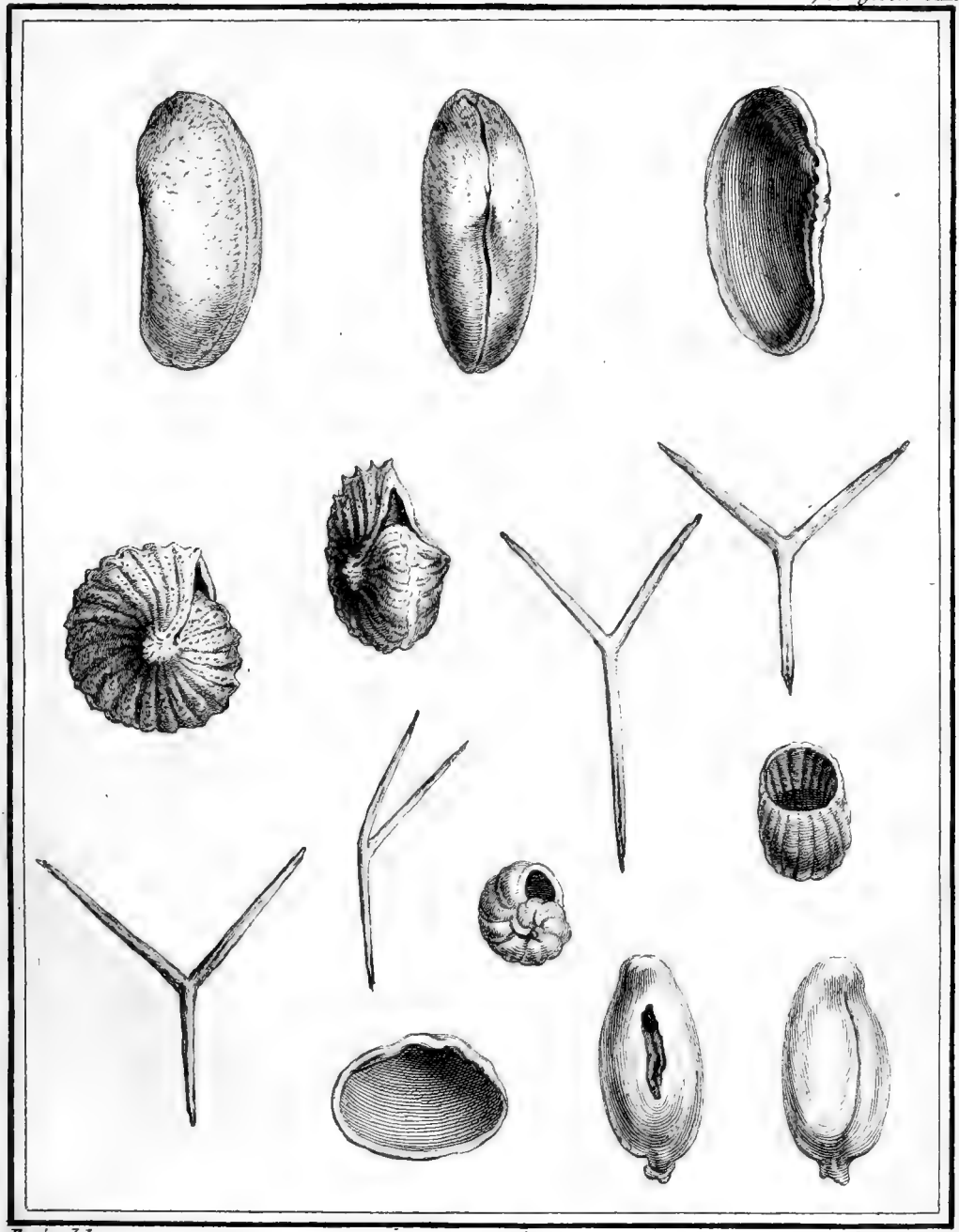
Mem. de l'Ac. R. des Sc. An. 1783. Pag. 366. Pl. IX.



Fossier del

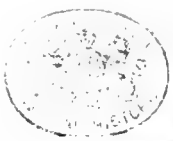
Y. le Gouaz sc.

Mem. de l'Ac. R. des Sc. An. 1782. Pag. 368. Pl. X.



Fossier del.

Y. le Gouaz sc.



pour engraiſſer les terres. J'ai rapporté dans mon Voyage *(tome II, pages 106 & 107)*, qu'aux Philippines, aux environs de Manille, les Indiens n'avoient pas d'autres moyens pour engraiſſer leurs jardins, qu'un petit poiſſon plat & circulaire, fort abondant dans la baie de Manille; qu'ils le répandoient ſur la terre; qu'ils labouroient après cela cette terre; & que les légumes qui provenoient de ce labour, étoient ſuperbes & de très-bon goût. A Grandville & aux environs, voici ce qui ſe pratique : on y fait une conſommation étonnante d'huîtres, de petites & de grandes, dont on en marine beaucoup; ſans compter la grande quantité de coquilles briſées ou entières que la mer y apporte; or, tout cela n'eſt point perdu, les laboureurs ſoigneux, des environs, enlèvent par charretées ces coquilles, les pilent & les briſent, & alors elles leur ſervent d'engrais.

DISSERTATION
SUR L'ORIGINE DU ZODIAQUE*, ET SUR L'EXPLICATION DES DOUZE SIGNES.

Par M. LE GENTIL.

Lû le 18 Déc. 1782.

DEUX Parties, comme l'on voit, diviſeront ce Diſcours: or, voici ce qui y a donné occaſion.

On trouve dans le quatrième Tome de l'Aſtronomie de M. de la Lande, un Mémoire de M. Dupuis, Avocat en Parlement, & Profeſſeur de Rhétorique au Collége de Liſieux en l'Univerſité, ſur l'origine des Conſtellations & ſur l'explication de la Fable : ce Mémoire, qui n'eſt qu'un abrégé d'un Ouvrage conſidérable que M. Dupuis nous annonce, contient cependant toute la théorie de ſon ſyſtème ſur cette origine.

On ne peut rien imaginer de plus ingénieux que ce ſyſtème, que M. Dupuis développe dans ſon Mémoire ſur l'origine du Zodiaque, &c. les Fables & la Mithologie des Égyptiens & des Grecs y ſont expliquées de la manière la plus heureuſe; & j'avouerai que je me ſuis ſenti plus d'une fois un penchant ſecret qui m'entraînoit vers cette opinion : mais après l'avoir lû plus d'une fois dans ſon Auteur, & même approfondi, j'y ai trouvé, ou du moins j'ai cru y voir des difficultés que je n'ai pu ſurmonter : ce ſont ces difficultés qui ſont l'objet de ma Diſſertation.

M. Dupuis me fait l'honneur de me citer ſouvent dans ſon Ouvrage, en faveur de ſon opinion, quand l'occaſion s'en préſente : on ne peut pas aſſurément être plus flatté que je le ſuis de voir mon nom dans un ſi bel Ouvrage : mais je ne croirois pas mériter l'eſtime de M. Dupuis, ſi cette conſidération

* Voyez auſſi M. Bailly, dans ſon Hiſtoire de l'Aſtronomie.

pouvoit

pouvoit m'arrêter, en m'empêchant de propoſer mes doutes, & même ma propre opinion ſur l'origine du Zodiaque.

On trouvera le germe de tout ce que je vais dire ici ſur cette origine, dans le premier Tome de mes Voyages: il y eſt tout répandu, & je citerai les endroits où il ſe trouve. Certainement lorſque j'écrivois cet Ouvrage, je n'avois pas la moindre idée des conſéquences que j'en tirerois un jour, & j'étois bien éloigné de penſer que M. Dupuis me feroit naître aujourd'hui celle de m'en ſervir à ſoutenir, ſur l'origine du Zodiaque, une opinion contraire à la ſienne. Je dois cependant dire ici que je n'eus pas plutôt un peu connu le pays où j'étois, & dans lequel j'écrivois, que je vis que tout y portoit l'empreinte de la plus haute antiquité. Avant de pourſuivre, je dois prévenir mes lecteurs ſur trois points.

Je déclare donc premièrement que mon intention n'eſt point de faire la critique du Mémoire de M. Dupuis, ni de conteſter à ce Savant l'explication des Fables & des Divinités payennes qu'il dévoile de la manière la plus ingénieuſe: cette diſcuſſion d'ailleurs n'étant point du reſſort de l'Académie, m'entraîneroit hors de mon ſujet; ce ſeroit donc mettre la faulx dans la moiſſon d'autrui. Je dois me borner à parler du Zodiaque dont M. Dupuis attribue l'invention aux ſeuls Égyptiens excluſivement à tous les autres Peuples de la Terre. Ces Égyptiens ont tout fait en Aſtronomie, ſelon notre ſavant Auteur, & tout inventé; en ſorte que les autres Peuples n'auroient été, ſelon lui, que des eſpèces de plagiaires ou de ſimples copiſtes. Je donnerai les raiſons qui m'ont fait abandonner cette opinion.

Secondement, lorſque je me ſers ici du terme de *ſyſtème*, je ne prétends pas chercher à diminuer en rien le mérite de l'Ouvrage de M. Dupuis, ni de ſa découverte, ſi les Aſtronomes jugent qu'il en a fait une. Le Syſtème du monde, du Chevalier Newton, eſt certainement une grande découverte, cependant cette belle découverte conſerve toujours le nom de *ſyſtème*.

Troiſièmement enfin, je trouve, ou je me trompe bien,

le germe du ſyſtème de M. Dupuis, dans *Syncelle*; je ſuppoſe qu'une opinion à peu-près pareille a été en vogue chez les Grecs, probablement après la fondation de l'École d'Alexandrie : elle aura vraiſemblablement pris naiſſance dans les premiers ſiècles de cette École célèbre, après la confirmation de la découverte de la préceſſion des Équinoxes par Ptolémée. Quoi qu'il en ſoit, il me paroît, par le paſſage de *Syncelle*, qu'Eusèbe s'étoit attaché à détruire cette opinion; ſavoir, que le Bélier s'étoit déjà trouvé à la place qu'occupoit alors la Balance: voici ce paſſage qu'il eſt bon de mettre ſous les yeux des lecteurs; il s'agit de la valeur du Sare chaldaïque de Béroſe, que cet auteur dit, comme l'on ſait, être de trois mille ſix cents ans; & de quelques Hiſtoriens qui conjecturoient que ces années n'étoient que des jours, & qui étoient partis de cette ſuppoſition, pour faire le procès à Eusèbe, parce que, diſoient-ils, il ne s'étoit pas aperçu que les années des Sares étoient des jours; & Syncelle ajoute, « cependant ils ne l'accuſent pas de mauvaiſe foi. » Eusèbe ſi ſavant, & d'ailleurs ſi rempli d'érudition, auroit-» il aſſuré une choſe qui ne ſeroit pas? Eusèbe, dis-je, qui a » ſavamment reconnu, & avec la meilleure foi du monde, » la fauſſeté de l'opinion des Grecs, ſur le grand nombre de » ſiècles, & les myriades innombrables & incroyables d'années » qu'ils prétendoient attribuer à l'exiſtence du monde; opinion » qu'ils avoient fondée ſur une fable (reçue chez eux), au » ſujet de la diviſion du Zodiaque; ſavoir que les différentes » parties de cette diviſion, s'étoient déjà trouvées dans un » ordre inverſe à celui qu'elles occupent maintenant, ayant » déjà fait le tour entier; que le Bélier, dis-je, avoit déjà » parcouru, depuis la naiſſance du monde, une révolution » entière autour du Zodiaque, &c. *Nullo tamen conſilio inſciliæ* » *accuſant. Qui namque quòd non erat, vir alioquin eruditus* » *aſſereret! Vir ille, dico, qui Græcorum ſententiam, plura* » *ſæcula profeſſam annorumque portentoſas myriadas ex fabuloſâ* » *Zodiaci per partes adverſas in idem ſignum converſione, ab* » *arietis, inquam, termino ad eandem metam revolutione,*

jàm a mundi natalibus præteriiſſe aſſerentem probè dignoſceret! &c. »

J'ai un peu étendu le paſſage ſans m'aſtreindre à la traduction littérale, afin de mieux préſenter le ſens & l'idée de Goar, dont le latin eſt un peu embarraſſé: on convient cependant généralement que Goar a bien traduit Syncelle. J'aurois donc pu m'en tenir là; mais pour n'avoir rien à me reprocher, j'ai eu recours à l'original grec même, & j'ai conſulté M.rs l'abbé Brottier & de Villoiſon, de l'Académie des Inſcriptions & Belles-Lettres, qui ont bien voulu m'aider de leurs lumières. Voici le paſſage littéral tel que le premier de ces Savans me l'a donné, *fruſtra illum in hoc accuſant. Quomodo enim vir multâ litteraturâ præditus, cogitare potuit quòd non erat, & cognoſcens græcam doctrinam multa ſæcula profeſſam, annorum ſuùe myriadas (decem millia) præteriiſſe a mundi generatione juxta fabuloſam apud illos receptam Zodiaci per partes adverſas converſionem ab initio arietis, & iterum in idem initium revolutione.*

Quoique cette ſeconde Traduction de Syncelle renferme la même idée que la première, elle préſente cependant un ſens plus net, plus précis & plus intelligible. Voici ce que M. de Villoiſon m'a écrit à ce ſujet, & la réponſe qu'il m'a faite.

«M. & ſavant Confrère, j'aurois eu l'honneur....& je m'empreſſe de vous envoyer l'explication du paſſage qui vous occupe; voici à peu-près comme je l'entends.

« C'eſt bien à tort qu'on lui fait ce reproche ſur ce point; & comment auroit-il pu ſe tromper, lui qui étoit très-ſavant & inſtruit de l'opinion des Grecs qui reconnoiſſoient que pluſieurs ſiècles ou *myriades* (dix milliers) d'années s'étoient écoulées depuis l'origine du Monde, ſelon leur fabuleuſe révolution rétrograde du Zodiaque, dont les conſtellations, diſoient-ils, revenoient ſur leurs pas, parcouroient le même eſpace en ſens contraire, & partoient du commencement du Bélier, pour retourner enſuite au même point.

» La lecture de l'extrait de votre Mémoire, m'a fait le » plus grand plaisir ; je desire fort que vous ne perdiez pas de » vue ce sujet intéressant ; j'ai l'honneur d'être, &c. *Signé* de Villoison. »

Ne paroît-il pas évident, d'après un pareil témoignage de *Syncelle*, que l'on retrouve chez les anciens Grecs, le germe & les fondemens de l'opinion ou du système de M. Dupuis. J'en laisse le Public juge, & j'entre en matière.

PREMIÈRE PARTIE.

L'INVENTION, ou plutôt l'origine du Zodiaque, est tellement confondue dans les ruines des siècles, & ces ruines sont tellement couvertes par la nuit des temps, qu'on ne sait où allumer le flambeau pour se conduire dans la recherche de cette origine, & pour la débrouiller du cahos où elle est enveloppée : & en effet, si cette origine a suivi de près celle de l'Astronomie, comme je le pense, & comme il paroît que c'est l'opinion de plusieurs Astronomes ; qui ne voit l'impossibilité d'en fixer l'époque ?

Deux peuples dont on cherche aussi vainement les premiers Fondateurs, les Chaldéens & les Égyptiens, se disputent, comme l'on sait, l'honneur de l'invention de l'Astronomie ; mais malgré les plus grands efforts, les Savans n'ont point encore pu lever le voile qui couvre les premiers pas que ces peuples ont faits vers cette science ; & les élémens que l'on en retrouve chez eux, sur-tout chez les Chaldéens, quelle que puisse être l'époque de l'origine de ces élémens, reculent encore les commencemens de l'Astronomie, puisque ces élémens ne peuvent avoir été empruntés que des Observations astronomiques, preuve sans replique, que la source est infiniment plus loin encore.

Un troisième peuple moins connu que les Chaldéens & les Égyptiens, parce qu'il est trop loin de nous, comme le dit Strabon *(Strab. Géog. l. XV)* peut-être encore parce qu'il a toujours été plus philosophe que les Égyptiens & les Chaldéens ; peuple qui paroît cependant aussi ancien qu'eux, & également

digne de nos regards, ce troiſième peuple, dis-je, ne leur diſpute rien; mais qu'à juſte titre il pourroit, je penſe, entrer en lice avec eux! je veux parler des Indiens.

Ils n'ont pas l'avantage d'avoir d'anciens Hiſtoriens, comme en ont les Chaldéens, les Phéniciens & les Égyptiens; on ne trouve chez eux ni de Bérose, ni de Sanchoniaton, ni de Manéthon; leurs Sages ont toujours vécu & vivent encore retirés, paſſant leur vie dans le ſein de leur famille, y cultivant en paix & en ſilence, l'Aſtronomie, la Métaphyſique & la Morale; ne cherchant point à ſe communiquer au-dehors, ſe cachant même très-ſoigneuſement aux Étrangers.

Ces Sages, qui ſont les Brames, fiers de leur caſte ou tribu, & de leur origine qui, ſi on les en veut croire, remonte à des millions d'années d'exiſtence, c'eſt-à-dire, avant qu'il y eût la moindre choſe, conſervent, de temps immémorial, des débris d'Aſtronomie très-curieux & très-intéreſſans: à la côte de Coromandel, les Indiens m'ont dit que ces Sages qui y ſont établis, y ſont venus du nord *(Voyage aux Indes, tome I, page 91)*.

Cette eſpèce de tradition ne peut certainement pas regarder l'Égypte, car les Indiens ne m'ont pas dit que les Brames étoient venus du couchant: or, le nord, par rapport à Pondichéry, ſont, ſelon moi, les bords du Gange, à ſon embouchure, pays de délices, pays heureux, un vrai paradis terreſtre, & que par cette raiſon l'on peut regarder comme un des premiers habités de la Terre.

La façon dont vivent les Brames, façon qu'on peut regarder comme étant l'image de la manière dont ils ont toujours vécu, eſt un puiſſant préjugé en leur faveur, qu'ils n'ont point emprunté leur Aſtronomie des Égyptiens. Je ne puis donc point me perſuader qu'un peuple de ce caractère ait tiré ſon Zodiaque des Égyptiens; il faudroit, pour m'en faire ſeulement naître le ſoupçon, que l'on pût m'aſſigner une époque à laquelle il y eût eu une révolution dans les mœurs, coutumes & uſages de ces Philoſophes; car ce n'eſt pas chez ces peuples orientaux, comme chez nous, où les révolutions

en ce genre ont été fréquentes depuis un petit nombre de siècles, même d'années; on ne peut me faire voir aucuns vestiges ni les moindres traces d'une pareille révolution chez les Indiens *(Voyage dans l'Inde, tome I, pages 96 & suiv.)*.

J'ai dit, il est vrai, qu'il y a eu chez eux une espèce de réforme dans leur Astronomie *(tome I, page 214)*; mais cette révolution ne remonte pas plus haut que l'année 78 ou 79 de Jésus-Christ : au reste, cette révolution n'en fut point une dans les coutumes & les mœurs du pays; & de plus, l'époque à laquelle on suppose que les Indiens ont pris leur Zodiaque des Egyptiens, devroit être bien antérieure à cette dernière époque, de soixante-dix-huit ans : or, à l'époque de Salivaganam, qui est celle de la réforme dans l'Astronomie des Indiens, ils étoient, tels qu'ils le sont aujourd'hui, retirés chez eux, & ne voulant rien emprunter des Etrangers; ils vivoient ainsi, dis-je, bien des siècles avant cette époque: Holwell, après tous les Historiens, tant anciens que modernes, Holwell, je le répète, qui les connoissoit bien mieux encore que moi, leur rend cette justice *(Évènemens historiques, II.e partie, page 3)*.

« Les premiers Conquérans, dit-il, qui envahirent cet » Empire, trouvèrent les peuples qui l'habitoient, puissans, » riches, civilisés, sages & savans; unis sous un même Chef, & » professant la même religion, qui leur défendoit, entr'autres » choses, d'avoir commerce avec les Étrangers..... Quoique » je n'ajoute pas une foi implicite (dit-il *page 28*) à ce que » les Bramines rapportent touchant l'antiquité de leurs écritures, » il me paroît que les dogmes des Brames sont très-anciens, » qu'ils n'ont point été puisés dans aucun autre système de » Théologie; & j'espère prouver dans le cours de cet Ouvrage, » que la plupart des autres systèmes de ce genre ont été formés » sur celui-ci. Je laisse à ceux qui ont plus d'esprit & de capacité » que moi pour ces sortes de recherches, à décider si mes » conjectures sont bien ou mal fondées.

» On prétend généralement (continue-t-il, *page 29*) que » les Gentous ont reçu leur doctrine & leur culte des Perses

& des Égyptiens; mais cette opinion me paroît mal fondée, vu que la raiſon & les faits prouvent le contraire.

Il n'eſt pas douteux (pourſuit-il) qu'il y a eu autrefois une communication entre la Perſe, l'Égypte & l'Indoſtan; la première confine avec celui-ci; & quoique l'Égypte en ſoit plus éloignée, cela n'empêche pas qu'on ne pût aiſément aller par mer de la mer rouge dans l'Inde; j'oſe donc avancer, ſans crainte de me tromper, que les Mages de ces deux nations ont connu les Bramines long-temps avant que Zoroaſtre & Pythagore liaſſent commerce avec eux; il eſt vrai que la religion défendoit aux Bramines *(page 30)* de voyager chez les Nations étrangères, & de lier connoiſſance avec elles; mais ils étoient ſi renommés par la pureté de leurs mœurs, par la ſublimité de leur ſageſſe & de leur doctrine, que tous les Philoſophes, & tous ceux qui aimoient la ſcience & la vérité, s'empreſſoient de les connoître. Le portrait que je viens d'en faire, eſt fondé ſur le témoignage de l'antiquité.

On n'eſt point d'accord ſur le temps dans lequel Zoroaſtre & Pythagore furent dans l'Indoſtan; je ſuppoſerai avec la plupart des Savans, que ce fut vers le temps de Romulus; mais on ſait, à n'en pouvoir douter, que ces Philoſophes voyagèrent bien plus dans le deſſein de s'inſtruire que d'inſtruire les autres; & qu'ils ne furent point enſemble dans l'Indoſtan; comme ils ſéjournèrent long-temps chez les Bramines qui ſont au N. O. du Gange, il eſt parlé de Zardhurſt & de Pythagore dans les Annales des Gentous; il y a lieu de croire qu'ils apprirent la langue ſamſcrit, & qu'ils s'inſtruiſirent des dogmes de la religion établie par le Chartah, & Augh-Torrah-Bhades.

Il eſt bon d'obſerver que la Métempſycoſe, de même que les trois grands principes qu'on enſeignoit dans les grands myſtères d'Éleuſine: ſavoir, l'unité de Dieu, ſa providence générale ſur toute la création, les châtimens & les récompenſes de l'autre vie, ſont les dogmes fondamentaux du Chartah de Brama; & que les Bramines les ont prêchés de temps immémorial dans l'Indoſtan, non point comme des myſtères,

» mais comme des articles de religion qui étoient reçus de tout » le monde, ſans en excepter les Gentous les plus ignorans. Si » ce fait eût été connu de celui qui a fait tant de recherches ſur » les myſtères d'Éleuſine, il n'auroit pas avancé, comme il l'a » fait, que les nations de l'Orient avoient reçu leur doctrine » des Égyptiens... Et comme ces dogmes (du Polythéiſme & » de la Métempſicoſe), de même que celui de la Préexiſtence » de l'ame, ont toujours été & ſont encore la baſe de la religion » des Gentous, il y a tout lieu de croire, vu le commerce » dont j'ai parlé, & les raiſons que j'ai données, que les » Égyptiens ont emprunté ces dogmes des Bramines.

» Il eſt certain que Pythagore a puiſé ſon dogme de la » Métempſicoſe chez les Bramines, & ſi on le lui a attribué » dans la ſuite, ce n'a été que parce qu'on a ignoré ſa vraie » origine. En quelque temps que les deux Philoſophes dont » j'ai parlé ci-deſſus, aient été dans l'Indoſtan, on ſait que » Pythagore entreprit ce voyage quelques années plus tard que » Zoroaſtre; au ſortir de l'Inde il fut dans la Perſe où il » converſa avec les Mages du pays, & s'inſtruiſit de leurs » myſtères; on prétend même, & la choſe eſt aſſez vraiſem- » blable, qu'il eut pluſieurs conférences avec Zoroaſtre au » ſujet des doctrines des Bramines; ils avoient été tous deux » initiés dans les myſtères des Égyptiens; & la ſeconde fois » que Pythagore fut en Égypte, avant de retourner en Grèce, » & en reconnoiſſance de ce que les Mages lui avoient appris, » il les inſtruiſit plus à fond de la Théologie, de la Coſmogonie » & de la Mythologie des Bramines, dont il s'étoit mis au » fait par la lecture du Chartah.

» Si l'on ſe donne la peine de comparer les différentes » eſpèces de culte inſtituées par le Chartah, avec ceux des » Égyptiens, des Grecs & des Romains, on ſe convaincra » que ces derniers ne ſont que la copie de ceux des Bramines; » le lecteur ſera à même d'en juger par ce que je dirai dans » la ſuite de la Mythologie des Gentous, de leurs fêtes, & » de leurs jeûnes.

» C'eſt une loi établie chez les Gentous, que quiconque reçoit

reçoit un Proſélyte, & l'admet à ſa communion, doit être « auſſi-tôt chaſſé de ſa Tribu, & cette diſgrâce eſt telle qu'il « n'y en a aucun qui n'aimât mieux ſouffrir la mort que de « l'encourir ; quoique cette défenſe rende le peuple eſclave « des Bramines, elle a cependant cet avantage d'entretenir « leur union, & d'empêcher les mariages qu'ils pourroient « contracter avec les Étrangers. Ce ſont-là les circonſtances qui, « autant que j'ai pu m'en ſouvenir, diſtinguent les Gentous « de tous les autres peuples du Monde, & prouvent leur « ancienneté de même que celle de leurs Écritures. «

Une autre choſe qui mérite notre attention, eſt la perpétuité « des Doctrines des Gentous, leſquelles n'ont jamais reçu la « moindre altération dans l'eſpace de pluſieurs milliers de « ſiècles, & n'ont jamais varié quant au fond *(page 35)* ».

Ces témoignages de Holwell, c'eſt-à-dire, d'un homme de très-bon ſens, qui a vécu trente ans au milieu des Brames, ſont plus que ſuffiſans ici. Si on en vouloit cependant un plus grand nombre, qu'on ouvre tous les Ouvrages qui ont parlé des Indiens; que l'on conſulte ſur-tout le livre des Cérémonies réligieuſes des différens peuples de la Terre, on y trouvera une foule de paſſages qui atteſtent tous que les Indiens ſont, de temps immémorial, tels que je les peints ici & dans le premier tome de mes Voyages; & comme il n'y a nulle trace de changement chez eux, il ne peut y avoir même le plus léger ſoupçon qu'ils aient rien emprunté des Égyptiens.

Pourquoi ne me ſeroit-il pas permis, en matière de Littérature, telle qu'eſt celle dont il eſt ici queſtion; pourquoi, dis-je, ne me ſeroit-il pas permis de citer M. de Voltaire ? Dans le parallèle qu'il fait de l'Égypte & de l'Inde, il me paroît prouver ſans replique, que le Bengale & les bords du Gange doivent avoir été peuplés, civiliſés & policés bien long-temps avant l'Égypte *(Eſſai ſur les mœurs des Nations, &c.)*

Voici comment M. Dupuis établit ſon ſyſtème.

« L'inventeur du Zodiaque, dit-il, *(page 357)* ſera celui

» à qui le Calendrier conviendra tellement que, dans aucun » siècle, il n'a jamais pu convenir à aucun autre. Il ne suffira » pas que quelqu'un s'en puisse appliquer une partie, il faut » que tout lui convienne, & que l'état du Ciel & celui de la Terre s'accordent ensemble à l'époque d'où l'on voudra partir ».

D'après ce principe, M. Dupuis passe en revue tous les différens Peuples de l'Europe & de l'Asie, qui ont le même Zodiaque que les Égyptiens, Perses, Indiens, Grecs, Romains: il n'en trouve aucun, pas même parmi les Indiens, à qui le Zodiaque comme Calendrier convienne parfaitement, à l'exception des Égyptiens; d'où il conclut que le Calendrier a pris naissance en Égypte. Or, comme M. Dupuis conjecture « que le Zodiaque des Indiens a une » origine commune avec celui d'Égypte *(page 536)* par la » grande ressemblance des animaux symboliques tracés dans le Zodiaque de ces deux peuples; » c'est assez pour lui faire regarder les Indiens comme ayant pris leur Zodiaque des Égyptiens; mais outre que j'ai déjà fait voir qu'il n'y a nulle apparence, nulle vraisemblance que les Indiens aient rien emprunté des Égyptiens, je me flatte encore de pouvoir prouver que M. Dupuis n'a pas assez consulté le climat de l'Inde, quand il a assuré que le Zodiaque est dû aux Égyptiens exclusivement à tout autre peuple; & qu'il est pour le moins aussi probable qu'il doit son origine à ces très-anciens Indiens contemplatifs dont je défends ici la cause à si justes titres, « que tout leur convient, & que l'état du Ciel & » celui de la Terre s'accordent ici ensemble à l'époque d'où l'on part; » condition qu'exige M. Dupuis, & que je trouve parfaitement remplie pour l'Inde.

M. Bailly *(histoire de l'Astronomie moderne, page 273)* s'exprime ainsi en parlant du système de M. Dupuis: « nous ne dirons point si ces explications sont les seules qui » soient vraisemblables; si un pareil travail pour un autre » climat que celui de l'Égypte, n'offriroit pas des idées aussi plausibles. » M. Bailly croit donc qu'il seroit peut-être possible d'appliquer le système de M. Dupuis à un autre climat que

celui de l'Égypte; & c'eſt ce que j'ai eſſayé de faire pour l'Inde dans cette Diſſertation ſur le Zodiaque.

M. Dupuis prétend que les Égyptiens ont anciennement pouſſé des Colonies juſque ſur les bords du Phaſe; « & d'ailleurs, dit-il, les empires des Aſſyriens s'étendoient « juſque-là: les Chinois s'en diſent originaires *(page 461)*. »

Je veux bien que les Égyptiens aient eu autrefois des Colonies juſque ſur les bords du Phaſe; mais s'enſuit-il de-là que les Indiens aient pris leur Zodiaque des Égyptiens?

Deux Auteurs aſſez modernes (Pline & Solin) diſent à la vérité qu'il y avoit autrefois un commerce entre l'Égypte & l'Inde, & décrivent fort en détail le chemin qu'on tenoit toutes les années pour aller de l'Égypte dans l'Inde: mais quand cela ſeroit vrai, il ne prouveroit rien en faveur des Égyptiens *(Voyage, &c. tome I, pages 165 & 166)*. Quant aux Chinois, qui ſe diſent ſortis des Égyptiens, je n'en ſais rien; je n'ai point conſulté les Chinois que j'ai vus, ſur leur origine: je crois d'ailleurs qu'ils en ſavent auſſi peu que moi ſur ces premiers temps; mais j'aurois peut-être autant de raiſons pour penſer que les Égyptiens ſont une Colonie Chinoiſe, que pour croire que ceux-ci ſortent des Égyptiens; & voici ſur quoi je me fonderois.

Les Tamoults m'ont aſſuré *(Voyage, &c. tome I, page 147)* que du temps de Baouth, ancienne, & très-ancienne Divinité Indienne *(idem, pages 90, 146, 149)*, les Chinois venoient commercer à la côte de Coromandel; qu'ils avoient une Colonie à l'endroit où eſt actuellement Negapatnam. Ce qu'il y a de très-vrai, c'eſt qu'à Negapatnam on trouve encore une tour que l'on nomme *tour des Chinois*, faite dans le même goût que les tours chinoiſes que tout le monde connoît. Au reſte, cet établiſſement des Chinois à la côte de Coromandel peut être regardé très-probable par le trait ſuivant.

Les Naturels de la province de Gales, dans l'île de Ceylan, ſe nomment *Cingla* ou *Chingla*: ils portent les cheveux longs

& retroussés avec un peigne d'écaille, à peu-près comme les Cochinchinois & les Japonois. Or, la tradition du pays porte que ce peuple descend des Chinois établis à la côte de Coromandel, qu'ils envoyoient leurs malfaiteurs en exil dans l'île qui se nommoit *Gales*. C'est de-là, disent-ils, qu'est venu le mot de *chingla*, qui, à ce que prétend la tradition, signifie *Chinois exilés à Gales*. Il est vrai que l'Auteur de qui je tiens ce fait, Auteur digne de foi, qui a vu les *Chinglas* & les *Chinois*, m'a assuré que les *Chinglas* ne lui ont paru avoir aucune ressemblance avec les Chinois. Le Chingla paroît lourd & épais, mais doux: ses traits sont plus développés que ceux des Chinois, dont l'œil est bridé; sa couleur est d'un noir tant soit peu plus clair que celle des Malabars: sa taille est ordinaire; il est fort paresseux: mais le climat ne peut-il pas avoir altéré l'espèce? Et ces Chinois, soi-disant sortis d'Égyptiens, ou d'une Colonie égyptienne, ressemblent-ils beaucoup aujourd'hui aux Égyptiens de nos jours? y ressembloient-ils même il y a deux mille ans?

Cette tradition des Tamoults me fait donc croire que les Égyptiens pourroient bien être une colonie Chinoise; car s'il est hors de doute, comme il le paroît, que les Chinois sont venus anciennement commercer à la côte de Coromandel & au Madure, & qu'ils y aient eu une espèce de ville & de colonie, à peu-près comme nous autres Européens en avons aujourd'hui à la même côte, ces Chinois ne pourroient-ils pas avoir poussé leur commerce jusqu'au golfe Arabique? le plus difficile n'étoit-il pas fait en venant de Chine au Madure? Ceux qui connoissent ces voyages en conviendront sans peine. Le voyage de Chine à la côte de Coromandel demande bien plus de précautions, à cause des détroits qu'il faut franchir. Or, je puis assurer qu'il n'existe à cette côte aucune tradition que les Égyptiens y aient jamais paru, ni commercé par mer. (*Voyage, tome I, p. 148.*)

Voici en deux mots, si je l'ai bien conçue, l'idée de M. Dupuis.

Il suppose que l'Astronomie est née dans l'Égypte, sous le

tropique du Cancer, ou à 23 degrés de latitude : enſuite, au moyen de la préceſſion des équinoxes, telle qu'elle eſt aujourd'hui, & en remontant quelques mille ans avant l'ère chrétienne, douze à treize mille environ, M. Dupuis parvient à une époque, qu'il prend pour celle où a commencé la diviſion du Zodiaque en douze ſignes. A cette époque la conſtellation du Capricorne étoit dans le ſigne du Cancer : cette hypothèſe, en renverſant tout, remet les ſignes du Zodiaque à leur place, ſelon M. Dupuis ; en ſorte qu'il dut y avoir à cette époque, d'après cette hypothèſe de M. Dupuis, un travail immenſe pour former un Calendrier, le plus beau peut-être qui ait jamais exiſté, un chef-d'œuvre de l'eſprit humain & de ſes connoiſſances en Aſtronomie, dans un temps où M. de la Lande n'accorde cependant à ces mêmes Égyptiens la connoiſſance de l'année ſolaire qu'à un quart de jour près. Quelle ignorance groſſière jointe à un ſi beau travail ! Mais ſans pouſſer plus loin ſes réflexions ſur l'union ſingulière d'un ſi brillant ſavoir & d'une ſi profonde ignorance ſur deux objets auſſi dépendans l'un de l'autre, ſelon moi ; ſans dire qu'on ne voit chez les Égyptiens aucunes traces, aucuns veſtiges, aucune tradition ſur un tel Ouvrage ; ſans nous arrêter actuellement à faire voir qu'il eſt plus que vraiſemblable qu'à cette époque de M. Dupuis, l'Égypte n'exiſtoit même pas ; ſi M. Dupuis peut ſuppoſer que l'Aſtronomie & le Zodiaque ſont nés en Egypte à 23 degrés de latitude, ou environ, je ne vois pas pourquoi je ne pourrois pas ſuppoſer de mon côté que ces connoiſſances ſont orignaires d'Aſie, de l'Inde, par exemple ; car en partant de l'Égypte, & en ſuivant à l'eſt le parallèle de 23, de 24 & de 25 degrés, je rencontre l'embouchure du fleuve Indus, je rencontre encore la province du Bengale à l'embouchure du Gange ; là, je vois pluſieurs lieux célèbres encore, & ſur-tout Benarès, célèbre Académie des Brames qui ſubſiſtent de temps immémorial dans le Bengale, qui gardent de temps immémorial des débris très-précieux d'Aſtronomie, dont on ne voit nulle trace chez les Égyptiens.

M. Dupuis veut que l'Aſtronomie ſoit née à 23 degrés, c'eſt-à-dire, ſous le Tropique: or ſi, comme on a lieu de le préſumer, l'obliquité de l'Écliptique diminue de 33 ſecondes par ſiècle, & même de 40 ſecondes, ſelon quelques Aſtronomes, il s'enſuit que ſi le Monde eût exiſté il y a quatorze à quinze mille ans, cette obliquité eût été à cette époque, qui eſt celle de M. Dupuis, de $1^d\ 40'$ ou de 2^d plus grande qu'elle n'eſt aujourd'hui, ce qui feroit 25 degrés & demi environ pour le Tropique: or, la latitude de Benarès eſt à peu-près de cette quantité; en effet on la trouve, dans les Cartes que Holwell nous a données de cette partie du Bengale, de 26 degrés & quelques minutes, & M. d'Anville la donne à très-peu-près de même; je peux donc ſuppoſer juſque-là, que ſi l'Aſtronomie eſt née ſous le Tropique, elle a pu prendre naiſſance ſur les bords du Gange, à Benarès.

Je parle de Benarès, à cauſe de la célébrité de cette ville; mais les Brames ſont en très-grand nombre dans tout le Bengale, qui paſſe pour leur patrie: or, je trouve encore ſur les bords du Gange, une autre ville très-célèbre, qui a cela de particulier, que j'ai une obſervation de la longueur de l'ombre équinoxiale du gnomon, faite en cette ville par les anciens Brames même: cette ville, connue des Indiens de la côte de Coromandel, ſous le nom d'*Ouchilipatnam*, ſur une des bouches du Gange, eſt vraiſemblablement celle que nous nommons *Ougly*, ſur nos Cartes, & que Holwell appelle *Hughley*, car les Indiens ajoutent le mot *patnam* à la fin de tous les mots des villes.

La longueur du gnomon étant ſuppoſée de 12 doigts par les Brames, ils ont trouvé la longueur de l'ombre à *Ouchilipatnam*, de 5 doigts 20 minutes *(Mém. de l'Académie des Sciences, année 1772, 2.e partie, pages 179 & ſuivantes, Voyage, &c. tome I, pages 222 & 230)*; d'où j'ai conclu la latitude de cette ville, de $23^d\ 19'\ 25''$: ſelon Holwell, cette ville eſt à $22^d\ 48$ à $50'$, & M. d'Anville la met à très-peu-près ſous le Tropique; ces déterminations diffèrent aſſez peu les unes des autres, elles prouvent en même temps

l'exactitude des observations des anciens Brames, & placent *Ouchilipatnam* sous le Tropique ou environ ; je peux donc encore une fois supposer que l'Inde est le berceau de l'Astronomie.

Une chose annonce, à mon avis, le berceau de l'Astronomie chez les Brames ; c'est la singularité du Zodiaque indien que j'ai rapporté, divisé en vingt-sept constellations : c'est un fait frappant, & l'unique qui nous reste, à ce que je pense, des premiers pas des hommes dans l'Astronomie, qu'on ne retrouve point chez les Chaldéens, encore moins chez les Egyptiens si vantés. Ce Zodiaque me paroît, comme à M. Bailly *(Hist. de l'Astron. moderne, p. 304)*, une démonstration évidente que ceux qui ont inventé l'Astronomie, ont commencé par observer le mouvement de la Lune avant celui du Soleil. En effet, le mouvement de la Lune est le premier phénomène sensible qui se présente d'abord à l'observateur, le plus aisé à saisir en apparence, à observer & à mesurer ; il paroît en même-temps le plus commode pour régler l'usage de la vie civile. Le mouvement rapide de la Lune dans le ciel, aisé à comparer jour par jour, même d'un moment de la nuit à l'autre, à des Etoiles remarquables, l'a dû faire distinguer le premier *(Voyage &c. t. I, p. 255 & suiv.)* ; au lieu qu'on a dû d'abord être fort embarrassé pour le Soleil. Il ne laisse aucune trace de son mouvement d'un jour à l'autre, d'ailleurs bien plus lent que celui de la Lune ; pendant que si on a vu aujourd'hui la Lune proche l'œil du Taureau, par exemple, on aura été frappé de la voir le lendemain, bien plus dans l'Est, répondre à d'autres Etoiles éloignées de la première d'une quantité très-considérable, puisqu'il y auroit plus de treize degrés d'un point à l'autre : pendant une seule nuit même on peut faire cette observation. Il reste donc comme démontré que le premier Zodiaque a été celui de la Lune ; & ce Zodiaque n'est autre chose, selon moi, que les vingt-sept constellations des Brames, dont je crois avoir assigné ici la véritable origine.

Une autre chose qui me paroît encore appartenir au

berceau de l'Aſtronomie, qu'on ne trouve point chez les Égyptiens, eſt la détermination des points équinoxiaux & même ſolſticiaux; aucuns veſtiges de cette détermination chez les Égyptiens; aucune trace d'Équateur chez ces anciens Peuples. Les Indiens connoiſſent l'Équateur, & paroiſſent l'avoir connu de temps immémorial; les Indiens ſavent tracer la ligne méridienne, & jamais ils n'en traçent que lorſque le Soleil occupe l'Équateur *(Voyage, &c. tome I, page 218)*: ils appellent cette poſition du Soleil, *être au milieu du Monde;* ils ont en effet raiſon, car lorſque le Soleil eſt dans l'équinoxe & au méridien, il eſt bien cenſé être au milieu du Monde, puiſqu'il eſt alors également éloigné de tous les points de l'horizon. Je parle comme les Brames, pour le lieu où répond le Soleil le jour de l'équinoxe; dans cette poſition le Soleil pèſe le jour & la nuit, pour ainſi dire, & les balance; il les équilibre en quelque ſorte; ce qui me porte à penſer que les Brames, lorſqu'ils eurent bien conſtaté ces points du milieu du Monde, qui balancent alors le jour & la nuit, en les rendant égaux; les Brames, dis-je, auront bien pu imaginer de repréſenter cette égalité par une Balance: ainſi je penſe que la Balance eſt le premier ſigne; le premier qui ait été trouvé, & les autres ſignes ne ſeront venus qu'après.

Cette Balance n'aura vraiſemblablement été aſſignée d'abord à aucun équinoxe, & les aura repréſentés tous les deux; car pourquoi la placer à l'équinoxe d'automne plutôt qu'à l'équinoxe du printemps, ou à celui-ci plutôt qu'à l'autre? ce n'aura été que par la ſuite, lorſqu'on aura pu déterminer les points ſolſticiaux, & qu'on aura été en état de commencer une diviſion de la route apparente du Soleil dans le Ciel; on aura pour lors placé la Balance à un équinoxe de préférence à l'autre, ſelon l'idée qu'on vouloit attacher aux ſignes du cercle qu'on diviſoit.

Les Indiens attendent donc que le Soleil ſoit au milieu du Monde pour tracer la méridienne: la longueur de l'ombre des corps qu'ils obſervent ce jour-là à midi. *(Voyage, &c.*

tome I

(tome I, pages 218 & suiv.), leur sert à calculer, pour le milieu du monde, c'est-à-dire pour l'équateur, une Table qui suppose l'obliquité de l'Écliptique de vingt-cinq degrés environ. Cette Table, par cette raison, doit remonter à la plus haute antiquité; car les Brames de nos jours n'observent point, & il y a bien de l'apparence que depuis un temps très-éloigné, ils se servent des observations de leurs pères. Le changement d'obliquité de l'Écliptique ne peut en avoir apporté dans ces observations, car la longueur de l'ombre du gnomon, le jour de l'équinoxe, une fois bien connue, est toujours la même; les Brames le savoient & le savent encore, puisqu'ils le disent en enseignant leur méthode de tracer la méridienne *(Voyage, &c. tome I, page 219)*.

Il est donc vrai que les Auteurs de la Table que je cite, que je suppose être les ancêtres des Brames de nos jours, avoient observé, outre l'ombre équinoxiale des corps, les deux points solsticiaux, c'est-à-dire, de combien le Soleil s'écartoit de part & d'autre, du point du milieu du monde & par conséquent de la balance des jours & des nuits; car les termes d'Équateur, de Solstices & d'obliquité de l'Écliptique, n'étoient vraisemblablement pas connus de ces premiers Philosophes Indiens: ces termes n'étoient point alors en usage, les Brames ne s'en servent pas même encore de nos jours.

Ainsi, un peuple qui de temps immémorial paroît avoir fait attention au mouvement de la Lune, avoir divisé sa route en vingt-sept constellations, avoir fixé la longueur de l'ombre équinoxiale des corps; qui a découvert que là où étoit le Soleil à midi, les corps ne faisoient point ombre le jour de l'équinoxe: je dis découvert, car cela dut faire en effet une découverte, dans le sens que les Brames l'entendent; un peuple qui paroît avoir déterminé, même avec quelque précision, l'obliquité de l'Écliptique; un peuple qui, comme je vais le dire, a des révolutions reconnues des Étoiles en vingt-quatre mille ans; un peuple qui conserve ces dépôts précieux & plusieurs autres encore de temps immémorial; dans une Université ou École célèbre, établie, je le répète encore, de temps immémorial, à

Benarès, précisément à l'endroit par où auroit passé le tropique il y a quatorze à quinze mille ans, si le monde eût alors existé; ce peuple, dis-je, me paroît avoir autant de droits à l'invention du Zodiaque, que peuvent en avoir les Égyptiens.

J'ajouterai ici un fait qui m'a paru mériter la plus grande attention; c'est que les Brames sont exactement le seul peuple qui compte encore aujourd'hui la longitude du Soleil & de la Lune, non du premier degré du signe du Bélier, mais de la constellation du Bélier: or, il me paroît que cela vient de ce que dans l'origine on ne distingua point de Zodiaque fixe & de Zodiaque mobile; & que les Brames, qui ne varient point dans leurs usages, ont conservé cette première méthode, quoiqu'ils reconnoissent une précession des équinoxes, & qu'ils s'en servent dans leurs calculs astronomiques (*Voyage, &c. tome I, page 301*), & ils l'appellent *Ayanang-sam*, Course, Atome.

Je trouve bien étonnant qu'un peuple ayant autant de génie pour l'Astronomie que M. Dupuis veut que les Égyptiens en aient eu, n'ait cependant chez lui aucun trait qui fasse seulement soupçonner qu'il ait remarqué la précession des équinoxes; ils paroissent absolument l'avoir ignorée jusqu'à Hipparque qui la remarqua le premier.

Quand les Égyptiens ont-ils formé leur Zodiaque? il faut que ce soit précisément à l'époque où les étoiles de la Balance étoient dans le signe du Bélier: il faut donc qu'ils eussent depuis long-temps observé le Ciel; autrement ils n'auroient point été en état de se faire un si magnifique Calendrier; car de supposer que ces Astronomes aient fait un chef-d'œuvre sans observations préliminaires; & qu'ils se soient mis à former le Zodiaque précisément à l'époque dont nous parlons, sans que ce grand travail ait été précédé d'un nombre d'Observations astronomiques, & sans qu'ils aient vu la précession; une pareille supposition, dis-je, me paroît hors de toute vraisemblance. Or la précession des équinoxes a dû être connue même avant la division du Zodiaque. Nous ne pouvons porter de jugement sur l'antiquité, que d'après les

monumens qui nous reſtent; mais il n'exiſte dans l'antiquité aucun monument qui diſe que les Égyptiens aient connu, avant Hipparque, le mouvement des Étoiles en longitude; il exiſte au contraire des monumens que l'Égypte eſt un terrein très-nouveau, en comparaiſon de la Chaldée & de l'Inde: or on trouve chez les Indiens, le mouvement des Étoiles en longitude connu; & je peux faire voir qu'on en trouve des traces chez les Chaldéens.

Je crois être le premier Aſtronome qui ait remarqué que la préceſſion des équinoxes étoit connue de temps immémorial dans l'Inde; c'eſt une connoiſſance que j'ai rapportée de la côte de Coromandel, & dont aucun Voyageur, que je ſache, n'a parlé avant moi.

Je vais faire voir ici, d'après Béroſe, cet auteur ſi connu & ſi eſtimé de tous les Anciens, qu'on trouve chez les Chaldéens, des monumens concernant la préceſſion des équinoxes, ou le mouvement des Étoiles en longitude.

Une choſe de fait, & qu'il faut bien obſerver, c'eſt que les Brames ont de nos jours, pour quatrième âge du monde, la même durée ou le même nombre d'années que les Chaldéens, d'après Béroſe, attribuoient au premier âge; ſavoir, quatre cents trente-deux mille ans *(Voyage, &c. tome I, page 329)*.

Or ce nombre d'années repréſente chez les Brames de nos jours, un nombre fixe de révolutions de l'équinoxe, à raiſon de 54 ſecondes par année, comme ſuppoſent les Brames eux-mêmes *(Voyage, &c. p. 236)*; d'où il me ſemble qu'on peut en inférer que ce même nombre de quatre cents trente-deux mille ans, repréſentoit auſſi la même choſe chez les Chaldéens; & conſéquemment qu'ils avoient remarqué ce mouvement *(Voyage, tome I, pages 42 & 335)*.

Ce ſentiment me paroît auſſi être celui de l'Hiſtorien de l'Aſtronomie. « Il n'eſt pas poſſible (dit-il, *page 76*) que dans cette application à l'étude du Ciel, les Anciens aient par- « tagé le Zodiaque, ſans reconnoître le mouvement par lequel «

» les Étoiles s'avancent le long de l'Écliptique : indépendam-
» ment de ce que cette connoiſſance eſt répandue dans toute
» l'Aſie, ſe retrouve chez les Chinois, les Indiens, les Chal-
déens & les Perſes » : (remarquons que M. Bailly ne cite point les Égyptiens) « & que cet uſage général, ſuivant
» notre principe, doit remonter à une ſource commune, nous
» ſommes fondés à le penſer, par une tradition des Indiens, que nous avons recueillie » : étendons un peu cette difficulté. Voici la marche que M. Dupuis fait ſuivre aux Égyptiens; ils paroiſſent ſe comporter tout différemment de ce qu'ont dû faire, ces anciens Aſtronomes, qui, les premiers, ont obſervé les Étoiles & diviſé le Zodiaque. En effet, ils font, ſelon M. Dupuis, un chef-d'œuvre en Aſtronomie, claſſent les étoiles du Zodiaque, en compoſent un beau Calendrier rural, & cela, ſans qu'il ſoit fait mention, en aucune façon, de mouvement des Étoiles en longitude, auquel cependant ils auroient dû faire attention par des obſervations préliminaires. Ils établiſſent la belle étoile du grand Chien *(Syrius)* pour annoncer le ſolſtice d'été : cependant, les années, les ſiècles même s'écoulent ; les Étoiles s'en vont dans l'eſt, entraînées par la préceſſion ; elles leur paſſent en revue devant les yeux, emmènent *Syrius* avec elles : alors, cette Étoile-ci ne pouvant plus leur ſervir, il s'en préſente une autre, que la préceſſion leur amène à la place de *Syrius*, c'eſt la bouche du Poiſſon auſtral *(Phamalhut)*, ils voient donc que leur Calendrier ayant beſoin de réforme, ils ne peuvent mieux faire que de remplacer *Syrius* par *Phamalhut*. Ils font donc la réforme qu'exige le Calendrier, & tout cela ſans voir la préceſſion ; c'eſt-à-dire, que c'étoient de très-grands Aſtronomes & Obſervateurs, qui étoient aveugles.

Lorſque les premiers degrés du Lion répondoient au ſolſtice d'été, la préceſſion des équinoxes éloignant *Syrius* du ſolſtice, les Égyptiens le remplacèrent par le Poiſſon auſtral, qui devint, dit M. Dupuis *(p. 533)*, une indication plus préciſe du ſolſtice; cette époque dut donc être très-célèbre

chez les Égyptiens. Comment donc ne fit-elle pas découvrir la préceſſion des équinoxes? le Lion répondoit aux premiers degrés du Cancer, deux mille cinq cents ans environ avant Jéſus-Chriſt *(p. 480)*; la Balance avoit donc déjà parcouru environ cinq Signes par la préceſſion, depuis l'époque qu'aſſigne M. Dupuis à l'origine du Zodiaque; il s'étoit donc écoulé dix mille quatre cents ans environ: cet intervalle ne devoit-il pas donner la quantité très-préciſe de la préceſſion?

Pourquoi donc n'en voit-on aucune trace en Égypte, & qu'on en trouve en Aſie? C'eſt que vraiſemblablement les Égyptiens ne ſont pas les inventeurs du Zodiaque, & qu'ils ſont trop modernes pour avoir fait cette découverte.

Une réforme dans le Calendrier, pareille à celle dont on parle ici, auroit dû certainement faire ſenſation, même grand bruit dans toute l'Égypte; la raiſon en eſt évidente, c'étoit *Sirius* la plus belle étoile du Ciel, qui s'en étoit allée dans le Levant; toute l'Égypte dut être témoin qu'on lui ſubſtituoit le Poiſſon auſtral qui étoit venu à point nommé. Quelle étoit alors la poſition du Ciel? Toute l'Égypte devoit voir encore que c'étoit le Lion qui occupoit le ſolſtice d'Été. Cette grande & importante réforme dans un Calendrier ou Almanach qui devoit être la règle du peuple Égyptien dans ſes travaux d'Agriculture eût fait une eſpèce de tradition qui certainement ſe ſeroit conſervée, & dont très-vraiſemblablement il ſeroit encore reſté quelques veſtiges confuſes au temps d'Hipparque & de Ptolémée. Ces Aſtronomes qui ont ſans doute ramaſſé tout ce qu'ils avoient trouvé de fait avant eux ſur les étoiles, n'auroient pas laiſſé échapper cette circonſtance; Hipparque, ſur-tout, qui n'étoit pas trop aſſuré de ſa découverte, & auquel il importoit par conſéquent de faire valoir les moindres preuves, eût dit ſans doute: *ce mouvement ſe trouve confirmé par une tradition du pays, qui dit que le Lion occupoit anciennement la place où eſt aujourd'hui le Cancer.* On ne trouve rien de pareil ni dans Hipparque, ni dans Ptolémée, d'où il me paroît très-vraiſemblable que les Égyptiens ne ſont point les inſtituteurs du Zodiaque; mais qu'ils l'ont tiré des

Asiatiques, & qu'ils l'ont reçu d'eux sans se douter que ce Zodiaque avoit un mouvement selon l'ordre de ces mêmes signes qu'ils venoient d'introduire chez eux; telle est du moins mon opinion.

Si les Égyptiens avoient eu réellement du génie pour l'Astronomie, il est très-vraisemblable que leur période caniculaire de quatorze cents soixante ans leur auroit fait voir le mouvement des Étoiles en longitude, & que leur année de trois cents soixante-cinq jours & un quart étoit trop longue (Bailly, *Hist. de l'Astronomie ancienne, pages 165 & 166).*

Mais, me dira-t-on, si nous accordons à M. Bailly & à vous, que la période caniculaire ne fit pas découvrir aux Égyptiens la précession des équinoxes, parce que la différence n'est pas assez sensible pour des yeux, tels que vous supposez qu'étoient les yeux Egyptiens, peu exercés à pénétrer dans les plus petits mouvemens des corps célestes, & parce que les erreurs se compensoient à peu-près, il est au moins certain, & vous serez forcé de nous l'accorder de votre côté, qu'il y avoit chez eux cette espèce de tradition confuse du mouvement apparent des Étoiles, dont vous parlez tant, il y a plus de deux mille ans; puisque nous pouvons vous représenter un Zodiaque fait chez eux il y a à peu-près ce temps-là, dans lequel Zodiaque « les Égyptiens, comme inventeurs, » ont conservé le Zodiaque primitif, ou celui qui faisoit partir » leur année solsticiale du Capricorne, lorsqu'il coïncidoit avec » le solstice d'été; que le Capricorne, dans ce Zodiaque nou- » veau, est réellement appelé *le premier Signe*, & que c'est par « lui que commence la division des douze maisons du Soleil » *(M. Dupuis, page 386).* Qu'il est naturel de supposer que « dans ce nouveau Zodiaque, les Égyptiens commencèrent à » ce point leur division en douze signes, puisqu'on sait qu'ils » y commençoient leur année & leur grande période; que voilà » un Zodiaque égyptien fait dans un temps auquel le Lion ou » le Cancer occupoit le solstice d'été, & que cependant on » y fixe le commencement de la division au Capricorne : » n'est-il pas évident que c'est l'époque primordiale qu'on a » voulu perpétuer? *(M. Dupuis, page 387)* ».

J'avoue que cet argument, ſi on pouvoit le faire, ſeroit très-fort en faveur des Égyptiens : mais je répète ici ce que j'ai déjà dit ailleurs, *ou je me trompe bien*, ou ce Zodiaque, dont parle M. Dupuis, ſeroit plutôt contre que pour ſon ſyſtème ; du moins il me ſemble que bien apprécié, il ne fait rien du tout à ſa cauſe.

En effet, ce planiſphère, fait à ce qu'il me paroît dans le temps où les conſtellations étoient dans les ſignes même qui les repréſentent aujourd'hui, a été envoyé dans le dernier ſiècle au Père Kircher, pour ainſi dire en morceaux ou lambeaux, dont pluſieurs encore étoient mutilés ; & il paroît que le Père Kircher a recouſu les pièces & en a ajouté d'autres où il en manquoit, qu'il a aſſorties comme il a pu, & auſſi-bien que ſa grande habileté lui en a pu ſuggérer les moyens, car je conviens avec M. Dupuis, du profond & prodigieux ſavoir du Père Kircher ; mais il ne pouvoit pas reproduire ce qui étoit anéanti : voici la preuve de ce que j'avance.

Lorſque je mettois la dernière main à ce Diſcours pour le faire paſſer à l'impreſſion, & que je repaſſois en même temps la partie de l'Ouvrage de M. Dupuis, qui y a rapport, je fus curieux de conſulter le Père Kircher, & l'ayant d'abord ouvert, préciſément à la *page 206*, citée par M. Dupuis, j'avouerai que je fus auſſi ſéduit à la première inſpection du Planiſphère égyptien que j'y vis ; mais après un court examen, je commençai à douter que ce planiſphère dît véritablement ce qu'il paroiſſoit dire au premier abord ; car les chiffres qu'on y voit ſont des chiffres arabes & romains ; & je penſai dès-lors, que ſi des Égyptiens avoient fait ce planiſphère, tel que je le voyois, ils ne ſe ſeroient vraiſemblablement pas ſervis de chiffres arabes, ni ſur-tout de romains, & le Père Kircher me paroiſſoit avoir un trop grand fond d'érudition, de connoiſſances, & trop de goût, pour ne pas avoir laiſſé ſubſiſter l'original, tel qu'il l'auroit reçu : il ſe ſeroit contenté de nous en expliquer le ſens. Je conclus donc que quelque main étrangère, autre que celle d'un Egyptien, avoit poſé les chiffres arabes & romains que je voyois.

En réfléchiſſant davantage, j'eus bientôt le plaiſir de voir ma conjecture réaliſée; & qu'en effet, tous ces chiffres arabes & romains, qui, dans ce Planiſphère, indiquent l'ordre dans lequel marchent les ſignes du Zodiaque, ne déſignent pas la poſition primitive de ces ſignes, mais ſont au contraire une Addition du Père Kircher lui-même, qui me paroît le dire formellement: en ſorte que les nombres *(1)* & *(X)*, par exemple, qu'il applique au Capricorne, y ſont de ſon invention pour déſigner le chiffre; *(X)*, que le Capricorne eſt le dixième ſigne, à commencer du Bélier; le chiffre *(1)*, que les Égyptiens partoient du point du ſolſtice d'hiver, où ils plaçoient l'aſcenſion des Dieux, & que ce n'étoit par conſéquent point au Capricorne, comme conſtellation, qu'il avoit appliqué ce chiffre *(1)*, mais au ſolſtice d'hiver, où ſe trouvoit le Capricorne: il ajoute que c'eſt en ſuivant les initiés aux myſtères des Égygtiens, qu'il a obſervé dans ſon Planiſphère l'ordre qu'on y remarque.

Aſtronomi omnes ferè ſignorum ordinem incipiunt ab ariete; quòd & Ægyptii faciunt: unde mirari forſan quis poſſet, cur nos primum ſignum ſive dodecamorium attribuerimus Capricorno ſeu Anubi. Reſpondeo, dupliciter nos ſignorum ordinem hoc loco conſiderare poſſe, vel aſtronomicè, vel myſticè. Signa itaque Aſtronomicè conſiderantes, exordium ab illo verni temporis puncto, quod dies noctibus æquat, ſumebant; quod & in hunc uſque diem ab Aſtronomis obſervatum; myſticè verò conſiderantes, ſive in quantum Geniorum, Deorumque in mundanâ œconomiâ adminiſtrationem concernit, a brumæ ſolſtitialis puncto, quod Deorum aſcendum nominabant, ſignorum, Deorumque ordinem ſumebant ne ſi ab æquinoxio verno initium ſumerent diſpoſitionis domuum Geniorum, ordo aſcendentium Deorum interturbaretur. Atque hæc eſt cauſa, cur nos myſtas Ægyptiorum ſecuti hunc ordinem ſervaverimus, &c. (Œdip. Tome II, partie 2, pages 164 & 165).

En effet, le Copte qui lui a envoyé ce planiſphère, l'avoit trouvé dans le monaſtère de Saint-Mercure, & l'avoit tiré

tiré du fond, vraiſemblablement poudreux, d'une ancienne Bibliothèque, ſans doute rongé par les vers en partie; ce qu'il y a de vrai, c'eſt que le Père Kircher avoue lui-même que ce planiſphère étoit mutilé, imparfait; qu'il y manquoit pluſieurs choſes; que d'autres étoient obſcures, mais qu'à force d'étude & de ſoins, & à l'aide de l'intelligence des hyéroglyphes, qu'il avoit acquiſe, il étoit venu à bout de tout éclaircir..... *In quâ tametſi multa fuerint mutilata & imperfecta, continuo tamen ſtudio & diligentiâ factum eſt ut quæ vel deeſſent, aut obſcuriora exiſterent, ex hyerogliphicorum fonte dædaleæ mentis limâ expolitâ dilucidarentur.* (Idem, p. 205).

Il répète la même choſe quelques pages après, lorſqu'il a donné les explications des figures; explications qu'il a encore tirées de ſon immenſe & propre magaſin d'érudition; car il a ſoin de nous prévenir, & de la meilleure foi du monde, que ſon Copte ne lui avoit envoyé que de ſimples figures détachées & même très-imparfaites; que cependant il les avoit accommodées au génie égyptien, autant qu'il avoit pu les comprendre par les lettres que ce Copte lui avoit écrites en Arabe; qu'il les avoit en conſéquence réparties en certaines ſtations de divinités ou de dieux; afin de faire voir plus à découvert l'intention des Égyptiens dans l'inſtitution de ces divinités..... *Nota lector, a ſupracitato Michaële Schatta figuras ſolummodò, eaſque admodum imperfectas eſſe miſſas, quas tamen quantùm ex litteris ipſius Arabicè ad me ſcriptis colligere potui, ad rectam Ægyptiorum mentem reduxi, & in certas quaſdam Deorum ſtationes diſpeſcui, ut Ægyptiorum in illis inſtituendis intentio luculentiùs pateret.* (Idem, p. 213).

J'avois beaucoup de choſes à ajouter ici, mais j'ai craint que ma Diſſertation déjà bien longue, ne le devînt trop par rapport au volume de l'Académie, où elle a bien voulu me permettre de la placer parmi ſes Mémoires. Je me contenterai de tirer la concluſion ſuivante: ſavoir, que les recherches que j'ai faites à la Bibliotheque de Sainte-Geneviève de

Paris, au ſujet de Saint-Mercure, m'ont donné lieu de douter qu'il y ait jamais eu en Égypte un Monaſtère de ce nom. Que Saint-Mercure, Officier de Troupes ſelon les uns, Soldat ſelon les autres, a été martyriſé en Arménie, en 253, ſous l'empereur Dèce; que ſon corps y fut enterré, & que l'on y vit bientôt ſur ſa tombe s'opérer pluſieurs miracles éclatans; qu'il y a tout lieu de croire qu'il ſe forma au même endroit un Monaſtère; que le Copte, qui a ſervi au Père Kircher, comme il le dit, d'Interprète à Rome, de la langue Copte, ſachant auſſi l'Arabe, & chargé par ce Père de lui envoyer les antiquités qu'il pourroit trouver dans ſa route & ailleurs, lorſqu'il ſeroit de retour en Égypte; il ſe peut, dis-je, que ce Copte ait voyagé en Syrie & en Arménie, & qu'il ait trouvé dans un Monaſtère de Saint-Mercure, bâti ſans nul doute dans ces cantons, ce Zodiaque dont il eſt ici queſtion; & qu'avec des figures de Divinités égyptiennes, qu'il aura envoyées en même temps à ſon retour en Égypte, le père Kircher aura compoſé ce Zodiaque ou planiſphère dans lequel M. Dupuis a trouvé cette époque primordiale que je cherche & que je n'y vois point; que ſans chercher à me ranger du côté de ceux qui ont regardé comme ſuſpect le planiſphère égyptien donné par le père Kircher, je peux au moins avancer que ce planiſphère eſt en partie un Ouvrage de cabinet de ce ſavant homme; & qu'il n'y a dedans aucune trace de l'époque primordiale : que par conſéquent il ne me paroît rien prouver en faveur du ſyſtème de M. Dupuis, qui part en partie de ce planiſphère, pour attribuer aux Égyptiens l'honneur de l'invention du Zodiaque.

M. Dupuis explique la fable du Poiſſon auſtral, en faveur des Égyptiens; il inſinue, au moins à ce qu'il m'a paru, que les Syriens l'ont pris d'eux. Mais pourquoi les Syriens, & les Egyptiens même, ne le tiendroient-il pas des Chaldéens & des Indiens? Je peux faire voir que tout ce que les Égyptiens ont dit du Poiſſon auſtral, les Chaldéens l'ont dit auſſi, & même en ont dit bien davantage, & d'une

manière à faire entendre qu'ils peuvent être les Auteurs de cette fable, avec autant & plus de vraiſemblance, qu'on pourroit en attribuer l'invention aux Égyptiens; car je trouve au moins autant de probabilités pour les uns que pour les autres.

Il eſt encore ici queſtion de la prétendue réforme faite dans le Calendrier égyptien, deux mille cinq cents ans avant Jéſus-Chriſt, de *Syrius* qui ſervoit à annoncer le ſolſtice, & que la préceſſion des Équinoxes dérangea; & de la ſubſtitution qu'on fit alors du Poiſſon auſtral *(Phamalhut)*.

Cette belle Étoile fut donc déſignée pour indiquer le ſoiſtice d'une manière plus préciſe; elle ſe levoit au Sud-eſt de l'Égypte, avec environ cinquante degrés d'amplitude; c'eſt à peu-près, dit M. Dupuis, l'endroit où doit être placée la mer rouge, par rapport à Memphis, & tous les ſoirs il retournoit à cette mer. Mais je trouve la même choſe chez les anciens Chaldéens; car, ſi *Phamalhut* ou bien *Oannes* (car c'eſt ici la même choſe), ſe levoit, vu de *Memphis*, dans la mer rouge (ſelon M. Dupuis), Béroſe me dit qu'*Oannes* étoit ſorti de la mer, & que tous les jours il s'y couchoit: or cela eſt vrai par rapport à Babylone.

Pour l'intelligence de tout ce que je vais dire ici ſur la bouche du Poiſſon auſtral, ſous le nom d'*Oannes*, je ferai obſerver, en faveur de ceux auxquels la Géographie ancienne ne ſeroit pas aſſez familière, que ſous le nom de *mer Rouge*, les Anciens comprenoient toute la partie de l'océan Indien ou Aſiatique, au ſud de l'Arabie, & compris entre le golfe Arabique, qui a pris depuis & conſervé ſeul le nom de *mer Rouge*, & le golfe Perſique; en ſorte que le Tigre & l'Euphrate ſe rendoient dans la mer Rouge *(Voyez Hérodote, Strabon, Ptolémée, Pline, Mela & Arrian)*. On doit même ajouter que la mer Rouge alloit juſqu'à la preſqu'île de l'Inde, ſelon Paul Oroſe; car il dit que le fleuve Indus ſe jetoit dans la mer Rouge. *In his finibus India eſt, quæ habet ab occidente flumen Indum, quod Rubro mari accipitur.*

Revenons à Béroſe & au fragment que Syncelle nous

a conſervé de cet Auteur, au ſujet d'*Oannes*. Ce fragment eſt très-précieux, comme contenant les premiers élémens de la Théologie des anciens Chaldéens. Je ſuis étonné que M. Dupuis ne nous ait rien dit touchant ce fragment. Il eſt vrai que M. Dupuis, en tirant du Poiſſon auſtral tout le parti qu'il peut, en faveur des Égyptiens, avoue *(pages 541 & 542)* que les Chaldéens avoient auſſi quatre *Oannes ;* mais il ſe contente de cette ſeule remarque, & il ne va pas plus loin : rempli de l'idée de ſon ſyſtème, il ne voit ſur tout le Globe entier d'inventeurs que les Égyptiens. Mais ſi je peux faire voir qu'*Oannes* eſt pour le moins auſſi ancien chez les Chaldéens qu'il peut l'être chez les Égyptiens, que conclure en faveur de ceux-ci ? Je vais rapporter en entier ce fragment de Béroſe qui parle d'*Oannes*, & qui eſt favorable aux Chaldéens : on le trouve, comme je l'ai déjà dit, dans Syncelle, que M. Dupuis paroît avoir conſulté, auſſi-bien que moi *(édition du Louvre, grand in-folio, année 1652, pages 28 & ſuivantes)*. C'eſt Alexandre Polyhiſtor qui parle d'après Béroſe, & qui fait l'énumération des dix Rois des Chaldéens avant le déluge, ſelon cet Auteur, & qui parle auſſi du déluge. On trouve encore dans Syncelle *(page 38)* un autre fragment d'Abidene, qu'il aſſure également avoir puiſé dans Béroſe, ſur le règne des Chaldéens avant le déluge, & qui parle auſſi d'*Oannes*.

« La première année il ſortit, ſelon Béroſe, des flots de la » mer rouge, & il parut ſur le rivage contigu à la Babylonie, » un animal ſans raiſon, nommé *Oannes ;* & comme l'a » rapporté Apollodore, ayant tout le corps d'un Poiſſon ; » au-deſſous de ſa tête de poiſſon, il en ſortoit une autre » (d'homme) ; on lui voyoit des pieds d'homme, qui partoient » des deux côtés de la queue ; il avoit auſſi le cri & la voix » d'un homme : on conſerve encore à Babylone, dit Béroſe, » ſon image peinte. Cet animal reſta quelque temps, pendant » le jour, parmi les hommes, ſans prendre aucune nourriture, » & converſa de temps en temps avec eux ; il leur enſeigna » les Lettres & les Humanités ; il leur montra les Arts ; leur

apprit à bâtir des villes; à élever des Temples à la Divinité; « à faire des Loix; à ne pas négliger la Géométrie; la manière « ou façon de confier à la terre les ſemences des fruits, & « d'en faire la récolte; & en général tout ce qui peut contribuer « à adoucir & à policer les mœurs. Depuis ce temps on n'a « plus rien entendu dire de lui: après le coucher du Soleil, « cet animal *Oannes* s'avançoit vers la mer, & ſe précipitoit « dedans, & paſſoit la nuit dans les eaux. Il parut dans la « ſuite, d'autres animaux pareils à celui-ci, dont Béroſe avoit « promis de révéler beaucoup de choſes dans ſon hiſtoire des « Rois.» Voilà ce qu'Alexandre Polyhiſtor rapporte, d'après Béroſe, dans ſon premier livre *(Syncelle, pages 28, 30)*.

Abidene cité encore par Syncelle, dit d'après Béroſe, qu'Alorus eſt le premier qui a régné à Babylone (avant le déluge); qu'il régna dix ſares: Or le ſare eſt de trois mille ſix cents ans, le néros de ſix cents, & le ſoſſos de ſoixante; qu'après Alorus, vint Alaparus qui régna trois ſares; qu'Amillarus lui ſuccéda & régna treize ſares; qu'il étoit de la ville de Pantybiblos; que de ſon temps, il ſortit de la mer un ſecond *Oannes (Syncelle, page 38)*. Voici comme Apollodore rapporte les choſes: « Béroſe raconte, dit-il, qu'Alorus a été le premier roi de Babylone, natif de cette « ville, & qu'il régna dix ſares; qu'enſuite étoient venus « Alaſparus & Amelonus du pays de Pantibiblos; puis le « Chaldéen Amménonus, ſous le règne duquel, on vit ſortir « de la mer rouge cet *Oannes* qu'Alexandre Polyhiſtor, par « anticipation des temps, a placé la première année, & que « nous mettons ici après quarante ſares écoulés; Abidene « a placé le ſecond *Oannes* après vingt-ſix ſares écoulés ». *(Syncelle, page 39)*.

Helladius, auteur du quatrième ſiècle, cité par Photius *(Biblioth. page 194)*, raconte auſſi qu'un certain homme, nommé *Oën*, fut vu dans la mer rouge; qu'il avoit tout le corps d'un poiſſon, hormis la tête, les pieds & les mains qui étoient d'un homme; qu'il avoit enſeigné l'uſage des Lettres & l'Aſtronomie; que quelques-uns diſoient qu'il

étoit né du premier père, qui eſt l'Œuf; (l'Œuf, ſelon les Anciens, étoit la figure du Monde, comme renfermant en ſoi tout ce qui a vie).

Helladius ajoute qu'Oën étoit tout-à-fait homme; & qu'il ne paroiſſoit poiſſon, que parce qu'il étoit couvert d'une peau de poiſſon).

Sans examiner ſi Helladius qui étoit Égyptien, a voulu parler dans ſon récit, de l'*Oannes*, connu des Égyptiens, ou de celui des Chaldéens, ou de tous les deux, faiſons quelques réflexions ſur les fragmens que venons de rapporter de Béroſe; ces paſſages ou fragmens, ſont, comme l'on voit, bien formels, & prouvent, à ce qu'il me ſemble, que l'*Oannes* étoit très-connu à Babylone; Syncelle accuſe, à la vérité, Béroſe d'avoir mêlé des fables à ſon Hiſtoire; pour nous, qui croyons avoir trouvé la clé des nombres employés par Béroſe dans ſon hiſtoire des Chaldéens, nous penſons que l'hiſtoire d'*Oannes* eſt allégorique, & renferme un véritable ſens moral; puiſqu'elle tend évidemment à la civiliſation des peuples chez leſquels cette allégorie a pris naiſſance: ne ſait-on pas que les Orientaux ont de tout temps parlé allégoriquement & par figures?

Béroſe commence ſon récit à peu-près comme a fait Moyſe, ſans paroître fixer d'abord aucune époque; car ſi Moyſe a dit *au commencement*, Béroſe dit *la première année;* c'eſt ce qui a fait penſer à quelques Auteurs que Béroſe avoit puiſé ſon Hiſtoire dans celle de Moyſe, & qu'il l'avoit falſifiée (Syncelle, *pag. 31 & ſuiv.)* Mais en ſéparant & en admettant ce que nous ſavons être indubitablement inſpiré dans les livres de Moyſe; ſur-tout pour la création, ne ſe pourroit-il pas que l'Auteur ſacré & Béroſe euſſent puiſé dans une même ſource, c'eſt-à-dire, dans les antiquités chaldaïques, le fond de leur Hiſtoire; puiſqu'ils avoient tous les deux à faire l'Hiſtoire d'un peuple Chaldéen? il me paroît que quelques Savans ont penſé ainſi. Quoi qu'il en ſoit, cette première année de Béroſe me paroît devoir être conſidérée & priſe pour une véritable époque du temps auquel on a com-

mencé à dater à Babylone, d'*Oannes* ou du Poiſſon auſtral: ſelon cet Hiſtorien, cette première apparition doit être priſe de la première année du règne d'Alorus, premier roi de Babylone avant le déluge ſelon lui. Cette première date remonteroit donc auſſi haut & plus à Babylone qu'en Égypte; car l'époque des Égyptiens ne remonte pour *Oannes* qu'à deux mille cinq cents ans au plus avant Jéſus-Chriſt.

Si nous ſavons ſi peu de choſe touchant l'antiquité la plus reculée, c'eſt que les Prêtres des faux Dieux ont toujours parlé d'une manière enveloppée de myſtères; & qu'ils ne levoient le voile qui ſervoit à les cacher, que vis-à-vis de leurs initiés: c'eſt ce que nous obſerverons ici de Béroſe, Prêtre de Jupiter-Bel qui étoit adoré à Babylone: Béroſe a tiré ſon hiſtoire, malheureuſement perdue, des archives des Chaldéens, il nous le dit formellement, & il le pouvoit, puiſqu'il en étoit un des Prêtres; or il eſt certain que les nombres dont il ſe ſert pour exprimer la durée des temps d'avant le déluge, tout invraiſemblables qu'ils paroiſſent, ont cependant une conformité digne d'attention, avec ceux dont les Indiens ſe ſervent encore aujourd'hui pour calculer les époques du Soleil, de la Lune & de leurs éclipſes, je l'ai déjà dit, & je dois le répéter: voici encore une choſe fort remarquable que je découvre dans ces nombres, au ſujet de la fable du Poiſſon auſtral; c'eſt qu'il paroît en effet avoir été obſervé par les Chaldéens avant le déluge, à l'époque préciſément de la poſition de *Phamalhut* (la bouche du Poiſſon): dans le colure des ſolſtices, c'eſt-à-dire, à la date de Béroſe, & voici mon calcul.

La bouche du poiſſon auſtral, *Phamalhut*, avoit en 1720, ſelon le Catalogue de M. Halley, environ 60 degrés de longitude, puiſqu'elle étoit dans le premier degré des Poiſſons, à 6 minutes près; or, les Étoiles avançant d'un degré en ſoixante-douze ans, il ſe trouve que cette étoile étoit dans le colure des ſolſtices, deux mille ſix cents ans avant J. C.

Mais nous venons de voir que Béroſe raconte que la première année du règne d'Alorus à Babylone, premier Roi de

cette ville avant le Déluge, *Oannes*, qui eſt *Pham-al-hut*, parut ſur les bords de la mer Rouge, & ſortant de cette mer; or, Alorus commença à régner à Babylone, ſelon Béroſe, quatre cents trente-deux mille ans avant le Déluge; cela, comme l'on voit, eſt très-poſitif.

J'ai fait voir que ces quatre cents trente-deux mille ans de Béroſe & des Brames, renferment une période aſtronomique, arrangée & cachée dans ces nombres, avec beaucoup d'art & de fineſſe, pour leur faire renfermer en même-temps un certain nombre fixe de révolutions de l'équinoxe; ce que l'Auteur n'a pu faire qu'en ſuppoſant l'année diviſée en mille parties égales; qu'il y a par cette raiſon tout lieu de préſumer que le nombre 432,000, quoique diviſible par 24,000, & indiquant par cette raiſon que la révolution des fixes eſt de vingt-quatre mille ans; que ce nombre, dis-je, conſidéré ſous ce rapport, n'eſt pas ſeulement un nombre entier; mais qu'il doit en même-temps être regardé comme un nombre fractionnaire, indiquant auſſi des millièmes d'années; qu'ainſi, au lieu de quatre cents trente-deux mille ans, ce ſera $\frac{432000}{1000.^{c}}$ d'années; que par conſéquent, en retranchant les trois zéros de la droite, il ne me reſte plus que quatre cents trente-deux ans *(Tome I, page 336.)*

J'ai ouvert le père Petau, le ſeul Chronologiſte qui ſoit dans ma bibliothèque, & lequel en vaut bien un autre; j'y ai vu qu'il fixe le Déluge à l'an 2329 avant Jéſus-Chriſt, y ajoutant les quatre cents trente-deux ans dont je viens de parler, il me vient deux mille ſept cents ſoixante-un ans, ou deux mille ſix cents dix-ſept avant Jéſus-Chriſt, ſi l'on ſuit la verſion d'Apollodore, pour la première apparition d'*Oannes;* mais j'ai trouvé que cette Étoile avoit été dans le colure des Solſtices deux mille ſix cents ans avant Jéſus-Chriſt. L'accord de ces nombres a quelque choſe de fort remarquable, ſelon moi: j'en infère avec beaucoup de vraiſemblance que les Chaldéens d'avant le Déluge, ont obſervé le Poiſſon auſtral, & tenu compte dans leurs regiſtres de ſa poſition actuelle,

actuelle, quatre cents trente-deux ans avant le Déluge, lorſque cette Étoile étoit préciſément au ſolſtice méridional, & par conſéquent dans le colure; circonſtance qu'il faut bien obſerver: & que les regiſtres de ces peuples ſont en même temps foi qu'ils connoiſſoient à cette époque, la préceſſion des Équinoxes; & qu'ils la faiſoient alors de vingt-quatre mille ans, ou de 54 ſecondes par an, comme les Brames de nos jours.

Que l'on me cite quelque choſe d'auſſi frappant chez les Égyptiens.

Si la clé que j'ai trouvée, & que j'emploie ici pour pénétrer dans les nombres & les myſtères des anciens Chaldéens, ne paroît pas aux Savans la véritable clé; du moins je me flatte que la plus grande partie conviendra que toutes celles dont on s'eſt ſervi avant moi, ne nous ont rien montré d'auſſi approchant du vrai, & par conſéquent d'auſſi probable. M. Fréret, par exemple, de l'Académie des Inſcriptions & Belles-Lettres, ce Savant dont j'ai cru pouvoir combattre l'opinion en cette matière, a penſé que les cent vingt ſares de Béroſe, ou ſes quatre cents trente-deux mille ans de date antérieure au Déluge, devoient s'entendre de deux mille deux cents vingt-deux ans; mais outre les preuves au contraire que j'ai apportées *(Tome I, page 331)* je dirai encore ici que, ſi cela étoit vrai, il s'enſuivroit qu'en ajoutant à ces deux mille deux cents vingt-deux ans, l'époque 2329 de l'année du Déluge avant Jéſus-Chriſt, on auroit quatre mille cinq cents cinquante-un ans avant Jéſus-Chriſt, pour l'époque que nous cherchons de l'obſervation du Poiſſon auſtral au ſolſtice d'hiver; mais cette époque n'eſt réellement que de deux mille ſix cents ans avant Jéſus-Chriſt, d'après les calculs les plus rigoureux: l'hypothèſe de M. Fréret ſe trouve donc réellement en erreur de dix-neuf cents cinquante-un ans au moins, qui font près de trente degrés ou un ſigne entier ſur la poſition de *Phamalhut*.

A cette époque dont je viens de parler, ſelon Béroſe,

conforme à nos calculs les plus rigoureux, *Phamalhut* avoit la plus grande déclinaiſon poſſible : car cette Étoile ayant 21^{d} 5′ de latitude auſtrale, ſelon M. Halley, & l'obliquité de l'Écliptique pouvant être en même-temps ſuppoſée de 24 degrés, on aura 45 degrés pour la déclinaiſon de *Phamalhut*. Or, ſelon la Géographie de Varenius, la latitude de Babylone eſt de 33^{d} 50′ ; d'où il ſuit qu'au temps où la bouche du Poiſſon auſtral avoit 45 degrés de déclinaiſon, cette Étoile étoit élevée de 11^{d} 10′, ou à peu-près, à ſon paſſage par le Méridien de Babylone, ſans avoir égard à la réfraction. Cette Étoile ſe levoit donc, par rapport à la Babylonie, dans la mer Rouge, comme le dit Béroſe, d'*Oannes*, avec une fort grande amplitude, & il étoit un temps dans l'année où elle ſe précipitoit dans la mer peu de temps après le coucher du Soleil.

M. Dupuis convient auſſi que c'eſt dans le Poiſſon auſtral que l'ame du monde ou *viſchou* place le ſiége de ſa puiſſance dans ſa troiſième métamorphoſe, ſelon le Père Kircher (*id. page 542*). Or, cette troiſième métamorphoſe, ſelon le Père Kircher, eſt la première ſelon moi ; cela eſt indifférent ; mais ce qui n'eſt point indifférent, c'eſt que les métamorphoſes de *Viſchnow*, rapportées par le Père Kircher, ſont du Père Roth, Miſſionnaire ; c'eſt que la métamorphoſe dont il eſt ici queſtion, & la figure qu'en donne le Père Kircher, d'après le Père Roth, n'a aucun rapport à l'explication qu'en donne le même Père Roth, & qui eſt cependant l'explication qu'a ſuivie M. Dupuis ! (Liſez à ce ſujet les Cérémonies religieuſes de tous les Peuples du monde, *tome VI, deuxième partie*).

Si nous paſſons de Babylone dans l'Inde, nous y trouvons auſſi un monument où l'on peut remarquer effectivement quelques caractères qui ne peuvent guère appartenir qu'à *Oannes*.

Je penſe qu'il ſeroit à deſirer que du temps de ces premiers Hiſtoriens dont le nom eſt célèbre, tels que Béroſe, Manéthon, Josèphe, Helladius, &c. on eût eu l'uſage que

l'on ſuit de nos jours, qui eſt de joindre des figures aux narrations : il ſeroit, dis-je, à deſirer que Béroſe nous eût donné la figure d'*Oannès*, qu'il dit que l'on conſervoit à Babylone & qu'elle ne fût pas perdue; peut-être y remarqueroit-on des traits de reſſemblance & de conformité avec le Withnou des Brames, comme j'en ai trouvé entre l'Aſtronomie de ces deux peuples : du moins il me paroît très-probable que l'un a été calqué ſur l'autre; car à conſidérer une des incarnations, ſelon eux, de ce Withnou, & en la comparant avec la narration de Béroſe & d'Helladius il n'y a, je penſe, perſonne qui ne croye voir l'image d'*Oannes*, dont on conſervoit le portrait à Babylone : ſelon les incarnations de Withnou, rapportées par le Père Kircher, celle dont je parle eſt la troiſième. La figure que j'ai fait graver ici, les Indiens me l'ont donnée avec beaucoup d'autres de leurs Divinités, comme étant la première ; elle n'a aucun des attributs que l'on remarque à celles rapportées par le Père Kircher, & en cela je la crois originale & beaucoup plus ancienne qu'elles, & plus conforme à celle que Béroſe dit que l'on conſervoit à Babylone, de ſon temps; car tous ces attributs que l'on voit dans celle du Père Kircher; tels que la tête de Géant coupée; un livre & un anneau dans les deux mains droites; la coquille dans laquelle Withnou trouva le livre, dans une des mains gauches; le ſabre dans l'autre; quatre adorateurs Indiens; & enfin Brama aſſis ſur une fleur des Indes : tous ces attributs, dis-je, n'y ont ſans doute été mis qu'après coup, & ſont relatifs au miracle que les Indiens m'ont conté; ce fut, m'ont-ils dit, pour retirer le Védam du fond de la mer, où l'avoit jeté un mauvais génie; que Withnou s'incarna, ſelon eux, c'eſt-à-dire, ſe métamorphoſa en poiſſon, comme on le voit dans la figure.

Or, il faut bien obſerver ici que le Védam, ce livre précieux, comme l'on ſait, pour les Indiens, leur enſeigne à peu-près tout ce que Béroſe dit qu'*Oannes* enſeigna aux Chaldéens. Voilà encore un grand trait de reſſemblance.

Le ſyſtême de M. Dupuis nous préſente une aſſez haute

antiquité; car il faut encore dater avec lui de près de quinze mille ans d'ancienneté. En effet, si l'on convient avec lui qu'il ait deviné le vrai mot de l'énigme, c'eſt-à-dire, ſi le Capricorne, le Verſeau & les Poiſſons ſont évidemment ſymboles de l'eau, comme il le dit; & qu'il ſoit par-là même évident que le Capricorne a occupé la place où eſt le ſigne du Cancer, il faut pour tout cela près de quinze mille ans. Je ne me propoſe point ici de juſtifier cette date; mais M. Dupuis s'eſt lui-même fait cette objection, & il y répond, en diſant « que lors du Déluge, une ſecouſſe que la Terre » éprouva peut-être, aura pu produire une inclinaiſon dans » l'axe, qui l'aura reporté ſur les points du Cercle polaire, » auxquels il ne ſeroit arrivé que pluſieurs ſiècles après (c'eſt- » à-dire, dans le vrai, ſept à huit mille ans), s'il n'eût pas éprouvé ce dérangement ». J'ignore ſi cette réponſe ſatisfera les Aſtronomes. Pour moi, je ne conçois pas, 1.° comment le Déluge, puiſqu'il faut en parler; je ne conçois pas, dis-je, comment le Déluge a pu donner une ſecouſſe à la Terre, capable de déranger la préceſſion, au point qu'il a fallu qu'elle l'ait été pour la faire anticiper au moins de trois ſignes, c'eſt-à-dire, de 90 degrés, ou de ſept mille ans: car enfin quelque volume d'eau que l'on puiſſe ſuppoſer avoir alors inondé la Terre, cette maſſe ne pouvant pas excéder de beaucoup la hauteur des plus hautes montagnes, ſe ſera néceſſairement & ſucceſſivement répandue par-tout à meſure qu'elle tomboit; elle ſe ſera donc néceſſairement miſe en équilibre d'elle-même tout autour du Globe, & y ſera reſtée, en prenant néceſſairement encore la figure de la Terre. Je ne crois donc pas vraiſemblable que l'axe en ait été dérangé: & quand il en eût été dérangé, il me ſemble que cet axe eût dû revenir à ſa première place après la retraite des eaux; car le poids qui lui avoit fait perdre ſon équilibre, étant enlevé, je ne vois pas pourquoi il n'auroit pas repris cet équilibre; & qui nous aſſurera que cette ſecouſſe, s'il y en a eu une, ait été dans le ſens de la préceſſion ou dans l'ordre des Signes? pourquoi ne ſe ſeroit-elle pas faite dans le ſens

opposé à la précession, & retarder au lieu d'avancer les Etoiles? Je ne vois pas de raison pourquoi supposer l'un plutôt que l'autre, à moins que ce ne soit le besoin d'une supposition plutôt que d'une autre.

En effet, je crois que nous ne savons point comment les eaux du Déluge ont inondé la Terre & ont agi sur son axe, ni comment elles se sont retirées; & que l'on peut par conséquent dire là-dessus à peu-près tout ce qu'on veut. On ne peut donc point assurer qu'il y ait eu de secousse ni de dérangement dans l'axe de la Terre, en un sens plutôt qu'en un autre: j'ai entendu dire plus d'une fois à M. d'Alembert, que si quelque dérangement s'en est suivi, il aura été tout au plus de la quantité de la précession, c'est-à-dire, de 50 secondes de degré environ, ce qui est bien loin de la quantité qu'il nous faudroit supposer ici.

2.° Une telle secousse, capable d'occasionner dans l'axe un changement assez considérable de parallélisme, pour produire une anticipation subite de *plusieurs siècles*, c'est-à-dire, dans le vrai, de soixante-dix au moins, auroit certainement été remarquée par Noé & par sa famille, & il en seroit resté quelque tradition confuse. Il paroît au contraire que le sentiment unanime des Anciens, est que le Déluge arrivé du temps de Noé, n'a rien changé dans les mouvemens célestes. *(Voyage, &c, tome I, p. 321).* C'est aussi l'opinion de M. Cassini.

Je suis très-persuadé que la précession des équinoxes a été connue dès avant le Déluge: l'intervalle de plus de deux mille ans, qui s'est écoulé, selon Josèphe & les Septante, depuis Adam jusqu'à cette triste catastrophe, est beaucoup plus que suffisant pour avoir donné le temps d'observer ce mouvement, quoique lent. Je suis également persuadé que cette connoissance Astronomique est une de celles que Noé & sa famille auront transmise à leurs descendans; ce sentiment me paroît aussi être celui de M. Cassini. ... « Il ne faut pas « s'étonner, dit-il *(de l'origine & du progrès de l'Astronomie, tome VIII des anciens Volumes de l'Académie, page 4)* que « la mémoire des Observations astronomiques, faites pendant «

» le premier âge du Monde, ait pu ſe conſerver même après
» le Déluge, puiſque Joſèphe rapporte que les deſcendans de
» Seth, pour conſerver à la poſtérité la mémoire des Obſerva-
« tions céleſtes qu'ils avoient faites, en gravèrent les principales
« ſur deux colonnes, l'une de pierre, l'autre de brique; que
« celle de pierre réſiſta aux eaux du déluge, & que de ſon
temps même on en voyoit encore des veſtiges dans la Syrie. »

Donc ſi la quantité d'eau qui tomba ſur la terre lors du Déluge, eût fait perdre à la Terre ſon équilibre, au point de déplacer les points équinoxiaux, & de les placer plus en avant de 90 degrés environ, eſt-il probable que les hommes échappés au naufrage, ne ſe fuſſent pas aperçus d'un ſi ſubit & ſi énorme changement ?

Je ne penſe donc pas que l'objection de M. Bailly, *ſur le temps énorme que demande la tranſpoſition des conſtellations reportées d'une extrémité du Ciel à l'autre, &c.* (hiſtoire de l'Aſtronomie moderne, *page 281)*; je ne penſe pas, dis-je, que cette objection puiſſe être détruite par la ſuppoſition d'un changement ſubit de parallélifme dans l'axe de la Terre, lors du Déluge.

Pour moi je ne me mettrai point en peine de répondre à cette objection, par la raiſon très-ſimple qu'elle ne me regarde pas ; je ne prétends point décider ou fixer le temps auquel on a formé le Zodiaque : cette époque eſt tout-à-fait indifférente ici pour moi ; j'ai reçu le Zodiaque de mes Maîtres, tel qu'ils l'avoient, & je m'en ſers comme eux pour mes calculs aſtronomiques, ſans m'embarraſſer ni d'où il vient, ni quel en fut l'inventeur; mon but unique, comme on le voit aſſez, eſt de montrer que les Indiens peuvent l'avoir trouvé à auſſi juſtes titres que les Égyptiens, quels que ſoient l'époque & l'auteur de cette invention : c'eſt ce que je vais achever de faire voir par l'explication que j'en donne, & que je joins ici.

SECONDE PARTIE.

M. Dupuis obſerve *(page 536)* « qu'il n'y a aucune différence entre le Zodiaque indien & le Zodiaque égyptien,

qu'on peut conjecturer avoir une origine commune, par la « grande reſſemblance des animaux ſymboliques tracés dans le « Zodiaque de ces deux peuples, &c. Le Zodiaque indien, « dit-il encore *(idem, page 398)*, publié dans les Tranſactions « Philoſophiques de 1772, prouve auſſi d'une manière aſſez « naturelle, quoiqu'indirecte, que le Capricorne a dû occuper « anciennement le ſolſtice d'été, &c. » pourquoi donc, après cet aveu de M. Dupuis, & après tout ce que je viens de dire en faveur des Indiens, ces peuples ne pourroient-ils pas avoir été les premiers inventeurs du Zodiaque? le voici :

« Il eſt impoſſible (dit M. Dupuis) qu'un Calendrier rural qui convient au peuple Égyptien, puiſſe convenir à quelque autre peuple que ce ſoit » *(idem, page 377)*. Mais je ne ſais ſi M. Dupuis ne s'eſt pas un peu trop laiſſé entraîner ici par ſon ſyſtème; & je doute qu'il ait ſuffiſamment conſulté le climat de l'Inde: je crois pouvoir oſer aſſurer que le Zodiaque, conſidéré comme Calendrier rural, ſoi-diſant d'origine égyptienne, convient parfaitement auſſi au peuple Indien; peuple que les Brames trompent & conduiſent à leur gré, au moyen de leur Religion & de l'Aſtronomie qui, comme je l'ai dit, ſont liées enſemble dans l'Inde; en ſorte que la Religion y paroît être la fille de l'Aſtronomie, auſſi-bien qu'elle pouvoit l'être en Égypte, ſelon M. Dupuis: j'expliquerai, pour le climat de l'Inde, les douze ſignes du Zodiaque, peut-être auſſi heureuſement que l'a pu faire M. Dupuis, pour le climat de l'Égypte.

Je vais encore plus loin: j'oſe aſſurer que le Calendrier rural qui conviendroit à l'état actuel de l'Egypte, en ſuppoſant que la conſtellation du Capricorne pût occuper aujourd'hui le ſolſtice d'Été; par la raiſon, dis-je, qu'il conviendroit actuellement à l'Égypte, il n'auroit pas pu s'y appliquer à l'époque dont parle M. Dupuis; pour s'en convaincre, il ſuffit de lire *Hérodote*; la Géographie de Varenne *(Varenius)*; & encore un petit Ouvrage de *Voſſius*, Ouvrage peu connu à la vérité, mais qui m'a paru très-bien fait; il eſt intitulé (de *Nili & aliorum fluviorum origine*),

& eſt dédié à Louis XIV. Nous détaillerons cette difficulté à l'article du ſigne du Taureau. Je ne parle pas du Sagittaire, ſur lequel on peut encore former une aſſez forte difficulté dans le ſyſtème de M. Dupuis, comme nous verrons ci-après.

Je vais rapprocher, pour cet effet, des yeux du lecteur, le Zodiaque indien, tel que je l'ai donné dans mon Voyage; & comme M. Dupuis convient qu'il n'y a nulle différence entre ce Zodiaque & le Zodiaque égyptien, je donnerai l'explication de chaque ſigne conformément à mon opinion & au climat de l'Inde; à côté de mon explication je rapporterai celle de M. Dupuis, par-là le lecteur jugera d'un coup-d'œil, ſans être obligé d'avoir recours à deux Ouvrages conſidérables à la fois: il verra que ſi l'explication de M. Dupuis peut convenir à l'Égypte, elle peut également s'appliquer à l'Inde; car j'emploîrai l'explication même de M. Dupuis.

NOMS des douze ſignes du Zodiaque, dans la langue des Brames. (Voyage, &c. tome I, page 247.)

Mécham, (eſpèce de chien marron)...	4.e ſigne...	*Bélier.*
Vrouchabam, (bœuf).....	5.e ſigne...	*Taureau.*
Mitounam.....	6.e ſigne...	*Gémeaux.*
Carcallakam.....	7.e ſigne...	*Écreviſſe.*
Simham.....	8.e ſigne...	*Lion.*
Canni, (fille).....	9.e ſigne...	*Vierge.*
Tolam.....	10.e ſigne...	*Balance.*
Vrouchikam.....	11.e ſigne...	*Scorpion.*
Dhanouſſou.....	12.e ſigne...	*Flèche.*
Macaram, (eſpèce de poiſſon).....	1.er ſigne...	*Capricorne.*
Coumbam, (cruche).....	2.e ſigne...	*Verſeau.*
Minam, (poiſſon).....	3.e ſigne...	*Poiſſons.*

EXPLICATION

Explication des trois premiers signes, le Capricorne, *le* Verseau, *les* Poissons.

Les trois premiers Signes, dit M. Dupuis, sont évidemment symboles de l'eau. *(p. 361.)*.

Le premier est le Capricorne, mais un Capricorne amphibie, à queue de poisson, ou uni au corps d'un poisson. Manilii *(lib. IV, p. 271)*, l'appelle *ambiguum sidus terræque marisque :* le second, une urne, ou un homme penché sur une urne, de laquelle s'écoule un fleuve : le troisième, deux poissons enchaînés, ou, suivant quelques sphères, un seul poisson. Ces trois symboles aquatiques, qui ne signifient rien dans cette saison pour les autres climats, peignent de la manière la plus claire l'état de l'Égypte dans les trois mois qui suivent le solstice d'été.

Tous les Voyageurs, anciens & modernes, conviennent que peu de jours après le solstice, le Nil inonde toute l'Égypte pendant trois mois, & ne rentre dans son lit qu'après l'équinoxe d'automne. *In totum autem revocatur intra ripas in Librâ centesimo die (*Pline, *l. V, chap. 9)*. Cet intervalle de trois mois, durée de l'inondation, ne pouvoit donc être désignée d'une manière plus naturelle que par les emblèmes aquatiques, tracés dans les constellations que le Soleil parcouroit durant tout ce temps. Le Capricorne occupe, dans notre hypothèse, un des solstices, mais c'est le solstice d'été, & le point le plus élevé de la course du Soleil

Je suivrai donc ici M. Dupuis dans l'ordre qu'il a mis pour son Explication. Il a commencé par le Capricorne, parce que, dans son hypothèse, le Capricorne est le premier signe du Zodiaque : en effet, il a dû répondre, dans l'origine, au premier degré du Cancer, & les Égyptiens commençoient, selon M. Dupuis, l'année à l'entrée du Soleil dans ce Signe.

M. Dupuis, dans son Explication, se sert du Zodiaque indien, quand il en trouve l'occasion, pour les étymologies, paroissant vouloir se faire un appui de ces significations en faveur de son système, comme si la ressemblance parfaite qu'il voit entre ces deux Zodiaques, l'indien & l'égyptien, étoit une raison pour en donner l'invention aux Égyptiens, à l'exclusion de tout autre peuple de la Terre; & comme si des peuples qui font vœu, de temps immémorial, d'être originaux, de vivre seuls, & sans communiquer, de manière quelconque, avec les Étrangers, pouvoient être sensés avoir pris de ces mêmes Étrangers qu'ils méprisent au

ſouverain degré, leur Aſtronomie & leur Zodiaque. Ceci va paroître encore plus évident, lorſque j'aurai fait voir, comme je l'eſpère, que le Zodiaque, ſoit qu'il ſoit d'origine indienne, ſoit qu'il ſoit d'origine égyptienne, ſoit qu'il ait été trouvé par les Arabes, ſoit enfin que les Chaldéens en ſoient les inventeurs; que le Zodiaque, dis-je, que je rapporte ci-deſſus, convient aux Indiens de la preſqu'île compriſe entre l'Indus & le Gange, comme M. Dupuis s'eſt flatté d'avoir fait voir, qu'il a convenu aux ſeuls Egyptiens.

En repaſſant, en effet, les remarques que j'ai faites ſur le climat de Pondichéry, ſes productions, ſa fertilité, j'ai vu, avec la plus grande ſatisfaction, que je pouvois les appliquer le plus heureuſement du monde au Zodiaque, ſoi-diſant égyptien, ſans ſortir des latitudes de 12 & de 13 degrés.

Ce n'eſt pas ſeulement à cette latitude que peut s'appliquer mon explication du Zodiaque. Le parallèle entre la côte de Coromandel & l'Égypte, ne ſeroit peut-être pas aſſez parfait aux yeux de quelques perſonnes: fut aſſigné à l'animal qui, comme le remarque Macrobe, broute ſur les rochers les plus eſcarpés, & ſe plaît à vivre de préférence ſur la cime des montagnes: *pendent in rupe capellæ*, dit Virgile. Le chef des troupeaux le devient auſſi des animaux qui ſont peints dans le Zodiaque; & le quadrupède qui gravit où les autres ne peuvent atteindre, ſe trouve naturellement mieux placé au Zénith des habitans de Thèbes & de Syène, & au terme le plus élevé du mouvement aſcendant du Soleil, qu'au point le plus bas de ſa courſe annuelle.....

Nous trouvons dans notre nouvelle hypothèſe un nouvel avantage, celui de pouvoir expliquer pourquoi dans toutes les ſphères anciennes, le Capricorne eſt repréſenté, ou uni à un poiſſon, ou terminé par un poiſſon. Ce Capricorne, demi-poiſſon, annonçoit le débordement du Nil, qui commençoit ſous ce Signe. La réunion du corps du Capricorne avec celui de poiſſon, n'eſt que des ſiècles poſtérieurs, & nous vient des Calendriers ſacrés ou des Calendriers des Génies, dans leſquels ces réunions monſtrueuſes étoient familières; mais dans le Calendrier rural ou primitif, on peignit un double ſymbole, un Capricorne & un Poiſſon. C'eſt ſous cette forme qu'on le trouve dans un planiſphère Indien, imprimé dans les Tranſactions philoſophiques de 1772, planiſphère qui remonte à la plus haute antiquité. L'idée du débordement, ſi intéreſſant pour le peuple

Égyptien, & conſéquemment celle du Poiſſon ſymbolique, ſemble avoir fait oublier le Capricorne, ou l'emblème ſolſticial; de manière que les Indiens, en recevant cette Aſtronomie, ont conſervé la dénomination de Poiſſon à l'aſtériſme du Poiſſon. M. le Gentil croit apercevoir ici une différence entre le Zodiaque Indien & l'Égyptien. Je n'ai, dit-il, remarqué de différence entre leur Zodiaque & celui des Égyptiens, que dans le Capricorne que les Brames n'ont point. Le mot *Mecharam*, de la langue Brame, qui répond au Capricorne, ſignifie *poiſſon (Voyage aux Indes, tome I, page 247)*; & effectivement, M. le Gentil, en nous donnant le nom des douze Signes dans la langue des Brames, traduit *mecharam* par eſpèce de poiſſon; mais dans le Zodiaque Indien l'on trouve le Capricorne auſſi-bien que le Poiſſon. Ainſi cette différence n'eſt qu'apparente; & comme nous avons retenu le nom de Capricorne & oublié le Poiſſon, les Brames ont retenu le nom de Poiſſon & oublié le Capricorne, quoique ces deux emblèmes aient été inſéparablement unis dans l'origine, & placés dans la diviſion où nos ſphères peignent le Capricorne amphibie; ſouvent même les Perſes l'appellent, comme nous, Capricorne, en Pelhvi *Nahi*, ſuivant M. Anquetil: d'autres l'ont peint amphibie. *Capricornus eſt διφυες & διμορφον nam pars Caper eſt, pars piſcis (Scaliger in apoteleſm.* Manilii, in lib. IV, v. 254).

j'ai dit qu'à cette côte on m'avoit aſſuré que les Brames y étoient venus du nord: j'ai ſuppoſé, & avec aſſez de vraiſemblance, je penſe, que ce nord pouvoit être le Bengale, où en effet les Brames ſont de temps immémorial, & qu'ils regardent comme leur patrie. Nous entendrons donc ici par le Bengale, les rives du Gange, à ſon embouchure, pays de délices, pays enchanté, d'où les Brames ont pu porter à la côte de Coromandel, & dans tout le ſud de cette vaſte péninſule, les premières connoiſſances aſtronomiques. Le Bengale eſt peut-être le premier pays de l'Univers pour les productions propres à la vie, telles que le riz & le blé; leur qualité ſupérieure les fait rechercher de toutes les parties des mers de l'Inde: je fais le cas que j'en ai vu faire dans nos colonies des îles de France & de Bourbon, & ſurtout à la côte de Coromandel. Enfin, j'oſe aſſurer que l'Égypte n'a jamais joui d'une réputation ni ſi étendue ni ſi méritée, pour les productions de ſon ſol, propres à la vie; car je paſſe ici ſous ſilence ſes autres objets propres au Commerce, qui ne ſont rien à mon ſujet.

Cette belle province, la plus fertile de tout l'Indoſtan, eſt arroſée par un des plus beaux fleuves du monde, & beaucoup plus large que le Nil, ce fleuve eſt le Gange ou Ganga; ſaint fleuve, auſſi révéré, & plus des Indiens, que le Nil l'eſt des Égyptiens. J'ai vu à Pondichéry, qui eſt à plus de deux cents lieues de ce fleuve, de pauvres Bramines qui y avoient apporté ſur leurs épaules dans deux petits ſeaux, des eaux du Gange; & des Indiens à Pondichéry, qui achetoient cette précieuſe & ſainte marchandiſe pour en boire par dévotion *(Voyage, &c. t. I, pag. 202)*.

Le Gange ſe déborde tous les ans, dans le même temps que le Nil ſe déborde; & je vais faire voir que c'eſt par la même cauſe. Ainſi voilà déjà une grande reſſemblance entre ces deux fleuves; mais comme ces débordemens ne ſeroient point capables de féconder toutes les terres de la province, ni en général celles de toute cette immenſe preſqu'île appelée *Indoſtan*, & que ſans eau il n'y auroit point de riz; il ſemble que la Nature y ait pourvu, en fourniſſant à ce beau pays les moyens d'être cultivé avec avantage; c'eſt la mouſſon

Je dis plus, le nom *mecharam* n'eſt point un nom de la langue Brame, c'eſt un nom Grec, altéré par les Brames; en voici la preuve. Le Poiſſon qui eſt uni au Capricorne, eſt celui que les Égyptiens honoroient ſous le nom d'*Oxirinque*, ou le Poiſſon, comme le dit Plutarque, *acuto roſtro*: c'eſt lui qui, en Égypte, étoit regardé comme le Génie précurſeur des eaux & la cauſe du débordement, comme on peut le voir dans ma première Lettre *(Journal des Savans, 2.e Vol. Juin 1779)*.

Or, cette eſpèce de Poiſſon eſt celui que les Latins appellent *gladiolus*, & les Grecs *Macaira* ou *épée*. C'eſt le theut dont parle Plutarque. Cet Auteur *(Apophthegmes, page 185)* compare les habitans d'Eretrie à ce poiſſon qui a une épée & qui n'a pas de cœur. Telle eſt préciſément la forme du Poiſſon peint avec le Capricorne dans le Zodiaque Indien des Tranſactions philoſophiques: l'inſpection ſeule du monument prouve la vérité de mon étymologie. Ce n'eſt pas le ſeul mot de la langue Brame que j'aie reconnu pour une altération manifeſte de noms grecs & latins, ou plutôt d'une langue primitive d'où ces deux langues ont été formées: ainſi l'union du Poiſſon au Capricorne n'a rien de bizarre: elle a dû être, conſéquemment à nos principes & à l'origine primordiale que nous ſuppoſons à la ſphère.

Pendant le ſecond mois, ou lorſque le Soleil parcourt le ſigne

qui ſuit immédiatement le ſigne ſolſticial, l'inondation augmente & arrive à ſon plus haut degré d'intumeſcence. Le débordement du Nil fut repréſenté dans les Cieux par un Génie à figure humaine, tel qu'on peignoit les Dieux des fleuves, appuyé ſur une urne d'où ſort un fleuve.

Ille quoque inflexâ fontem qui projicit urnâ, Aquarius.

Manil. l. IV, v. 256.

C'eſt ainſi que dans nos ſphères on peint le Verſeau, & le caractère abrégé de ce Signe fut un courant d'eau, & eut cette forme ≈. Dans d'autres planiſphères, tel que le planiſphère Égyptien, conſervé dans l'Œdipe de Kircher: on voit, au lieu de l'homme ou du Verſeau, une urne percée de mille trous, & d'où l'eau s'échappe abondamment de toute part; image aſſez naturelle d'un débordement. Auſſi dans la diſtribution qui fut faite de la Terre par aſpects céleſtes, le ſigne ſolſticial, ou le Cancer, ſous lequel le Nil commençoit à déborder dans les derniers âges, fut affecté à l'Égypte, comme nous l'avons vu plus haut: *Niluſque tumeſcens in cancrum;* mais on lui attribua auſſi le Verſeau comme génie tutélaire.

Sed juvenis nudos formatus mollior artus, Ægyptum ad....vicina & aquarius arva, ...recedit.

Manil. l. IV, v. 293.

Dans le Zodiaque indien des Tranſactions philoſophiques, on du ſud & les pluies qu'elle occaſionne, car ſans pluies, point de riz, & ſans les mouſſons qui ſont réglées, il n'y auroit point de pluies périodiques dans l'Inde.

Il eſt inutile que je rapporte ici une foule de témoignages, qui atteſtent tous que cette partie du Bengale, comme le reſte de la preſqu'Iſle, doit ſa fécondité à ces pluies de mouſſon dont je parle; que dans cette ſaiſon les pluies ne reſſemblent point aux pluies de notre France, quelque abondantes qu'elles puiſſent être: dans ces climats il ſemble qu'on la verſe avec une infinité de ſeaux; ce qui eſt très-bien exprimé par le mot *cumbam*, de la langue des Brames, qui veut dire *cruche*, douzième ſigne du Zodiaque Indien de nos jours. *La Flèche*, neuvième ſigne, & qui précède le Capricorne, peut très-bien encore déſigner l'arrivée de cette mouſſon bienfaiſante; comme je le ferai voir ci-après. J'ai dit *(V. &c. t. I, p. 655 & ſuiv.)* que la mouſſon de l'oueſt ſe déclare du 15 au 20 de Mai, ſemblable à un trait lancé avec la plus grande force: les vents qui avoient été calmes pendant plus d'un mois ſe dé-

chaînent ſubitement, élèvent des tempêtes dont on n'a point d'idées. Les Vaiſſeaux n'oſent ſe montrer; & quoique le Soleil ſoit alors dans la partie du nord, & par conſéquent le plus voiſin poſſible du Zénith de ces climats, cette ſaiſon de la mouſſon de l'oueſt juſqu'en Septembre, s'appelle *hiver :* les pluies ſont preſque continuelles, ſur-tout en Juillet & Août; de ſorte que cette ſaiſon pourroit bien s'appeler *déluge*, puiſqu'il tombe ſur la côte de Malabar, ſept à huit pieds d'eau, à ce qu'on m'a aſſuré : le fleuve *Indus*, dont l'embouchure eſt ſous le tropique comme celle du Gange, ſe déborde comme le Gange, inonde les campagnes voiſines & les fertiliſe de même. Ces deux fleuves produiſent les mêmes effets dans le même temps; car la même cauſe agit en même temps ſur leurs eaux, c'eſt-à-dire les pluies de mouſſon.

Ces vents de mouſſon s'étendent du côté de l'eſt juſqu'au Japon, aux Philippines & aux Moluques, où elles ſemblent s'arrêter de ce côté-là, comme l'Afrique eſt leur terme du côté de l'oueſt.

Les hautes montagnes des

voit ſimplement une urne : ce ſymbole revient au même. En effet, un vaſe deſtiné à contenir l'eau, put être très-bien pris pour le ſymbole du débordement chez les Égyptiens, ſuivant le témoignage d'Hor-Apollo ; *Nilum exuudantem Ægyptii pingentes pingunt tres hydras, liv. I, chap. 21.* Le même Auteur dit qu'on le peignoit auſſi ſous l'emblème d'un lion, à cauſe que l'inondation arrivoit ſous ce Signe : & Plutarque *(de Iſide, pag. 366)* dit que les Égyptiens adoroient le Lion, & peignoient ſa figure ſur les portes de leurs Temples, parce que le débordement du Nil arrivoit ſous le ſigne du Lion. Il eſt évident que ce dernier emblème eſt celui des âges poſtérieurs, ou du temps auquel le Lion ſe trouvoit près du ſolſtice d'été ; mais ſi la conſtellation du Lion, ſigne que parcouroit le Soleil lors du débordement, fut priſe pour le ſymbole de ce même débordement, l'Aſtronomie égyptienne fut donc liée avec l'état de la Terre & du Nil en Égypte ; & lorſque dans l'origine on établit ces rapports entre le Ciel & la Terre, il n'eſt pas étonnant qu'on ait deſſiné un homme qui verſe un fleuve, une urne percée, ou dont l'eau ſe répand, ou même ſimplement ce qu'ils appeloient *vas aquarium*, pour en faire la diviſion du Zodiaque, où étoit le Soleil pendant le fort de l'inondation. Les Grecs l'appellent *calpe*, l'urne : les Latins, *amphora & urna :* les Indiens, *coumbam*, cruche ; & en

Pelhvi, *del* ou *dol*, le ſeau. C'eſt le *delu* des Arabes, le *dolium* des Latins, &c. Les trois vaſes dont parle ici *Hor-Apollo*, ſont aux trois décans du Signe.

Quas partes decimas dixere decania gentes.
Manil. l. IV, v. 294.

C'eſt ainſi que ſur les obéliſques qui ſont à Rome, le Taureau équinoxial ſe trouve répété ſouvent trois fois pendant le troiſième mois: le cultivateur oiſif, forcé de ſe retrancher ſur ſes digues, vit au milieu des eaux, & l'Égypte préſente alors l'image d'une vaſte mer, au milieu de laquelle s'élèvent des villes qui ſemblent flotter au ſein des ondes, ou, pour me ſervir des termes de Diodore, qu'on prendroit pour les îles Cyclades. Les Égyptiens comparèrent naturellement l'état d'inaction de cette vie aquatique à celui des poiſſons, & peignirent dans le Ciel un poiſſon, ou même deux poiſſons enchaînés, tels que nous le voyons dans nos ſphères. Le ſigne céleſte que parcouroit tous les ans le Soleil à cette époque, étoit l'emblème ſimple & le plus naturel de leur ſituation, &c.

Philippines arrêtent donc les vents d'oueſt, ce qui forme dans la partie de l'oueſt de ces Iſles un hiver effroyable comme dans l'Inde, quoique le Soleil ſoit le plus voiſin du Zénith : cette ſaiſon s'appelle *ſaiſon des vents d'aval, (vendavales)*; il y pleut à peu-près autant qu'à la preſqu'île de l'Inde, entre les deux fleuves *Indus* & le *Gange*; toutes les rivières ſe débordent & inondent les campagnes : les environs de Manille reſſemblent alors à une vaſte mer : on va ſur des chauſſées d'un lieu à l'autre, & l'on rencontre à droite & à gauche, au milieu des champs, des paillotes d'Indiens au milieu des eaux, ſur des eſpèces de pilotis, & qui communiquent aux grands chemins ou aux chauſſées par un mauvais pont fait de pilotis de bambous, & recouverts de la même matière: c'eſt la même choſe dans toute la partie de l'oueſt de ces Iſles *(Voyage, &c. tome II, pages 9, 44, 336 & ſuiv.)*

Du côté de l'oueſt, les mouſſons s'arrêtent à l'Afrique; & il en doit être de la côte orientale de ce vaſte continent comme des Philippines; comme étant les limites des mouſſons du côté du couchant; car les vents de mouſſon doivent partir des montagnes d'Abiſſinie : M. Halley, dans ſon excellente Diſſertation ſur la cauſe phyſique des Vents aliſés & des Mouſſons, fait entrer dans ſes conſidérations les vaſtes déſerts de la Libie, que l'on

ſait s'étendre à la gauche du Nil ; & il regarde en général l'Afrique & ſes hautes chaînes de montagnes, avec la nature de ſon ſol comme les deux principales cauſes des variations du vent, & par conſéquent des mouſſons. Il eſt donc très-vraiſemblable que les pluies de l'Abiſſinie ſont auſſi occaſionnées par la mouſſon de l'oueſt; ce ſeroit donc auſſi la mouſſon ou les pluies de mouſſon, qui occaſionneroient le débordement du Nil, comme elles occaſionnent celle du Gange & de l'Indus: trois fleuves qui ont cela de commun, qu'ils débordent dans le même temps.

Varenius, en faiſant l'énumération des fleuves de la terre qui ſont ſujets aux débordemens, met à la ſuite du Nil l'Indus & le Gange.

« Le cinquième, dit-il, le Gange; le ſixième, le fleuve Indus. » Ces deux fleuves ſortent de leur lit pendant les mois des » pluies de ces régions, ſavoir Juin, Juillet & Août, ſe répan- » dent dans les terres; les habitans recueillent ces eaux dans » des étangs qu'ils ſe ſont faits, afin de s'en ſervir le reſte de » l'année qu'il ne pleut preſque pas *(remarquez que c'eſt ici* » *comme en Égypte)*; cette inondation fertiliſe beaucoup les » campagnes: *quintus, Ganges; ſextus, Indus fluvius : hi duo* » *pluviis menſium illarum regionum, nempe Junio, Julio, Auguſto,* » *extra alveos ſuos in terras ſe effundunt, ubi tunc incolæ factis* » *ſtagnis aquam colligunt, ut reliquis anni menſibus, cum nullæ* » *ferè pluviæ, indè aquam petant. Magnam agris fœcunditatem* *hæc inondatio affert.* (Varen. Geogr. lib. I, p. 178) ».

A la côte de Coromandel, l'influence de la mouſſon ſe fait ſentir d'une manière un peu différente; mais qui revient toujours à la même choſe: la preſqu'île eſt partagée du Nord au Sud par une chaîne de montagnes, nommées *les Gattes*, cette diſpoſition du terrein change l'état de l'air, en ſorte que tout le mauvais temps ne ſe fait pas ſentir avec cette même force à la côte de Coromandel; mais les vents d'Oueſt, nommés *vents de terre* à Pondichery, & qui ne ſont que les vents de la mouſſon, peut-être un peu détournés de leur direction par les montagnes, y règnent, & y ſont de

de la plus grande violence; & tous les jours, pendant plus de trois mois que ces vents violens durent, on a des pluies d'orages qui inondent tout. *(Voyage, &c. tome I, p. 481 & 491).* J'ai vu très-ſouvent qu'on auroit été en bateau dans les rues de Pondichery. Je trouve dans mon Journal, qu'il m'étoit arrivé pluſieurs fois à dix heures du ſoir, d'être obligé, pour m'en retourner chez moi, du Gouvernement où j'allois ſouper, d'ôter mes bas & mes ſouliers, de marcher pieds nus comme les Indiens, & d'avoir de l'eau juſqu'à mi-jambe. Le lendemain tout étoit fini, tout étoit ſec; car comme tout eſt ſable à cette côte, les pluies n'y ſont point incommodes, & n'y gâtent point les chemins comme dans le Bengale. Dans cette ſaiſon, ce qui peut y avoir de rivières dans le pays, groſſiſſent & s'enflent.

Nous avons donc ici deux choſes à conſidérer:

1.° La mouſſon, 2.° les pluies & les orages qu'elle occaſionne; ce ſont ces deux cauſes qui ſont la ſource de la fécondité des terres de l'Inde.

Je pourrois bien m'en tenir à ce que je viens de dire, que mes propres obſervations & remarques m'ont ſuggéré; mais j'ajouterai ici quelques témoignages qu'on ne ſera peut-être pas fâché d'y voir; & d'ailleurs, une Diſſertation de la nature de celle-ci, exige qu'on ne néglige rien de ce qui peut contribuer à éclaircir le ſujet qu'on y traite, & qu'on ne renvoie pas toujours ſon Lecteur à des Ouvrages, en s'épargnant la peine de rapporter les paſſages des Auteurs qu'on cite.

M. Daprès, ſi connu, & qui mérite à tant d'égards de l'être; qui connoiſſoit bien les mouſſons, & à qui nous devons un Ouvrage immortel ſur l'Inde *(le Neptune oriental)*, s'exprime ainſi dans ſon Routier *(page 27)*.

« On avertira avant tout qu'il y a dans ces climats deux mouſſons, mouſſon de l'Oueſt, mouſſon de l'Eſt. «

Pendant qu'à la côte de Coromandel (mouſſon de l'oueſt) « on jouit alors d'un aſſez beau temps, il pleut en abondance « dans le fond du golfe de Bengale, à Balaſſor, Chatigan, « Aracam, &c. Les vents du ſud-oueſt ſont forts dans cette «

» ſaiſon, en rade de Balaſſor, ils empêchent les Pilotes du » Gange de venir à bord des Vaiſſeaux.

» Le mois de Septembre, quoiqu'inconſtant, eſt cependant » plus ſujet au vent d'oueſt qu'à tout autre; il varie depuis le » ſud-oueſt juſqu'au nord; ſes briſes du jour viennent quel- » quefois du nord-eſt, mais plus ordinairement du ſud-eſt & » ſud-ſud-eſt: en général, de quelque côté que ce vent ſouffle, » il eſt très-modéré, ſi on en excepte les orages.

» Dans le fond du golfe de Bengale, ce même vent eſt » doux depuis la mi-Août juſqu'en Septembre, mais les pluies » continuent avec abondance.

» A Bengale, les pluies finiſſent ordinairement du 10 au » 12 d'Octobre, mais les débordemens du Gange continuent » juſqu'à la fin de ce mois qui eſt plus ſujet aux tempêtes & aux orages, qu'à la côte de Coromandel ».

Voyons encore ce que dit Bernier, de l'Indoſtan; & en particulier du Bengale, du Gange, de l'Indus & du Nil.

« L'Émir ne put ſortir de quelques jours, mais ſe vit obligé » d'y paſſer l'hiver (à Nage-Mehalle dans le Bengale), à » cauſe des pluies qui ſont exceſſives dans ce pays-là, & rendent » les chemins ſi incommodes pendant plus de quatre mois; » ſavoir, Juillet, Août, Septembre & Octobre, que les armées » n'y ſauroient marcher (Bernier, *t. I, p. 117 & 118*).

» Ce lac étant dans le pays de Dumbia, à trois petites jour- » nées de Gonder, & à quatre à cinq journées de la ſource » du Nil; & qu'enfin il ſortoit (le Nil) de ce grand lac chargé de » beaucoup d'eau, des rivières & des torrens qui y tombent » principalement dans la ſaiſon des pluies qui commencent » régulièrement comme dans les Indes; ce qui eſt tout-à-fait » conſidérable & convaincant pour l'inondation du Nil, ſur » la fin de Juillet, pour s'en aller paſſer par Sonnar, ville » capitale du roi des Fonges, tributaire du roi d'Éthiopie, » & de-là ſe jeter dans les plaines de Meſva qui eſt l'Égypte, &c. » (*id. p. 190*).

» Le royaume de Bengale eſt le meilleur de tout l'Indoſtan, » &c. (*id. p. 226*).

Cependant, pour ſon malheur, la ſaiſon des pluies ſurvint « plus tôt qu'à l'ordinaire; & comme elles ſont exceſſives en ce « pays, & qu'elles couvrent toute la terre pendant plus de trois « mois, hormis les villages, qui ſont ſitués ſur les éminences, « &c. *(Bernier, p. 229).* «

Vous conſidérerez s'il vous plaît enſuite, que de ces vaſtes « étendues de terres, il y en a quantité qui ſont fort fertiles, « comme tout ce grand royaume de Bengale, qu'elles ſur- « paſſent celles de l'Égypte, non-ſeulement à raiſon de l'abon- « dance des riz, des fromens, &c. *(id. p. 272).* «

La ville de Benares, qui eſt ſituée ſur le Gange, dans « un beau & riche pays, & dans un très-bel endroit, eſt « l'école générale, & comme l'Athènes de toute la gentilité « des Indes, où les Brames & les Religieux qui ſont ceux qui « s'appliquent à l'étude, &c. *(id. p. 146).* «

Leur première étude eſt le hanſcrit, qui eſt une langue « tout-à-fait différente de l'indienne ordinaire, & qui n'eſt ſue « que des Pendets, &c. elle s'appelle *hanſcrit*, qui veut dire « *langue pure;* & parce qu'ils tiennent que ce fut dans cette « langue que Dieu, par le moyen de Brahma, leur publia les « quatre Beths, qu'ils eſtiment livres ſaints, ils l'appellent « *langue ſainte & divine:* ils prétendent même qu'elle ſoit auſſi « ancienne que Brahma dont ils ne comptent l'âge que par « lacs ou centaines de mille ans; mais je voudrois caution de « cette étrange antiquité; quoi qu'il en ſoit, on ne ſauroit nier, « ce me ſemble, qu'elle ne ſoit très-ancienne, puiſque leurs « livres de religion, qui l'eſt ſans doute beaucoup, ne ſont « écrits que dans cette langue: elle a ſes auteurs de Philoſophie, « la Médecine en vers, quelques autres poëſies, & quantité « d'autres livres dont j'ai vu une grande ſale toute pleine à « Benares *(id. p. 147 & 148).* «

Je vis que la religion des Indiens eſt de temps immé- « morial, qu'elle eſt écrite dans la langue hanſcrit qui ne peut « être que très-ancienne, puiſqu'on ignore ſon commencement, « & que c'eſt une langue morte qui n'eſt ſue que des Savans, « & qui a ſes poëſies; que tous leurs livres de Sciences ne «

» ſont écrits que dans cette langue, qui ſont tout autant de » marques d'une très-grande antiquité *(Bernier, p. 156)*.
» Le ſoleil eſt ſi vif & ſi violent dans les Indes toute l'année, » & principalement pendant huit mois, qu'il brûleroit tout & » rendroit la terre ſtérile & inhabitable, ſi la Providence n'y » avoit pourvu particulièrement, & diſpoſé les choſes d'une » façon ſi admirable, qu'au mois de Juillet, dans le plus fort » de la chaleur, il ſurvient réglément des pluies qui durent » trois mois de ſuite, couvrent la terre, la rendent très-fertile, » & tempèrent l'air; de ſorte qu'il n'eſt pas inſupportable.
» Dans le Bengale, ce ſont des pluies à verſe de quatre » mois, qui durent quelquefois huit jours & huit nuits ſans » ceſſer; au lieu qu'à Delhi & Agra, elles ne ſont pas ſi » abondantes *(id. p. 318 & ſuiv.)*.
» Tous les ſiècles ont parlé de l'Égypte comme du meilleur » & du plus fertile pays du monde; nos Écrivains ne veulent » pas qu'il y ait de terre qui lui ſoit comparable; mais ſelon » ce que j'ai pu reconnoître du royaume de Bengale, dans deux » voyages que j'y ai faits, je crois que cet avantage lui eſt » bien plutôt dû qu'à l'Égypte; il porte des fromens, des » orges & du riz, en ſi grande abondance, que non-ſeulement » il en fournit ſes voiſins, mais même des pays fort éloignés; » on en fait remonter le Gange juſqu'à Patna, & il s'en tranſ- » porte par mer à Mazulipatnam & pluſieurs autres ports » de la côte de Coromandel: on en tranſporte encore dans les » Royaumes étrangers, & principalement en l'iſle de Ceylan » & aux iſles de Maldives. Il eſt vrai que le pays de Bengale » n'a pas tant de froment que l'Égypte; mais ſi c'eſt un défaut, » on le doit imputer à ſes habitans, qui mangent très-peu de » pain, & beaucoup plus de riz que les Égyptiens: néanmoins » il en porte toujours aſſez pour ce qu'il en faut dans le pays, » & pour fournir d'excellens biſcuits & à bon marché aux » Équipages des navires de nos Européens Anglois, Hollan- » dois & Portugais, &c, *(id. p. 329 & 330)*.
» Dans la province des..... & dans celle de Dombia, » & dans les circonvoiſines (en Afrique), il y pleuvoit

beaucoup pendant deux mois les plus chauds de l'été, & « dans le même temps qu'il pleuvoit dans les Indes, &c. « (*Bernier, p. 345 & 346*). «

Toutes ces particularités, que j'avois déjà appriſes en « paſſant par Moka, ſont conſidérables pour faire juger que le « Nil ne croît que par le moyen des pluies qui tombent hors « de l'Égypte vers ſa ſource; mais les obſervations particulières « que j'ai faites ſur deux accroiſſemens du Nil, le ſont, à mon « avis, bien davantage; car au regard de tous ces contes qu'on « en fait; qu'il eſt, par exemple, un certain jour déterminé qu'il « commence à croître..... & qu'il y a des cauſes particu- « lières & ſecrètes du débordement du Nil; au regard, dis-je, « de tous ces ſortes de contes, j'ai reconnu pendant ces deux « débordemens que j'ai obſervés, que ce ne ſont que des fables « imaginées & amplifiées par le peuple égyptien, enclin natu- « rellement à la ſuperſtition, & étonné de voir croître un « fleuve en été dans un pays où il ne fait point de pluies; & « j'ai trouvé qu'il n'en étoit point autrement du Nil que des « autres fleuves qui groſſiſſent & débordent par le moyen des « pluies (*id. p. 347*). Je l'ai vu accrû de plus d'un pied, & « déjà fort trouble près d'un mois avant ce jour déterminé de « ſon accroiſſement, & avant que les canaux fuſſent ouverts; « qu'après qu'il avoit crû pendant quelques jours d'un pied ou « deux, il décroiſſoit enſuite peu-à-peu, & puis ſe remettoit à « croître tout de nouveau, & qu'ainſi il alloit croiſſant & « décroiſſant ſans aucune règle que celle des pluies qui tombent « plus proche de ſa ſource, & juſtement comme fait quelque- « fois notre rivière de Loire, ſelon qu'il tombe dans les mon- « tagnes d'où elle vient, des pluies en plus grande abondance « ou moins; & des jours ou des demi-jours de beau temps; « (*id. p. 348*). «

Je me ſuis encore ſoigneuſement enquis de ces Noirs de « Sonnar qui viennent ſervir au Caire, & dont le pays tributaire « du roi d'Éthiopie, comme j'ai dit, eſt ſitué ſur le Nil, entre ces « montagnes au-delà de l'Égypte, & ils m'ont aſſuré que dans « le temps que le Nil eſt gros & déborde en Égypte, il eſt «

» gros & furieux chez eux, à cauſe des pluies qu'il fait alors » dans leurs montagnes, & plus haut dans le pays de Habeche » ou Éthiopie *(Bernier, p. 350)*.

» Les obſervations que j'ai faites dans les Indes, ſur les » pluies réglées qu'il y fait dans le même temps que le Nil » s'enfle en Égypte, ſont encore très-conſidérables ſur ce ſujet, » & vous doivent faire imaginer l'Indus, le Gange, & tous » les autres fleuves de ces quartiers, comme autant de Nils, » & les terres qui ſont à leurs embouchures, comme autant » d'Égyptes; ce fut la penſée qui m'en vint dans le Bengale, » & voici mot à mot ce que j'en écrivis :

» Cette grande quantité d'îles qui ſe trouvent dans le golfe » de Bengale à l'embouchure du Gange, & dont les unes » ſe joignent aux autres par ſucceſſion de temps, & puis enfin » avec le Continent, me font ſouvenir des embouchures du » Nil, où j'ai remarqué qu'il ſe fait à proportion la même » choſe; en ſorte, comme on dit après Ariſtote, que l'Égypte » eſt l'ouvrage du Nil; ainſi pourroit-on dire que le Bengale » ſeroit l'ouvrage du Gange, avec cette différence ſeulement, » que comme le Gange eſt incomparablement plus grand que » le Nil, & qu'ainſi il entraîne & charie vers la mer une bien » plus grande quantité de terre, auſſi forme-t-il de plus grandes » îles, & en plus grand nombre que le Nil; & que les îles » du Nil ſont ſans arbres, au lieu que celles du Gange s'en » trouvent incontinent toutes couvertes, à cauſe de ces quatre » mois de pluies réglées & exceſſives qu'il y fait dans le cœur » de l'Été; & qui ſont cauſe qu'il n'eſt pas néceſſaire de tirer » des canaux dans le Bengale pour arroſer & engraiſſer la » terre, comme on fait en Égypte; ce qu'on pourroit néanmoins » faire s'il n'y pleuvoit point; car il en eſt du Gange & des » autres fleuves de l'Indoſtan, juſtement comme du Nil: celui-ci » & ceux-là croiſſent dans l'été par le moyen des pluies qui » réglément ſurviennent en ce temps-là; il n'y a que cette dif- » férence qu'on ne voit point alors, ni preſque jamais de pluie » en Égypte, ſi ce n'eſt un peu vers la mer; & qu'il ne pleut » que vers la ſource du Nil en Éthiopie; au lieu que dans les

Indes, le long du pays par où paſſent les fleuves, on y voit « les pluies réglées; quoique cela ne ſoit néanmoins pas général, « car dans le royaume de Scyndi, vers le ſein perſique, où « eſt l'embouchure de l'Indus, il eſt des années qu'il ne pleut « point du tout, & qu'on ne laiſſe pas d'y voir l'Indus gros « & enflé, & qu'on arroſe même les campagnes par le moyen « des kalis ou canaux, tout de même comme en Égypte *(id)* ».

Je n'ai garde de paſſer ici ſous ſilence le témoignage de Holwel, il a habité ce paradis terreſtre pendant trente années & tout ce qu'il nous a laiſſé ſur cet intéreſſant pays, reſpire la candeur & la vérité la plus naïve; c'eſt auſſi l'idée qu'avoit priſe de cet Auteur judicieux, M. de Voltaire; & c'eſt dans ces termes à peu près qu'il me l'a peint dans la lettre qu'il me fit l'honneur de m'écrire de Ferney, le 14 Juin 1776 *(Voyage, &c. t. II, p. 842)*. M. Holwel, dis-je, d'après une étude réfléchie des livres des Indiens, dit qu'il s'étoit aperçu à la première lecture de ces livres, que les Égyptiens, les Grecs & les Romains, avoient emprunté leur Mythologie, leur Coſmogonie, & même leurs Cérémonies religieuſes & leurs Idoles, des Brames, encore qu'ils les aient défigurées & mutilées de la manière la plus groſſière. *(Holwel, à la fin de la deuxième Partie, chap. VII, page 166)*.

Après avoir rapporté les fêtes & les jeûnes des Gentils, il ajoute : « Je laiſſe aux Savans à rechercher ſi l'on ne pourroit pas trouver l'origine des jeûnes & des fêtes des « Égyptiens, des Grecs & des Romains, dans le Charſtah & « Anghtorrah-Bhade-Shaſtahs ».

Enfin, dans ce même Chapitre *VII*, on trouve *(p. 147)* une fête appelée *Syon* (c'eſt-à-dire, ſommeil, repos), cette fête tombe le onzième jour de la Lune de Juin: c'eſt un jour de jeûne ſolennel. Les Indiens prétendent que Jaggrenaut ou Biſnow, dort pendant quatre mois; ce qui ſignifie ſimplement, *que les pluies ſurvenant dans ce temps-là, & durant quatre mois, on n'a plus beſoin de Biſnow* (le Conſervateur), *vu que les pluies aſſurent la récolte des grains.*

Il eſt donc évident, d'après ce dernier trait tiré du Calendrier

des Indiens, que c'eſt la pluie de l'Été qui fait la fécondité des récoltes ; auſſi les récoltes manquent quand il ne pleut pas ; & c'eſt, à mon avis, la raiſon pour laquelle les Indiens ſont ſi religieux ; leurs jeûnes & leurs fêtes ne tendent preſque toutes qu'à demander au ciel cette pluie bienfaiſante & annuelle ; qui les alimente en quelque ſorte, en leur fourniſſant les moyens d'avoir du riz, la ſeule choſe qu'ils ambitionnent ; c'eſt dans les mêmes vues que ſe fit la cérémonie religieuſe de la fête du feu, que je vis célébrer à Pondichery le 28 d'Avril 1769 *(Voyage, &c. tome I, page 175)*.

Je prie le lecteur de juger actuellement ſi le peuple Indien ne peut pas être cenſé un peuple agriculteur, auſſi-bien que peut l'être le peuple Égyptien *(idem, t. I, pages 347 & 535)* ; ſi l'état rural de l'Inde, & ſur-tout du Bengale, ne reſſemble pas parfaitement à celui de l'Égypte : Si cela eſt, le Calendrier rural qui conviendroit à l'Égypte, conviendroit donc auſſi au climat de l'Inde, & dès-lors le Zodiaque égyptien conviendroit aux Indiens.

Sans accumuler donc ici un plus grand nombre de témoignages, ceux que je viens de citer, me ſemblent ſuffiſans pour faire voir que les pluies de mouſſon dans l'Inde, & ſur-tout dans le Bengale & les côtes adjacentes de cette preſqu'Iſle compriſe entre l'Indus & le Gange, ſont une eſpèce de déluge qui dure trois à quatre mois, ſur-tout trois dans la plus grande abondance ; & qui revient tous les ans dans la même ſaiſon, & dans le temps qu'il pleut en Abiſſinie, & que le Nil ſe déborde ; & comme ces déluges ou inondations commencent ordinairement vers la fin de Juin, les trois premiers ſignes, c'eſt-à-dire, le *Capricorne* ou *eſpèce de poiſſon ;* le *Verſeau* ou la *Cruche ; les Poiſſons* ou *Poiſſon*, qui ſont évidemment ſymboles de l'eau, ſelon M. Dupuis, peuvent très-bien convenir à ce déluge annuel de l'Inde, & au débordement du Gange & de l'Indus : je puis donc dire ici de ces trois ſignes pour l'Inde, les mêmes choſes que leur applique M. Dupuis pour l'Égypte.

Je ferai ici une obſervation à l'occaſion du premier Signe, (le

(le *Capricorne*) c'eſt que j'ai en effet rendu le terme *mecharam*, de la langue des Brames, par ceux-ci *eſpèce de poiſſon*; mais je n'ai point traduit ce mot comme le dit M. Dupuis *(ibidem, p. 363)*, attendu que je ne ſais pas la langue des Brames: cette traduction, dis-je, eſt celle de mon Interprète, qui entendoit & parloit bien le françois; ne ſoupçonnant pas alors la moindre choſe de toute cette origine, je lui marquai pluſieurs fois ma ſurpriſe de l'interprétation qu'il me donnoit du mot *mecharam*, il me répondoit toujours à me faire entendre que le mot *mecharam* ou *mecaram* ſignifioit une eſpèce d'animal, qu'il ne pouvoit pas mieux me figurer, qu'en diſant qu'il reſſembloit plus à un poiſſon qu'à tout autre animal; enfin, *eſpèce de poiſſon*, me diſoit-il toujours. Quant à l'étymologie de ce mot, que M. Dupuis dit venir du grec *macaïra*. Je ne lui conteſterai pas que le mot *mecharam* de la langue brame, peut être le même que *macaïra* de la langue grecque; mais je ne pourrai jamais me perſuader que les Brames aient pris leur mot *mecharam* des Grecs, peuple qui eſt d'une origine très-moderne, en comparaiſon de celui dont nous parlons, qui avoit le Zodiaque long-temps avant l'exiſtence des Grecs: au ſurplus, que ces deux mots aient ou non une origine commune, cela eſt fort indifférent à mon objet. Je me contenterai d'ajouter que M. Dupuis n'eſt pas le premier, comme il le croit, qui ait remarqué qu'il y a dans la langue des Brames beaucoup de mots qui paroiſſent dériver du latin: je ſuis bien trompé, ſi je ne l'ai pas dit, ou du moins fait entendre; ce n'eſt pas que je cherche à revendiquer cette petite remarque, la choſe eſt trop peu importante en ſoi; mais l'exactitude m'oblige ici à dire que mon Interprète Tamoults me l'a fait obſerver pluſieurs fois. Cet Indien avoit fait de fort bonnes études chez les Pères Jéſuites de Pondichéry, qui avoient de leur côté fait l'impoſſible pour l'engager dans la Société *(Voyage, &c. tome I, page 208)*. Cet Indien, dis-je, en me dictant & m'expliquant la méthode indienne de calculer le lieu du Soleil, nommé *ſouria ſthoutam* dans cette langue, ajouta, *id-eſt*, mot à mot, *ſolis-ſtatus (tome I, page 269)*; il me dit alors qu'il ſe trouvoit dans le latin beaucoup de termes communs aux deux langues, la latine

eſt celle des Brames; & il me fit entendre que ſon opinion étoit que ces mots latins venoient originairement de l'Inde, ce qui vouloit dire que les Occidentaux les auroient pris des Orientaux, & il en tiroit même une petite vanité.

EXPLICATION des trois ſignes ſuivans, le Bélier, *le* Taureau, *les* Gemeaux.

LES trois premiers Signes dont nous venons de donner l'explication, étoient dans le principe, ſelon M. Dupuis, attachés à la ſaiſon de l'été; le Bélier, le Taureau, les Gemeaux, répondoient à la ſaiſon que nous appelons *automne*.

Les chaleurs ſont ſi fortes dans l'Inde pendant ces trois premiers mois & plus, que les beſtiaux ont de la peine à trouver de quoi pâturer: les campagnes ſont d'une aridité ſi grande qu'il ſembleroit que le feu eût paſſé ſur la terre *(Voyage, &c. t. I, p. 133)*, pas le moindre brin d'herbe verte: les orages qui viennent régulièrement tous les jours dans l'après-midi, & qui répandent l'eau en profuſion ſur la terre, paroiſſent n'être d'aucune reſſource pour la végétation, ils ne tempèrent l'ardeur de l'air qu'un inſtant, c'eſt-à-dire, le temps ſeulement qu'ils durent. Les vents de terre qui ſuccèdent, ou plutôt qui

VERS l'équinoxe d'automne, pourſuit M. Dupuis, *p. 367*, le Nil ſe retire & rentre peu de temps après entièrement dans ſon lit; mais les eaux qu'il a laiſſées dans les endroits bas, ſéjournent dans pluſieurs lieux, & le ſol nouvellement découvert ne préſente qu'un limon gras, qui n'a point encore aſſez de conſiſtance pour qu'on y imprime le ſoc de la charrue: auſſi laiſſe-t-on la terre s'affermir après la retraite des eaux, ſuivant Diodore; & pendant ce temps l'Égyptien voyoit croître l'herbe verte, & les troupeaux pouvoient déjà y trouver une abondante pâture *(Diod. liv. I, p. 32)*. On lâchoit donc les troupeaux, & leur entrée au pâturage eſt marquée par l'image d'un Bélier, ou du chef du troupeau.

Ce n'eſt que dans le cinquième mois, c'eſt-à-dire en Novembre, que commencent le labourage & les premiers travaux du peuple agriculteur. Diodore nous dit qu'on jette en Novembre le blé ſur le limon que le Nil a laiſſé dans les plaines, & qu'on le couvre en y traçant un ſillon ſans profondeur avec une charrue très-légère. Pline confirme également ce témoignage *(liv. XVII. ch. 47)*, en réfu-

tant l'opinion de ceux qui aſſuroient qu'on ſe bornoit à faire remuer le limon humide par des pourceaux. Cela, dit-il, a pu être autrefois, mais aujourd'hui, *inarari certum eſt, abjecta priùs ſemina in limo digreſſi amnis : hoc eſt Novembri menſe incipiente ;* à l'époque où nous conſidérons la ſphère, le Soleil, en Novembre, parcouroit le Taureau céleſte, & cet emblème ne fut placé dans les Cieux que comme le ſymbole du commencement des travaux d'un peuple agricole. Non-ſeulement c'eſt l'idée que fait naître l'image du Bœuf agriculteur ; mais il eſt certain, par le témoignage d'Hor-Apollo, rapporté ci-deſſus, que le Bœuf fut choiſi en Égypte pour être le ſymbole des travaux : *Bovis maſculi cornu depictum opus deſignat.* Manilius, *Aſtronom. l. IV, v. 142*, regarde auſſi le Taureau céleſte comme le ſigne hiéroglyphique des travaux ruſtiques :

. . . . . Submittit aratris
Colla jugumque ſuis poſcit cervicibus ipſe ;
Ille ſuis Phœbi portat cum cornibus orbem
Militiam indicit terris, & ſegnia rura
In veteres revocat cultus, dux ipſe laboris.

Les Égyptiens, qui dans la ſuite abrégèrent ces ſymboles, au lieu de peindre un Bœuf en totalité, en peignirent ſeulement la corne, qui ſuffiſoit pour leur rappeler l'idée totale.

ſubſiſtent preſque toujours ; le Soleil qui reparoît le matin, & dont on ne peut ſupporter la préſence une demi-heure après qu'il eſt levé (*Voyage, &c. t. I, p. 675*), ont bientôt deſſéché ces ſources. Les campagnes continuant donc d'être la proie de ce Soleil ardent & de ces vents brûlans, la terre ne peut rien faire ſortir de ſon ſein : l'herbe qui veut ſe montrer eſt brûlée à l'inſtant. Vers l'équinoxe, & en Octobre, les grandes chaleurs de 30 & 35 degrés, étant tombées, les campagnes ne tardent pas à offrir de la verdure, la température de l'air eſt plus douce, & il tombe de temps en temps quelque peu de pluie ; les beſtiaux commencent à trouver de quoi brouter. Ainſi on aura bien pu mettre, à la côte & dans le Decan, pour Signe à ce mois, une eſpèce d'animal fort commun dans l'Inde, & que l'on nomme *chien marron* (*Voyage, &c. t. I, p. 315*). Cet animal a quelque reſſemblance extérieure avec le chien, mais ſa chair reſſemble à celle du mouton, & on le mange : il n'eſt pas abſolument mauvais lorſqu'il eſt gras, ce qui arrive après le temps dont nous parlons. Il a le même goût que notre mouton, & j'en ai mangé que j'aurois préféré aux trois quarts & plus des moutons de Paris.

Il eſt bon de faire remarquer ici que le mouton proprement dit, celui que nous connoiſſons en Europe, eſt totalement inconnu dans l'Inde, c'eſt-à-dire, dans la partie du ſud ; & ſur-tout à la côte, *le chien marron* y ſupplée. J'ai cependant mangé du mouton chez le Gouverneur de Pondichéry, mais il y étoit apporté d'Abiſſinie & de Bengale par les Vaiſſeaux qui vont à Moka & à Chandernagor. Or ceci me paroît une grande vraiſemblance, que le Zodiaque que j'ai apporté de l'Inde pourroit bien en effet avoir pris naiſſance à la côte ou aux environs ; car pourquoi trouve-t-on ici ce *chien marron*, & non un Bélier ? c'eſt que le *chien marron* eſt connu ſans doute de temps immémorial dans l'Inde, qu'il ſupplée au mouton qui y étoit & y eſt encore inconnu ; & il eſt naturel de penſer que les autres peuples chez leſquels je ſuppoſe que le Zodiaque eſt paſſé, qui ont pris ce *chien marron* pour un mouton, & qui avoient des moutons, en auront mis un dans leur Zodiaque. Ce *chien marron* eſt ſans doute le même animal dont parle M. de Fréville dans ſon Hiſtoire des nouvelles découvertes faites dans la mer du Sud *(tome I, pages 397 & 398)*. « La principale nourriture, dit-il, des Indiens de l'île » Otahiti, ne conſiſte guère qu'en fruits, légumes, & quelques » autres végétaux ; les ſeuls animaux privés qu'ils élèvent pour » leur table, ſont les cochons, les chiens & les poules. Les » Anglois n'ont pas trouvé que les volailles fuſſent d'un goût bien » délicat, mais ils conviennent que les chiens de la mer du Sud » ne ſont pas inférieurs aux moutons de la Grande-Bretagne, ils » penſent qu'ils ne ſont un ſi excellent mets que parce qu'on ne les nourrit que de végétaux ». *(Voyage, &c. tome I, page 316)*. Voilà la réponſe, ſi elle ſe fût alors offerte à moi, que j'aurois faite à la queſtion que me propoſa M. de Voltaire dans ſa Lettre *(Voyage, &c. tome II, page 814)*.

Le Taureau s'explique auſſi naturellement que le ſigne précédent, & me paroît au contraire faire une difficulté contre le ſyſtème de M. Dupuis, que je n'ai pas pu réſoudre, comme nous allons le dire.

Les pluies, comme nous avons vu, font la fécondité des terres de l'Inde. A la côte de Coromandel, il y a une ſaiſon

de pluies qui vient avec la mouſſon du nord-eſt, & qui eſt de peu de durée ; cette petite ſaiſon eſt abſolument néceſſaire, car les orages que nous avons vu arriver preſque tous les ſoirs à Pondichéry ou dans les environs, pendant l'été, ne ſeroient pas capables de fertiliſer les terres : cette ſaiſon des pluies arrive, dit-on, en Octobre, & dure environ ſix ſemaines ; en ſorte que tout eſt fini vers la fin de Novembre, temps des premiers labours, ou plutôt des premières ſemailles. J'ai vu deux années de ſuite cette ſaiſon des pluies, elle ne commença que dans les premiers jours de Novembre, & ne dura que vingt jours au plus : le temps fut pendant ces vingt jours ou pluvieux ou couvert, & très-ſombre, encore qu'il ne plût pas, il ſemble que tout le ciel va ſe diſſoudre en eau ; mais c'eſt principalement pendant la nuit qu'arrive la plus grande abondance de pluie ; il ſemble que le ciel ſe réſerve ce temps pour en verſer une plus grande quantité, car il eſt incroyable ce qu'il en tombe dans la nuit. Pendant cette ſaiſon à peine a-t-on un jour paſſable, le temps eſt continuellement variable, orageux & menaçant ; on entend ſouvent le tonnerre, & on eſſuie quelques orages ; on eſſuie auſſi quelques coups de vent, qui décident preſque toujours la ſaiſon ; mais le 26 & le 27 de Novembre au plus tard, tout eſt fini, le temps ſe nettoie, & prépare la ſaiſon enchantée dans laquelle on va entrer *(Voyage, &c. t. I, p. 497 & 521)*.

Ces pluies étant paſſées, les Indiens conſervent l'eau dans des étangs, & ils en ont pour quatre à cinq mois *(Voyage, &c. tome I, page 529)*.

Cette ſaiſon eſt très-propre à préparer la terre & à faire les ſemailles ; les Indiens ne ſe ſervent point de charrue, qui les embarraſſeroit infiniment dans des champs d'une terre graſſe & détrempée par les pluies, & qui ſurnagent ſouvent par-tout ; un peuple d'ailleurs qui vient à bout des plus grands travaux ſans preſqu'aucun inſtrument ni outil, ſe trouveroit fort en peine de manœuvrer une charrue dans ces eſpèces de marais, tels que ſont les champs dans la ſaiſon dont nous parlons : les Indiens font donc remuer la terre

par les bœufs. « Le riz n'eſt pas de ces plantes qui demandent peu de ſoin *(Voyage aux Indes, tome I, page 546)*, » la culture en eſt au contraire très-pénible, l'on pourroit » même douter ſi le blé donne plus de peines & de fatigues » à nos laboureurs, que le riz n'en donne aux Indiens.

» Les champs de riz ſont tous creuſés d'environ un pied, » & par conſéquent entourés par une eſpèce de levée ou de » digue, large d'un pied plus ou moins, & qui ſert auſſi » à diſtinguer les terreins des différens propriétaires; la terre » eſt une terre graſſe comme de l'argile, & qui retient l'eau. » Les Indiens n'ont point de charrue, les pieds des bœufs ou » des buffles préparent cette terre en la pétriſſant, pour ainſi » dire; ces animaux & l'Indien qui les conduit, enfoncent » ſouvent juſqu'à mi-jambe dans cette terre & dans l'eau; » lorſqu'elle eſt bien détrempée & pétrie, ils y plantent le riz » brin à brin, comme on fait ici les poireaux qu'on a eu ſoin de ſemer auparavant dans un endroit préparé exprès ».

Voilà ce que j'ai vu pratiquer à la côte de Coromandel, dans le mois de Novembre.

Ce que les Indiens font dans l'Inde avec les bœufs, il paroît que les Égyptiens le faiſoient anciennement avec les pourceaux; & c'eſt en cela que j'ai cru apercevoir une difficulté dans le ſyſtème de M. Dupuis; je ne ſais pas s'il ne s'en eſt pas aperçu le premier, comme on peut le voir; mais quoi qu'il en ſoit, il paſſe outre. Voici le paſſage de Pline dont M. Dupuis ſe contente de rapporter un très-court extrait.

On croyoit communément que lorſque le Nil étoit retiré, les Égyptiens étoient dans l'uſage de ſemer; qu'enſuite ils lâchoient des pourceaux qui avec leurs pieds enfonçoient la ſemence dans ce fonds bourbeux, & je crois qu'on l'a fait anciennement; à préſent ils n'ont guère plus de peine; mais cependant il eſt certain qu'on labour la terre, après qu'on a répandu la ſemence ſur le limon que le fleuve a laiſſé en ſe retirant *(Lib. decimus octavus*, page 333.) *Vulgò credebatur, ab ejus deceſſu ſerere ſolitos, mox ſues impellere veſtigiis ſemina deprimentes in madido ſolo; &*

credo antiquitùs facilitatum. Nunc quoque non multò graviore opera : ſed tamen inarari certum eſt abjecta priùs ſemina in limo digreſſi amnis, &c.

En effet, j'ai ouvert Hérodote, de la traduction de Pierre Saliat *(édition de Paris, 1556)*, & j'y ai lû avec ſurpriſe ces propres paroles d'Hérodote *(feuille 39)*, qui avoit voyagé en Égypte, qui en parle avec beaucoup de connoiſſance, & qui en fait un parallèle curieux avec la Grèce.

« C'eſt choſe certaine, dit-il, en parlant des Égyptiens, qu'ils ſont ceux de tous les hommes qui recueillent les fruits de la terre avec moins de labeur ; car ils n'ont peine d'ouvrir les ſillons avec la charrue, de fouir, ne labourer & cultiver la terre en ſorte aucune, comme font toutes les Nations ; mais le fleuve de ſoy-même vient arrouſer leurs terres, & après s'être retiré, ne leur reſte que ſemer & mettre les pourceaux dedans pour fouiller & enterrer la ſemence, & ſur ce attendre la moiſſon ».

Y a-t-il paſſage plus précis que celui-là ? Or, on ſait qu'Hérodote écrivoit près de quatre cents cinquante ans avant Jéſus-Chriſt, donc quatre cents cinquante ans encore avant Jéſus-Chriſt, les Égyptiens ſe ſervoient de pourceaux. L'uſage de la charrue & des bœufs leur étoit donc inconnu alors, quoiqu'ils euſſent dans leur Zodiaque un Taureau, comme tous les autres peuples aſtronomes, depuis peut-être deux mille ans. Pline que je viens de citer, qui eſt venu cinq cents ans après Hérodote, croit qu'en effet on s'étoit ſervi de pourceaux en Égypte, mais que de ſon temps on employoit la charrue & les bœufs ; cela me ſuffit, & j'en conclus que l'uſage des bœufs eſt très-moderne en Égypte, & que ces peuples peuvent bien le tenir des Romains ; je conclus encore qu'il y a bien apparence qu'au temps d'Hérodote les Égyptiens ſe ſervoient, depuis leur origine, de pourceaux pour leurs labours, encore bien, je le répète, qu'ils euſſent alors un Taureau dans leur Zodiaque. On ne voit donc pas la raiſon pourquoi les Égyptiens, lorſqu'ils formèrent leur Calendrier rural, à l'époque de M. Dupuis, s'ils ne l'ont pas pris

des Indiens, pourquoi, dis-je, ils mirent un Taureau dans le Zodiaque? un Taureau, dis-je, dont ils ne se servoient point; & non un pourceau, dont ils tiroient un si grand service? puisque leur grain étant jeté sur le limon, & les pourceaux lâchés, ils n'avoient plus rien à faire qu'à se reposer, & à attendre la récolte, comme le dit Hérodote.

Cette difficulté m'a paru d'autant plus mériter attention que le Taureau est un des principaux emblèmes que M. Dupuis a cru très-important de bien expliquer, & un de ceux qui sont, selon lui, le plus favorable à son système, & dont le sens est très-clair & très-naturel. *Tel est le bœuf*, dit-il, *placé à l'ouverture des travaux rustiques (p. 377)*. Mais il me paroît, par ce que je viens de dire, que le bœuf, comme emblème, est très-moderne en Égypte, à moins qu'on ne suppose, mais gratuitement, que dans le principe, à l'époque dont parle M. Dupuis, les Égyptiens aient commencé à se servir du bœuf & de la charrue; puis qu'ils l'aient abandonné pour employer les pieds des pourceaux; puis enfin qu'ils soient retournés ou revenus à leur première méthode, à la charrue: mais ces sortes de changemens ne sont guère vraisemblables. J'ai plus de droit de supposer que les Égyptiens ont d'abord reçu des Asiatiques le Zodiaque, sans savoir à quoi il a pu servir dans le principe; c'est-à-dire, sans soupçonner qu'il fût dans l'origine un calendrier rural, & que les Grecs ou les Romains leur ont montré l'usage de la charrue.

Je ne peux quitter cet article. M. Dupuis n'a égard qu'à l'état actuel de l'Égypte, quand il prétend que le bœuf y a été choisi pour symbole de l'agriculture à l'époque où il devoit répondre au mois de Novembre, comme si cette terre étoit de la première antiquité: mais qui nous assurera qu'à cette époque l'Égypte existoit? pendant que toute l'antiquité s'accorde à regarder l'Égypte comme une terre très-moderne, & une production très-récente du Nil: Varenius même dans sa Géographie, prétend que le débordement du Nil fixé au 17 de Juin, que cette époque, dis-je, est celle qui convient

convient au ſeizième ſiècle, & que du temps d'Hérodote, il y a plus de deux mille ans, le débordement commençoit quelques ſemaines plus tôt; ſavoir, dès le commencement de Juin; & il me paroît le prouver (Varen. *Geogr. lib. I, p. 178)*: car il eſt certain que les inondations annuelles du Nil, c'eſt-à-dire, d'un fleuve qui eſt au vrai un grand torrent avant qu'il ait gagné la baſſe Égypte; les terres & les limons qu'il y dépoſe, ont ſucceſſivement hauſſé ſes bords & généralement tous les terreins où il ſe répand; il eſt donc plus encaiſſé aujourd'hui, par conſéquent plus profond qu'il n'étoit du temps d'Hérodote; les débordemens doivent donc arriver plus tard aujourd'hui, & on ne peut pas douter, conclud Varenius, qu'après un plus grand nombre de ſiècles encore, le Nil ne ſe déborde plus en aucune façon; car au moyen des alluvions continuelles, les bords ſe hauſſeront à un point qu'ils ſeront un jour aſſez élevés pour contenir toutes ſes eaux quelqu'enflées qu'elles puiſſent devenir chaque année.

Les différens progrès que fait le terrein de l'Égypte, en s'exhauſſant continuellement, peut donner la raiſon de la diverſité des opinions des Anciens ſur la durée des inondations du Nil; car plus le terrein s'exhauſſera, plus tard arriveront les inondations ou débordemens.

L'Égypte doit donc être une terre très-moderne. Hérodote qui y a voyagé, & qui nous dit l'avoir bien examinée, ne penſe pas qu'il ait fallu plus de dix mille ans de travail au Nil, pour avoir formé l'Égypte: or Hérodote nous a dit ce qu'il penſoit véritablement; & on ne peut pas le ſoupçonner d'avoir rabaiſſé ſon eſtime, & de l'avoir accommodée à l'opinion de ſon ſiècle, puiſqu'on ſait que les Anciens faiſoient le monde infiniment plus ancien qu'il n'eſt en effet.

Or ces dix mille ans d'Hérodote, qu'il attribue d'ancienneté à l'Égypte, ſont encore bien loin de l'époque de M. Dupuis. Donc, ſelon l'opinion de cet Hiſtorien, qui étoit idolâtre, & par conſéquent nullement ſuſpect pour cette matière; l'Égypte n'exiſtoit pas encore à l'époque de la formation

du Zodiaque, ſelon M. Dupuis, par les prétendus Égyptiens: que ſera-ce donc encore, ſi on remonte avant cette époque? car, comme nous avons déjà fait obſerver, cette époque de la formation du Zodiaque, ſuppoſe déjà de très-grandes connoiſſances en Aſtronomie, qui n'ont pu s'acquérir qu'à la ſuite d'un grand nombre d'obſervations céleſtes.

Si nous conſidérons donc l'état de l'Égypte dans ſes commencemens, on ne pourra diſconvenir que, dans ces premiers ſiècles, elle n'ait été pendant très-long-temps un marais impraticable, auſſi peu propre à être habité qu'à être cultivé. A cette époque, qui, d'après l'obſervation d'Hérodote, ne peut pas remonter à plus de dix mille ans avant lui, ni le Bélier ni le Taureau ne pouvoient être emblèmes de quelque choſe en Égypte; le Bélier, car cet animal n'aime pas les marais, la trop grande humidité le fait périr; ni le Taureau, car un marais n'eſt guère propre à être enſemencé; (& lorſqu'il put l'être à la façon dont les Indiens enſemencent leurs champs, ayant de l'eau ſouvent juſqu'à mi-jambe, la charrue ne convenoit guère, & les pieds des pourceaux auroient fait beaucoup plus de ſervice.

« Au reſte ils racontent (dit Hérodote en parlant des » Égyptiens & de l'Égypte) que Menès a été le premier régnant » chez eux, & que de ſon temps toute l'Égypte étoit un » palus horſmis la province de Thèbes; finalement que rien » n'apparoiſſoit de tout le pays qui eſt au-deſſus de l'étang » Meris, juſqu'auquel on compte huit journées de navigage » depuis la mer, en cinglant à mont le Nil. Et me ſembloient » fort bien parler, quant à la région, car il ſe trouve mani- » feſte, non pour l'écoutant, mais pour le voyant, s'il eſt » homme d'eſprit, que toute l'Égypte où naviguent les Grecs, » eſt terre ſur-acquiſe, & don du fleuve, comme tout le pays » qui eſt au-deſſus de cet étang, &c.

» La grande partie donc de cette région, ſuivant le propos » des Prêtres de léans, m'a ſemblé ſur-acquiſe par les Égyptiens; » & m'étoit avis que la ville au-deſſus de Memphis, autrefois » a été un Golfe de mer.

« J'ai opinion qu'en dix mille ans avant moi, ſi aucun « Golfe a été rempli, que cettui voire plus grand l'a pu être « par ſi grand & ſi beſougnant fleuve, comme eſt le Nil. « Outre, les Prêtres me racontoient une choſe qui porte grand « témoignage de l'Égypte : c'eſt qu'au temps que régnoit Meris, « le fleuve en ſon débord ne montoit que de huit coudées, « & ſi arrouſoit le pays qui eſt au-deſſus de Memphis; ce « néanmoins il n'y avoit huit cents ans que Meris étoit mort « quand les Prêtres me faiſoient ce recit. Aujourd'hui ſi le « débord ne monte qu'à quinze à ſeize coudées, il ne peut « aller celle part. ..... Sans nul doute, ſuivant ce propos, « nous montrerons que les Égyptiens n'ont par ci-devant eu « région aucune » *(Hérod. Clio)*.

Voici le calcul que j'établis d'après ces obſervations d'Hérodote, conformes à ce que penſoit toute l'antiquité : Dix mille ans avant Hérodote, l'Egypte baſſe n'exiſtoit pas ; à la place Hérodote dit qu'il devoit néceſſairement y avoir un golfe. Depuis cette époque, les limons des terres de l'Abiſſinie, ont peu-à-peu comblé ce golfe ; pour cela il a fallu encore bien des ſiècles, peut-être pluſieurs milliers.

En effet, quatre cents cinquante ans environ avant Jéſus-Chriſt, les bords du Nil, à l'endroit où il ſe débordoit, avoient ſeize coudées, & il inondoit juſqu'à l'Arabie ; du temps de *Meris*, huit cents ans avant Hérodote, c'eſt-à-dire, douze cents cinquante ans avant Jéſus-Chriſt, ces mêmes bords n'avoient que huit coudées, le terrein avoit donc haußé de huit coudées environ, en huit cents ans; cela poſé, je peux conjecturer que deux mille cinquante ans environ avant Jéſus-Chriſt, la baſſe Égypte devoit être toute couverte du Nil, & le Nil n'avoit point ou preſque point de bords au-deſſus de ſon niveau. Je peux donc ſuppoſer que la baſſe Égypte n'a guère été habitable que deux mille, ou au plus deux mille cinq cents ans avant l'Ére chrétienne.

Ainſi, en ſuppoſant que les Égyptiens aient reçu leur Zodiaque des Aſiatiques, deux mille cinq cents ans environ avant Jéſus-Chriſt, c'eſt leur aſſigner, je crois, toute

l'antiquité qui leur convient dans les grandes connoiſſances aſtronomiques.

Voici à préſent l'idée que le lecteur peut ſe faire de l'Égypte & de l'Inde. En réfléchiſſant ſur les monumens qui nous reſtent de l'antiquité, les traditions, les écrits des anciens Hiſtoriens; il paroît très-ſenſible que les Égyptiens tout antiques qu'ils prétendent être, n'ont pu être raſſemblés en corps, civiliſés, policés, induſtrieux, puiſſans, que très-long-temps après les Chaldéens, Babyloniens, Perſans, Syriens, Phéniciens, Scythes, Arabes, Indiens & Chinois. La raiſon en eſt évidente: l'Égypte, juſqu'au Delta, eſt reſſerrée par deux chaînes de rochers, entre leſquels le Nil ſe précipite en deſcendant d'Éthiopie, du Midi au Septentrion; il n'y a, des cataractes du Nil à ſes embouchures en ligne droite, que cent ſoixante lieues; & la largeur n'eſt que de dix à quinze & vingt lieues, juſqu'au Delta, partie baſſe de l'Égypte qui embraſſe une étendue de cinquante lieues d'Orient en Occident; à la droite du Nil, ſont les déſerts de la Thébaïde; & à la gauche, les ſables inhabitables de la Libie.

Les inondations du Nil dûrent, pendant des ſiècles, écarter tous les Colons, d'une terre ſubmergée quatre mois de l'année; ces eaux croupiſſantes s'accumulant continuellement, dûrent long-temps faire un marais de toute l'Égypte.

Il n'en eſt pas ainſi des bords de l'Euphrate, du Tigre, de l'Inde, du Gange & d'autres rivières qui ſe débordent auſſi preſque chaque année en été; leurs débordemens ne ſont pas ſi grands, & les vaſtes plaines qui les environnent, donnent au Cultivateur toute la liberté de profiter de la fertilité de la terre *(Eſſai ſur les mœurs & l'eſprit des Nations, &c.)* S'il m'eſt donc permis, comme à M. Dupuis, de faire des conjectures, les Indiens, ſur-tout vers le Gange, ſont peut-être les hommes les plus anciennement raſſemblés en corps de peuple.

Il eſt certain que le terrein où les animaux trouvent la pâture la plus facile, eſt bientôt couvert de l'eſpèce qu'elle peut nourrir; or il n'y a, que je ſache, aucune contrée au

monde, où l'eſpèce humaine ait ſous ſes mains des alimens plus ſains, plus agréables & en plus d'abondance que vers le Gange, & généralement dans toute la preſqu'Iſle; le riz y croît ſans peine, l'ananas, le coco, la datte, le figuier, ſans culture, & préſentent de tous côtés des mets délicieux; l'oranger, le citronnier fourniſſent à la fois des boiſſons rafraîchiſſantes avec quelque nourriture; les cannes de ſucre ſont ſous la main, les palmiers, les figuiers à larges feuilles donnent le plus épais ombrage; on reſpire un printemps & un été qui ſe ſuccèdent perpétuellement; on ne tue point les animaux pour les écorcher, & ſe couvrir de leur peau pendant l'hiver, puiſqu'il n'y en a point, dans le ſens que nous l'entendons.

Les hommes ſe ſeront donc facilement raſſemblés dans ce climat heureux, & s'y ſeront formés en ſociété *(idem)*.

Je ſais que M. Dupuis va me dire « que quand il eſt queſtion de fixer l'époque de l'invention du Zodiaque, on doit toujours « entendre par l'Égypte la partie qui eſt au-deſſus de Thèbes; « que c'étoit auſſi vers Sienne qu'étoit véritablement l'ancienne « Égypte; que les provinces inférieures, ainſi que la baſſe « Égypte, étoient moins anciennes; que les Égyptiens eux- « mêmes appeloient celle-ci un don du Nil; qu'il a nommé « les Égyptiens, parce qu'ils ſont plus connus, & ont laiſſé le « plus de monumens dans les derniers âges, & que c'eſt de « l'Éthiopie que ſont ſortis les inventeurs de l'Aſtronomie établis « en Égypte *(page 393)* ». Mais outre que M. Dupuis prétend dans ſon ſyſtème, que le Zodiaque comme Calendrier rural, convient généralement à toute l'Égypte haute & baſſe, à l'époque où le Taureau répondoit en Novembre; ce qui me paroît impoſſible par les raiſons qu'on vient de voir; qu'il eſt dans ce ſyſtème autant queſtion & plus de Memphis, qui étoit dans la baſſe Égypte à 30 degrés de latitude, que de Sienne qui étoit ſous le tropique : je crois que la difficulté ne fait que changer de local, en conſidérant Thèbes & l'Éthiopie pour le lieu où le Zodiaque, comme Calendrier rural, auroit pris naiſſance.

Établiſſons d'abord un fait d'après Voſſius ; ſavoir que le Nil commence à croître en Abiſſinie avant qu'il ne croiſſe en Égypte. En Égypte il commence un peu après le ſolſtice, vers la fin de Juin : ſes accroiſſemens ſont d'abord très-peu de choſe, car à peine monte-t-il de trois doigts en vingt-quatre heures ; tant que le Soleil reſte dans le Cancer, ſes augmentations d'un jour à l'autre ne ſont guère plus conſidérables, ſes grandes crûes ſe font lorſque le Soleil entre dans le ſigne du Lion ; d'abord, d'une grande palme, bientôt d'une demi-coudée, enſuite de près d'un pied dans un jour, juſqu'à ce que la crûe ſoit à ſon comble ; alors il ſe répand à trois cents ſtades de ſes bords ; il iroit même bien au-delà, ſi les montagnes de droite & de gauche ne le retenoient ; lorſqu'il eſt à ce point, l'accroiſſement eſt à ſon période, cet état arrive le plus ſouvent le Soleil étant au quinzième degré du Lion, ou un peu plus tard encore ; il reſte dans cette poſition pendant plus de vingt jours, & lorſque le Soleil eſt entré dans la Vierge, le fleuve commence à ſe ralentir & à diminuer peu-à-peu ; mais les champs de la haute Égypte, qui confine à l'Ethiopie, ſe découvrent les premiers, enſuite les parties les plus élevées de la baſſe Égypte.

Quoique les accroiſſemens annuels du Nil ſoient très-différens les uns des autres, ſelon que les pluies ſont plus ou moins copieuſes en Éthiopie, cependant pour l'ordinaire tous les champs ſont débarraſſés, & le fleuve eſt rentré dans ſon lit avant le 6 ou le 7 d'Octobre, le Soleil occupant le quinzième degré de la Balance : pour lors on commence à préparer la terre, en y faiſant entrer le ſoc de la charrue, pour la mettre en état de recevoir la ſemence à la mi-Octobre ou quelques jours plus tard ; lorſque le Soleil eſt dans le commencement du Scorpion, on jette la ſemence ſur la terre. Voilà ce qui arrive en Égypte, ſelon Iſaac Voſſius (*De Nili, & aliorum fluviorum origine.* cap. XIII, p. 40).

Si nous nous tranſportons actuellement en Ethiopie, nous verrons des temps différens ; car comme nous avons obſervé ci-deſſus que le Nil fait ſes crûes au moins vingt jours, &

quelquefois un mois entier en Éthiopie avant qu'il les faſſe en Égypte, il faut que les champs en Éthiopie ſoient pareillement délivrés des eaux un mois avant ceux d'Égypte : par cette raiſon, le temps des ſemailles en Éthiopie, anticipe d'un mois entier le labourage en Égypte (Voſſius, *cap. XIV*, *p.* 47).

Je conclus de tout ceci, que le Bœuf ou Taureau n'a pu être choiſi en Éthiopie pour ſymbole du labourage, car il faut abſolument qu'il réponde au mois de Novembre. La Balance qui, dans le ſyſtème de M. Dupuis, ſe trouve néceſſairement à l'équinoxe, le Cancer de même au ſolſtice d'hiver, & pareillement le Capricorne au ſolſtice d'été, ne donnent aucun lieu de placer le Taureau ailleurs que dans le mois de Novembre ; mais ſi on laboure en Éthiopie au moins vingt jours avant qu'on le faſſe en Égypte, & qu'en Égypte on laboure dès la mi-Octobre, il faut de toute néceſſité qu'on faſſe les ſemailles en Éthiopie dès la fin de Septembre ; ce ſera donc un mois avant que le prétendu ſymbole du Taureau indique ces ſemailles : donc, en nous tranſportant en Éthiopie, la difficulté n'a fait que changer de lieu.

Si le Taureau céleſte forme une difficulté en Égypte & en Éthiopie, dans le ſyſtème de M. Dupuis, je ſais encore moins où placer le Bélier dans ce ſyſtème. En effet, toujours par une ſuite néceſſaire de la poſition de la Balance, du Cancer & du Capricorne, il faut que le Bélier ſe trouve avant le Taureau, c'eſt-à-dire dans l'équinoxe d'automne ; mais c'eſt le temps des premières préparations de la terre en Éthiopie, & par conſéquent du labourage ; & quant à l'Égypte, il ne paroît pas, d'après ce que je viens de dire, qu'on attende inutilement pour mettre le ſoc dans la terre, que la prétendue herbe, dont M. Dupuis fait couvrir l'Égypte en Octobre, ſoit venue ; c'eſt pour donner le temps au limon de ſe conſolider, me dira-t-on. Mais aucun Hiſtorien, que je ſache, n'a dit qu'on attend un mois après la retraite du Nil à faire les préparatifs des ſemailles en Égypte, ni qu'on

attende que l'herbe ſoit venue aſſez forte & aſſez grande pour y lâcher les troupeaux avant les ſemailles : d'ailleurs, quels troupeaux auroit l'Égypte, qui ne pourroit avoir de pâturages que pendant trois ſemaines au plus dans l'année ?

En Éthiopie, les pluies qui occaſionnent le débordement du Nil ceſſent vers la fin d'Août (Voſſius, *cap. VIII, p. 27*), & le temps des ſemailles y arrive à la fin de Septembre *(id. p. 40)*: il me paroît donc bien difficile dans ce ſyſtème de placer le Bélier; ce ſeroit le Taureau qu'il eût fallu y placer, comme ſymbole des premiers travaux agricultes.

Enfin, j'ai voulu auſſi conſulter de mon côté Diodore de Sicile, de l'autorité duquel ſe ſert M. Dupuis dans ſon explication; je l'ai ouvert, & j'y ai vu qu'il étoit auſſi très-favorable à mon opinion; en effet, ſelon cet Hiſtorien lui-même, qui vivoit du temps de Jules Céſar & d'Auguſte, un peu avant l'Ére chrétienne, c'eſt-à-dire quatre cents ans environ après Hérodote: ſelon, dis-je, Diodore de Sicile, la charrue n'étoit pas encore généralement adoptée en Égypte de ſon temps. La plus grande partie des laboureurs ſuivoient encore l'ancien uſage dont parle Hérodote, tant la coutume a de force; ils répandoient la ſemence ſur le limon après la retraite du Nil, y mettoient des animaux *(Pecora)* pour enfoncer enſuite cette ſemence, puis faiſoient la récolte ou moiſſon quatre à cinq mois après.

Exundatio ejus (Nili) *a ſolſtitio incipiens æſtivo, ad æquinoxium uſque autumnale augetur, interim novum ſubinde limum importans, tam ignava quàm frugibus & plantis culta ſola, quandiù velint agricolæ, humectat. Aquas enim leniter accedentes modicis facilè aggeribus avertunt, iiſque apertis, ſi ex uſu videatur, non magno labore iterum inducunt. Adeòque tantùm laboribus compendii, & hominibus emolumenti affert ut pars ruſticorum maxima ſeminibus in exſiccatos telluris agros conjectis pecora ad conculcandum inducant, & poſt quatuor aut quinque menſes ad demetendum revertantur. Aliqui levibus aratris ſummo terræ dorſo poſt humectationem obiter proſciſſo ingentes frugum acervos, abſque magnis impendiis & laborum ærumnis, indè tollunt.*

tollunt. Nam tota omnino apud gentes cæteras agricultura magnis ſumptibus & moleſtiis adminiſtratur. Soli verò Ægyptii minimis cum expenſis & laboribus fruges colligunt ex ubertate.

J'ai vu encore dans Diodore, qu'il y étoit queſtion de deux eſpèces de campagnes ou de champs, l'une qui ſervoit à la culture, qu'on enſemençoit, & qu'il nomme *culta ſola;* l'autre qui ne ſervoit qu'à la pâture des troupeaux, qu'on ne mettoit point en valeur, & que par cette raiſon il appelle *rura inculta.*

Si les Égyptiens ſe fuſſent en effet contentés de mettre leurs troupeaux dans leurs champs avant que de les labourer, comment la terre, je le répète, auroit-elle eu le temps en trois ſemaines de s'affermir, & de produire en même temps aſſez d'herbes pour nourrir d'immenſes troupeaux? ils n'auroient pas eu à la rigueur plus de quinze jours à reſter dans ces pâturages; & comment un ſi court eſpace de temps auroit-il pu produire un miracle? car c'en eût été un bien grand, que ſi peu de nourriture, quelque bonne qu'on la puiſſe ſuppoſer, eût été capable de faire porter deux fois par an les brebis, & de leur faire également donner à leur maître deux toiſons par année.

Qui poſt inundationem rura gregibus inculta permittunt ad paſtum, hunc ex ubertate fructum recipiunt, ut bis pariant oves, bis tondeantur (Diodore, *liv. I, page 32*).

Les Égyptiens, d'après ce paſſage, avoient donc néceſſairement des pâturages ou des champs deſtinés pour les troupeaux; des eſpèces de ſavannes ou de prairies que le Nil inondoit auſſi, & que vraiſemblablement on ne mettoit jamais en valeur, étant des champs de réſerve pour les troupeaux.

La végétation en Égypte, pourſuit M. Dupuis, eſt extrêmement prompte, ſuivant le témoignage de Diodore & de tous les Voyageurs modernes. La Terre, un mois après être enſemencée, ouvre ſon ſein, & montre au Laboureur l'eſpérance de ſes récoltes. Les

Si la végétation eſt très-prompte en Égypte, elle ne l'eſt pas moins dans l'Inde: j'oſe même aſſurer qu'elle l'eſt encore davantage qu'en Égypte. Après la ſaiſon des pluies, en Décembre, les campagnes en-

chantent; les riz naiſſans dont elles paroiſſent couvertes, offrent le plus bel aſpect du monde, & le plus raviſſant; ce mois enfin reſpire la gaieté la plus animée; il pleut à la vérité quelquefois encore, ſurtout pendant les quinze premiers jours du mois; mais la quantité d'eau qu'il tombe eſt peu conſidérable & de peu de durée; ces pluies donc, loin de rendre la ſaiſon déſagréable, donnent au contraire un nouvel éclat aux jours qui la ſuivent, en développant & accélérant la végétation; chaque jour la Nature s'embellit; en ſorteque deux Gémeaux naiſſans peuvent être ici, comme en Égypte, l'emblème ou l'image de cette végétation naiſſante & raviſſante qui reſſemble parfaitement à l'enfance. *(Voyage aux Indes, tome I, pages 483, 484, 546).*

productions nouvelles & l'état d'enfance de la Nature, ne pouvoient être mieux peints que par l'emblème de deux enfans naiſſans, ou même, ſuivant les ſphères orientales, par deux jeunes chevreaux qu'une mère vient de mettre bas. *(Hyde, de rel. p. 397).*

Explication des trois ſignes ſuivans, le Cancer, *le* Lion, *la* Vierge.

Ces trois Signes répondoient à la ſaiſon que nous appelons *hiver* en Europe; ſavoir, Janvier, Février & Mars; en ſuppoſant l'hypothèſe de M. Dupuis, le Cancer, ou l'Écreviſſe, put être dans l'Inde, comme en Égypte, le ſigne de la rétrogradation du Soleil vers le climat de l'Inde; le Soleil entroit donc dans le Cancer le 1.er Janvier, & commençoit l'année civile des Indiens, différente de l'année aſtronomique qui commence le 1.er d'Avril *(Voyage, &c. tome I, p. 181);*

Le Soleil, continue M. Dupuis *(p. 368)* après avoir parcouru ce Signe, arrivoit au terme de ſon plus grand éloignement: il avoit paru au mois de Juin ſur la tête du peuple Égyptien; mais enſuite il n'avoit ceſſé de s'en éloigner, comme s'il eût voulu fuir ce climat, & menacer la Terre d'une nuit éternelle. Arrivé enfin au ſolſtice, il ceſſe de s'abaiſſer, il revient ſur ſes pas pour regagner le point d'où il eſt parti, par un retour vers nos climats, qui le ramène au commencement de ſa carrière annuelle. Ce phénomène dut frapper ſingulièrement les premiers Obſervateurs, & mérita d'être exprimé par un ſymbole imitatif; l'Écreviſſe

fût l'emblème le plus naturel de cette marche rétrograde ; & ſon image fût tracée à la diviſion du Zodiaque, où le Soleil entroit lorſqu'il ceſſoit de fuir, & rapportoit la lumière & la vie en parcourant en ſens contraire les mêmes degrés de hauteur qu'il avoit parcourus d'abord en deſcendant du haut des Cieux.

Cette époque du mouvement annuel du Soleil, fût la plus obſervée en Égypte, & le retour de cet Aſtre vers le trône céleſte, y donna même naiſſance à des fêtes. Achilles Tatius nous dit que les Égyptiens autrefois, voyant le Soleil quitter le ſolſtice d'été, deſcendre juſqu'au ſolſtice d'hiver, & par ſa retraite diminuer la longueur des jours, avoient craint que le flambeau du Monde ne les abandonnât pour toujours. Ils ſe livroient en conſéquence à la douleur & aux larmes; mais qu'auſſi-tôt qu'ils le voyoient s'arrêter dans ſa fuite pour remonter vers eux & leur accorder plus longtemps le bienfait de la lumière, ils célébroient ſon retour en prenant les habits de fête, & ſe couronnoient de fleurs *(Iſag. ad arati phæn. chap. 23)*. Il n'eſt donc pas étonnant que ce retour, qui formoit l'objet de leur impatience, ait été ſpécialement déſigné dans les Cieux, & ils ne pouvoient même choiſir de ſymbole plus ſenſible que celui qu'ils y ont placé.

Un mois après que le Soleil a quitté le ſolſtice d'hiver, & qu'il commence à ſe rapprocher du peuple Égyptien, il reprend alors parce que, ſelon les Indiens, l'entrée du Soleil dans chaque Signe, tombe toujours les premiers du mois : le Soleil arrivant donc au ſolſtice d'hiver, revient ſur ſes pas, va ſe rapprocher du climat de l'Inde, ce qui ſemble annoncer qu'il va accélérer la végétation déjà commencée, & qui ne demande que la préſence immédiate de cet aſtre bienfaiſant, auteur de toute fécondité, ſelon les Indiens; auſſi célèbrent-ils alors une grande fête en ſon honneur : cette fête eſt le Pongol; en ſorte que ſi le retour du Soleil vers le trône céleſte, c'eſt-à-dire, le Tropique d'été, donna naiſſance à des fêtes en Égypte, je peux dire ici la même choſe du retour du Soleil vers le climat de l'Inde, car la fête du Pongol peut être conſidérée ſous ce même point de vue.

Il eſt parlé de cette fête dans les cérémonies religieuſes des différens peuples de la terre; j'en ai fait le détail dans mon Voyage, telle que je l'ai vue pratiquer à la côte de Coromandel *(Voyage, &c. t. I, page 180)*; je crois néceſſaire d'en rapporter ici quelques paſſages.

« Pongol, ſelon mon Interprète, veut dire *bonne année*, «

» *bon an :* cet uſage & la céré-
» monie qui ſe pratique ce jour-là
» chez les Indiens, tout revient
» ſans doute à l'uſage que nous
» avons de nous ſouhaiter la bonne
» année, & de partager le gâteau ;
» c'eſt en réjouiſſance de ce que
» le Soleil remonte vers l'Inde,
» & qu'il va ramener la fécondité,
» que les Indiens célèbrent l'en-
» trée de cet Aſtre dans le Capri-
» corne. Les préparatifs du Pongol
» commencent trente jours avant
» le premier jour de l'année civile ;
» les Gentils diſent faire *Pongol*,
» comme nous diſons faire les
Rois, &c. » *(Voyage, &c. t. I, page 181).*

« Le jour du Pongol venu,
» les familles s'aſſemblent entre
» elles ; elles font cuire du riz
» au feu, avec des bouſes de
» vaches qu'on a expoſées pen-
» dant trente jours au ſoleil pour
» les ſécher, & qu'on couronnoit
» en même temps, ou qu'on
« ornoit avec des fleurs de ci-
» trouilles ; ce riz ſe cuit dans du
» lait, on le mange, & il paſſe
pour très-ſain ce jour-là » *(idem, page 182).*

Le Lion, dans l'hypothèſe de M. Dupuis, répondoit au mois de Février ; le Lion eſt autant & plus connu des Indiens, qu'il peut l'être des Égyptiens ; la force qu'il avoit perdue ; les productions de la Terre acquièrent cette vigueur qui précède la maturité : déjà les campagnes jauniſſantes attendent la faulx du Moiſſonneur. On peignit dans les Cieux un Lion, ſoit comme le ſymbole de la force que la végétation a déjà acquiſe, ſoit parce que la couleur de cet animal eſt celle des moiſſons dorées. *Fulvi leones, flavæ aristæ.*

Il ne s'écoule tout au plus que quatre mois en Égypte entre les ſemailles & les moiſſons ; c'eſt ce qu'atteſtent Diodore *(liv. I)* & tous les autres Voyageurs. Les blés ſont ſemés dans la haute Égypte dès le mois de Mars ou au commencement d'Avril. Dans notre ſyſtème, le ſigne de la Vierge répondoit alors à la plus grande partie du mois de Mars, & les moiſſons commençoient tous les ans ſous ce Signe, éloigné préciſément de quatre Signes du commencement de l'année rurale, ou du temps des ſemailles. On ne crut pouvoir mieux déterminer cette époque intéreſſante de l'agriculture égyptienne, qu'en peignant dans le Ciel trois épis, nombre égal à celui des décans, ou en y deſſinant une jeune Moiſſonneuſe, qui tenoit en ſa main un épi. Voilà donc encore un des emblèmes les plus ſenſibles des opérations agricoles qui trouve ici ſa place naturelle. Le défaut d'accord de la Moiſſonneuſe avec l'état de l'Égypte dans les derniers âges, avoit fait refuſer à ce peuple l'honneur de l'invention du Zodiaque & de l'Aſtronomie, quoique

la voix preſque unanime de toute l'antiquité lui en eût attribué la gloire, & qu'il ait, plus qu'aucun autre peuple, laiſſé des monumens de ſa grandeur & de ſes connoiſſances aſtronomiques. Dans notre nouvelle hypothèſe, chaque Signe reprend ſa place, & le peuple Egyptien trouve la juſtification de ſes droits dans les titres même qu'on lui oppoſoit.

la force eſt par-tout le caractère diſtinctif de cet animal; le mois de Février eſt ſans contredit le plus beau mois de l'année dans l'Inde *(Voyage, &c. tome I, pages 484, 525, 546)*; la végétation acquiert chaque jour des forces nouvelles; les riz qui ſont ſuperbes, ſeront en maturité dans un mois; or, je demande ſi le Lion ne peut pas ici, auſſi-bien qu'en Égypte, être le ſymboſe de la force que la végétation a déjà acquiſe, &c.

La végétation eſt ſi forte à la côte de Coromandel & ſur les bords du Gange, à ſon embouchure ſous le Tropique, & aux environs, que les récoltes y commencent de très-bonne heure, auſſi-bien qu'en Égypte; on fait même pluſieurs récoltes par an. Ainſi un Lion ayant été placé en Février, pour déſigner la force de cette grande végétation; une Vierge ou Fille aura été miſe au mois de Mars, pour préſider à la récolte, ou comme emblème de l'ouverture des moiſſons.

« Dans les campagnes de Pondichery, on fait deux récoltes par an, & ſouvent trois. En Mars, on voit tout à-la-fois préparer la terre, ſemer & planter le riz; on en voit d'autre naiſſant; d'autre en herbe; d'autre qui entre en maturité; & à côté vous voyez faire la récolte. *(Voyage, &c. tome I, page 547)* ».

Ces deux ou trois récoltes que l'on fait par an dans l'Inde, ne forment pas la plus légère objection contre mon explication; car il ſuffit que le mois de Mars ſoit le premier mois de l'année qui ouvre les moiſſons; & dans l'Égypte même, il doit y avoir pluſieurs récoltes: ce que Pline ſemble confirmer dans ſon Hiſtoire naturelle *(Pline, lib. XVII, p. 306; & lib. XVIII, p. 333)*.

EXPLICATION des trois derniers ſignes, la Balance, *le* Scorpion, *le* Sagittaire.

CE que j'ai dit plus haut au ſujet de l'Equinoxe & de la Balance, eſt ſuffiſant pour faire voir que cet emblème peut convenir aux Indiens comme aux Égyptiens, & qu'il eſt très-vraiſemblable que ſon origine vient de l'Inde. C'eſt de ce Signe, c'eſt-à-dire de l'équinoxe du printemps, que les Brames commencent à compter le départ du Soleil, de la Lune & de tous les Aſtres en général.

On me fera ici une queſtion, ou, ſi l'on veut, une objection.

Les Indiens, me dira-t-on, ont tout inventé, ſelon vous; nous le voulons bien: auſſi-bien eux que d'autres. Ils ont la préceſſion des équinoxes, cela eſt inconteſtable, & nous vous l'accordons: ils ont déterminé la balance des jours & des nuits: ils ont commencé leur année d'après votre ſyſtème, vraiſemblablement de tout temps au 1.er d'Avril, & ils ont dû ſe régler ſur cette loi dans le temps où la Balance occupoit l'équinoxe du printemps. Vous aſſurez encore que les uſages de ces Sages n'ont point changé; qu'ils ont vraiſemblablement

LE ſigne de la Balance, dit M. Dupuis *(page 373)*, qui ſuit la Vierge, annonce une époque auſſi importante dans l'année aſtronomique, que les épis ſymboliques dans l'année rurale; & il s'accorde encore de la manière la plus heureuſe avec l'état du Ciel dans l'époque que nous aſſignons à l'origine du Zodiaque: l'égalité des jours & des nuits, la diviſion égale de la lumière & des ténèbres, ne peut être déſignée par un ſymbole plus naturel & plus ſimple que par celui d'une Balance. On plaça cet emblème dans la diviſion du Zodiaque, qui répondoit à l'équinoxe de printemps, celui des deux équinoxes qui, dans tous les ſiècles, a ſemblé fixer de préférence l'attention de tous les peuples. La place que nous lui aſſignons ici lui convient donc au moins autant que celle où l'on avoit ſuppoſé qu'il fut mis originairement; ſuppoſition qui devient chimérique quand on fait attention que l'Aſtronomie étoit inventée long-temps avant que les aſtériſmes de la Balance puſſent répondre à l'équinoxe d'automne.

Quelques perſonnes ont cru que la figure de la Balance étoit une invention moderne & l'ouvrage des flatteurs d'Auguſte; mais la Balance ſe trouve dans les monumens Égyptiens & Indiens, qui précèdent de bien des ſiècles l'âge d'Auguſte: on la voit ſur le Zodiaque indien qui ſe trouve dans

les Tranſactions philoſophiques ; tous ceux qui nous ont donné les noms des douze ſignes du Zodiaque, chez ces peuples, y nomment la Balance. *Tolam*, dit M. le Gentil, déſigne une Balance Romaine (*Voyage aux Indes, tome I, page 247*) : la même conſtellation s'appelle, en Pelhvi, *Taraſon*, qui ſignifie auſſi Balance, ſuivant M. Anquetil. .... Ce Signe portoit ce nom même chez les Romains avant Auguſte ; & Cicéron, qui traduiſit à dix-huit ans le Poëme d'Aratus, l'appelle *Jugum*, traduction de ζυγος, Balance, nom qu'elle portoit chez les Grecs, & dans Géminus, qui écrivoit du temps de Sylla, ſuivant le P. Petau. Cet Auteur emploie auſſi le mot de χηλαι comme Ptolémée : il paroît qu'on diſoit l'un & l'autre. La raiſon de cette double dénomination vient de ce que les Étoiles du Scorpion s'étendent juſque dans la diviſion qui appartient à la Balance, mais originairement la Balance y étoit placée dans les mains d'une femme, ſemblable à celle qui occupe le ſigne de la Vierge. C'eſt ainſi qu'on la trouve dans une foule de monumens anciens : *Humana eſt facies libræ*, dit Manilius, liv. II, v. 527 ; *libripens enim*, ajoute Scaliger, *in aſtrotheſiis figurabatur : alii tamen a Virgine geſtari volunt.* Auſſi quelquefois la Balance fut peinte ſeule & ſéparée des ſerres du Scorpion.

Achilles Tatius dit poſitivement, que le nom de *Balance* étoit celui que les Égyptiens donnoient à ce compté de tout temps, comme ils font encore aujourd'hui, la longitude du Soleil dans les conſtellations du Zodiaque, & non dans les Signes, comme nous faiſons. D'après cette ſuppoſition & ces principes, comment ſe fait-il qu'ils comptent aujourd'hui comme tous les autres peuples, à partir du premier point du Bélier, & non point à partir du premier degré de la Balance, comme ils devroient faire, c'eſt-à-dire compter 6 Signes lorſque nous comptons 0 0 ; puiſque les Étoiles de la Balance ſont en effet de 6 Signes en avant du point qu'elles occupoient dans l'origine que vous lui aſſignés ?

Voici la réponſe que je crois pouvoir avancer. Il y a eu une réforme quelconque dans l'Aſtronomie indienne, du temps de Salivaganam : c'eſt une affaire de fait qu'on ne peut me conteſter ; qu'on trouve dans Holwell & dans la grammaire Tamulaire dont j'ai parlé dans mon Voyage ; c'eſt un fait qui m'a été confirmé & atteſté par les Indiens (*Voyage, &c. tome I, page 214*).

Je peux donc ſuppoſer que cette réforme regarda le Calendrier ; que Salivaganam fixa

irrévocablement le commencement de l'Année aſtronomique au 1.er Avril; la mort de ce Prince qui fait époque dans l'Inde, eſt arrivée l'an 78 de Jéſus-Chriſt. Cette année, la conſtellation du Bélier répondoit à l'équinoxe du printemps depuis trois à quatre ſiècles: on aura donc pu alors faire ce qu'on fit en Europe, lors de la réformation du Calendrier Julien; c'eſt-à-dire qu'on aura pu ajouter ſix Signes à la longitude du Soleil; ce qui revient au même que ſi on eût compté 00 Signe, & ordonner que l'on continuât ainſi de compter la longitude du Soleil, en obſervant cependant de toujours la meſurer ſelon l'ordre des Conſtellations, & non des Signes.

Quant au Scorpion, j'avouerai que je n'ai pas trouvé la même facilité à l'expliquer, que j'ai fait les onze Signes précédens. Voici donc l'explication que je haſarde.

C'eſt naturellement vers le milieu, la fin d'Avril & le commencement de Mai, à meſure que le Soleil, en ſe rapprochant du climat de l'Inde, anime la Nature, & Signe: *chelæ*, dit-il, *ab Egyptiis vocatæ jugum (Uranol. Petav. p. 96)*: ce ſymbole appartenoit donc à la ſphère égyptienne, de beaucoup antérieure au ſiècle d'Auguſte. Hipparque, qui vivoit plus d'un ſiècle avant ce Prince, l'appelle auſſi Ζοεποϛ *(Uranol. Petav. liv. III, p. 134)*. Il eſt donc inconteſtable que la Balance eſt un ſymbole aſtronomique auſſi ancien que les autres; & que s'il a été inconnu à quelques peuples, ce ne fut certainement pas au peuple Égyptien, à qui nous rapportons ces emblèmes aſtronomiques. Il étoit important de bien conſtater l'antiquité de ce ſymbole, parce qu'il eſt un des plus expreſſifs: l'image d'une Balance, miſe préciſément à trois ſignes de l'Écreviſſe, eſt un des argumens les plus forts de notre ſyſtème ſur la poſition primitive des douze ſignes du Zodiaque.

Le Signe qui ſuit la Balance, eſt le Scorpion, & il répondoit alors au mois d'Avril & au commencement de Mai, ou du ſecond mois qui ſuivoit l'équinoxe du printemps. L'idée que préſente naturellement cet emblème, eſt celle du venin, ou de quelque maladie; & il eſt aſſez vraiſemblable que les Anciens, dont tous les Calendriers étoient météorologiques, après avoir peint dans les Cieux les principales époques de l'année aſtronomique & rurale, auront auſſi tracé les phénomènes périodiques de leur climat.

Les Calendriers de Geminus & de Ptolémée, réglés ſur des levers d'Étoiles, ne contiennent que les annonces

annonces de la pluie, du vent, & en général de toutes les variations de l'air, qui ſemblent ſe renouveler tous les ans. Comparons donc le Scorpion ſymbolique avec l'état de l'air en Égypte dans ces mois-là, pour trouver le ſens de cet emblème. Pluche, dans ſon Hiſtoire du Ciel *(tome I, page 37)*, appuyé de l'autorité de Drapper, de Maillet & de Wanſleb, nous dit que preſque tous les ans il ſouffle en Égypte un vent d'Éthiopie, furieux & peſtilentiel, qui porte par-tout le ravage. Il ſemble aſſez ſimple de regarder le Scorpion, reptile malfaiſant, comme l'emblème naturel de ces vents, chargés de vapeurs dangereuſes.

Il ne nous reſte plus qu'à chercher le ſens du dernier Signe, celui du Sagittaire, dans lequel on avoit peint ſeulement un arc & un trait prêt à lancer, comme il paroît par le Zodiaque Indien, & par le nom que les Perſes donnent à ce Signe, qu'ils appellent l'*arc (Zind-Aveſta, tome II, page 349)*. Les Indiens le nomment *la flèche* ou *vimaſp* (M. le Gentil, *tome I, page 247)*, ou *d'hanouſſou*. Il me ſemble que la rapidité du trait fut l'image la plus naturelle de celle des vents, & qu'on voulut déſigner par-là le retour des vents étéſiens, qui commencent à ſouffler dans le mois qui précede le ſolſtice d'été & le débordement du Nil, dont on les croyoit la cauſe. Le débordement, dit Pluche *(tome I, page 40)*, étoit toujours précédé par un vent étéſien, qui, ſoufflant du Nord au Sud donne une nouvelle vie; c'eſt, dis-je, en ce temps que les reptiles les plus nuiſibles à l'homme, acquièrent de la force & de la vigueur, & qu'on les rencontre plus fréquemment dans les champs; tels ſont ces couleuvres capèles, eſpèce de vipère très-dangereuſe dont j'ai parlé dans mon Voyage *(t. I, p. 114 & ſuiv.)* & dont j'ai vu ſur-tout un exemple très-tragique à Pondichery; les ſerpens ſonnettes; les ſcorpions, très-dangereuſe eſpèce encore. Ne ſe pourroit-il pas que les Indiens aient voulu marquer cette ſaiſon par un ſcorpion placé dans le Ciel, pour ſigne qu'il falloit ſe donner de garde de ces animaux.

Cela me paroît d'autant plus vraiſemblable, que l'Indien, par ſa conſtitution, eſt un être très-timide; & que le préjugé de ſa religion, le tient toujours ſur la défenſive, ou plutôt ſur ſes gardes vis à-vis tous les animaux qui peuvent lui être nuiſibles, puiſqu'il lui eſt défendu par ſa loi d'en tuer aucun de quelque eſpèce qu'il puiſſe être.

Je me rappelle qu'un matin, à mon réveil, mon domeſtique en entrant chez moi, aperçut

le premier une longue couleuvre & très-déliée, qui rampoit le long de mon mur au-deſſus de mon lit: ce n'étoit pas une eſpèce dangereuſe; auſſi la prit-il fort reſpectueuſement, & la porta-t-il dehors ſans lui faire le moindre mal.

Si l'explication que je viens de donner, ne ſatisfait pas, je ſuis obligé d'avouer que je n'en ai pas de meilleure à propoſer.

Au reſte, M. Dupuis, lui-même, n'exige pas qu'on ſatisfaſſe parfaitement à tout; & l'inſuffiſance de l'explication de quelques ſignes, ne peut point ébranler, ſelon lui, le ſyſtème (*Voyez* ſa concluſion ci-après, à la ſuite de ſon explication des douze Signes).

Le Scorpion, ſelon M. Dupuis, eſt ſigne de maladies; & il nous aſſure qu'il en règne effectivement tous les ans en Égypte, dans la ſaiſon dont nous parlons; mais à la côte & dans la partie de l'Inde que j'ai vue & habitée, on ne connoît point de maladies, ſi ce n'eſt à *Gingy*, à quinze à vingt lieues à l'oueſt de la côte; il y en a beaucoup auſſi dans le Bengale, & de très-mortelles comme à *Gingy*; elles arrivent Sud vers le temps du paſſage du Soleil ſous les Étoiles de l'Écreviſſe, preſſoit les vapeurs vers le midi, & les amaſſoit au cœur du pays d'où venoit le Nil, ce qui y cauſoit des pluies abondantes, groſſiſſoit l'eau du fleuve, & portoit enſuite l'inondation dans toute l'Égypte. Pluche n'a fait preſque ici que traduire Plutarque (*de Iſide & Oſiride, page 336*), & le fragment d'un ancien Auteur, imprimé à la ſuite d'Herodote (*page 607*).

Mais on pourroit donner encore un autre ſens à ce ſymbole. Chez un peuple guerrier, tel que fut le peuple Égyptien, & qui après ſes récoltes n'avoit plus rien à faire, parce que le Nil alloit inonder tout le pays, n'eſt-il pas vraiſemblable qu'on aura pu deſtiner à porter la guerre chez l'Étranger, un temps pendant lequel la nature même de leur climat les eût réduits à l'inaction? C'eſt l'idée que pourroit faire naître un arc & un trait, ſymbole uſité chez ce peuple pour déſigner la guerre: *armatus homo ſagittam jaculans*, dit Hor-Apollon, *tumultum ſignificat* (*lib. I, cap. 8*): d'autres en effet y peignoient un faiſceau de traits, ou un carquois (*Scaliger ad Manilium, p. 437*). Cette dernière interprétation s'accorde aſſez avec ce que dit Manilius (*lib. III, v. 625 & ſuiv.*) ſur les travaux de l'homme aux approches du ſolſtice d'été.

Cancer ad æſtiva fulget faſtigia Zonæ
Tunc & bella ferro tractantur marte cruento

Nec Scythiam deffendit hiems. Germania ficca
Jam tellure fugit, niluſque tumeſcit in arva.
Hic verum ſtatus eſt, cauſi cum ſidere Phœbus
Solſtitium facit, & ſummo verſatur Olympo.

Ces idées ſur le Sagittaire ont été adoptées par les Aſtrologues, & ſous ce Signe naiſſoient les Guerriers.

Nec non arcitenens primâ cum veſte reſurgit,
Pectora clara dabit bello, magniſque triumphis
Conſpicuum patrias victorem ducet ad arces.
Manilius, liv. IV, v. 559.

après la ſaiſon des pluies, lorſque les chaleurs commencent à ſe faire ſentir.

Enfin le douzième & dernier ſigne eſt le Sagittaire. Tout le long de la côte de l'Inde, il règne des vents de terre d'une force inexprimable, & qui durent quelquefois trente jours de ſuite ſans interruption; ils ſont très-brûlans. *(Voyage, &c. tome I, pages 475 & ſuivantes).*

Ces vents ſe déclarent pour l'ordinaire du 15 au 20 de Mai, & leur plus grande force eſt en Juin; ils ne ſoufflent preſque jamais que par raffales : c'eſt-à-dire, qu'il ſe fait toujours une eſpèce de calme d'un inſtant, ou de peu de minutes, puis le vent vient ſubitement comme un trait lancé avec la plus grande force; je n'ai point vu les vents étéſiens, mais je ne peux pas me figurer que le trait de ces vents ſoit comparable à l'eſpèce de fureur des vents de terre de la côte de l'Inde; ainſi une flèche aura paru très-propre aux Brames pour exprimer la rapidité de ces vents furieux & impétueux.

Il eſt bon de faire obſerver que les vents étéſiens ne ſoufflent pas tous les ans en Égypte; c'eſt la raiſon dont ſe ſert Hérodote, pour réfuter ceux de ſon temps qui diſoient que ces vents étoient la cauſe du débordement du Nil : les vents de terre, au contraire, ſoufflent régulièrement tous les ans à la côte de l'Inde, avec cette ſeule différence d'une année à l'autre, qu'ils arrivent quinze jours environ plus tôt ou plus tard, & ils ne ſont pas toutes les années également forts ou brûlans; ni de la même durée. *(Voyez ſur ces vents le premier tome de mon Voyage, pag. 475 & ſuiv.)*

Ces vents doivent en effet plus régulièrement revenir chaque année que les vents étéſiens, la cauſe qui les produit eſt conſtante, & agit néceſſairement toutes les années dans

le même temps ; c'eſt le Soleil, en ſe rapprochant de l'Inde, qui cauſe la mouſſon du ſud ou du ſud-oueſt, qui ne manque jamais : cette mouſſon ſe fait ſentir dans toute la preſqu'Iſle, comme je l'ai dit plus haut ; les vents de terre de la côte orientale de cette preſqu'Iſle, ſont des vents d'oueſt, & par conſéquent ne ſont autre choſe que les vents de mouſſon, qui ſe précipitant par-deſſus la chaîne des gates dans les campagnes, & qui paſſant enſuite par-deſſus des terreins arides & de ſable, parviennent à la côte ſous la forme d'un air enflammé, & par conſéquent très-brûlant ; car à la côte de Malabar, où ces mêmes vents arrivent de l'Afrique par-deſſus cinq cents lieues environ de mer : ces vents, dis-je, ſont bien plus frais ; & même à la côte orientale les pluies qui les précèdent quelquefois, en tempèrent l'ardeur. (*Voyage, &c. tome I, page 477*).

Ainſi la flèche, comme je l'avois déjà remarqué ci-deſſus, peut bien avoir été imaginée par les Indiens pour déſigner la venue ſubite & furieuſe de la mouſſon du ſud. Cette explication me paroît également bien amenée, & convenir au ſujet auſſi-bien, & mieux encore que les vents étéſiens de M. Dupuis ; car ſi Pluche dit que les vents étéſiens commencent à ſouffler dans le mois qui précède le débordement du Nil, j'oſe aſſurer qu'il ſe trompe : cependant il paroît que c'eſt ſur la foi de Pluche que M. Dupuis établit ſon explication du Sagittaire. D'après le paſſage de Pluche, il me ſembleroit au contraire à moi, que cet Auteur met l'arrivée des vents étéſiens en Égypte, non dans le mois qui précède le ſolſtice d'été, mais dans le mois même du ſolſtice ; car c'eſt le ſens que m'ont préſenté ces paroles de Pluche, rapportées par M. Dupuis . . . *qui ſoufflent du nord au ſud vers le temps du paſſage du Soleil ſous les étoiles de l'Écreviſſe, &c.*

En effet, outre que, ſelon Hérodote, les vents étéſiens ne ſoufflent pas tous les ans en Égypte, il paroît, ſelon le même Hérodote, que pluſieurs perſonnes attribuoient dans ſon ſiècle la cauſe du débordement du Nil aux vents étéſiens ; or, le débordement du Nil commençoit vers le ſolſtice, &

il ne devenoit bien ſenſible qu'un mois après, c'eſt-à-dire vers la fin de Juillet; mais le premier degré du Sagittaire devoit répondre au 21 de Mai : c'eſt donc à dire que les vents étéſiens ne devoient commencer, d'après Hérodote, que le mois d'après que le Soleil avoit quitté le Sagittaire; le Sagittaire n'a donc pas pu être choiſi comme ſymbole des vents étéſiens, puiſqu'ils répondent au temps où le Soleil entroit alors dans le Capricorne.

Ce que je dis là eſt ſi vrai, & la difficulté que je propoſe ici me ſemble ſi réelle, que *Varenius*, dans ſa Géographie, nomme, d'après les Grecs, ces vents *caniculaires*; il cite même Ariſtote, qui dit, *qu'ils commencent à ſouffler après le ſolſtice d'Été*; mais il le blâme de n'avoir pas donné le véritable temps auquel ils commencent à ſouffler; il ajoute que ceux qui ont fait des obſervations ſur ces vents, & ſur la ſaiſon qu'ils ſoufflent, ont remarqué qu'on en voyoit des avant-coureurs le 6 de Juillet, ou le 15 du même mois; que leurs premiers ſouffles tombent au lever de la canicule, & qu'ils ſoufflent pendant les quarante jours caniculaires.

Ariſtoteles cùm poſt ſolſtitium æſtivum eos ſpirare dixiſſet, nihil addidit de vero tempore, magnâ certè negligentiâ, quam auxit deinde, ubi ornithiarum mentionem faciens tam tempus quàm ventorum horum plagam omiſit; cæterùm qui annotârunt eteſiarum tempus, illi prodromos illorum vel ad ſextum Julii menſis, vel ad 15 Julii, initium ſpirandi facere cùm caniculæ ortu annotârunt, flare autem illos per quadraginta dies caniculares. (Varen. Geog. lib. I, p. 275).

Mais dans notre hypothèſe ils devroient commencer vers le 21 de Mai; cela fait donc près de deux mois de différence: donc le Sagittaire, conſidéré à l'époque de M. Dupuis, n'a pu, je le répète, être ſymbole des vents étéſiens.

La ſeconde explication que donne M. Dupuis, du même ſigne, lui conviendroit peut-être mieux; mais j'ignore ſi un peuple, qui de temps immémorial a été ſubjugué ſans peine par le premier venu; qui a de tout temps été la proie du premier conquérant qui s'eſt préſenté: j'ignore, dis-je, ſi

ce peuple a jamais bien ſu manier l'arc & la flèche, pour porter la guerre chez les autres? d'ailleurs où l'auroit-il portée cette guerre? ce peuple belliqueux, ſelon l'expreſſion de M. Dupuis, n'auroit eu qu'un mois ou ſix ſemaines au plus pour ſes expéditions & exploits militaires; le Nil ſe débordant bientôt, il ne pouvoit porter ſes armes ni à droite ni à gauche, ni en remontant, puiſqu'il n'auroit trouvé que des déſerts, des ſables brûlans & inhabitables, & le Nil débordé par tout; or, la vie de poiſſon qu'il étoit obligé de mener alors, pour ainſi dire, *(p. 366)* eſt bien éloignée de celle des militaires, & lui convenoit en effet mieux.

Si on veut parler des Éthiopiens, les pluies commençant chez eux à la fin de Mai, & le pays devant être noyé en Juin & Juillet, ainſi qu'en Abiſſinie, ce n'étoit guère un temps propre aux expéditions militaires. On doit donc avoir de la peine à ſe figurer que le Sagittaire ait pu être choiſi en Égypte pour ſymbole des vents étéſiens, ou pour celui des expéditions militaires des Égyptiens.

CONCLUSIONS.

TELLE eſt l'explication que j'ai cru pouvoir haſarder des douze ſignes du Zodiaque; par où l'on voit que le Calendrier, ſoi-diſant Égyptien, convient parfaitement auſſi au climat de l'Inde, & que ſi cette convenance ſeule pouvoit ſuffire pour déceler l'inventeur, je ne vois pas pourquoi le peuple Indien ne le ſeroit pas. En raſſemblant donc ce que j'ai dit ci-deſſus des connoiſſances des Indiens dans l'Aſtronomie, & le rapprochant de l'ignorance, du moins apparente, des Égyp-

QUOI qu'il en ſoit, ajoute M. Dupuis *(p. 376 & 377)* quand même nous ne ſaiſirions pas toujours au juſte l'idée qu'on a voulu préſenter par ces douze emblèmes, il ſuffit qu'il s'en trouve pluſieurs dont le ſens ſoit ſi naturel, qu'il ne puiſſe ſouffrir d'équivoque, car, comme nous l'avons fait obſerver, la place d'un ſeul, bien déterminée, fixe néceſſairement celle de tous les autres. Tout ce qu'on pourroit conclure de l'inſuffiſance de l'explication de quelques-uns de ces Signes, c'eſt que l'intelligence du ſens qu'ils renferment, dépend de l'Hiſtoire Naturelle de ce pays, ou des occupations de ces peuples, ou du préjugé qui leur faiſoit attri-

buer certaines qualités à tels ou tels animaux : mais il eſt pluſieurs de ces emblèmes dont le ſens eſt très-clair & l'application très-naturelle ; telle eſt la Balance placée à un équinoxe ; l'Écreviſſe, ou l'animal rétrograde à un ſolſtice ; *le Bœuf à l'ouverture des travaux ruſtiques ;* une fille qui porte un épi, placée au mois des moiſſons ; trois Signes aquatiques, répondant aux trois mois du débordement ; en voilà beaucoup plus qu'il n'en faut pour déterminer la poſition primitive des aſtériſmes, ou conſtellations du Zodiaque, conſidérée comme le Calendrier aſtronomique & rural d'un peuple ſavant & agricole tout enſemble. Ce qu'il y avoit de plus eſſentiel à prouver, c'eſt qu'il s'accorde parfaitement avec l'agriculture de l'Égypte ; tandis qu'il eſt auſſi d'accord avec la poſition des points ſolſticiaux & équinoxiaux dans le Ciel à une certaine époque. Il réſulte de-là, que non-ſeulement il convient à l'Égypte, *mais encore qu'il ne convient qu'à elle ſeule, par la raiſon que les opérations agricoles de ce pays, ſuivent préſque l'ordre inverſe de celui qui a lieu dans les autres climats ; de manière qu'il eſt impoſſible qu'un Calendrier rural, qui convient au peuple Égyptien, puiſſe convenir à quelque autre peuple que ce ſoit.* Nous concluons donc que c'eſt avec raiſon que les anciens Écrivains font honneur à l'Égypte de l'invention des Sciences aſtronomiques.

tiens dans cette Science : joignant à cela la convenance, ou le rapport que le Zodiaque & ſes Signes ont avec le climat de l'Inde ; qui pourra refuſer aux Indiens d'avoir autant de droits, & plus, à cette belle invention que n'en peuvent avoir les Égyptiens ? Au reſte, je n'ai pas, je le répète, la prétention d'avoir décidé la queſtion. Savoir, *De qui nous tenons l'invention du Zodiaque !* j'ai plaidé la cauſe des Indiens, & je crois avoir fait voir que ces peuples, quoique peu connus, en comparaiſon des Chaldéens & des Égyptiens, peuvent malgré cela avoir autant de part à cette belle invention que les Chaldéens ou les Égyptiens : & ſi M. Dupuis s'eſt déterminé pour ces derniers, c'eſt qu'il a cru qu'il n'y avoit dans l'Univers entier, que le climat de l'Égypte à qui le Zodiaque, comme calendrier rural & aſtronomique, pût convenir ; car, ſelon ce Savant lui-même, on verra que je n'ai pas ſoutenu une cauſe dénuée de vraiſemblance & de probabilité. En effet, voici comme lui-même s'explique *(page 353)* « pluſieurs peuples ſemblent prétendre à la gloire de l'invention : les Chaldéens «

» & les Égyptiens ont paru dans l'antiquité, y avoir le plus » de part; & M. de la Lande ſe détermine pour les Chal- » déens *(Aſtr. article 280)*. On a voulu auſſi leur aſſocier » les Indiens & même les Chinois; effectivement on trouve » chez ces derniers peuples, des traces d'une Aſtronomie au » moins auſſi ancienne que celle des Chaldéens & des Égyp- tiens, &c. »

Ces paroles ſont formelles & bien préciſes, & l'on voit que M. Dupuis convient déjà avec nous, d'une Aſtronomie au moins auſſi ancienne chez les Indiens que chez les Chaldéens & les Égyptiens : il ne me reſtoit donc plus qu'à faire voir qu'il n'y a nulle apparence que les Indiens aient jamais rien pris aux Égyptiens ; & que le Zodiaque ſoi-diſant d'origine égyptienne, ſelon M. Dupuis, parce qu'il convient au climat de l'Égypte, peut auſſi être ſenſé, ſelon moi, d'origine indienne, parce qu'il convient au climat de l'Inde; c'eſt ce que je me flatte d'avoir montré.

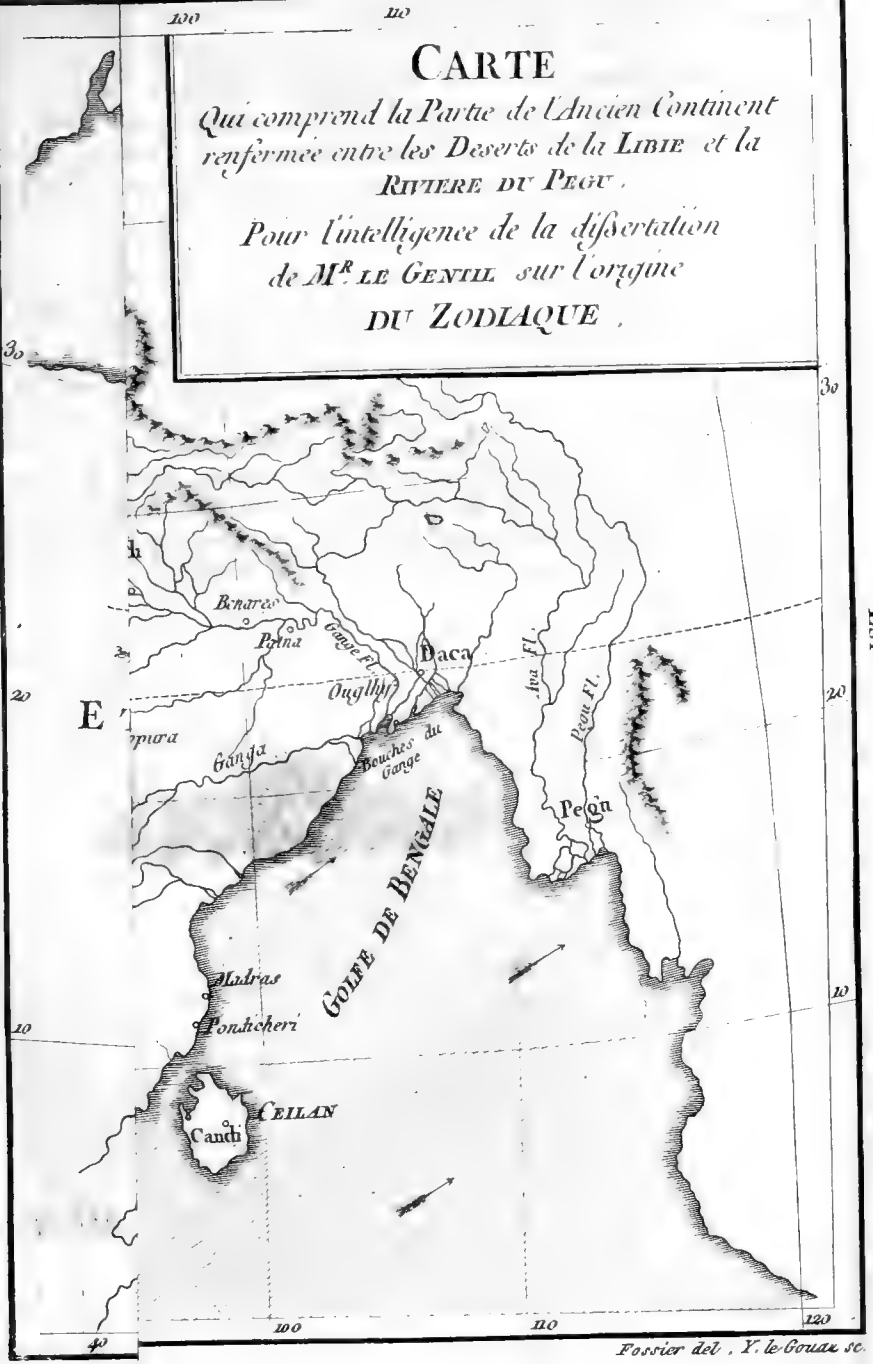
MÉMOIRE

Mem. de l'Ac. R. des Sc. An. 1782 Pag. 466 Pl. XI.

CARTE

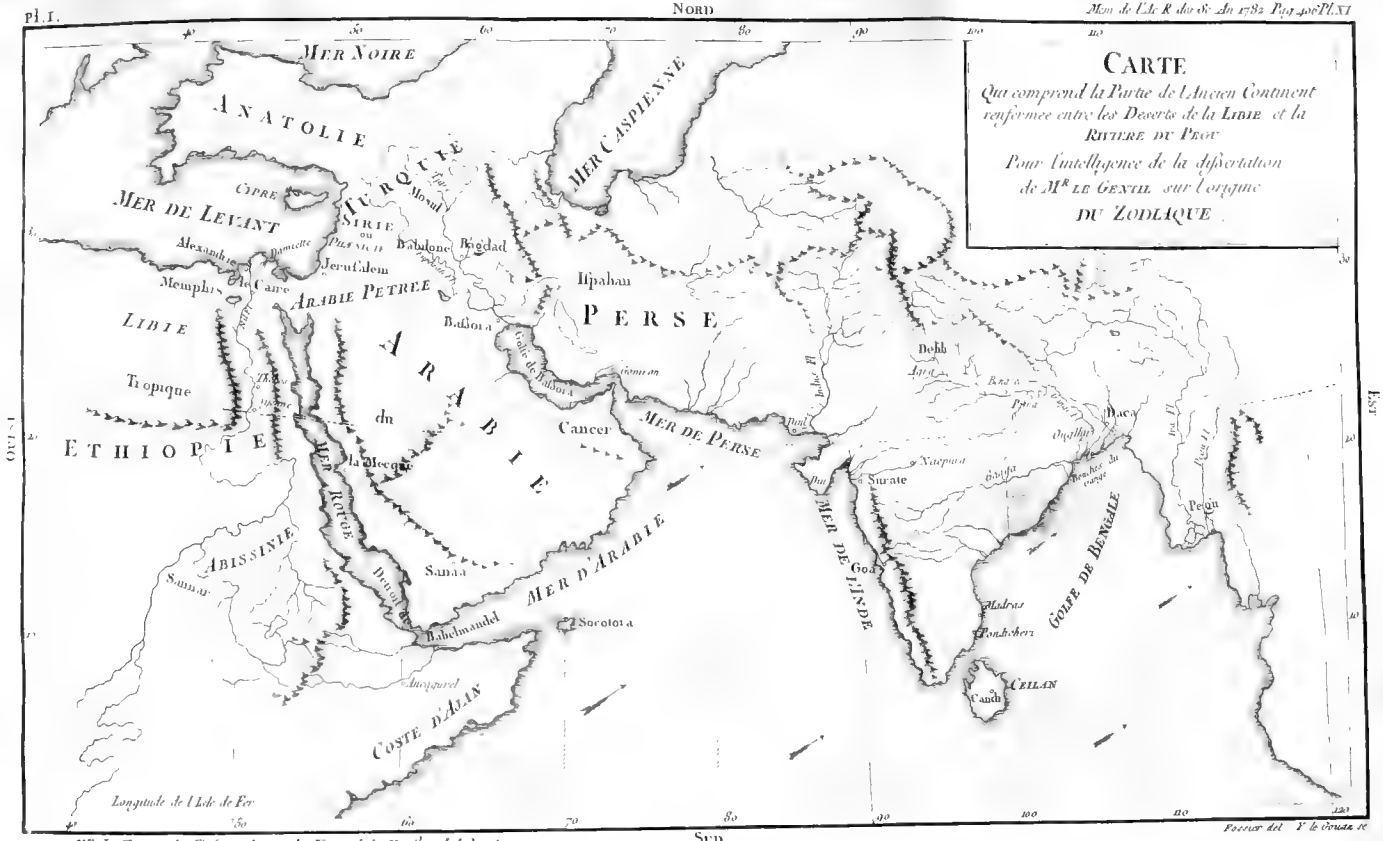
Qui comprend la Partie de l'Ancien Continent renfermée entre les Deserts de la LIBIE *et la* RIVIERE DU PEGU.

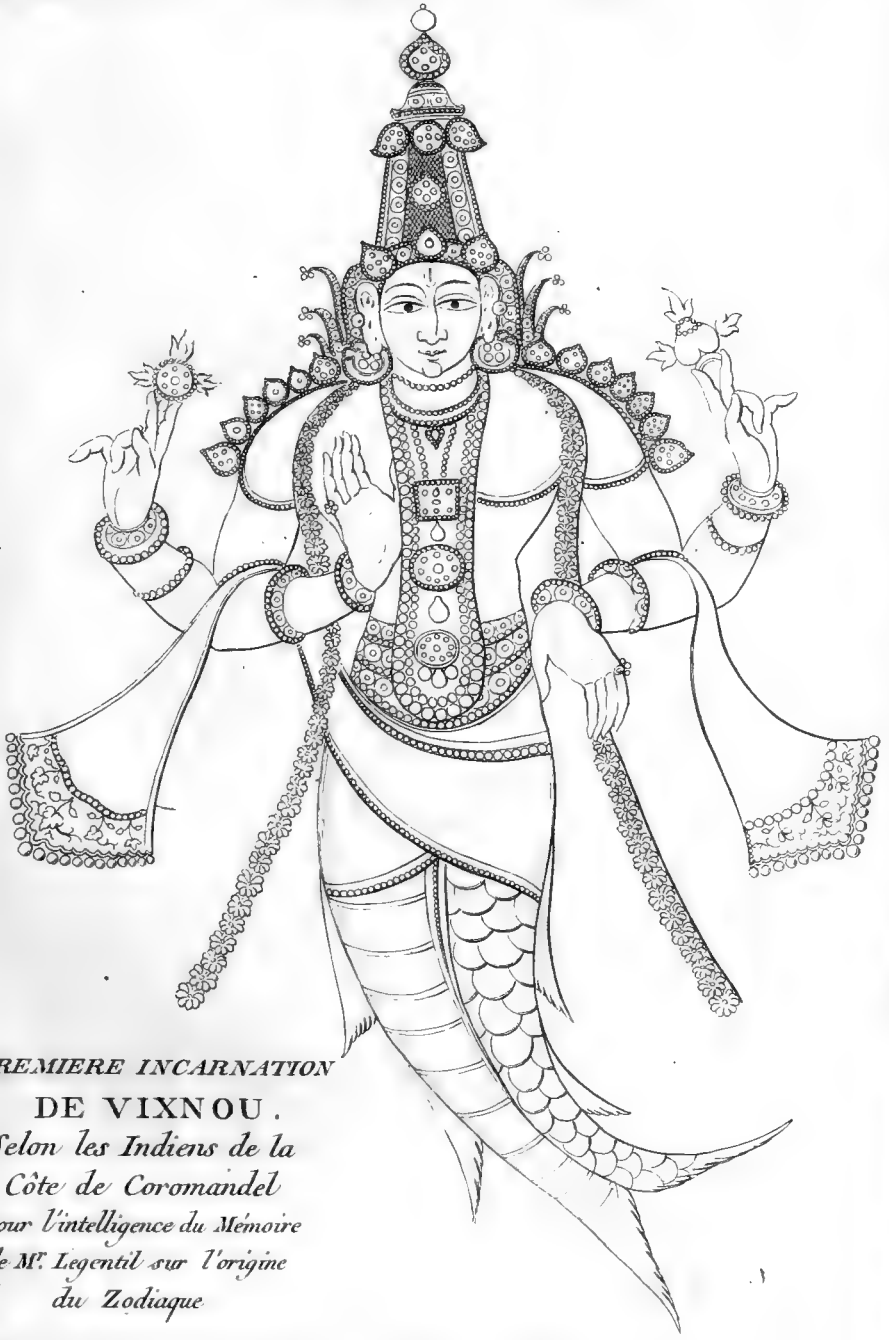
Pour l'intelligence de la dissertation de M^R. LE GENTIL *sur l'origine* DU ZODIAQUE.



Fossier del. Y. le Gouaz sc.

Mem. de l'Ac. R. des Sc. An 1782. Plan. 406 Pl. XI





PREMIERE INCARNATION

DE VIXNOU.

Selon les Indiens de la Côte de Coromandel

Pour l'intelligence du Mémoire de M^r. Legentil sur l'origine du Zodiaque

Y. G. Sculp

MÉMOIRE

Sur un Moyen d'augmenter conſidérablement l'action du Feu & de la Chaleur, dans les Opérations chimiques.

Par M. LAVOISIER.

Novembre 1782.

LES grands verres ardens de Tchirnauſen, en procurant aux Chimiſtes un agent plus fort que le feu des fourneaux, leur ont appris qu'un grand nombre de corps regardés comme infuſibles ou comme fixes, cédoient à l'action d'une chaleur plus forte: les épreuves faites par M. le comte de Lauraguais & par M. d'Arcet, au fourneau de porcelaine, ont confirmé cette même vérité ; & la grande loupe de M. Trudaine, conſtruite par M. de Bernieres, ſous l'inſpection des Commiſſaires de l'Académie, a achevé de prouver que la qualité de *fixes* ou de *réfractaires*, attribuée à de certains corps, n'étoit que relative au degré du feu employé.

Mais en même temps que les grands verres de Tchirnauſen & la grande loupe de M. Trudaine, ont conduit à conclure qu'il étoit poſſible d'augmenter, pour ainſi dire, à volonté, les effets de la chaleur & du feu, ils ont fait voir que les difficultés de pratique & d'exécution croiſſoient dans une proportion beaucoup plus forte que les effets. La loupe de M. Trudaine, qui a quatre pieds de diamètre, ne produit pas beaucoup plus de chaleur que les verres de Tchirnauſen, & les frais néceſſaires pour l'établir, ont monté à plus de quinze mille livres ; les dépenſes deviendroient peut-être dix fois plus grandes, ſi on vouloit ſeulement en doubler les dimenſions; encore ne ſeroit-on pas certain ſi l'aberration de ſphéricité & de réfrangibilité des rayons, ſi le changement de figure des glaces, quand elles ſeroient chargées d'une colonne très-conſidérable de liqueur; enfin, ſi le défaut de diaphanéité du milieu, ne feroient pas perdre la plus grande

partie des avantages qu'on obtiendroit par l'augmentation du diamètre.

Je n'ignore pas que la loupe de verre maſſif à échelle, que M. l'abbé Rochon a fait conſtruire, & dont la première idée eſt dûe à M. de Buffon, ſemble promettre des effets plus conſidérables que ceux obtenus juſqu'ici; mais indépendamment de ce que les ſuccès de cet inſtrument n'ont encore été conſtatés par aucune ſuite d'expériences, la difficulté de ſa conſtruction & ſa cherté la placeront toujours hors de la portée des Savans; ce ſera un monument précieux élevé à la gloire des Sciences, mais ce ne ſera point un inſtrument de laboratoire, comme celui que je propoſe aujourd'hui, & dont il eſt temps que je donne une idée.

On peut ſe rappeler qu'à la Séance de Pâques 1775, j'annonçai au Public la découverte que j'avois faite pluſieurs mois auparavant avec M. Trudaine, dans le laboratoire de Montigny, d'une nouvelle eſpèce d'air, alors entièrement inconnue, & que nous avions obtenu de la réduction du mercure *précipité per ſe:* cet air que M. Prieſtley a découvert à peu-près dans le même temps que moi, & je crois même avant moi, qu'il a principalement retiré de la combinaiſon du minium & de pluſieurs autres ſubſtances avec l'acide nitreux, a été nommé par lui *air déphlogiſtiqué;* mais des expériences poſtérieures ayant prouvé qu'il eſt le ſeul qui puiſſe entretenir la vie des animaux qui reſpirent, l'Hiſtorien de l'Académie, & d'après lui, la plupart des Chimiſtes, lui ont donné le nom d'*air vital.* Entre ſes propriétés ſingulières, qui ſont aujourd'hui bien connues, on a remarqué que les corps combuſtibles y brûlent avec une étonnante rapidité, avec une flamme agrandie, avec décrépitation, même avec une ſorte de détonation qui approche de celle du nitre qui fuſe; le charbon ſemble s'y diſſoudre à meſure qu'il s'y brûle, & il répand une flamme blanche éblouiſſante, plus vive que celle même du phoſphore de Kunckel. Dans des Mémoires que je communiquai à l'Académie cette même année & les deux ſuivantes 1776 & 1777, je fis voir que

cet air entroit pour un quart dans la compoſition de l'air que nous reſpirons, qu'il n'y avoit que le quart de l'air de l'atmoſphère qui contribuât à la combuſtion, & que les trois autres quarts étoient un fluide élaſtique méphitique, dans lequel les corps allumés s'éteignoient comme ſi on les plongeoit dans l'eau.

Il étoit évident, par une conſéquence naturelle & néceſſaire de ces faits, que l'air de l'atmoſphère n'étoit pas le plus propre qu'on pût employer pour augmenter l'action du feu; qu'en dirigeant, par le moyen d'un ſoufflet, un courant d'air ſur des charbons allumés, on y portoit trois parties d'un fluide élaſtique nuiſible, ou au moins inutile, contre une partie vraiment utile; & qu'on augmenteroit par conſéquent conſidérablement l'effet du feu, ſi on pouvoit entretenir la combuſtion avec de l'air pur: cette idée a dû ſe préſenter ſans doute à beaucoup de perſonnes avant moi, & on m'a même aſſuré que M. Achard, célèbre Chimiſte de Berlin, en avoit fait des applications ; mais il reſtoit à trouver un appareil commode & peu diſpendieux, pour l'uſage habituel des laboratoires, & voici comment j'y ai été conduit.

Pour m'aſſurer d'abord de l'efficacité de l'air pur dans les expériences chimiques, j'ai adapté à une très-grande veſſie, un tuyau de cuivre jaune de huit pouces de longueur, terminé par une ouverture très-fine ; ce tuyau ſe démontoit à vis dans ſon milieu, afin qu'on pût augmenter à volonté ſon ouverture, & introduire promptement & commodément l'air dans la veſſie; j'avois auſſi des ajutages de différens diamètres, qui s'adaptoient ſur la même vis ; enfin, à l'extrémité du tuyau le plus proche de la veſſie, étoit un robinet, au moyen duquel je pouvois intercepter toute communication avec l'intérieur de la veſſie. Je ne m'arrêterai pas à détailler les moyens de remplir la veſſie d'air pur ou d'air vital, ils ſe préſentent d'eux-mêmes, & n'ont rien d'ailleurs d'embarraſſant pour ceux qui s'occupent de ce genre d'expériences.

Lorſque tout a été ainſi diſpoſé, & que ma veſſie a été

entièrement remplie d'air vital, j'ai fait, dans un gros charbon, avec la pointe d'un couteau, un trou de trois à quatre lignes de profondeur; j'y ai placé ſix grains peſant de platine, j'ai allumé le charbon au chalumeau d'une lampe d'émailleur, puis ouvrant le robinet de l'appareil que je viens de décrire, & preſſant la veſſie, j'ai ſoufflé de l'air vital ou air pur dans la cavité du petit trou pratiqué dans le charbon; auſſi-tôt le charbon a commencé à ſe diſſoudre avec une grande rapidité, avec une ſorte de détonation ſemblable à celle du nitre qui fuſe, & en répandant une lumière éclatante, dont les yeux avoient peine à ſoutenir l'éclat; quelques inſtans après la platine a fondu complétement, & les petites grenailles ſe ſont réunies en un globule parfaitement rond; la fuſion a toujours été également complète & facile, ſoit que j'aie employé de la platine ordinaire, telle qu'elle ſe trouve dans le commerce; ſoit que j'en euſſe préalablement enlevé les molécules attirables à l'aide d'un barreau aimanté.

On ſait que juſqu'ici on n'avoit encore trouvé aucun moyen de fondre la platine brute: M. le Baron de Sickingen & M. le Comte de Milly étoient parvenus à la ramollir & à la forger, mais ils n'avoient pu la faire couler; enfin la grande loupe de M. Trudaine ne l'avoit pas même amollie; j'étois donc déjà aſſuré par cette ſeule expérience, d'être en poſſeſſion d'un moyen de produire une chaleur beaucoup plus forte qu'aucune de celles qu'on eût employées juſqu'ici; mais ce premier appareil étoit encore bien imparfait, & on ſentira aiſément combien il m'auroit été difficile d'en faire uſage dans une grande ſuite d'expériences. Les plus grandes veſſies que je puſſe employer, ne contenoient que ſix à huit pintes d'air; cette quantité ſuffiſoit à peine pour une ſeule opération, & l'air me manquoit ſouvent au moment le plus intéreſſant d'une expérience: il falloit d'ailleurs une perſonne occupée à preſſer la veſſie, & quelque attention qu'elle eût, la preſſion n'étoit point uniforme; tantôt le courant étoit trop rapide & emportoit les corps ſoumis

aux expériences, tantôt au contraire il étoit trop foible, il n'entretenoit pas un degré de chaleur ſuffiſant, & le même corps qui s'étoit fondu ſe refroidiſſoit & ſe figeoit. J'ai donc reconnu la néceſſité de conſtruire un appareil dans lequel la preſſion s'opérât d'elle-même & d'une manière uniforme; dans lequel on pût faire varier à volonté la rapidité du courant d'air; enfin dont la capacité fût au moins de quatre-vingts à cent pintes. J'ai trouvé tous ces avantages réunis dans l'eſpèce de ſoufflet hydroſtatique repréſenté *(pl. I & II)*, je me contenterai d'en donner ici une deſcription très-ſommaire: ceux qui voudroient en faire conſtruire de ſemblables pourront recourir à l'explication des figures qui ſe trouve à ſuite de ce Mémoire. *(Voyez page 472).*

Cet appareil conſiſte en deux caiſſes de fer-blanc peintes en dehors & en dedans, pour évîter qu'elles ne ſoient attaquées par la rouille.

La première de ces caiſſes eſt repréſentée ſéparément *(planche I, figure 1.re)*, elle eſt pleine d'eau, & eſt garnie d'un robinet *M*, au moyen duquel on peut la vider lorſqu'on le juge à propos.

La ſeconde eſt repréſentée dans ſa poſition naturelle *(figure 2 de la même planche)*; elle eſt couchée & vue intérieurement dans la *figure 3*: cette ſeconde caiſſe eſt fermée dans ſa partie ſupérieure, & ouverte dans ſon inférieure, à la différence de la caiſſe *(figure 1.re)* qui eſt ouverte par en haut & fermée par en bas. Comme la caiſſe repréſentée *(fig. 2)*, eſt deſtinée à entrer dans celle *(figure 1.re)*, elle doit être plus petite au moins d'un demi-pouce dans tous les ſens: à ſa partie inférieure eſt une rainure *GH* qui ſe prolonge tout autour, & qu'on garnit de lingots de plomb pour la leſter.

Quand on veut opérer, on commence par remplir d'eau la grande caiſſe *(figure 1.re, planche I)*, juſqu'à quelques pouces du bord; enſuite on poſe ſur la ſurface de l'eau la caiſſe repréſentée *(figure 2)*, on ouvre le robinet *o*, qui établit une communication entre l'intérieur de la caiſſe & l'air extérieur; en conſéquence de cette communication & de la

preſſion opérée par le poids des lingots de plomb adaptés à la partie inférieure de la caiſſe, l'air commun en eſt bientôt chaſſé; elle ſe remplit d'eau en très-peu de temps & coule à fond. La *figure 4, même planche I*, qui repréſente la coupe des deux caiſſes, donne une idée de l'effet qui ſe produit alors.

L'air commun étant ainſi expulſé & remplacé par de l'eau, il s'agit de ſubſtituer à cette dernière de l'air vital : pour obtenir cet air abondamment & commodément, on peut le tirer ou du mercure précipité rouge ou du nitre; mais quoique le premier coûte beaucoup plus cher, j'ai cru devoir le préférer, parce qu'il eſt plus pur que le dernier, & j'ai même été obligé de renoncer entièrement à le tirer du nitre.

Je ſuppoſe donc qu'on s'eſt muni d'une proviſion très-abondante d'air vital tiré de la chaux de mercure, & qu'on l'a reçu dans des cloches de verre. Pour l'introduire dans la machine, on a une cuve ovale de bois *B C D E (figure 2, planche II)* remplie d'eau; elle eſt garnie de planches ou tablettes *F G*, fixées à deux pouces environ au-deſſous de la ſurface de l'eau, ſur leſquelles on poſe les cloches *A* remplies de l'air vital qu'on veut introduire dans la caiſſe.

H eſt un grand entonnoir qu'on remplit d'eau en le plongeant obliquement dans la cuve, & dans lequel on fait paſſer l'air vital contenu dans les cloches; quand il eſt plein, on le plonge juſqu'au fond de la cuve en appuyant fortement deſſus; ou bien, ſi on veut s'épargner cette peine, on le leſte avec du plomb, afin qu'il deſcende de lui-même; quand l'entonnoir eſt à fond on ouvre le robinet *V*, auſſi-tôt la preſſion opérée par l'eau de la cuve, oblige l'air vital à paſſer par le tuyau flexible de cuir *x y z* & à s'introduire dans la caiſſe *E F G H;* en répétant un grand nombre de fois cette même manœuvre on parvient à la remplir en entier.

Si la cuve *B C D E (figure 2)*, n'étoit pas aſſez profonde, & ſi la preſſion de la colonne d'eau n'étoit pas aſſez forte pour obliger l'air à monter & à pénétrer dans la caiſſe *E F G H*, alors il faudroit diminuer la preſſion

qu'éprouve l'air contenu dans cette caiſſe, & c'eſt ce qu'on opère aiſément en augmentant les poids *i*, placés dans le plateau de balance *f*, *g*, *(planche II, figure 1.re)*.

Lorſque la caiſſe intérieure eſt ainſi remplie d'air vital, & qu'il eſt queſtion d'opérer, on ouvre le robinet *K (fig. 1.re)* & le robinet *R (figure 3)*: auſſi-tôt l'air vital qui eſt dans un état de compreſſion dans la caiſſe *E F G H (fig. 1.re)*, paſſe par le tuyau *X Y D a b c*, & s'échappe avec rapidité par l'orifice du chalumeau *A R (figure 3)*.

L'appareil repréſenté par la *figure 3*, n'eſt autre choſe qu'un établi ordinaire de lampe d'Émailleur, dans lequel ſeulement le ſoufflet eſt plus grand & mieux fait qu'il ne l'eſt ordinairement. Cette diſpoſition a l'avantage de rendre la machine que l'on décrit, d'un uſage très-étendu: veut-on opérer avec un degré de feu très-modéré? on ſe ſert du ſoufflet *b c f*, & on établit la communication entre lui & le chalumeau, au moyen de la portion du tuyau flexible *a b c* qu'on déviſſe en *a*, & qu'on adapte en *f*, à l'ouverture du ſoufflet: alors on reçoit l'air qui ſort du chalumeau dans le creux d'un charbon allumé, ou bien on le fait paſſer à travers d'une lampe, & on obtient alors le feu de lampe d'Émailleur. Si au contraire on a beſoin d'un degré de feu beaucoup plus fort, on emploie l'air vital, & alors la communication entre la caiſſe *E F G H* & le chalumeau *A*, s'établit de la manière qu'il eſt repréſenté dans les *figures 1 & 3*.

Enfin comme la violence du feu qu'on obtient, dépend encore de la quantité d'air vital qui lui ſert d'aliment, l'extrémité du chalumeau ſe démonte à vis, de manière qu'on peut y adapter différens ajutages depuis un ſixième de ligne juſqu'à une ligne d'ouverture; mais comme ces ajutages doivent ſupporter une chaleur très-forte, on les a compoſés d'un alliage d'or, d'argent & de platine, ce qui les rend extrêmement durs & difficiles à fondre.

Quant à la manière d'opérer, elle varie ſuivant la nature des corps qu'on ſe propoſe de ſoumettre aux expériences. Pour les ſubſtances métalliques, & en général pour toutes

celles qui peuvent ſupporter ſans inconvénient le contact immédiat des charbons ardens, on fait dans un gros charbon de bois blanc, un creux de 3 à 4 lignes ſeulement de profondeur; on ſe ſert à cet effet, d'une eſpèce de tourne vis *P (figure 3, planche II)*; on met le corps ſur lequel on veut opérer, dans le creux ainſi pratiqué; on allume enſuite le charbon avec un chalumeau de verre à la flamme d'une bougie ou d'une lampe; après quoi on expoſe le charbon ainſi allumé, au courant d'air vital qui ſort avec rapidité par le bec du chalumeau *AR (figure 3)*: pour plus de commodité, on peut placer le charbon ſur un pied repréſenté ſéparément *(figure 5)*.

A l'égard des corps qui ne peuvent être en contact avec le charbon embraſé, ſans ſubir des altérations, & ſans changer de nature, tels que les gypſes, les chaux métalliques, les ſubſtances vitreuſes qui contiennent des métaux, &c. on ſe ſert de la lampe d'Émailleur; c'eſt-à-dire, que l'on fait paſſer le courant d'air vital à travers la flamme d'une lampe allumée: on obtient ainſi un feu de lampe d'Émailleur, d'un effet beaucoup plus fort que celui de lampe d'Émailleur ordinaire. La lampe *L (figure 3, planche II)* eſt diſpoſée de manière à pouvoir s'élever ou s'abaiſſer au moyen de trois vis *x*, *y*, *z*; on peut par ce moyen porter l'air vital dans telle partie de la flamme que l'on veut: le dard enflammé qu'on obtient ainſi, eſt beaucoup plus brillant & beaucoup plus éblouiſſant que dans la lampe d'Émailleur ordinaire; il eſt plus ou moins long, ſuivant la rapidité qu'on donne au courant d'air vital. Le degré de chaleur qu'on obtient par ce moyen, n'eſt pas tout-à-fait auſſi grand que quand on reçoit l'air vital dans le creux d'un charbon ardent; on y fond cependant la platine, mais avec quelque difficulté.

Je me ſers dans cette ſeconde manière d'opérer, de deux ſortes de ſupports; de coupelles ordinaires d'os calcinés pour les ſubſtances métalliques; & pour les autres, d'une petite capſule ou coupelle faite d'un alliage d'or, d'argent & de platine: on peut auſſi employer des ſupports de grès,

ou

ou des coupelles ordinaires d'os calcinés qu'on enduit d'une couche de ſablon ; l'uſage m'apprendra quels ſont ceux que je dois préférer.

M. le Préſident de Saron m'a fait part d'une autre idée très-ingénieuſe, pour opérer ſur les corps qui ne peuvent être mis en contact avec le charbon ; elle conſiſte à faire concourir enſemble deux chalumeaux, dont l'un fournit de l'air vital, l'autre de l'air inflammable ; on obtient ainſi un dard de flamme très-blanc, très-lumineux & très-chaud, avec lequel on fond aiſément le fer, mais avec lequel cependant il ne m'a pas été poſſible de fondre la platine. Cette manière d'opérer eſt ſi commode & ſi fort à l'abri de toute objection, que je la préférerois à toute autre, ſi elle donnoit une chaleur auſſi forte : peut-être en imaginant un appareil dans lequel l'air vital environneroit de toutes parts l'air inflammable, de manière que ce dernier brûlât en quelque façon dans une atmoſphère d'air vital, obtiendroit-on un effet plus conſidérable ; à l'aide des lumières de M. le Préſident de Saron, j'eſpère parvenir à tirer parti de ce nouveau moyen.

Après avoir décrit l'appareil que j'ai fait exécuter, il me reſte à entretenir l'Académie des réſultats que j'ai obtenus, en appliquant ce nouveau degré de chaleur aux ſubſtances, regardées juſqu'ici comme réfractaires ; & c'eſt ce que je me propoſe de faire dans pluſieurs Mémoires, dont quelques-uns ſont déjà fort avancés.

Depuis la rédaction & la lecture de ce Mémoire, M. Meuſnier, qui s'eſt occupé avec moi d'expériences & de recherches ſur la combinaiſon de différentes eſpèces d'air, a bien voulu faire au ſoufflet hydroſtatique que je viens de décrire, des changemens importans qui en forment un meuble néceſſaire dans un laboratoire & dans un cabinet de Phyſique, où l'on veut faire des expériences exactes. On en trouvera la deſcription & les uſages, tels que M. Meuſnier les a expoſés lui-même, dans le Mémoire ſuivant qu'il m'a remis.

DESCRIPTION

D'un appareil propre à manœuvrer différentes espèces d'airs, dans les expériences qui en exigent des volumes considérables, par un écoulement continu parfaitement uniforme & variable à volonté, & donnant à chaque instant la mesure des quantités d'air employées, avec toute la précision qu'on peut desirer.

Par M. MEUSNIER.

LE soufflet hydrostatique dont M. Lavoisier a donné la description dans son Mémoire sur un moyen d'augmenter considérablement l'action du feu dans les opérations chimiques, m'a fait naître l'idée d'en former un appareil qui seroit de la plus grande utilité dans les laboratoires où l'on s'occupe d'expériences sur les airs, & où il devient plus que jamais essentiel de connoître avec beaucoup de précision, la quantité de ces fluides qu'on fait entrer dans un grand nombre de combinaisons. Il y a aussi des expériences dont le succès dépend en grande partie d'une parfaite égalité dans l'écoulement des gaz qu'on y emploie; & l'appareil dont il s'agit, devoit par conséquent donner le moyen de régler cet écoulement à volonté; de sorte qu'on pût le regarder comme un instrument universel, propre à transmettre des quantités quelconques de fluide aériforme d'une capacité dans une autre, & comme une jauge capable d'en mesurer des volumes quelconques, quand même ils seroient fort au-dessus de la continence du plus grand vase de laboratoire. J'ai communiqué mes idées à ce sujet, à M. Lavoisier, qui en a senti toute l'utilité, & j'ai fait construire en conséquence pour son laboratoire, deux appareils de ce

genre, dont nous nous ſommes déjà ſervis avec le plus grand ſuccès, & qui nous donneront par la ſuite la facilité de faire très-en grand, des expériences de la plus haute importance pour la théorie générale de la Chimie.

Cet appareil eſt formé comme le ſoufflet hydroſtatique de M. Lavoiſier, de deux caiſſes, *A B C D E F G H* (*figures 1, 2, 3 & 4, planche I.ere*), dont l'une remplie d'eau, reçoit l'autre où eſt renfermé le gaz qu'il s'agit de manœuvrer, & qui, au moyen de la preſſion que la caiſſe ſupérieure exerce ſur lui par ſon poids, eſt déterminé à s'échapper par les iſſues qui lui ſeront ouvertes.

Cette preſſion eſt modérée à volonté par un contre-poids variable, qui contre-balance une partie du poids de la caiſſe *E F G H*; mais le frotttement des poulies & la réſiſtance des cordes que M. Lavoiſier avoit employées d'abord, apportant à l'enfoncement de cette caiſſe une réſiſtance qui en rendoit la preſſion fort inégale, j'y ai ſubſtitué un levier *M S P* (*planche II, figure 1.ere*) de quatre pieds de longueur, & portant à ſes extrémités deux arcs-de-cercle du même diamètre & d'un développement égal à l'eſpace que la caiſſe *E F G H*, doit parcourir entre ſes poſitions extrêmes; par cette diſpoſition la caiſſe *E F G H*, ſe trouve comme ſuſpendue à une poulie de quatre pieds de diamètre, & la réſiſtance réduite preſque à rien; l'axe du levier *M S P*, eſt formé par deux tourillons d'acier dont le mouvement s'exécute dans deux gorges de métal de cloche, fixées à la partie ſupérieure du montant *R S*; & au lieu de ſuſpendre la caiſſe mobile à des cordes ſuſceptibles de s'alonger ou de ſe raccourcir, j'ai employé à cet uſage des chaînes plates en fil-de-fer, pareilles à celles que M. de Vaucanſon a ſubſtituées aux courroies dans ſon moulin à organſiner les ſoies, & conſtruites avec la belle machine qu'il avoit inventée pour mettre cette eſpèce de chaîne à un prix très-modique. Ces chaînes s'enveloppent ſans aucune roideur ſur les arcs-de-cercle qui terminent le levier *M S P*, & leur forme a encore l'avantage d'empêcher

que la caiſſe *E F G H*, en tournant ſur elle-même, ne frotte contre les parois de la caiſſe inférieure.

Mais il ne ſuffiſoit pas que le mouvement de la caiſſe *E F G H*, fût aſſez libre pour n'occaſionner par lui-même aucune inégalité à la preſſion qu'elle exerce ſur l'air qui y eſt renfermé, il falloit remédier à une autre cauſe, capable d'altérer encore la parfaite uniformité de preſſion dont cette machine doit être ſuſceptible: en effet, à meſure que la caiſſe *EFGH* s'enfonce dans l'eau de la caiſſe inférieure, les matériaux dont elle eſt compoſée, occaſionnent un déplacement d'eau dont l'effet eſt de ſoutenir une portion de leur poids, ce qui feroit diminuer de plus en plus la preſſion ſoufferte par l'air intérieur. Quoique cette variation ne dût pas être bien conſidérable, j'ai cru cependant devoir y remédier en faiſant en même temps varier le bras de levier du contre-poids oppoſé à la caiſſe, dans la même proportion que le poids de celle-ci diminue par ſon enfoncement dans l'eau.

Pour remplir cet objet, l'arc-de-cercle, auquel ce contre-poids eſt ſuſpendu, tient à une pièce à part, *q s (planche II, figure 1.re)* indépendante du reſte du levier; elle peut s'approcher ou s'éloigner, parallèlement à elle-même, de la partie correſpondante *r t*, & le levier eſt coudé au centre, de manière que la ligne du milieu de la pièce *q s*, paſſe par le centre de rotation quand elle eſt appliquée contre la partie *r t*.

Le mouvement par lequel la pièce *q s* s'approche ou s'éloigne, s'exécute par le moyen d'un chaſſis de fer *o p q ſ*, dont les deux branches *o q*, *p ſ*, fixées ſolidement en *q* & en *ſ*, & parfaitement égales de groſſeur d'un bout à l'autre, gliſſent dans deux canons de cuivre *r*, *t*, faiſant partie de la pièce dormante *r t*. Enfin, une vis de fer *x z*, ſaiſie par deux collets en *x* & en *z*, & paſſant dans un écrou de cuivre *y*, fixé dans l'intérieur de la pièce dormante, oblige le chaſſis & l'arc-de-cercle à ſe mouvoir quand on la fait tourner à l'aide de la manivelle *L*, & ſert à régler à volonté la diſtance des deux pièces *q ſ* & *r t*.

Il eſt clair maintenant qu'à l'aide de ce mécaniſme, le

bras de levier du contre-poids varie en même temps que la caisse mobile s'enfonce : quand, en effet, les pièces qf & rt sont éloignées l'une de l'autre, le centre de l'arc-de-cercle M ne se confondant plus avec le centre de rotation du levier, se meut de plus en plus vers l'extrémité P, à mesure que ce levier s'incline, & le contre-poids s'approchant par conséquent du montant RS, son bras de levier diminue en même temps ; de sorte qu'en réglant convenablement pour chaque expérience la distance des pièces qf & rt, la caisse $EFGH$, exerce continuellement sur l'air qu'elle renferme, la même pression dans toutes ses positions : la distance dont il s'agit, nécessaire pour obtenir cette égalité, est différente pour les divers degrés de pression constante qu'on a pour objet d'occasionner, & une échelle graduée fg, fixée à la partie dormante, sert à régler cette distance, d'après une Table construite, une fois pour toutes, par des expériences préliminaires.

Après avoir ainsi obtenu une pression constante dans tous les états de l'appareil, il étoit aisé de connoître les volumes d'air qu'il contient à chaque position, en déterminant d'une manière précise, les divers degrés d'enfoncemens de la caisse $EFGH$; j'ai fixé pour cela, au montant RS, une aiguille T horizontale & immobile ; mais l'arc de cercle P est garni d'un limbe gradué en pouces & lignes, de sorte que l'aiguille indique à chaque instant les plus petits mouvemens de la caisse, & par conséquent les quantités d'air qu'elle fournit, lorsqu'elles ont été une fois mesurées par des expériences directes faites avec divers degrés de pression, & inscrites pour chaque degré du limbe, sur des Tables dressées à cet effet. On voit par-là, combien il étoit essentiel de suspendre la caisse mobile à des chaînes plutôt qu'à des cordes, dont l'alongement ou le raccourcissement auroient occasionné des erreurs dans cette mesure de l'air contenu.

Il ne s'agissoit plus que d'éviter toute espèce de déperdition dans le trajet que l'air avoit à faire depuis la caisse mobile où il est renfermé, jusqu'aux divers appareils où il peut être question de le conduire. Or en laissant échapper l'air par le

tuyau O', dépendant de la caisse $EFGH$, comme M. Lavoisier l'avoit pratiqué dans son soufflet hydraulique, on étoit assujetti à employer des tuyaux flexibles qui pussent se prêter aux mouvemens de cette caisse, & ces sortes de tuyaux sont toujours sujets à laisser perdre quelque portion d'air, comme nous avons eu plus d'une fois occasion de le reconnoître. Pour remédier à cet inconvénient, j'ai préféré de donner à l'air contenu dans l'appareil, une issue dépendante de la caisse inférieure, & par conséquent fixe comme elle: j'ai fait en conséquence établir en S' *(pl. I, fig. 4)* sur le fond de la caisse inférieure, un tuyau vertical semblable au tuyau ST, par lequel on introduit l'air qu'il s'agit d'employer; ce tuyau s'élève au-dessus du niveau de l'eau, & par ce moyen, a toujours son extrémité supérieure ouverte dans l'air que renferme la caisse mobile: il se coude à angle droit à son extrémité inférieure, & la partie $S'X$ couchée horizontalement sur le fond de la caisse, en traverse une face verticale, & vient, après avoir fait un nouveau coude, se terminer en Y par un collet à vis propre à y adapter des conduits de différentes formes. Un robinet appliqué à cette extrémité extérieure du tuyau dont il s'agit, permet à l'air de la caisse mobile de s'échapper à volonté.

J'ai cru enfin qu'il seroit souvent très-utile de connoître exactement la pression soufferte par l'air renfermé dans la caisse mobile, & qui détermine la vîtesse de son écoulement; pour cela un second embranchement part du pied du tuyau vertical qui vient d'être décrit, & vient en Z, après avoir traversé l'autre paroi verticale de la caisse fixe; il remonte ensuite verticalement en $Z\ R$, & se termine par une espèce de godet un peu évasé; de sorte que ce tuyau communique avec l'air intérieur; un second tuyau $z\ r$, parallèle à celui-ci, communique par le bas avec l'eau de la caisse, & se termine par un godet semblable au précédent.

Un syphon de verre à deux branches $m\ n\ o$, communique d'une part avec le tuyau $Z\ R$, dans lequel il est fixé par le moyen d'un bouchon de liége qu'il traverse, & qui est ensuite recouvert de mastic; l'autre branche du syphon est

ajuſtée de même au tuyau voiſin *z r*. Enfin un tube de verre droit *r p*, ouvert par ſa partie ſupérieure, eſt ſemblablement maſtiqué, & communique avec l'intérieur du tuyau *z r*. Il eſt clair que l'eau s'élève dans ce dernier en *u*, au même niveau que dans la caiſſe fixe; elle monte auſſi dans la branche *n o* du ſyphon; mais celui-ci communiquant avec l'air intérieur de la caiſſe mobile, la preſſion ſoufferte par cet air, agit ſur la ſurface de l'eau contenue dans la branche *n o*, & la tient quelque part en *v*; de ſorte que la différence *u v*, d'un niveau à l'autre, meſurée par le moyen d'une échelle graduée, donne en pouces & lignes d'eau, directement & d'un coup-d'œil, la colonne à laquelle la preſſion de l'air intérieur peut faire équilibre.

Cet indicateur ſert à diſpoſer la machine de manière que la preſſion ſoit conſtante, & ajoute un nouveau degré d'exactitude à l'évaluation qu'on eſt ſouvent dans le cas de faire des quantités d'air employées, puiſque outre le volume, qui eſt déjà parfaitement connu, il faut encore qu'on tienne compte de l'état de compreſſion de tout fluide élaſtique, pour en connoître la quantité abſolue.

Tels ſont les changemens & les additions que j'ai faits au ſoufflet hydroſtatique de M. Lavoiſier, pour en faire un appareil d'un uſage général. Il eſt facile de voir que cette machine donne le moyen de faire très en grand des expériences de la plus grande préciſion, & qu'elle permet même d'y faire ſucceſſivement ſervir, avec la même exactitude, des volumes d'air beaucoup plus grands que la capacité de la caiſſe; car en y remettant de nouvel air pendant la durée de l'expérience, il ſera toujours aiſé d'en évaluer la quantité préciſe, au moyen du limbe qui indique la marche de la caiſſe. En effet, l'uniformité de cette marche permettra toujours de calculer d'avance le degré que devroit marquer l'aiguille au bout d'un court eſpace de temps; & le volume d'air introduit pendant cet intervalle, ſe trouvera par conſéquent meſuré par la différence de ce calcul avec le degré que donnera réellement l'aiguille. Rien ne limite donc la durée ni l'étendue des expériences

que l'on peut faire avec cet appareil; & cette propriété eſt d'autant plus précieuſe, que la légèreté des fluides aériformes exige qu'on les emploie en très-grande quantité pour avoir des réſultats ſenſibles en poids dans les combinaiſons dans leſquelles on les fait entrer.

On voit au reſte que cette machine ne peut s'appliquer aux gaz ſuſceptibles d'être abſorbés par l'eau, mais c'eſt un inconvénient commun juſqu'ici à toutes les méthodes de manœuvrer les airs en grand, & d'autant plus difficile à éviter, qu'il paroît impraticable de ſe ſervir de mercure en maſſe aſſez conſidérable pour des expériences de ce genre. Je m'occupe cependant des moyens de ſauver cette difficulté de pratique, & je ne déſeſpère pas d'y réuſſir.

EXPLICATION DES FIGURES,

Commune aux deux Mémoires.

PLANCHE I.

LA figure 1.re repréſente une grande caiſſe de fer-blanc *A B C D*, ouverte dans ſa partie ſupérieure, bien ſoudée, & pleine d'eau; on peut la vider entièrement à volonté par le robinet *M*, placé au bas de cette caiſſe. A l'oppoſé du robinet eſt un tuyau de fer-blanc garni d'un robinet *V*, qui n'eſt viſible que dans les *figures 1 & 4 des planches I & II*; ce tuyau ſe prolonge dans l'intérieur de la caiſſe, il y eſt coudé & s'élève en *T* juſqu'au deſſus de la ſurface de l'eau; à ce tuyau s'en adapte en dehors un de cuir flexible *x, y, z, pl. II, fig. 1.re* On voit également en *X Y* un tuyau extérieur garni d'un robinet; il ſe prolonge également en dedans de la caiſſe, & l'on voit ſon extrémité ſupérieure qui s'élève en *T'* au-deſſus de la ſurface de l'eau.

La figure 2 repréſente une autre caiſſe ou vaſe de fer-blanc *E F G H*, à-peu-près de même figure que la précédente, mais plus petite d'un ou deux pouces dans toutes ſes dimenſions, afin qu'elle puiſſe entrer facilement dans la première; ce vaſe eſt ouvert par en bas, & fermé par en haut.

O, O' tuyaux creux de fer-blanc, dans leſquels s'engagent les extrémités *T, T'* des tuyaux repréſentés dans la *figure 1.re* quand le vaſe *figure 2* eſt entièrement plongé dans celui *figure 1.re*

Les robinets adaptés à ces tuyaux, ſervent à vider d'air entièrement la machine quand on le juge à propos.

G H,

G H, rebord ou rainure de douze à quinze lignes en carré, dans lequel on place quatre lingots de plomb qui ſervent à leſter la machine.

La figure 3 repréſente la même caiſſe ou le même vaſe couché, pour en faire voir la partie intérieure.

La figure 4 repréſente la coupe des deux caiſſes ou vaſes de fer-blanc, dans la ſituation qui leur eſt propre lorſque l'on opère. Celle extérieure *A B C D* eſt remplie d'eau juſqu'en *A B*; celle intérieure *E F G H* contient de l'air vital juſqu'en *G H*.

S T, eſt le tuyau coudé de fer-blanc qui s'élève juſqu'au-deſſus de la ſurface de l'eau *A B*, & dont l'extrémité s'engage dans le tuyau *O* de la caiſſe ſupérieure; c'eſt par ce tuyau *S T* qu'on introduit l'air vital dans la caiſſe *E F G H*, comme on l'enſeigne dans l'*Explication des figures de la planche II*; il eſt enſuite conduit au chalumeau par le tuyau de métal *X Y*, garni de ſon robinet auquel eſt adapté un tuyau de cuir flexible *a b c*. Voyez *figures 1 & 3 de la planche II*: à ce tuyau flexible, nous en avons ſubſtitué depuis un de métal.

Il eſt à remarquer que la ſurface *A B* de l'eau dans le vaſe extérieur eſt plus haute que celle *G H* dans le vaſe intérieur; & cette différence de niveau eſt un effet de la preſſion opérée par le poids des lingots de plomb placés dans la rainure *G H*; & c'eſt en vertu de cette preſſion que l'air contenu dans le vaiſſeau *E F G H* eſt déterminé à s'échapper par le tuyau *X Y a b c* pour faire office de ſoufflet, comme on le verra bientôt.

Comme il eſt néceſſaire de pouvoir augmenter ou diminuer cette preſſion à volonté, ſuivant la rapidité du courant d'air qu'on ſe propoſe d'obtenir, on a ſuſpendu la caiſſe *E F G H* par quatre chaînes qui ſe réuniſſent en *e*, & qui vont paſſer ſur l'arc *P* adapté au bras de lévier *M S P*: à l'autre extrémité *S M* de ce lévier (*planche II, figure 1.re*) eſt ſuſpendu un plateau de balance *f g*, qu'on charge de poids à volonté.

PLANCHE II.

Les figures 1, 2 & 3 repréſentent tout l'enſemble de l'appareil, tel qu'il eſt diſpoſé dans le cours d'une expérience. On voit (*figure 1*) la caiſſe extérieure *A B C D* pleine d'eau; ſon robinet *M*, & le tuyau *x y z* par lequel on introduit l'air vital.

La caiſſe intérieure *E F G H* eſt en partie remplie d'air vital, & en conſéquence elle s'élève de quelques pouces au-deſſus de la ſurface de l'eau.

o, o' Sont les deux tuyaux de décharge, garnis de leurs robinets, qu'on ouvre quand on veut vider entièrement la machine, & mettre à fond la caiſſe *E F G H*.

X Y eſt le tuyau recourbé qui s'adapte au tuyau flexible *a b c d*, & qui porte l'air vital au chalumeau.

f g eſt le baſſin de balance ſuſpendu à l'extrémité du levier *S M*, & ſur lequel on ajoute des poids proportionnés au degré de preſſion qu'on veut obtenir.

La figure 2 de la même planche, repréſente l'appareil où ſe fait l'air vital. *B C D E* eſt une cuve pleine d'eau, garnie d'une tablette de bois *F G* deſtinée à porter les cloches de verre *A*, dans leſquelles eſt contenu l'air vital.

H, entonnoir de fer-blanc dans lequel on fait paſſer ce même air.

x y z, tuyau flexible de cuir, par lequel il communique de l'entonnoir *H* à l'intérieur de la caiſſe *E F G H* (*figure 1*).

V, robinet qu'on ouvre ou qu'on ferme à volonté pour donner accès à l'air, ou pour en empêcher le retour.

On a vu (*figure 4, planche I.re*) la continuation *S T* du tuyau *x y z*, cette partie eſt en fer-blanc, & doit s'élever aſſez haut pour être toujours au-deſſus du niveau où l'eau peut monter. Quand la caiſſe *E F G H* eſt abſolument vide d'air, & qu'elle tombe au fond, l'extrémité *T* du tuyau *S T*, entre dans le tuyau *O*.

La figure 3, même planche, repréſente une grande table *M N O P* de lampe d'Émailleur, garnie de ſon ſoufflet. Toutes les fois qu'on n'a beſoin que d'une chaleur ordinaire, & qu'on veut opérer avec de l'air commun, ſoit dans le creux d'un charbon, ſoit à la lampe, on ſe ſert du ſoufflet; alors au lieu de faire communiquer le tuyau *a b c* avec l'appareil repréſenté (*figure 1.re*), on le diviſe au moyen d'une vis garnie de cuirs gras, ménagée en *a* à cet effet, & on adapte l'extrémité *a* au ſoufflet *f*, ainſi qu'on a cherché à l'indiquer par la ligne ponctuée. *A R* eſt le bec du chalumeau, & pour éviter qu'il ne fonde par la grande chaleur qu'il eſt dans le cas de ſupporter, on y a adapté une eſpèce d'ajutage qui ſe monte à vis, & qui eſt formé d'un alliage d'or, d'argent & de platine. Il eſt bon d'avoir pluſieurs de ces ajutages dont l'ouverture ſoit de différens diamètres, ſuivant qu'on veut débiter plus ou moins d'air; on peut les faire varier depuis un huitième de ligne, juſqu'à une ligne de diamètre.

On voit ſur la table *M N O P* la lampe *L* ſupportée ſur des pieds à vis *x y z* qui la rendent ſuſceptible de s'élever & de s'abaiſſer.

B eſt le petit ciſeau qui ſert à former un creux dans le charbon.

h i, Chalumeau de verre qui ſert à allumer le charbon.

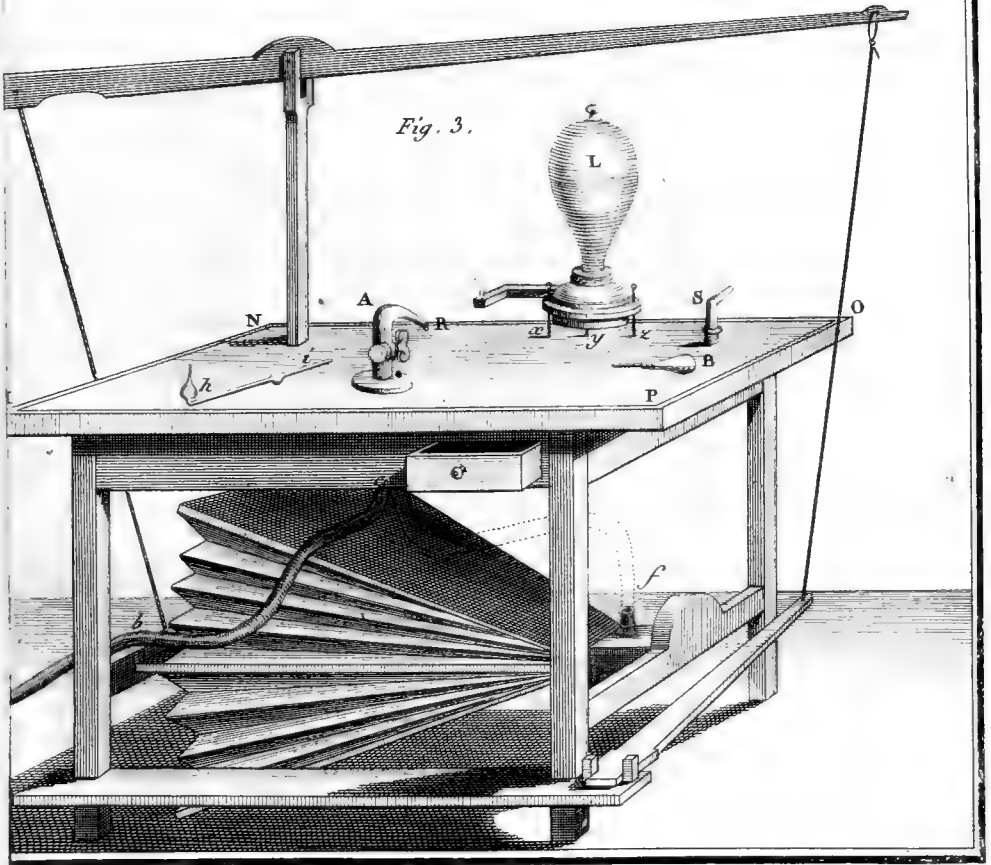
S, bec de chalumeau droit, qui s'adapte à vis, au lieu du chalumeau recourbé *A R*, ſuivant le genre d'expérience qu'on veut faire; il eſt repréſenté ſéparément (*figure 4*), avec le petit ajutage *q* d'or & de platine qui ſe fixe à ſon extrémité.

Fig. 9.

Fig. 7.

qui
E.F.G.H.

Fig. 3.



Y. le Gouax sculp

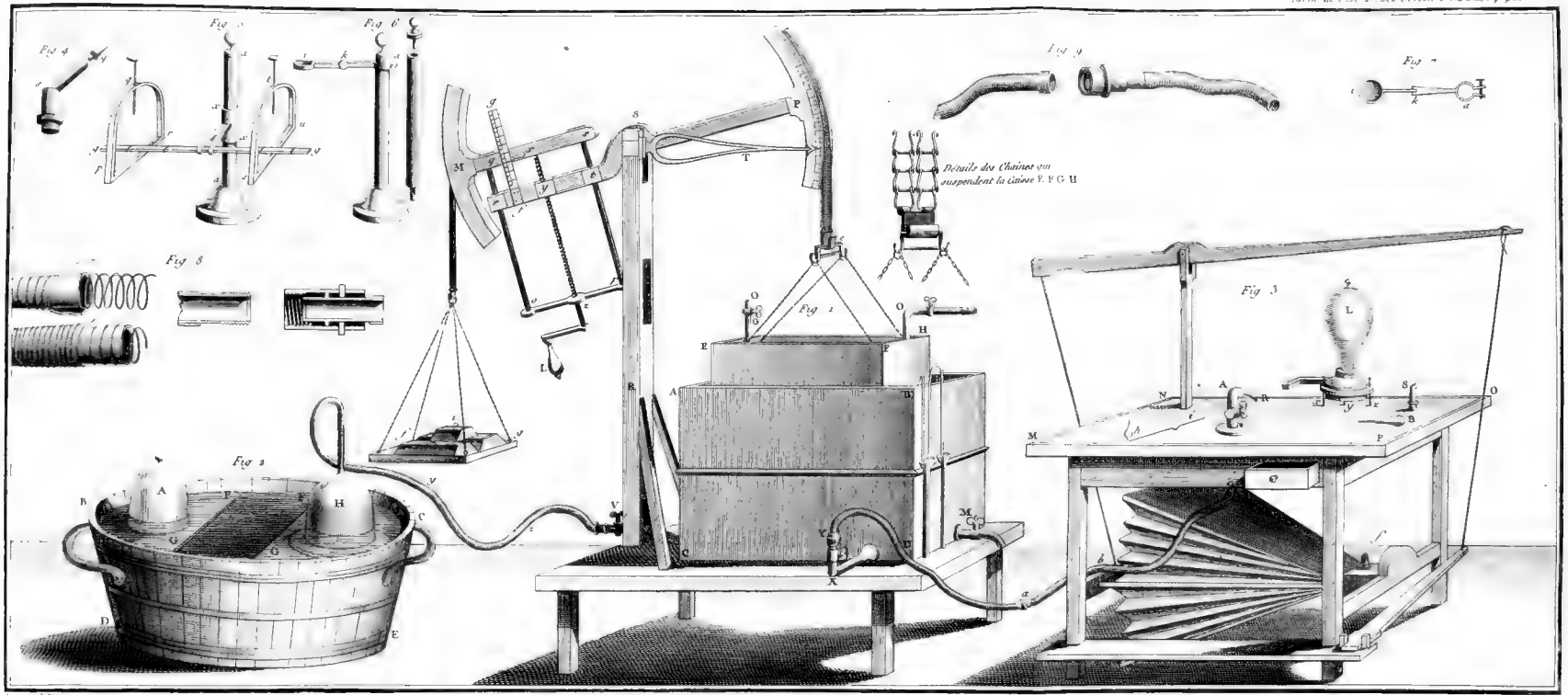
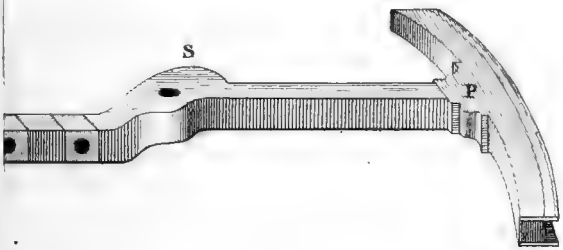


Fig 4
Fig 5
Fig 6
Fig 8
Fig 2
Fig 1
Fig 9
Fig 7
Fig 3
Détails des Chaines qui suspendent la Caisse F. F G H
L. Cour del.
Y. le Cœur sculp.



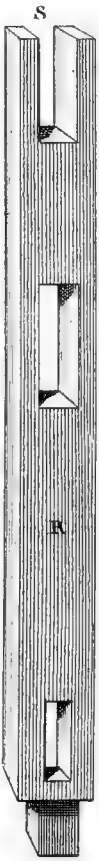
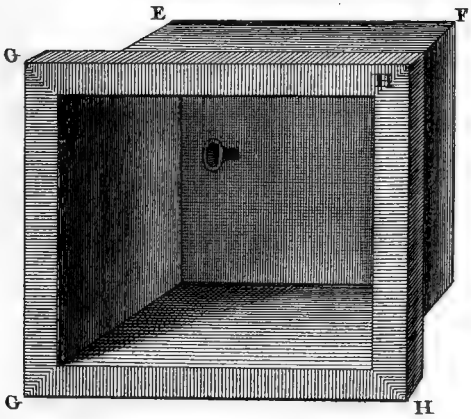
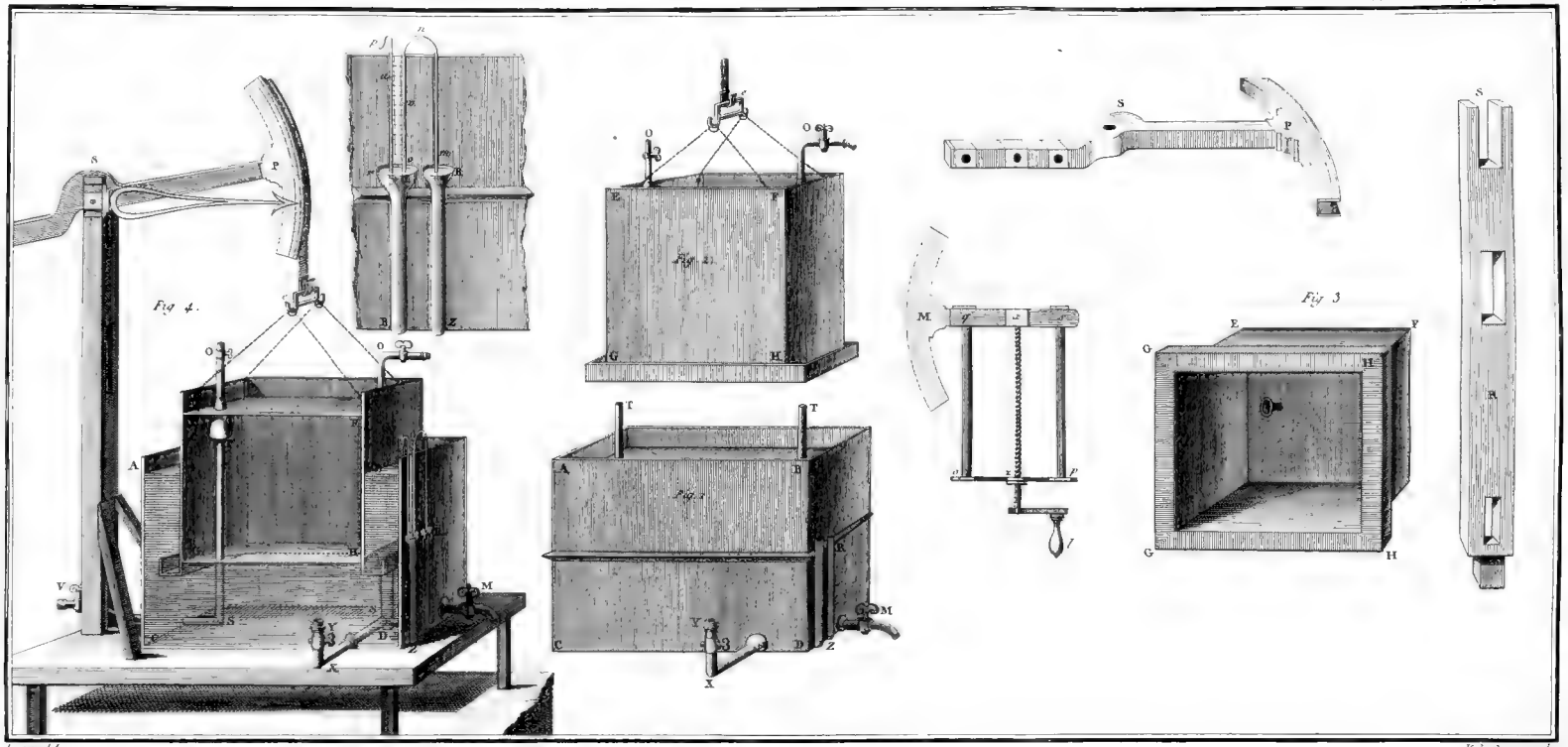


Fig. 3.



V. le Gouax sculp.

Mem de l'Ac R des Sc An 1782 Pag 4-4 Pl VIII



Lorrier del

V le Gouaz sculp

La figure 5 représente séparément le pied sur lequel est supporté le charbon ; la virole *x x* glisse sur la tige *a a*, de sorte qu'on peut l'élever ou l'abaisser à volonté, & elle tient par l'effet du frottement ; le charbon est contenu dans les brides *p q r*, *s t u*, qui sont susceptibles de s'approcher ou de s'éloigner à volonté le long de la règle *g g*, sur laquelle elles glissent à frottement ; enfin on peut l'assujettir & le serrer autant que l'on veut, par le moyen des vis *q* & *t*.

La figure 6 représente une petite coupe ou capsule *i* formée d'un alliage de platine, d'or & d'argent, sur laquelle on expose les corps sur lesquels on veut opérer à la lampe ; la virole qui la soutient est susceptible de glisser le long de la tige *a a*, & le bras *a i* est rompu à charnière en *K*. La petite coupe *i* & sa monture, sont représentées séparément *(figure 7)*.

La figure 8 représente l'intérieur des tuyaux flexibles de cuir *a b c d*, *x y z*, destinés au passage de l'air dans les *figures 1, 2 & 3*. Ils sont formés, 1.° d'un ressort à boudin en fil de fer, qui occupe l'intérieur ; 2.° d'un cuir épais gommé qui le recouvre, & qui est solidement assujetti par un grand nombre de tours de ficelle de fouet fin ; cette ficelle est ensuite recouverte avec de la vessie imbibée de vernis gras, & ficelée ; enfin le tout est recouvert d'un ruban de fil roulé.

La figure 9 représente le détail de la jonction *a* des deux cuirs *a b c d (figures 1 & 3)* ; cette jonction se fait comme l'on voit, au moyen d'une virole de cuivre à vis : on met une rondelle de cuir gras entre l'extrémité des deux tuyaux, afin d'empêcher l'air de s'échapper.

MÉMOIRE

Sur l'effet que produit sur les Pierres précieuses un degré de feu très-violent,

Par M. LAVOISIER.

Novembre 1782.

J'AI donné dans un premier Mémoire, la description d'une espèce de soufflet, à l'aide duquel on peut alimenter le feu avec de l'air pur, c'est-à-dire, avec cette espèce d'air qu'on retire de quelques chaux métalliques, & que j'ai appelé *air vital*, d'après l'Historien de l'Académie; & j'ai fait voir que le degré de chaleur qu'on obtenoit par ce moyen, surpassoit celui des plus grands verres ardens connus, & celui des fourneaux de porcelaine.

J'ai donné dans un second Mémoire, une suite d'expériences faites avec cet appareil, sur les substances minérales les plus réfractaires *, & il en est résulté, 1.° que le cristal de roche n'est susceptible que d'un ramollissement à peine sensible, & que le feu le plus violent qu'on ait encore pu produire sur cette substance, ne lui enlève ni sa transparence, ni aucune de ses propriétés.

2.° Que le quartz, même le plus pur & le plus blanc, prend à ce feu un degré de ramollissement beaucoup plus sensible que le cristal de roche, une espèce même de fusion, ce qui semble annoncer que le quartz n'est point une matière simple, comme on le pensoit, & qu'il contient, outre la substance qui lui est sans doute commune avec le cristal de roche, une matière étrangère qui lui donne l'opacité, & qui lui communique un certain degré de fusibilité.

3.° Que les matières quartzeuses & siliceuses colorées, sont toutes plus ou moins fusibles, suivant la quantité de

* Ce Mémoire s'étant trouvé d'une trop grande étendue, il a été réservé pour le Volume de 1783.

matière colorante qu'elles contiennent ; & que dans toutes, la matière colorante eſt deſtructible ou volatile.

4.° Que la terre argileuſe la plus pure, la terre de l'alun même, préparée avec toutes les précautions poſſibles, eſt complètement fuſible par elle-même, & qu'il réſulte de ſa fuſion une ſubſtance vitreuſe opaque très-dure, qui raye le verre comme les pierres précieuſes, & qui ſe laiſſe très-difficilement entamer par la lime.

5.° Qu'aucune des trois terres alkalines, ſavoir, la terre calcaire, la magnéſie du ſel d'epſum & la terre peſante, ne ſont fuſibles ni ſeules ni combinées enſemble, mais qu'elles communiquent (ſur-tout la terre calcaire) un très-grand degré de fuſibilité aux autres terres avec leſquelles on les combine.

6.° Que toutes les terres & pierres compoſées ſe fondent avec beaucoup de facilité, & qu'elles forment la plupart des verres bruns demi-tranſpareus.

7.° Que toutes les ſubſtances ſalines, même l'alkali fixe, ſe volatiliſent avec une très-grande facilité à ce degré de chaleur ; mais que le ſel phoſphorique à baſe d'alkali fixe, eſt celui qui y réſiſte le mieux & le plus long-temps, ce qui le rend précieux pour différentes expériences de docimaſie.

8.° Que l'or & l'argent ſe volatiliſent lentement & avec peine, ſans aucun phénomène remarquable & ſans aucun ſigne de calcination.

9.° Que toutes les autres ſubſtances métalliques, à l'exception du mercure, ſe calcinent à ce feu, quoique placées ſur un charbon ; qu'elles y brûlent avec une flamme plus ou moins grande & diverſement colorée, & qu'elles finiſſent par ſe diſſiper en entier.

10.° Que les chaux métalliques brûlent également, la plupart avec flamme, ce qui donne un moyen aſſuré pour diſtinguer les chaux métalliques d'avec les autres terres, & ce qui m'a mis en droit de conclure que la terre peſante eſt vraiment une ſubſtance métallique, comme l'a ſoupçonné M. Bergman, quoiqu'on n'ait point encore pu juſqu'ici la réduire à l'état de régule.

Il ne me reſte plus, pour compléter le travail auquel je

me ſuis engagé, qu'à rendre compte de mes expériences ſur une claſſe de corps très-compoſés & très-réfractaires : ce ſont les pierres précieuſes. Je vais les ranger à peu-près dans l'ordre de leur plus grande réſiſtance à l'action du feu.

Du Rubis.

J'ai expoſé ſucceſſivement au courant d'air vital pluſieurs rubis placés dans le creux de charbons allumés; quelques-uns ont éprouvé la plus grande violence du feu pendant plus de 30 minutes : d'abord ils ſe dépoliſſoient à leur ſurface, & prenoient un coup-d'œil comme gras; leurs angles s'émouſſoient, & ils donnoient des ſignes d'un ramolliſſement marqué : le plus communément leur couleur n'étoit pas ſenſiblement altérée pendant les dix premières minutes, mais elle prenoit enſuite un ton plus terne, elle diminuoit d'intenſité, & leur tranſparence s'altéroit; au bout de 20 ou de 25 minutes il ſe formoit à leur ſurface des points d'un émail blanc abſolument opaque.

Ces deux circonſtances, la grande fixité de la couleur du rubis, & la poſſibilité de le ramollir, m'ont donné l'idée de chercher à réunir un certain nombre de petits rubis pour en former un gros, & le ſuccès a répondu juſqu'à un certain point à mon attente; trois petits rubis orientaux que j'ai expoſés, dans cette vue, au courant d'air vital, ont commencé à s'aglutiner au bout de deux minutes, & au bout de onze minutes ils ne formoient plus qu'un globule rond, dans lequel on n'apercevoit plus les traces de la jonction, ſi ce n'eſt par la différence de couleur des trois rubis qui n'avoient point exactement la même teinte.

J'ai répété la même expérience ſur deux rubis ſpinelles, c'eſt-à-dire ſur deux rubis dont la teinte étoit jaunâtre, ils ont été de même ſoudés & aglutinés, au point qu'ayant frappé deſſus légèrement avec un marteau, ils ne ſe ſont point ſéparés à l'endroit de la jonction, & qu'ils ſe ſont plutôt caſſés que deſſoudés.

J'ai eſſayé un grand nombre de fois cette réunion de pluſieurs rubis en un ſeul, & quoiqu'elle s'opère conſtamment,

je me ſuis aperçu cependant qu'il n'étoit pas aiſé d'arriver à un réſultat ſatisfaiſant pour les Arts: la couleur n'eſt pas également fixe dans tous les rubis; l'un de ceux qu'on veut ſouder, ſe décolore preſque toujours plutôt que l'autre, & l'on obtient rarement un réſultat dont la couleur ſoit uniforme : les rubis d'ailleurs ainſi formés de pluſieurs pièces, ont rarement une tranſparence parfaite ; leur couleur eſt fauſſe & terne, & il ſeroit poſſible même qu'ils n'euſſent plus le même degré de dureté: au reſte, la réunion des rubis par le moyen que je propoſe, devient un art qu'il faut étudier, & qui peut-être ſe perfectionnera comme tous les autres, par l'habitude & par la pratique.

Pour mieux connoître le genre d'altération que le rubis éprouve dans ces expériences, j'ai cru devoir les répéter, en peſant avec une grande exactitude, avant & après l'opération, les rubis que j'expoſois ainſi à l'action du feu : je me ſuis ſervi à cet effet d'une balance conſtruite par Meghié, & qui donne juſqu'aux millièmes de grains, d'une manière ſenſible, quand elle n'eſt chargée que de cinq à ſix grains ; cette balance préſente quelques inventions nouvelles qui méritent l'attention de l'Académie, & je me propoſe de les lui faire connoître dans ſes Séances particulières.

J'ai peſé avec cette balance deux rubis d'Orient, dont le poids s'eſt trouvé de 5 grains $\frac{24}{100}$; je les ai expoſés pendant $5'\ 30''$ à l'action du feu : au bout de ce temps ils étoient parfaitement ſoudés, mais l'un d'eux avoit perdu une partie de ſa couleur, tandis que l'autre l'avoit conſervée toute entière : ayant vérifié le poids il s'eſt trouvé être de 5 grains $\frac{28}{100}$; ainſi ces rubis avoient acquis une augmentation de poids de $\frac{4}{100}$ de grains.

Six petits rubis peſant enſemble 2 grains $\frac{89}{100}$, ont été expoſés de même à la violence du feu pendant 4 minutes : les rubis ſe ſont ſoudés ſans ſe confondre ; un ſeul avoit perdu la plus grande partie de ſa couleur, les cinq autres n'avoient point ſubi la même altération : l'opération finie ils

ne pesoient plus que 2 grains $\frac{74}{100}$, ainsi ils avoient perdu $\frac{15}{100}$ de grains de leur poids.

Dans un assez grand nombre de petits rubis d'un rose-pâle, qui m'avoient été donnés par M. Sage, j'en ai choisi six qui pesoient ensemble 3 grains $\frac{2}{100}$; ils ont été exposés pendant 4′ 30″ à la violence du feu, après quoi ils se sont trouvés aglutinés & presque réunis; ils pesoient alors 3 grains $\frac{5}{100}$, c'est-à-dire qu'ils avoient reçu une augmentation de poids de $\frac{3}{100}$. On voit donc que les augmentations ou les diminutions de poids qu'éprouve le rubis par l'action du feu le plus violent auquel il ait encore été exposé, sont presque insensibles, & il ne seroit pas impossible que ces augmentations ne fussent dûes à des molécules de la cendre du charbon, qui se combinent avec lui pendant l'opération.

Du Saphir.

J'ai répété les mêmes expériences sur deux espèces de saphirs d'Orient, l'un très-foncé en couleur, l'autre au contraire très-pâle; cette dernière espèce est connue dans le commerce, sous le nom de *saphir blanc;* elle est plus difficile à tailler que la première, & semble tenir le milieu pour la dureté entre les pierres précieuses & le diamant.

Le saphir oriental bleu-foncé pesoit 4 grains $\frac{273}{1000}$, il a été exposé pendant trois minutes au degré de feu le plus violent que je puisse produire par mon appareil, après quoi il étoit dépoli sur toutes ses faces; il paroissoit comme suant, & il s'y étoit formé des fentes ou crevasses qui ne pénétroient pas jusqu'au centre; sa couleur n'étoit aucunement altérée; repesé après l'opération, il n'avoit éprouvé ni augmentation ni diminution de poids.

Un saphir blanc taillé, qui pesoit un grain $\frac{593}{1000}$, a subi l'action du feu pendant 7 minutes, ses angles se sont émoussés, il a même jeté quelques bouillons dans différens points de sa surface, il a perdu son poli & a pris un coup-d'œil gras & suant, comme il arrive au diamant qui s'évapore: l'opération finie, il étoit étonné & fendillé dans toute sa substance, ce qui

qui lui donnoit un coup-d'œil d'opale; il pesoit 1 grain $\frac{630}{1000}$; ainsi loin d'avoir rien perdu de son poids, il avoit augmenté de $\frac{437}{1000}$ de grains.

J'ai essayé de pousser un autre saphir blanc au feu pendant 25 minutes; il s'est divisé d'abord par l'action trop brusque de la chaleur, en trois morceaux qui bientôt ont perdu leur poli, & qui ont pris une apparence grasse & suante, à peu-près comme il arrive au diamant qui s'évapore; ensuite les trois morceaux ont bouillonné à leur surface, ils se sont ramollis, & se sont aglutinés au point de ne plus former qu'un globule rond qui, refroidi, s'est trouvé parfaitement blanc & opaque, il avoit toute l'apparence d'un beau morceau de quartz blanc, & avoit à peu-près la même dureté.

Un Saphir d'eau qui pesoit 6 grains $\frac{91}{100}$, s'est ramolli beaucoup plus promptement que les précédens; il s'est divisé en feuillets qui ont ensuite paru se réunir, s'aglutiner, & former une masse dans un état de fusion pâteuse: l'opération finie, il est resté un globule blanc ressemblant à du biscuit de porcelaine d'un grain très-fin; il étoit dur, mais cassant, il avoit perdu $\frac{3}{100}$ de grains de son poids.

Il résulte de cette expérience, que ce n'est pas sans raison qu'on regarde le saphir d'eau comme une pierre d'une espèce différente du saphir oriental & du saphir blanc; qu'il est plus altérable par le feu, & plus fusible.

J'ai placé le rubis & le saphir en tête des pierres précieuses, parce que ce sont les moins altérables par le feu, & qu'ils résistent long-temps à son action la plus violente, sans perdre sensiblement de leur poids, & même sans que leur couleur soit considérablement altérée. On va voir que les autres pierres précieuses présentent des résultats fort différens.

De l'Hyacinthe.

J'ai exposé à l'action du feu quatorze hyacinthes du Puy, qui m'avoient été données par M. Sage, elles pesoient

enſemble 4 grains $\frac{508}{1000}$: en moins d'une minute elles ont été complétement décolorées & ſont devenues d'un blanc de porcelaine; elles ne peſoient plus que 4. grains $\frac{440}{1000}$; ainſi elles avoient éprouvé une perte de $\frac{68}{1000}$. Ayant pouſſé plus long-temps ces mêmes pierres au feu dans une autre expérience, elles ſe ſont aglutinées, ſans cependant contracter une adhérence fort ſolide; elles étoient devenues luiſantes à la ſurface: on voit donc que l'hyacinthe a quelque rapport avec le rubis, par ſa fixité au feu; mais avec cette différence eſſentielle cependant, que la couleur eſt très-fixe dans le rubis, & très-facile à détruire dans l'hyacinthe.

De la Topaſe de Saxe.

J'ai expoſé au feu pendant 2′ 25″, une topaſe de Saxe, du poids de 2 grains $\frac{610}{1000}$; elle a commencé par ſe fendiller & ſe bourſoufler, & elle a bouillonné principalement vers ſes angles; les molécules ſe ſont enſuite rapprochées, & ont paru moins fuſibles que dans le premier inſtant: le réſultat refroidi étoit preſque ſphérique: l'ayant caſſé, l'intérieur reſſembloit pour la blancheur & pour la fineſſe du grain, à un beau biſcuit de porcelaine; il ne peſoit plus que 2 grains $\frac{168}{1000}$, & avoit par conſéquent perdu $\frac{442}{1000}$ de grains, c'eſt-à-dire, environ un ſixième de ſon poids.

Ayant répété la même expérience ſur une autre topaſe de Saxe, & l'ayant laiſſé expoſée à l'action du feu pendant 5′ 10″, j'ai obſervé de même, que la matière devenoit de moins en moins fuſible à meſure qu'elle ſe décoloroit, & il eſt reſté une ſubſtance très-blanche d'un grain fin qui avoit l'apparence d'un petit morceau de quartz ou de porcelaine d'un grain très-fin.

De la Topaſe & du Rubis du Breſil.

J'ai expoſé pendant 3′ 35″ à l'action de la chaleur, une topaſe du Breſil, en canon, peſant 4 grains $\frac{96}{100}$; elle s'eſt d'abord fendue en deux morceaux dans le ſens des lames, puis elle s'eſt bourſouflée & a commencé à bouillonner dans

des endroits; enſuite la matière s'eſt ramollie de plus en plus, elle s'eſt rapprochée ſur elle-même, & alors ſa fuſibilité a paru diminuer; ayant laiſſé refroidir, le réſultat étoit une ſubſtance blanche d'un grain fin reſſemblant à une porcelaine fine, mais plus vitreuſe que dans l'expérience faite ſur la topaſe de Saxe: on apercevoit de grandes cavités ou bulles dans ſon intérieur, ſon poids n'étoit plus que de 3 grains $\frac{89}{100}$; ainſi cette pierre avoit perdu 1 grain $\frac{7}{100}$, c'eſt-à-dire, plus d'un cinquième de ſon poids.

J'ai fait ſubir la même épreuve à un rubis du Breſil, & comme ces deux pierres ne ſont qu'une ſeule & même choſe, on conçoit que le réſultat a été ſemblable. Le rubis du Breſil ſur lequel j'ai opéré peſoit 3 grains $\frac{294}{1000}$; il s'eſt bourſouflé comme la topaſe; la matière s'eſt enſuite rapprochée ſur elle-même, a pris la figure à peu-près ſphérique, & il eſt reſté un globule d'un beau blanc, très-dur, & ayant l'apparence d'une porcelaine d'un grain fin: ſon poids à la fin de l'expérience n'étoit plus que de 2 grains $\frac{750}{1000}$; ainſi la perte avoit été de $\frac{544}{1000}$ de grains, c'eſt-à-dire, aſſez exactement d'un ſixième.

De l'Émeraude.

J'ai expoſé à l'action du feu une émeraude du poids de 2 grains $\frac{170}{1000}$, elle a fondu complétement en 25 ſecondes, & a formé un globule vitreux, mais dont la fuſibilité a paru diminuer peu-à-peu; l'expérience a duré 1′ 30″. Le globule refroidi paroiſſoit abſolument vitreux; il avoit un coup-d'œil verdâtre & laiteux, mais cette enveloppe vitreuſe n'étoit qu'extérieure & même elle étoit fort mince; l'intérieur étoit d'un gris blanchâtre, partie grenu, partie lamelleux.

La même expérience répétée ſur une autre émeraude, a donné le même réſultat; il s'eſt trouvé de même une enveloppe vitreuſe fort mince, & dans l'intérieur une ſubſtance blanche-griſâtre tirant ſur le verdâtre, partie grenue, partie lamelleuſe.

Chryſolite.

Une chryſolite orientale expoſée pendant 3 minutes à l'action de la chaleur, s'eſt ramollie ; elle a pris une fuſion pâteuſe, & il eſt reſté un verre qui n'étoit pas entièrement dépourvu de tranſparence ; il avoit la couleur de la chryſolite, & étoit d'une grande dureté.

Grenat ordinaire & Grenat Syrien.

Les grenats de toute eſpèce fondent en quelques ſecondes, il en réſulte un verre très-fluide qui forme un globule rond, dur, noir, & ſans tranſparence.

Améthyſte.

L'améthyſte expoſée à l'action de la chaleur pendant 2 minutes, s'eſt ramollie d'une manière ſenſible, ſa couleur s'eſt diſſipée, & il en eſt reſté une ſubſtance luiſante à ſa ſurface, vitreuſe, & remplie de bulles dans ſon intérieur.

Spath adamantin de M. Bergman.

On a donné ce nom à une ſubſtance criſtalline noire nouvellement découverte en Chine, où elle ſe trouve en grande quantité dans quelques montagnes. Cette ſubſtance eſt ſi dure, qu'étant réduite en poudre, elle peut ſervir à tailler les pierres précieuſes, & même le diamant : elle prend un beau poli, mais ſon opacité empêche qu'elle n'ait le jeu du diamant & des pierres précieuſes : elle pourroit ſervir à faire des parures de deuil, au lieu du jayet ou jais, actuellement en uſage. On pourroit également la ſubſtituer à la marcaſſite, & elle auroit de plus le mérite d'être auſſi inaltérable que le diamant, & d'avoir une dureté preſque égale. La violence du feu ne produit ſur le ſpath adamantin qu'un léger ramolliſſement. Le morceau que j'ai ſoumis à cette épreuve, & qui a ſupporté très-long-temps l'action du feu, étoit de figure alongée ; il s'eſt un peu arrondi & rapproché de la figure ſphérique, mais il n'a éprouvé ni augmentation ni diminution de poids, quoique l'expérience ait duré plus de ſix minutes.

Il réſulte de ces expériences, que les pierres précieuſes peuvent en général ſe diviſer en cinq claſſes.

Première claſſe. Le diamant, qui préſente une propriété qui lui eſt toute particulière, celle de brûler à la manière des corps combuſtibles, & de ſe diſſiper entièrement à un degré de chaleur modéré.

Seconde claſſe. Les pierres précieuſes, dont la couleur eſt très-fixe, qui peuvent ſe ramollir & ſe ſouder ſans perdre leurs principales propriétés, & qui ne perdent rien ou preſque rien de leur poids à la plus grande violence du feu : tel eſt le rubis & le ſaphir.

Troiſième claſſe. Pierres précieuſes, dont la fixité égale preſque celle du rubis, mais dont la couleur eſt deſtructible & volatile : telle eſt l'hyacinthe.

Quatrième claſſe. Pierres précieuſes demi-fuſibles, qui perdent par le feu juſqu'à un cinquième de leur poids, qui ſont complétement décolorées, & qui laiſſent, après avoir ſubi ſon action, une terre blanche ſemblable en apparence à du quartz blanc ou à un biſcuit de porcelaine : telles ſont la topaſe de Saxe, la topaſe du Breſil & le rubis du Breſil.

Cinquième claſſe. L'émeraude, la chryſolite & le grenat, qui fondent preſque ſur le champ en un verre opaque & coloré.

Enfin, on voit qu'il ne ſeroit pas impoſſible de tirer parti du ramolliſſement dont le ſaphir, & ſur-tout le rubis, ſont ſuſceptibles, pour en réunir pluſieurs enſemble, & pour former des pierres d'une certaine groſſeur, de la réunion de pluſieurs petites ; mais que c'eſt un art à étudier, qui exige de l'adreſſe & de la pratique, & dans lequel il eſt plus difficile de réuſſir qu'on ne le croiroit au premier coup-d'œil.

MÉMOIRE

Sur la combinaiſon de l'Air nitreux avec les Airs reſpirables, & ſur les conſéquences qu'on en peut tirer, relativement à leur degré de ſalubrité.

Par M. LAVOISIER.

Préſenté le 20 Déc. 1783.

PERSONNE n'ignore plus aujourd'hui la découverte importante de l'air nitreux, faite par M. Prieſtley, & la propriété qu'a cet air de ſe combiner avec l'air qu'il appelle *déphlogiſtiqué*, & auquel les Phyſiciens françois, & M. Bergman lui-même, ont donné le nom d'*air vital*: on ſait que l'air nitreux & l'air vital, au moment où ils ſont en contact l'un avec l'autre, perdent ſubitement leur élaſticité, & ſe réſolvent en une liqueur qui eſt l'acide nitreux.

M. Prieſtley a fait une application infiniment heureuſe de cet effet ſingulier, pour reconnoître le degré de ſalubrité de l'air de l'atmoſphère; & quand nous ne ſerions redevables à ce célèbre Phyſicien que de cette découverte, il mériteroit par elle ſeule d'être placé au rang de ceux qui ont le mieux mérité des Sciences & de l'Humanité.

On n'a pas eu dans le premier moment, des idées bien préciſes ſur ce qui ſe paſſoit dans le mélange de l'air nitreux avec les airs reſpirables; on avoit ſeulement remarqué en général, que plus un air étoit ſalubre, plus il étoit ſuſceptible d'être diminué, non-ſeulement par l'air nitreux, mais encore par la combuſtion, par la calcination, & par différens autres procédés. Depuis il a été reconnu qu'il n'y a de reſpirable que la ſeule eſpèce d'air, appelée par cette raiſon même, *air vital*; que cet air entre environ pour un quart dans la compoſition de l'air de l'atmoſphère; que c'eſt lui ſeul qui a la propriété de ſe combiner avec l'air nitreux, de

perdre ſubitement dans cette combinaiſon, l'état aériforme, & de ſe réduire à l'état d'acide nitreux. Daprès ces découvertes, l'épreuve par l'air nitreux, ne doit plus être conſidérée que comme un moyen de déterminer la quantité d'air vital contenue dans une quantité donnée de l'air dont on veut connoître le degré de ſalubrité.

Quoique les idées que je viens d'expoſer, ſoient aujourd'hui très-généralement adoptées par les Phyſiciens, ils ne ſe ſont point encore accordés dans la pratique ſur le procédé le meilleur & le plus exact pour faire le mélange des deux airs, & ſur les conſéquences qu'on en peut tirer.

Les uns, comme M. Prieſtley, ont mêlé parties égales d'air nitreux & de l'air dont ils vouloient éprouver la qualité, & ils ont ſuppoſé que le degré de ſalubrité étoit proportionnel à celui de la diminution.

D'autres, comme M. l'abbé Fontana, ont ajouté ſucceſſivement de petites parties d'air nitreux à l'air qu'ils vouloient eſſayer, juſqu'à ce qu'ils euſſent obtenu le plus grand degré de diminution.

M. Ingenhouze, qui a beaucoup travaillé ſur ce même objet, s'eſt déterminé en faveur de la première de ces deux méthodes; & en effet, comme l'air nitreux n'eſt jamais pur, qu'il contient toujours une quantité plus ou moins grande d'air méphitique, & que les différences d'un air nitreux à l'autre, ſont ſouvent très-grandes, on ne peut jamais ſavoir, dans la manière d'opérer de M. l'abbé Fontana, ſi la quantité d'air méphitique, reſtante après l'abſorbtion, eſt dûe à l'air dont on vouloit connoître la ſalubrité, ou à l'air nitreux.

La première de ces deux méthodes, celle de M. Prieſtley, n'a pas, il eſt vrai, le même inconvénient; mais on n'obtient par ſon moyen que des rapports, & elle ne donne pas la véritable ſolution du problème, qui conſiſte à ſavoir combien d'air vital & combien d'air méphitique contient l'air qu'on ſe propoſe d'examiner.

Il m'a ſemblé qu'il y avoit un moyen ſimple d'arriver par le calcul à une ſolution rigoureuſe; & pour obtenir une des

données qui m'étoit néceſſaire, j'ai commencé par rechercher par voie de tâtonnement, & avec de l'air nitreux & de l'air vital très-purs, quelle étoit la proportion néceſſaire pour la ſaturation. Je me ſuis ſervi principalement pour ces expériences, d'air nitreux tiré de l'acide nitreux par l'intermède du ſucre; c'eſt en général le plus pur que j'aie pu me procurer, mais il n'eſt pas toujours égal; je ne conſeille en conſéquence de l'employer que pour les expériences de recherches, & je préfère pour les expériences courantes, celui tiré de la diſſolution du mercure par l'acide nitreux: ce dernier, il eſt vrai, n'eſt pas parfaitement pur, mais la quantité d'air méphitique qu'il contient, eſt toujours conſtante, & on verra bientôt comment il eſt poſſible de l'évaluer: quoi qu'il en ſoit, après un grand nombre d'expériences, j'ai cru pouvoir fixer le rapport que je cherchois, à 69 parties d'air nitreux, contre 40 d'air vital; j'avoue qu'il me reſte encore quelque incertitude ſur ce réſultat, mais je ſuis au moins en état d'aſſurer que les proportions exactes ſont entre 69 & 66 parties d'air nitreux, contre 40 parties d'air vital, ces deux airs étant ſuppoſés parfaitement purs.

D'après cela, ſoit

μ Le rapport de l'air nitreux à l'air vital abſorbé dans la formation de l'acide nitreux.

a La quantité de l'air qu'on veut eſſayer.

b Celle de l'air nitreux avec lequel on le mêle.

c Le réſidu des deux airs,

$\frac{a+b-c}{1+\mu}$ ſera la quantité d'air vital abſorbée dans le mélange.

& $\frac{\mu(a+b-c)}{1+\mu}$ ſera la quantité d'air nitreux abſorbée dans le mélange.

Si l'on a employé plus d'air nitreux qu'il n'en falloit pour abſorber tout l'air vital contenu dans l'air qu'on veut eſſayer, la première formule donnera la quantité d'air vital contenu dans a.

Si

Si on a employé moins d'air nitreux qu'il n'en falloit pour cette abſorbtion, la ſeconde formule donnera la quantité réelle d'air nitreux contenue dans *b*.

Le calcul pour obtenir le réſultat de ces formules en nombre, eſt très-ſimple, puiſqu'il ſuffit de prendre la ſomme des deux airs, d'en retrancher le réſidu, de chercher le logarithme du nombre reſtant; enfin de retrancher de ce logarithme pour l'air vital, le logarithme conſtant 0,435;665; & pour l'air nitreux 0,198577, le logarithme qu'on obtient eſt celui du nombre cherché.

J'ai eſſayé d'appliquer la première de ces formules à quelques expériences ſur l'air vital tiré du mercure précipité rouge, & ſur l'air de l'atmoſphère; & la conformité des réſultats que j'ai obtenus en opérant un grand nombre de fois ſur les mêmes airs, a encore augmenté ma confiance dans cette méthode.

J'ai fait paſſer dans l'eudiomètre trois cents parties d'air nitreux, & j'y ai ajouté cent parties d'air vital tiré du mercure précipité rouge; les deux airs, après la combinaiſon, n'occupoient plus que cent trente-une parties.

On a donc dans cette expérience,

$$a = 100.$$
$$b = 300.$$
$$c = 131.$$

D'où il eſt aiſé de conclure que les cent parties de l'air que j'ai employé, contenoient 98,72 d'air vital réel, & 1,28 d'air méphitique.

Pour déterminer par la même formule, la quantité d'air vital contenue dans une quantité donnée d'air de l'atmoſphère, j'ai pris trois cents parties d'air nitreux, & j'y ai introduit cent parties d'air atmoſphérique; les 400 parties d'air ont été réduites, après l'abſorbtion, à 331.

J'ai ajouté de nouveau cent parties d'air de l'atmoſphère, & le réſidu s'eſt trouvé de 367.

Enfin ayant encore ajouté cent parties d'air de l'atmoſphère, le réſidu a été de 394.

D'où il m'a été facile de conclure que la quantité d'air vital contenue dans l'air atmoſphérique, ſur lequel j'opérois, étoit

D'après la première expérience, de..... 25,3.
D'après la ſeconde, de..... 25,0.
Et d'après la troiſième, de..... 25,2.

Ce qui s'accorde plus exactement que je n'avois même lieu de l'eſpérer. L'air de l'atmoſphère, d'après ce réſultat, eſt donc compoſé, comme je l'ai annoncé précédemment, d'environ trois parties d'air méphitique, & d'une partie d'air vital.

Il réſulteroit des expériences de M. Schéele, que la quantité d'air vital eſt un peu plus forte en Suède; & moi-même j'ai trouvé à Paris, en 1777, dans des expériences faites par la combuſtion du pirophore, que la quantité d'air vital contenue dans l'air de l'atmoſphère, étoit de vingt-ſept parties & demie ſur cent; mais il eſt poſſible que cette plus grande quantité d'air vital dépende de la ſaiſon, & qu'elle tienne à différentes circonſtances qui peuvent faire varier la qualité de l'air.

J'ai de même employé la ſeconde formule à déterminer la qualité de l'air nitreux tiré de la diſſolution du mercure dans l'acide nitreux; & quoique cette connoiſſance ne ſoit pas utile à l'objet de ce Mémoire, puiſque la quantité d'air méphitique, que contient l'air nitreux eſt indifférente, pourvu qu'on en emploie une quantité ſurabondante à la ſaturation, cependant il peut être intéreſſant pour d'autres cas de donner un moyen d'eſſayer l'air nitreux.

Pour faire l'application de cette ſeconde formule, j'ai introduit dans l'eudiomètre trois cents parties d'air vital, & j'y ai ajouté ſucceſſivement cinq cents parties d'air nitreux par portions de cent parties, & après la première addition de cent parties,

Le réſidu a été de..... 251 parties.
Après la deuxième addition, il a été de..... 201.
Après la troiſième, de..... 153.
Après la quatrième, de..... 93.
Après la cinquième, de..... 62.

D'où il eſt aiſé de conclure pour la quantité réelle d'air nitreux contenue dans cent parties de celui qui a été employé.

Par la première expérience..... 94,3.
Par la deuxième..... 94,6.
Par la troiſième..... 94,8.
Par la quatrième..... 96,0.
Par la cinquième..... 93,4.

QUANTITÉ moyenne entre les cinq expériences..... 94,5.

J'ai déjà averti plus haut, que l'exactitude des formules que j'ai données dans ce Mémoire, dépendoit de celle du rapport de la quantité réelle d'air vital & d'air nitreux néceſſaire à la ſaturation, rapport que j'ai ſuppoſé de 40 à 69. Je ferai remarquer cependant qu'une différence de trois unités dans ce rapport, ne produit qu'une erreur d'un centième dans la quantité d'air vital que contient l'air de l'atmoſphère; or, je puis répondre que l'incertitude qui peut reſter dans la juſteſſe du rapport de 40 à 69, ne va pas à plus de trois unités; ainſi, même dans l'état des choſes, nous pouvons déjà connoître, à un centième près, la quantité d'air vraiment reſpirable contenue dans l'air de l'atmoſphère.

Ce genre d'expériences pourra encore acquérir un nouveau degré de préciſion par la plus grande perfection qu'on peut donner aux eudiomètres; & c'eſt ce dont on aſſure que M. Cavendish eſt occupé dans ce moment.

CONSIDÉRATIONS GÉNÉRALES SUR LA DISSOLUTION DES MÉTAUX DANS LES ACIDES.

Par M. LAVOISIER.

ON ne peut douter que les ſubſtances métalliques, en général, n'aient une grande affinité avec le principe oxygine; il ſuffit, pour s'en aſſurer, d'élever la plupart d'entr'elles à un degré de chaleur même aſſez modéré; bientôt elles perdent leur état métallique, elles ſe convertiſſent en chaux, & acquièrent une augmentation de poids très-conſidérable : dans toutes ces opérations l'air eſt véritablement décompoſé; le principe oxygine quitte le principe de la chaleur, le fluide igné auquel il étoit combiné, & s'unit avec la ſubſtance métallique pour laquelle il a plus d'affinité; en même temps le principe de la chaleur qui formoit une des parties conſtitutives de l'air, devient libre, & ſi la décompoſition eſt rapide, il ſe montre avec flamme & lumière. Je ne reviendrai pas dans ce moment ſur les preuves que j'ai données de cette théorie, parce qu'elle eſt avouée aujourd'hui & reconnue par un grand nombre de Chimiſtes & de Phyſiciens, au moins quant à ce qui concerne la combinaiſon de l'air ou plutôt du principe oxygine avec les métaux, pour conſtituer les chaux métalliques.

Mais ce qui n'eſt pas encore auſſi connu, & ce que je me propoſe de prouver dans ce Mémoire, c'eſt qu'il s'opère une calcination toute ſemblable par la voie humide dans les diſſolutions métalliques par les acides; que dans toutes il y a décompoſition de l'acide ou de l'eau, & qu'il s'unit au métal une quantité de principe oxygine à peu-près égale à celle qu'il eſt ſuſceptible d'enlever à l'air par la calcination sèche.

Pluſieurs Chimiſtes, & notamment M.rs Baumé, Macquer, Bergman & de Fourcroy, avoient déjà avancé ce fait; mais ils n'avoient pas attaché une idée ſuffiſamment préciſe au mot de *calcination;* ou du moins, ſi l'on en excepte M. de Fourcroy, aucun d'eux ne paroiſſoit avoir vu que dans cette opération le métal ſe ſature de principe oxygine. Une partie de ce Mémoire aura pour objet de bien établir cette vérité; j'y joindrai enſuite ſur les diſſolutions métalliques, quelques conſidérations générales, dont l'objet eſt de rendre d'une intelligence plus facile ce que j'aurai à dire dans la ſuite ſur les affinités du principe oxygine avec les métaux.

On s'étonnera peut-être de ce que dans toute la ſuite des Mémoires dont j'ai entretenu l'Académie depuis quelques années, & dans ceux que je lui préſente en ce moment, je n'ai pas prononcé une ſeule fois le mot de *phlogiſtique.* Ceux qui ſe rappelleront ce que j'ai avancé à cet égard dans mon Mémoire ſur la Combuſtion, imprimé dans les Mémoires de 1777, *page 592*, en devineront aiſément la raiſon; c'eſt que l'exiſtence de ce principe me paroît abſolument hypothétique. Cet être, introduit par Stalh dans la Chimie, loin d'y avoir porté la lumière, me paroît en avoir fait une Science obſcure & inintelligible pour ceux qui n'en ont pas fait une étude très-particulière; c'eſt le *Deus ex machinâ* des Métaphyſiciens, un être qui explique tout, & qui n'explique rien, auquel on ſuppoſe tour-à-tour des qualités oppoſées. Au reſte, je reviendrai inceſſamment ſur cet objet dans des Mémoires particuliers, & je ne négligerai d'entrer dans aucun des détails qui me paroîtront néceſſaires pour faire voir que l'exiſtence du phlogiſtique n'eſt nullement prouvée, & qu'on peut ſe paſſer de l'admettre pour expliquer tous les phénomènes de la Phyſique & de la Chimie : mais ce que j'ai à dire à cet égard n'a point encore acquis ſon point de maturité; & je ſuis obligé de rendre compte auparavant des recherches que j'ai faites ſur les affinités du principe oxygine avec différentes ſubſtances.

J'ai fait voir dans un Mémoire imprimé dans le Recueil

de 1776, que l'acide nitreux étoit ſuſceptible de ſe décompoſer en deux gazs différens ; ſavoir, le gaz nitreux & l'air vital, & qu'en réuniſſant ces deux mêmes gazs on reformoit de l'acide nitreux. Les Chimiſtes diffèrent encore ſur l'explication de ces faits, mais j'ai la ſatisfaction de voir qu'il n'en eſt plus aucun qui les révoque en doute : il réſulte de-là que toutes les fois qu'on enlève à l'acide nitreux une portion de l'air vital, ou plus exactement du principe oxygine dont il eſt compoſé, il doit y avoir une portion du gaz nitreux qui devient libre.

Réciproquement toutes les fois que dans une combinaiſon où entre l'acide nitreux il s'échappera du gaz nitreux, on pourra en conclure avec certitude qu'une portion de principe oxygine a été enlevée à l'acide nitreux.

On peut appliquer ce principe à la diſſolution du fer, du cuivre, du mercure, du zinc dans l'acide nitreux ; dans toutes ces diſſolutions, il y a une quantité conſidérable de gaz nitreux qui devient libre : une quantité correſpondante de principe oxygine a donc été employée dans la combinaiſon ; & comme il n'y a que de l'acide & du métal, il eſt évident que puiſqu'il a été enlevé à l'acide, il ne peut lui avoir été enlevé que par le métal ; donc dans les diſſolutions métalliques par l'acide nitreux, le métal ſe combine avec du principe oxygine ; donc il s'opère une calcination des métaux par la voie humide, comme il s'en opère une par la voie sèche, ce que j'avois pour objet de démontrer.

En ſuppoſant que cette preuve fût ſuſceptible d'être attaquée ou affoiblie, il eſt facile d'en ajouter d'autres à l'appui. En effet, ſi je prouve que dans les diſſolutions métalliques que je viens de citer, l'acide nitreux perd une portion de ſon principe oxygine, & qu'il y a une décompoſition d'acide proportionnelle à cette quantité ; ſi je fais voir enſuite que ce qui ſe trouve en moins dans l'acide, ſe retrouve en plus dans le métal ; qu'il augmente de poids d'une quantité égale à ce que perd l'acide nitreux, il ſera prouvé que le métal ſe calcine aux dépens de l'acide : enfin, ſi je parviens à prouver

que ce principe enlevé à l'acide, & qui s'unit au métal, eſt le principe oxygine, j'aurai encore prouvé que la calcination par la voie humide, qui s'opère lors de la diſſolution des métaux dans les acides, eſt abſolument analogue à celle qui s'opère par la voie sèche.

Pour obtenir ces différentes preuves, j'ai fait diſſoudre dans un appareil convenable, & dans lequel je pouvois recueillir en même-temps le produit de la diſtillation & les produits aériformes, du mercure dans l'acide nitreux. Voici les détails de l'expérience.

	onces.	*gros.*	*grains.*
La cornue dans laquelle j'opérois, peſoit.....	4.	8.	52,7.
J'y ai introduit acide nitreux.....	4.	5.	29,6.
Eau diſtillée.....	1.	3.	33,0.
Mercure.....	6.	0.	29,8.

J'ai fait chauffer lentement & aſſez ſeulement pour favoriſer le dégagement du gaz nitreux, & j'ai pouſſé l'opération juſqu'à ce que ma diſſolution mercurielle fût entièrement deſſéchée & amenée à l'état de précipité rouge: j'ai obtenu dans cette opération 590 pouces cubiques d'air nitreux; puis ayant peſé le mercure précipité rouge, j'en ai trouvé, ci..... $6^{\text{onces.}}\ 4^{\text{gros.}}\ 24^{\text{grains}},6$
ce qui donne une augmentation de poids
de,..... " 3. 66,8.

Cette augmentation étoit dûe uniquement à du principe oxygine; car ayant pouſſé le mercure précipité rouge au feu, il s'eſt réduit complétement, ſans addition, & m'a donné 577 pouces cubiques d'air vital, contenant une très-légère portion d'air fixe ou acide charbonneux. J'ai enſuite examiné le produit de la diſtillation, & j'ai reconnu qu'il conſiſtoit en un acide nitreux médiocrement fort. Pour connoître dans quel rapport cet acide étoit avec la quantité totale, je l'ai ſaturé d'alkali, & j'ai reconnu qu'il m'en falloit environ moitié moins que pour ſaturer une quantité d'acide égale à celle primitivement employée. Il y avoit donc eu dans cette

expérience moitié de l'acide décompoſée ; c'étoit donc aux dépens de l'acide que le métal avoit augmenté de poids : or, comme la ſubſtance qui s'eſt unie au métal pour produire cette augmentation eſt le principe oxygine, il en réſulte que le mercure, en ſe diſſolvant, enlève le principe oxygine à l'acide nitreux ; qu'il s'opère aux dépens de l'acide, par la voie humide, une calcination toute ſemblable à celle qui ſe fait aux dépens de l'air par la voie sèche. Cette même expérience m'a ſervi à déterminer, plus exactement que je ne l'avois fait en 1776, la proportion d'eau, d'air nitreux & de principe oxygine, contenue dans l'acide nitreux que j'employois. On verra dans la ſuite les doutes qui me reſtent encore à cet égard & les difficultés qui m'arrêtent : mais en attendant qu'ils ſoient levés par de nouvelles expériences, j'ai cru pouvoir adopter les proportions ſuivantes : j'ai négligé les fractions de gros, pour n'avoir que des nombres ronds.

	onces.
Eau	8.
Air nitreux	4.
Principe oxygine	4.
TOTAL	16.

J'ai opéré de la même manière ſur une diſſolution de fer par l'acide nitreux ; & pour connoître la quantité d'acide qui ſe décompoſoit dans cette expérience, j'ai employé, comme précédemment, la ſaturation par l'alkali : j'ai introduit en conſéquence dans un petit matras, acide nitreux, 4 onces 2 gros 48 grains : j'ai ſaturé cet acide en y verſant peu-à-peu une liqueur alkaline compoſée de cinq parties d'alkali concret, & de quatre d'eau ; la quantité néceſſaire pour arriver au point de ſaturation s'eſt trouvée de 6 onces 5 gros 16 grains.

J'ai enſuite introduit dans une cornue de verre, une quantité d'acide nitreux, également de 4 onces 2 gros 48 grains ; j'y ai ajouté la quantité de clous de fer néceſſaire pour la ſaturation, & je m'étois aſſuré par des opérations antérieures

antérieures que cette quantité devoit être d'environ une once; j'avois étendu le tout avec 8 onces 5 gros 24 grains d'eau.

La quantité d'air nitreux qui s'eſt dégagée pendant cette opération, s'eſt trouvée de 284 pouces cubiques $\frac{1}{4}$.

Lorſque la diſſolution a été faite, j'ai précipité avec la même liqueur alkaline que ci-deſſus; mais au lieu d'en employer, comme je l'avois fait avec l'acide pur, 6 onces 5 gros 16 grains, je n'ai été obligé d'employer pour compléter la ſaturation & la précipitation, que 5 onces 1 gros 24 grains; la quantité d'acide totale avoit donc été décompoſée dans le rapport de 53 à 41, c'eſt-à-dire, que la décompoſition avoit été de plus d'un cinquième.

La quantité d'air nitreux contenue dans les 4 onces 2 gros 48 grains de l'acide que j'ai employé, étoit, comme je l'ai fait voir ailleurs, de 1302 pouces cubiques; celle qui s'eſt dégagée pendant la diſſolution, s'eſt trouvée de 284 pouces $\frac{1}{4}$. Ainſi la quantité totale d'air nitreux eſt à la quantité reſtante après la diſſolution, comme 1302,00 à 1017,75, ou comme 53,00 à 41,43, c'eſt-à-dire, à une très-petite fraction près, dans le même rapport que la quantité d'acide décompoſée.

Il ne me reſtoit plus, après avoir ainſi décompoſé l'acide par le fer, & avoir recueilli l'une des deux parties qui le conſtituoient (l'air nitreux), qu'à faire voir ce qu'étoit devenue l'autre (le principe oxygine), & c'eſt le but que je me ſuis propoſé dans l'expérience ſuivante.

J'ai fait diſſoudre, comme dans l'expérience précédente, 1 once 2 gros 38 grains de fer, dans 4 onces d'acide nitreux; mais au lieu de me ſervir d'une cornue de verre, j'ai employé une cornue de porcelaine: la diſſolution faite, & le gaz dégagé, j'ai pouſſé le feu & je l'ai continué juſqu'à deſſiccation complète; j'ai terminé l'opération par faire rougir complétement la cornue, & par la tenir une demi-heure dans cet état; l'ayant laiſſée refroidir & l'ayant caſſée, j'y ai trouvé de la chaux de fer dans l'état d'éthiops martial,

c'eſt-à-dire, dans un état demi-métallique non malléable, ſuſceptible de ſe réduire ſous le pilon en une poudre noire très-fine & encore attirable à l'aimant; elle peſoit 1 once 5 gros 70 grains : le métal avoit par conſéquent acquis 3 gros 32 grains de poids, leſquels répondent à 524 pouces cubiques d'air vital, c'eſt encore fort exactement ce qu'avoit perdu l'acide.

Ces expériences préſentent une démonſtration complète de la décompoſition de l'acide nitreux dans les diſſolutions métalliques, puiſqu'on y voit ce que perd l'acide, ce que gagne le métal, & qu'on y ſuit le principe qui paſſe de l'un à l'autre.

Cette calcination humide du fer a également lieu dans la diſſolution de ce métal par l'acide vitriolique, & j'en ai parlé ailleurs. Si l'acide eſt concentré, c'eſt à ſes dépens qu'elle s'opère, c'eſt lui qui fournit le principe oxygine au métal, & par la ſaturation avec l'alkali on reconnoît qu'il y a une quantité d'acide décompoſée; lorſqu'au contraire l'acide vitriolique eſt étendu d'eau, c'eſt cette dernière qui ſe décompoſe, & non pas l'acide, & la quantité néceſſaire pour le ſaturer eſt exactement la même avant & après la diſſolution.

Il eſt aiſé, d'après ces conſidérations & d'après toutes les expériences dont j'ai entretenu précédemment l'Académie, de juger que la diſſolution des métaux n'eſt pas une opération auſſi ſimple qu'on ſe l'étoit imaginé juſqu'ici, & qu'il étoit impoſſible de s'en former une idée juſte juſqu'au moment où l'on a connu la combinaiſon de l'air vital ou plutôt du principe oxygine avec les métaux, & ſur-tout juſqu'à celui où l'on a reconnu que les acides & l'eau elle-même étoient des ſubſtances compoſées.

Maintenant il eſt clair qu'il exiſte dans la diſſolution des métaux par les acides, un grand nombre de forces qui agiſſent chacune avec l'énergie qui leur eſt propre, & qu'il en réſulte un problème d'une ſolution difficile & compliquée. Pour mieux faire ſentir à cet égard l'état de la queſtion, &

pour préſenter aux yeux, ſous un même coup-d'œil, le réſultat de ce qui ſe paſſe dans les diſſolutions métalliques, j'ai conſtruit des eſpèces de formules qu'on pourroit prendre d'abord pour des formules algébriques, mais qui n'ont point le même objet, & qui ne dérivent point des mêmes principes: nous ſommes encore bien loin de pouvoir porter dans la Chimie, la préciſion mathématique, & je prie en conſéquence de ne conſidérer les formules que je vais donner, que comme de ſimples annotations, dont l'objet eſt de ſoulager les opérations de l'eſprit.

Soit une ſubſtance métallique quelconque..... *S. M.*

Un acide quelconque..... ⏑⏠⏑

L'eau..... ▽

Le principe oxygine..... ⊕

L'air nitreux..... △⊕

L'acide nitreux..... ⊖⊕

On aura, pour expreſſion générale de toute diſſolution métallique, *(SM)* (▽ ⏑⏠⏑).

Cette formule générale variera ſuivant la nature de l'acide & ſuivant celle du métal; ainſi, par exemple, ſi c'eſt la diſſolution du fer, dans l'acide nitreux, qu'on veut exprimer, on aura (♂) (▽ ⊖⊕).

Mais l'acide nitreux étant lui-même un compoſé, il faut, dans cette formule, y ſubſtituer ſa valeur, & alors la formule prendra la forme qui ſuit, (♂) (▽ ⊕ △⊕).

Soit ſuppoſé la quantité de fer = *a*, il eſt clair qu'il faudra, pour diſſoudre une quantité *a* de fer, une quantité déterminée d'acide; qu'il y a par conſéquent une relation entre la quantité d'acide & celle du fer; & qu'en nommant *b* cette relation, j'aurai *a b* pour l'expreſſion de la quantité d'acide néceſſaire à la diſſolution.

Il eſt clair encore qu'une quantité $a\,b$ d'acide nitreux, eſt compoſée d'une certaine portion d'eau que je pourrai nommer..... $\frac{a\,b}{q}$.

D'une certaine portion de principe oxygine que je pourrai nommer..... $\frac{a\,b}{s}$.

D'une certaine portion d'air nitreux, que je pourrai nommer..... $\frac{a\,b}{t}$.

Enfin j'obſerverai que pour que ces ſortes de diſſolutions ne ſe faſſent pas d'une manière trop tumultueuſe, il eſt néceſſaire de couper l'acide de deux parties d'eau, d'après quoi la formule ci-deſſus deviendra

$$(a\,\sigma') + (2\,a\,b\,\nabla + \tfrac{a\,b}{q}\,\nabla) + (\tfrac{a\,b}{s}\,\oplus + \tfrac{a\,b}{t}\,\boxplus).$$

Telle eſt la formule qui repréſente l'expreſſion du diſſolvant & de la ſubſtance à diſſoudre avant le mélange. Mais ſitôt que l'action diſſolvante a lieu, le métal enlève à l'acide nitreux la quantité de principe oxygine néceſſaire pour ſe ſaturer. Cette quantité eſt encore pour chaque métal dans un rapport conſtant avec la quantité de ce même métal, & puiſque j'ai nommé a, la quantité du métal, je pourrai nommer $\frac{a}{p}$, la quantité de principe oxygine néceſſaire pour le ſaturer: il eſt clair que quand la diſſolution eſt faite, cette quantité doit être ajoutée au fer dans la formule, & retranchée de l'expreſſion de l'acide nitreux; ainſi la formule deviendra

$$(a\,\sigma' + \tfrac{a}{p}\,\oplus) + (2\,a\,b\,\nabla + \tfrac{a\,b}{q}\,\nabla)\,(\tfrac{a\,b}{s}\,\oplus - \tfrac{a}{p}\,\oplus + \tfrac{a\,b}{t}\,\boxplus).$$

Et à cauſe qu'il ſe dégage de la combinaiſon, une quantité d'air nitreux à peu-près égale en poids à celle de principe oxygine abſorbée par le métal, il faut retrancher $\frac{a}{p}\,\boxplus$

de cette formule, pour avoir l'expreſſion réelle de ce qui reſtera après la diſſolution; & on aura

$$(a\,\mathcal{O} + \frac{a}{p}\,\oplus) + (2ab\,\nabla + \frac{ab}{q}\,\nabla) + (\frac{ab}{s}\,\oplus - \frac{a}{p}\,\oplus + \frac{ab}{t}\,\triangle - \frac{a}{p}\,\triangle).$$

Les parenthèſes expriment la manière dont ſont groupées les molécules de différente nature dans la diſſolution.

Pour plus de ſimplification, je ſuppoſerai que dans toutes ces diſſolutions, la quantité d'acide employée eſt toujours d'une livre; d'après quoi, ab deviendra égal à l'unité, & la formule ſe réduira à ce qui ſuit,

$$(a\,\mathcal{O} + \frac{a}{p}\,\oplus) + (2\,\nabla + \frac{1}{q}\,\nabla) + (\frac{1}{s}\,\oplus - \frac{a}{p}\,\oplus + \frac{1}{t}\,\triangle - \frac{a}{p}\,\triangle).$$

Il ne s'agit plus que de donner une valeur numéraire à toutes ces quantités; & je vais rendre compte des principales expériences dont je ſuis parti.

Je me ſuis d'abord aſſuré, par expérience, qu'une livre d'acide nitreux diſſous à peu-près à froid, ou au moins en n'employant qu'une chaleur très-douce, & en ſe ſervant d'un acide nitreux coupé de deux parties d'eau, le cinquième de ſon poids de fer; ainſi en ſuppoſant que $ab = 1$, on aura 0,2 pour la valeur de a.

Pour déterminer la valeur de p, je me ſuis ſervi de l'expérience que j'ai déjà citée, & qui conſiſte à faire diſſoudre du fer dans de l'acide nitreux, à faire deſſécher la diſſolution juſqu'à ſiccité, & à la pouſſer enſuite à un feu violent, dans une cornue de porcelaine : la quantité de fer que j'avois diſſous dans cette expérience, étoit de. 1 onces 2 gros 38 grains.

Elle s'eſt trouvée peſer après la diſſolution,

& la calcination à la cornue ..... 1. 5. 70.

Il y a par conſéquent eu une augmentation de poids de..... // 3. 32.

Suivant cette expérience, 100 livres de fer enlèveroient à l'acide nitreux, pendant leur diſſolution 32 livres,72 de

principe oxygine ; cependant, d'après des conſidérations qu'il ſeroit trop long d'expoſer ici, j'ai lieu de croire que cette quantité eſt un peu forcée. J'obſerverai en général que cette quantité n'eſt pas rigoureuſement conſtante, qu'elle varie ſuivant le degré de chaleur qu'on fait éprouver à la diſſolution; mais en combinant les réſultats que j'ai obtenus par différentes voies, je crois qu'on peut fixer l'augmentation à vingt-neuf livres par quintal, pour une diſſolution faite à froid dans un acide nitreux coupé de deux parties d'eau ; d'après cela on aura $p = \frac{100}{29}$, ou en fraction décimale 3,448276 ; & puiſque $a = \frac{1}{5}$ ou 0,2 , on aura $\frac{a}{p} = \frac{29}{500}$ ou 0,058.

On trouvera de même, d'après les proportions d'air nitreux, de principe oxygine & d'eau que j'ai déterminées ci-deſſus pour l'acide nitreux, que

$$\frac{1}{q} = \frac{1}{2},$$
$$\frac{1}{s} = \frac{1}{4},$$
$$\frac{1}{t} = \frac{1}{4};$$

d'où l'on conclura

$$q = 2,$$
$$s = 4,$$
$$t = 4.$$

Il eſt aiſé, d'après cela, de repréſenter en nombre tout ce qui a lieu dans la diſſolution du fer par l'acide nitreux; & en ſuppoſant qu'on emploie une livre d'acide, dont la peſanteur ſpécifique ſoit à celle de l'eau comme 129895 eſt à 100000, qu'on l'ait étendu de deux parties d'eau, & que la diſſolution s'opère à froid, c'eſt-à-dire, à la température moyenne de l'atmoſphère, & aux environs de 10 degrés,

on aura en fractions décimales, la quantité d'acide étant ſuppoſée d'une livre,

$$(0^{\text{livres}},2\ \mathcal{O}^{\prime} + 0^{\text{livres}},058\ \oplus) + (2^{\text{livres}},5\ \nabla) + (0^{\text{livres}},25\ \oplus + 0^{\text{livres}},25\ \triangle\!\!\!+ - 0^{\text{livres}},058\ \oplus - 0^{\text{livres}},058\ \triangle\!\!\!+),$$

ce qui ſe réduit à

$$(0^{\text{livres}},2\ \mathcal{O}^{\prime} + 0^{\text{livres}},058\ \oplus) + (2^{\text{livres}},5\ \nabla) + (0^{\text{livres}},192\ \oplus + 0^{\text{livres}},192\ \triangle\!\!\!+),$$

& en fractions vulgaires,

$$(\frac{1}{5}^{\text{liv.}}\ \mathcal{O}^{\prime} + \frac{29}{500}^{\text{liv.}}\ \oplus) + (2^{\text{liv.}}\frac{1}{2}\ \nabla) + (\frac{24}{125}^{\text{liv.}}\ \oplus + \frac{24}{125}^{\text{liv.}}\ \triangle\!\!\!+).$$

Le Tableau ci-après préſente le réſultat de toute cette opération, en livres, onces, gros & grains.

Les quantités de matière, avant l'expérience, étoient

	En fractions vulgaires. livres. onces. gros. grains.	*En fractions décimales.* livres.
Fer	// 3. 1. 43 $\frac{1}{5}$	0,20.
Eau	2. 8. // //	2,50.
Principe oxygine	// 4. // //	0,25.
Air nitreux	// 4. // //	0,25.
TOTAL	3. 3. 1. 43 $\frac{1}{5}$	3,20.

Après la combinaiſon, elles ſe ſont trouvées de

Fer	// 3. 1. 43 $\frac{1}{5}$	0,200.
Principe oxygine	// // 7. 30 $\frac{1}{2}$	0,058.
Chaux de fer	// 4. 1. 1 $\frac{7}{10}$	0,258.
Eau	2. 8. // //	2,500.
Principe oxygine	// 3. // 41 $\frac{1}{2}$	0,192.
Air nitreux	// 3. // 41 $\frac{1}{2}$	0,192.
TOTAL après la diſſolution	3. 2. 2. 12 $\frac{7}{10}$	3,142.
Le Total, avant la diſſolution, étoit de	3. 3. 1. 43 $\frac{2}{10}$	3,200.
Différence en moins	// // 7. 30 $\frac{1}{2}$	0,058.

Cette différence ne peut être dûe qu'au poids de l'air nitreux qui s'eſt échappé.

Après avoir ainſi conſtruit une formule pour repréſenter la diſſolution du fer par l'acide nitreux, & avoir donné une valeur à tous les termes qui la compoſent, j'ai été curieux d'en multiplier les applications, & de vérifier, par différens moyens, ſi l'expérience répondoit conſtamment au réſultat du calcul. La perte de poids eſt, comme on vient de le voir, de 0,058, ce qui revient en fraction vulgaire, à 7 gros 30 grains; mais c'eſt par le calcul que j'ai déterminé cette quantité, & pour arriver à ce réſultat, je ſuis parti de deux ſuppoſitions; la première, que le fer en ſe diſſolvant, s'approprioit aux dépens de l'acide nitreux, 29 livres par quintal de principe oxygine; la ſeconde, que la quantité d'air nitreux devenu libre, étoit égale en poids au principe oxygine qui ſe combinoit avec le fer. Quoique ces deux ſuppoſitions euſſent à mes yeux une grande probabilité en leur faveur, elles n'étoient pas abſolument démontrées; mais il eſt évident, que ſi l'expérience me donne un réſultat toujours conforme à celui obtenu par le calcul, il ne ſera plus poſſible de douter que les deux ſuppoſitions, dont je ſuis parti, ne fuſſent conformes à la vérité.

Dans cette vue, j'ai pris un petit matras du poids

	onces. gros. grains.
de.....	1. 7. 10.
J'y ai introduit	
Acide nitreux.....	2. // //
Eau.....	4. // //
Fer très-doux.....	2. // //
TOTAL.....	9. 7. 10.

Le col de ce matras étoit recourbé de manière à s'engager ſous une cloche dans l'appareil pneumato-chimique: l'effervescence n'a pas tardé à s'exciter, elle a été aſſez vive, & il s'eſt dégagé, pendant qu'elle a duré, 134 pouces cubiques d'air nitreux. Ayant repeſé tout enſemble, le matras & la diſſolution

diſſolution qu'il contenoit, ſon poids ne s'eſt plus trouvé que de..... 9 onces 6 gros 16 grains.

Ainſi il y a eu diminution de..... 66.

Elle réſultoit de la quantité d'air nitreux dégagée pendant l'expérience, & peut-être d'un peu d'humidité qui s'étoit échappée avec lui.

Il s'en falloit bien que les deux onces de fer euſſent été entièrement diſſoutes; il en reſtoit au contraire 1 once 4 gros 67 grains, en ſorte que la quantité de fer diſſous étoit de 3 gros 5 grains.

En multipliant par 8 tous les réſultats de cette expérience, pour les convertir en ceux qu'on auroit obtenus avec une livre d'acide, on trouvera pour la quantité d'air nitreux qu'on auroit obtenue *en volume*, 1072 pouces cubiques.

	En poids.		
	En fractions vulgaires.		*En fractions décimales.*
	gros.	grains.	livres.
Fer.....	7.	16,992.....	0,0564345.
La formule donne.....	7.	30,528.....	0,0580000.
La différence n'eſt que de.....	//	13,536.....	0,0015655.

ce qui s'accorde comme l'on voit avec une aſſez grande préciſion avec le réſultat préſenté par la formule.

De même, la quantité de fer diſſous ſe trouvera par livre d'acide de 3 onces 0 gros 40 grains, & en décimales de livres de 0,19184028; ce qui ne diffère pas d'un centième de livre de la quantité portée dans la formule. On conçoit que j'ai dû répéter un grand nombre de fois ces diſſolutions; & comme j'ai toujours trouvé un accord preſque parfait entre le réſultat de l'expérience & celui du calcul, j'ai lieu de préſumer que la formule que j'ai conſtruite, repréſente avec exactitude ce qui ſe paſſe dans la diſſolution du fer, par l'acide nitreux.

Je le répète, ces réſultats ne ſont applicables qu'à la diſſolution du fer par l'acide nitreux à froid; dès qu'on

chauffe, les phénomènes changent ; le fer qui n'abſorbe que 29 livres de principe oxygine à une température de 25 à 30 degrés du thermomètre, devient ſuſceptible d'en abſorber davantage à un degré plus fort ; d'un autre côté l'adhérence de l'air nitreux & du principe oxygine diminue au point de devenir preſque nulle, à un certain degré de chaleur ; le fer alors ſe calcine autant qu'il en eſt ſuſceptible, il ſe convertit en un ocre jaune qui contient juſqu'à 39 livres & plus de principe oxygine par quintal. On voit donc qu'il ſeroit encore poſſible de perfectionner cette formule, en y faiſant entrer l'expreſſion de la chaleur ; mais alors on auroit une formule trop compliquée, & ce ſeroit introduire dans la Chimie une Géométrie trop recherchée, dont elle n'eſt point encore ſuſceptible.

Puiſque le fer ſe calcine dans l'eau ſeule, qu'il la décompoſe, & qu'il lui enlève aſſez de principe oxygine pour devenir éthiops martial, il en réſulte que le fer diſſous dans l'acide nitreux doit être également au moins dans l'état d'éthiops. En effet, puiſque c'eſt aux dépens de l'acide nitreux que le fer ſe calcine, on doit en conclure que le principe oxygine tient moins à l'air nitreux qu'à l'air inflammable ; par conſéquent, toutes choſes d'ailleurs égales, le fer doit ſe calciner davantage en ſe diſſolvant dans l'acide nitreux qu'en ſe calcinant par l'eau ſeule, ou même qu'en ſe diſſolvant dans l'acide vitriolique étendu d'eau ; qu'il doit par conſéquent s'approprier plus de principe oxygine ; cette concluſion ſe trouve encore confirmée par l'expérience.

Si on diſſout à froid 100 livres de fer très-pur dans de l'acide vitriolique étendu de cinq parties d'eau, il ſe dégage 1024000 pouces cubiques d'air inflammable, peſant $4^{liv.}\ 2^{onces}\ 4^{gros}\ 43^{grains}\ \frac{3}{4}$. Or, d'après les expériences que nous avons faites, M. Meuſnier & moi, ſur la proportion des deux airs qui entrent dans la compoſition de l'eau, cette

quantité ſuppoſe qu'il y a eu . . .	31 liv	8 onces	7 gros	32 grains	½ d'eau
décompoſée par le fer ; d'où retranchant pour l'air inflammable dégagé	4.	2.	4.	43	¾
Reſte pour la quantité de principe oxygine, abſorbée par le fer . .	27.	8.	2.	60	¾.

Le fer n'enlève donc à l'eau ; en ſe diſſolvant par l'acide vitriolique, que 27 livres ½ de principe oxygine, tandis qu'il en enlève 29 à l'acide nitreux ; il ſe calcine donc plus dans le dernier que dans le premier, comme le raiſonnement l'annonçoit.

J'ai appliqué la même méthode & les mêmes calculs à la diſſolution du mercure dans l'acide nitreux : cette diſſolution métallique m'a paru plus propre qu'aucune autre à donner des idées exactes ſur ce qui ſe paſſe dans ces opérations, par la raiſon que ce métal ſe revivifie ſans addition, & qu'on peut en dégager, avec beaucoup de facilité, le principe oxygine qui s'y eſt combiné.

La quantité de mercure qui peut ſe diſſoudre dans une quantité déterminée du même acide nitreux, n'eſt pas conſtante ; elle varie conſidérablement, ſuivant le degré de chaleur, & ſelon que ce degré eſt plus ou moins long-temps continué ; mais pour mettre plus de ſimplicité dans l'expérience, j'ai toujours employé parties égales d'acide nitreux & de mercure. Pour empêcher que la diſſolution ne fût trop tumultueuſe, j'ai ajouté à l'acide moitié de ſon poids d'eau ; j'ai opéré dans une cornue, à laquelle étoit adapté un appareil diſtillatoire, à la manière de M. Woulfe, & j'ai pouſſé la diſtillation juſqu'à ſiccité. Ainſi dans la formule générale, a & b ſeront égaux à 1. D'un autre côté, je me ſuis aſſuré, par de nombreuſes expériences, que la quantité de principe oxygine que le mercure enlevoit à l'acide nitreux, étoit de 8 livres par quintal : ainſi $\frac{a}{p}$ ſera égal à 0,08. Enfin j'ai reconnu qu'en pouſſant l'opération juſqu'à ſiccité, il ſe dégageoit 1500 pouces cubiques d'air nitreux.

Ce volume d'air, à raiſon de $0^{gmes},486$ le pouce cube, doit peſer $0^{livres},079101563$, ce qui diffère infiniment peu de la quantité de principe oxygine, abſorbée par le mercure; je ſuppoſerai même dans la pratique qu'il y a égalité. Enfin, en comparant la quantité d'acide primitivement employée, & celle paſſée dans le récipient, & en combinant l'un & l'autre avec un alkali, j'ai trouvé qu'il y en avoit près d'un tiers de décompoſé.

Il eſt facile d'après cela de trouver pour le mercure toutes les valeurs de la formule générale des diſſolutions métalliques dans l'acide nitreux. Cette formule eſt, comme on l'a vu précédemment,

$$(a\,S\,M) + (n\,b\,\nabla + \frac{a\,b}{q}\,\nabla) + (\frac{a\,b}{s}\,\Phi + \frac{a\,b}{t}\,\Delta).$$

On trouvera, en y appliquant les valeurs ci-deſſus, que

$$a = 1.$$
$$b = 1.$$
$$n = \frac{a}{2} = 0,5.$$
$$\frac{a}{p} = 0,08.$$
$$\frac{a\,b}{q} = 0,5.$$
$$\frac{a\,b}{s} = 0,25.$$
$$\frac{a\,b}{t} = 0,25.$$

Et par conſéquent,

$$p = 12,5;$$
$$q = 2,0.$$
$$s = 4,0;$$
$$t = 4,0;$$

En ſubſtituant ces valeurs dans la formule, elle donnera

$$(1\,☿ + 0{,}08\,⊕) + (1\,▽) + (0{,}25\,⊕ + 0{,}25\,△ - 0{,}08\,⊕ - 0{,}08\,△),$$

ou plus ſimplement,

$$(1\,☿ + 0{,}08\,⊕) + (1\,▽) + (0{,}17\,⊕ + 0{,}17\,△).$$

Tel eſt le réſultat de nos connoiſſances actuelles ſur les diſſolutions métalliques par l'acide nitreux : ſans doute un jour on parviendra à décompoſer l'air nitreux, peut-être le principe oxygine lui-même, & on ſera forcé de leur ſubſtituer dans la formule, l'expreſſion des principes qui les conſtituent : on ne pourra pas non plus ſe diſpenſer, ſur-tout dans les diſſolutions par l'acide vitriolique & par l'acide marin, de ſubſtituer à l'eau ſa valeur en air inflammable & en principe oxygine.

On voit donc que plus on approfondit en Chimie, plus les réſultats, ſimples en apparence, deviennent compliqués : nous ne connoiſſions que deux ou trois forces qui avoient lieu dans la diſſolution des métaux, & il s'en trouve aujourd'hui un beaucoup plus grand nombre : ces forces ſont ; 1.° l'action de la chaleur qui tend à écarter les molécules de l'eau, & à la réduire en vapeurs :

2.° L'action de cette même chaleur qui tend à déſunir les principes de l'acide nitreux, & à le convertir en ſubſtances gazeuſes :

3.° L'action de cette même chaleur ſur les principes conſtitutifs de l'eau :

4.° L'action de cette même chaleur qui diminue l'affinité d'agrégation du métal, & tend à en écarter les parties :

5.° L'action réciproque du gaz nitreux & du principe oxygine :

6.° Leur action combinée ſur l'eau :

7.° L'action du métal ſur le principe oxygine de l'acide & ſur celui de l'eau :

8.° L'action de l'acide ſur le métal, ou plutôt ſur la chaux métallique.

Connoître l'énergie de toutes ces forces, parvenir à leur

donner une valeur numéraire, les calculer, eſt le but que doit ſe propoſer la Chimie; elle y marche à pas lents, mais il n'eſt pas impoſſible qu'elle y parvienne. En attendant, nous ſommes forcés de nous en tenir à des aperçus généraux, & c'eſt dans cet eſprit, que j'ajouterai encore ici quelques réflexions ſur ce que j'ai précédemment dit de l'action de la chaleur dans les diſſolutions des métaux.

Plus une ſubſtance métallique eſt échauffée, plus elle acquiert d'affinité avec le principe oxygine; quoique ce principe ne ſoit pas généralement vrai à tous les degrés de chaleur & pour tous les métaux, on peut cependant l'admettre dans de certaines limites: on ne peut guère douter que cette augmentation d'affinité pour le principe oxygine, ne tienne à ce que la chaleur, en écartant les molécules des métaux, diminue l'affinité d'agrégation qu'elles exercent les unes ſur les autres, & à ce qu'elle les diſpoſe ainſi à s'unir avec plus de facilité au principe oxygine & au diſſolvant: d'un autre côté, la chaleur tend à ſéparer les deux principes conſtitutifs de l'eau & ceux conſtitutifs de l'acide; & il en réſulte que le principe oxygine, moins fortement engagé dans la combinaiſon, s'unit plus facilement au métal: par une ſuite de ces différens effets de la chaleur, ſi après avoir diſſous par un acide une certaine quantité de métal, on fait chauffer la diſſolution, l'acide doit devenir capable de calciner & de diſſoudre une nouvelle portion de métal, & c'eſt ce qu'on obſerve en effet.

Cette circonſtance eſt ſur-tout remarquable dans les diſſolutions par l'acide nitreux; de nouveau fer ajouté à une diſſolution déjà ſaturée de ce métal, devient, ſi l'on fait chauffer, le précipitant du fer qui étoit diſſous; ce nouveau fer ſe calcine aux dépens de l'acide, & il ſe précipite en même temps du fer dans l'état d'éthiops, ou même dans l'état d'ocre.

Le même effet s'opère avec le mercure: ſi après avoir ſaturé à froid l'acide nitreux de ce métal, on ajoute de nouveau mercure, & qu'on faſſe chauffer, il ſe diſſout une nouvelle portion de mercure; & ſi l'on continue d'en ajouter à meſure qu'il diſparoît, il continue de s'en diſſoudre juſqu'à ce que

la totalité de l'acide ait été décompoſée : la combinaiſon ſe réſout ainſi preſque en entier en air nitreux & en chaux de mercure ; & en pouſſant au feu cette dernière, le métal ſe revivifie, & on obtient ſéparément l'air nitreux, le principe oxygine & le mercure : la combinaiſon des acides avec les métaux n'a donc point de terme de ſaturation fixe comme celle des acides avec les terres & avec les alkalis ; la proportion de l'acide & du métal varie ſuivant le degré de chaleur qu'on emploie.

J'eſpère que la lecture de ce Mémoire fera entrevoir la poſſibilité d'appliquer l'exactitude du calcul à la Chimie ; mais avant tout il faut des données certaines qui puiſſent ſervir de baſe, & c'eſt à quoi je vais m'attacher. Il eſt important d'abord de connoître avec une grande préciſion les élémens de l'eau, & la quantité d'air inflammable & de principe oxygine qui entre dans ſa compoſition ; de déterminer avec la même exactitude les proportions d'eau, d'air nitreux & de principe oxygine qui entrent dans la compoſition de l'acide nitreux ; d'eau, de ſoufre & de principe oxygine qui entrent dans la compoſition de l'acide vitriolique ; de ſubſtance charbonneuſe & de principe oxygine qui entrent dans la compoſition de l'acide charbonneux ; d'eau, de phoſphore & de principe oxygine qui entrent dans la compoſition de l'acide phoſphorique ; d'eau, de principe muriatique & de principe oxygine qui entrent dans la compoſition de l'acide marin. J'ai déjà beaucoup d'avances ſur toutes ces déterminations, & l'Académie peut en juger par les réſultats que je lui ai donnés ſur la compoſition de l'eau, ſur celle de l'acide charbonneux ou air fixe, ſur celle de l'acide phoſphorique, enfin ſur celle de l'acide nitreux.

MÉMOIRE

Sur la précipitation des Substances métalliques, les unes par les autres.

Par M. LAVOISIER.

Présenté le 20 Déc. 1783.

APRÈS avoir fait voir dans un Mémoire intitulé : *Considérations générales sur la dissolution des Métaux dans les acides*, que les phénomènes de cette opération chimique sont beaucoup plus compliqués qu'on ne l'a cru jusqu'ici, & que toutes les dissolutions métalliques s'opèrent en vertu d'un grand nombre de forces qui agissent chacune avec une différente énergie, il me reste à parler de la précipitation des Métaux les uns par les autres. M. Bergman a fait sur ce sujet un excellent Mémoire, intitulé : *De diversâ phlogisti quantitate in metallis*, qui se trouve imprimé dans le troisième Volume de ses Opuscules.

Il a observé que dans la plupart des précipitations des métaux les uns par les autres, le métal précipité étoit revivifié & se séparoit avec le *facies metallica ;* que le métal précipitant au contraire se calcinoit avant de se dissoudre : il a de plus remarqué que dans la précipitation d'un métal par un autre, les quantités nécessaires pour opérer l'entière précipitation, étoient différentes, suivant l'espèce de métal précipitant. Si, par exemple, on a dissout un quintal d'argent dans l'acide nitreux, & qu'on veuille le précipiter par un autre métal, les quantités nécessaires pour opérer la précipitation complète, seront les suivantes :

	Livres.
Avec le plomb	234.
Avec le bismuth	174.
Avec le mercure	135.
Avec l'étain	88.
Avec le nickel	64.
Avec le cuivre	31.

Il a opéré de même ſur d'autres métaux diſſous, tant dans l'acide nitreux que dans l'acide vitriolique ; il les a précipités par d'autres métaux, & il a obſervé de même dans les quantités du métal précipitant, des différences très-conſidérables, & aſſujetties à des loix conſtantes.

D'après ces faits, M. Bergman a raiſonné comme il ſuit : tout métal en ſe diſſolvant ſe calcine, c'eſt-à-dire, qu'il perd, ſuivant lui, le phlogiſtique qui le conſtituoit dans l'état métallique; mais puiſque, lorſqu'il eſt précipité par un autre métal, il tombe dans l'état de métal revivifié, il en faut conclure que le métal diſſous ſe reviviſie aux dépens du métal précipitant : or, comme les quantités varient ſuivant l'eſpèce de métal qu'on emploie pour précipiter, il en réſulte que tous les métaux ne contiennent pas la même quantité de phlogiſtique.

En admettant ce raiſonnement & ces principes, il eſt clair qu'il eſt poſſible, comme le conclut M. Bergman, d'en déduire les quantités relatives de phlogiſtique contenues dans chaque métal.

En effet, ſi 31 livres de cuivre ſont ſuſceptibles de précipiter & de revivifier 100 livres d'argent, on ne peut ſe diſpenſer d'admettre, dans l'opinion que je viens d'expoſer, que la quantité de phlogiſtique contenue dans le cuivre, eſt à celle contenue dans l'argent, comme 100 eſt à 31 ; d'où l'on conclura avec M. Bergman, que ſi un métal eſt ſuſceptible d'en précipiter un autre ſous la forme métallique, la quantité reſpective de phlogiſtique qu'ils contiennent, eſt en raiſon inverſe des quantités du métal diſſous & du métal précipitant.

D'après ces baſes, M. Bergman s'eſt formé deux Tables différentes des quantités relatives de phlogiſtique contenues dans différens métaux : on peut conſulter à ce ſujet le Mémoire que je viens de citer.

Tout ce calcul eſt fondé ſur une ſuppoſition ; c'eſt que la calcination des métaux eſt le réſultat de la privation du phlogiſtique : mais ce que j'ai dit juſqu'ici, fait aſſez connoître que cette abſence du phlogiſtique, ſon exiſtence même dans

les métaux, n'eſt, ſuivant moi, qu'une pure ſuppoſition. Ce qui eſt plus réel, ce qui peut ſe reconnoître, la balance & la meſure à la main, c'eſt que dans toute calcination métallique, ſoit qu'elle ſe faſſe par la voie sèche ou par la voie humide, ſoit qu'elle s'opère à l'aide de l'air, à l'aide de l'eau, ou au moyen des acides, il y a augmentation de poids du métal, & que cette augmentation eſt dûe à l'addition de l'air vital, ou plutôt du principe oxygine. Le Mémoire qui a précédé celui-ci, a été preſque entièrement employé à établir cette vérité, & je ne crois pas qu'on puiſſe la révoquer en doute; mais puiſque 31 livres de cuivre ſuffiſent pour précipiter 100 livres d'argent dans ſon état métallique, il en réſulte que 31 livres de cuivre ſont en état de s'approprier la totalité du principe oxygine contenue dans 100 livres d'argent; que par conſéquent la quantité de principe oxygine contenue dans 100 livres d'argent, dans l'état de chaux, eſt égale à celle contenue dans 31 livres de cuivre, c'eſt-à-dire, que la quantité de principe oxygine contenue dans l'argent, eſt à celle contenue dans le cuivre, comme 31 eſt à 100: d'où il ſuit en général que ſi on précipite un métal par un autre, les quantités de principe oxygine que contient le métal précipité & le métal précipitant, ſont en raiſon inverſe des quantités des deux métaux employés.

D'après cela, rien n'étoit plus facile que de connoître le rapport des quantités de principe oxygine qu'un métal peut enlever à un autre dans les précipitations métalliques, d'après les expériences même de M. Bergman; & en ſuppoſant la quantité abſolue connue pour un ſeul métal, on pouvoit facilement en conclure la quantité abſolue pour tous les autres métaux.

Les expériences très-nombreuſes que j'ai faites ſur le mercure, m'ayant donné des connoiſſances plus exactes ſur ſa diſſolution dans les acides que ſur celle des autres ſubſtances métalliques, c'eſt à lui que je me ſuis adreſſé pour ſervir de baſe à mes calculs, & pour déterminer les quantités abſolues. Comme ce métal a la propriété de ſe réduire ſans addition,

il ne peut reſter aucune incertitude ni ſur les quantités ni ſur la qualité du principe qui s'y unit pendant ſa calcination.

Il réſulte des expériences de M. Bergman, que ſi on diſſout 100 livres d'argent dans de l'acide nitreux, il faut pour le précipiter 135 livres de mercure; ſi donc on nomme a la quantité de principe oxygine néceſſaire pour la calcination du mercure, x celle néceſſaire pour calciner l'argent, on aura $a : x :: 100 : 135$; d'où on tirera $x = \frac{135.a}{100}$.

Le mercure, en ſe calcinant, eſt ſuſceptible d'abſorber environ 8 livres de principe oxigine par quintal; ainſi $a = 8$; d'où l'on conclura que x, c'eſt-à-dire, la quantité de principe oxygine contenue dans 100 livres d'argent, diſſous par l'acide nitreux, eſt de $10^{liv.},8$. J'ai appliqué le même calcul aux autres expériences de M. Bergman, & j'en ai déduit de même la quantité de principe oxygine que chaque métal étoit ſuſceptible de prendre dans les précipitations métalliques. Je pourrois me contenter de préſenter ici la table que j'ai formée d'après ces principes, mais j'ai penſé qu'on pourroit entendre avec plaiſir le détail des expériences de M. Bergman, & celui des calculs que j'y ai appliqués; ce ſera d'ailleurs une occaſion de faire quelques réflexions qui pourront prévenir des objections & lever des difficultés pour ceux qui s'occuperont après moi du même objet.

I.

Précipitation de l'Argent diſſous dans l'acide nitreux, par le plomb.

Il faut deux cents trente-quatre livres de plomb pour précipiter un quintal d'argent: donc nommant a la quantité de principe oxygine contenue dans un quintal d'argent, & x celle que le plomb peut lui enlever dans la précipitation, on aura $x = \frac{100.a}{234}$. On vient de voir que pour l'argent $a = 10^{liv.},8$, d'où l'on tire $x = 4^{liv.},615$; c'eſt-à-dire que

le plomb ne peut enlever à l'argent dissous par l'acide nitreux, que $4^{liv.},615$ de principe oxygine par quintal. Cette quantité est fort inférieure à celle nécessaire pour saturer le plomb ; en effet, ce métal dans le minium est combiné avec dix livres au moins de principe oxygine ; mais comme l'affinité qu'il a pour le principe oxygine, n'est que très-peu supérieure à celle de l'argent, il ne peut s'en saturer que partiellement dans la précipitation de ce métal.

III.

Précipitation de la même dissolution, par le cuivre.

Il faut, pour opérer la précipitation d'un quintal d'argent dissous dans l'acide nitreux, trente-une livres de cuivre ; d'où il suit qu'un quintal de cuivre peut enlever à l'argent, en le précipitant, $34^{liv.},839$ de principe oxygine.

III.

Précipitation de la même dissolution, par l'étain.

Il faut pour opérer la précipitation d'un quintal d'argent dissous dans l'acide nitreux, étain..... 88 livres.

D'où il résulte, pour la quantité de principe oxygine, qu'un quintal d'étain peut enlever à l'argent.. $12^{liv.},273$.

IV.

Précipitation de la même dissolution par le Bismuth.

Il faut pour opérer la précipitation d'un quintal d'argent dissous dans l'acide nitreux, bismuth..... 174 livres.

D'où il résulte, pour la quantité de principe oxygine, que le bismuth peut enlever à l'argent, par quintal. $6^{liv.},207$.

On verra plus bas les motifs qui me portent à croire que ce résultat est trop foible d'un tiers environ.

V.

Précipitation de la même dissolution par le Nickel.

Il faut pour précipiter un quintal d'argent dissous dans l'acide nitreux, Nickel . . . . . 64 livres.
D'où il résulte, pour la quantité de principe oxygine, que le nickel peut enlever à l'argent, par quintal . . . 16liv.,875.

VI.

Précipitation de la même dissolution par le Régule d'Arsenic.

Il faut pour opérer la précipitation d'un quintal d'argent dissous par l'acide nitreux, Régule d'Arsenic . . . 92 livres.
D'où il résulte, pour la quantité de principe oxygine, qu'un quintal de régule d'arsenic peut enlever à l'argent . . 11liv.,739.

VII.

Précipitation de la même dissolution par le Régule de Cobalt.

Il faut pour opérer la précipitation d'un quintal d'argent dissous par l'acide nitreux, Régule de Cobalt . . . . . 137 livres.
D'où il résulte, pour la quantité de principe oxygine, que le régule de cobalt enlève à l'argent, dissous dans l'acide nitreux, par quintal . . . . . 29liv.,190.

VIII.

Précipitation de la même dissolution par le Zinc.

Il faut pour opérer la précipitation d'un quintal d'argent dissous par l'acide nitreux, Zinc . . . . . 55 livres.
D'où il résulte, pour la quantité de principe oxygine, que le zinc peut enlever à l'argent, par quintal . . . . 19liv.,637.

IX.

Précipitation de la même dissolution par le Régule d'Antimoine.

Il faut pour opérer la précipitation d'un quintal d'argent dissous dans l'acide nitreux, Régule d'Antimoine . . 83 liv.

D'où il réſulte, pour la quantité de principe oxygine, qu'un quintal de régule d'antimoine peut enlever à l'argent $13^{liv.},012$.

X.

Précipitation de la même diſſolution par la Manganèſe.

Il faut pour opérer la précipitation d'un quintal d'argent diſſous dans l'acide nitreux, Manganèſe..... 51 livres.
D'où il réſulte, pour la quantité de principe oxygine, qu'un quintal de manganèſe peut enlever à l'argent... $21^{liv.},176$.

XI.

Précipitation de l'argent diſſous dans l'acide vitriolique par le cuivre.

M. Bergman a auſſi eſſayé de diſſoudre un quintal d'argent par l'acide vitriolique, & il a éprouvé que pour le précipiter il falloit, Cuivre..... 30 livres.
D'où il réſulte, pour la quantité de principe oxygine, qu'un quintal de cuivre peut enlever à l'argent..... 36 livres.

Cette détermination diffère peu de celle obtenue par l'acide nitreux; mais j'ai ſuppoſé qu'un quintal d'argent, en ſe diſſolvant dans l'acide vitriolique, ſe chargeoit de $10^{liv.},8$ de principe oxygine, comme il le fait dans l'acide nitreux: or, cette ſuppoſition pourroit n'être pas rigoureuſement exacte; & comme le principe oxygine tient moins à l'acide nitreux qu'à l'acide vitriolique, il ſeroit poſſible qu'il y eût quelque choſe à retrancher de la quantité de $10^{liv.},8$ dont je ſuis parti; alors ces deux expériences pourroient être parfaitement d'accord entr'elles.

XII.

Précipitation de l'argent diſſous dans l'acide vitriolique par le Fer battu.

Il faut pour opérer la précipitation d'un quintal d'argent diſſous dans l'acide vitriolique, Fer battu..... 29 livres.

D'où il réſulte, pour la quantité de principe oxygine, qu'un quintal de fer battu peut enlever à l'argent.... 37liv.,241.

XIII.

Or diſſous dans l'eau régale, précipité par le Zinc.

Pour précipiter un quintal d'or diſſous dans l'eau régale, M. Bergman a employé, Zinc ..... 217 livres.

Mais d'après les expériences faites ſur la précipitation de l'argent par le zinc, un quintal de zinc peut enlever à l'argent 19liv.,637 de principe oxygine; donc dans la proportion, les 217 livres de zinc, employées pour précipiter l'or, ont dû lui enlever..... 43liv.,612.

Cette quantité eſt donc celle de principe oxygine contenue dans un quintal d'or, diſſous dans l'eau régale. Il eſt vrai que je ſuppoſe dans cette détermination, que le principe oxygine ne tient pas plus à l'argent qu'à l'or; mais en ſuppoſant qu'il y ait quelque différence, elle ne peut pas changer beaucoup ce réſultat.

XIV.

Or diſſous dans l'eau régale, précipité par l'Étain.

Il faut pour opérer la précipitation d'un quintal d'or, diſſous dans l'eau régale, Étain..... 301 livres.

D'après la précipitation de l'argent par l'étain, rapportée ci-deſſus, ce dernier métal contient par quintal 12liv.,273 de principe oxygine: la quantité de principe oxygine enlevée à l'or, d'après cette expérience, ſeroit de..... 36liv.,941.

Mais, on verra bientôt que l'étain eſt ſuſceptible d'abſorber une quantité de principe oxygine plus conſidérable que celle qui a été conclue de la précipitation de l'argent, & que cette quantité doit être portée au moins à quatorze livres par quintal; ce qui donne, pour la quantité de principe oxygine combiné dans un quintal d'or diſſous dans l'Eau régale..... 42liv.,140.

Ce réſultat cadre, à très-peu de choſe près, avec l'expé-

rience précédente. Au reſte, quand il ſe trouveroit quelque différence entre le réſultat des précipitations faites par l'étain & par le zinc, il ne faudroit pas s'en étonner, le zinc ayant en général beaucoup plus d'affinité que l'étain pour le principe oxygine, comme je le ferai voir dans la ſuite.

XV.

Platine diſſoute dans l'eau régale, précipitée par le Zinc.

Pour précipiter un quintal de platine diſſoute dans l'eau régale, il a fallu, Zinc ..... 416 livres.

D'où il réſulte, pour la quantité de principe oxygine contenue dans un quintal de platine, ... $81^{liv.},690$.

XVI.

Mercure diſſous dans l'acide nitreux, précipité par le Zinc.

Pour précipiter un quintal de mercure diſſous dans l'acide nitreux, il faut, Zinc ..... 44 livres.

D'où il réſulte, pour la quantité de principe oxygine, que le zinc peut enlever à un quintal de mercure... $8^{liv.},640$.

Cette proportion eſt aſſez exactement celle qui s'obſerve dans le précipité *per ſe* & le précipité rouge, & c'eſt une préſomption forte en faveur de l'exactitude des déterminations calculées par cette voie, pour le zinc & pour l'argent.

XVII.

Plomb diſſous par l'acide nitreux, précipité par le Zinc.

Pour précipiter un quintal de plomb diſſous par l'acide nitreux, il faut employer, Zinc ..... 26 livres.

D'où il réſulteroit, pour la quantité de principe oxygine, contenue dans un quintal de plomb..... $4^{liv.},325$.

Mais il eſt à obſerver que le plomb ne ſe précipite pas dans cette expérience entièrement dans l'état métallique, qu'il retient encore une portion notable de principe oxygine : ainſi la quantité de $4^{liv.},325$ eſt trop foible, comme il réſulte

en

en effet des opérations faites par voie de calcination & de réduction. On fait en effet que le plomb, dans l'état de *minium*, contient pour 100 livres de plomb, au moins 10 livres de principe oxygine.

XVIII.

Cuivre dissous par l'acide nitreux, précipité par le Zinc.

Pour précipiter un quintal de cuivre dissous par l'acide nitreux, il faut employer, Zinc ..... 164 livres.

D'où il résulte, pour la quantité de principe oxygine, contenue dans un quintal de cuivre..... $32^{liv.},205$.

Mais comme dans cette expérience, le cuivre n'est pas précipité entièrement sous forme métallique, cette quantité est nécessairement trop foible; de sorte qu'on peut s'en tenir à conclure, comme il résulte de l'expérience XI, qu'un quintal de cuivre, en se dissolvant, absorbe environ trente-six livres de principe oxygine.

XIX.

Étain dissous par l'eau régale, précipité par le Zinc.

Pour précipiter un quintal d'étain dissous dans l'eau régale, il faut, Zinc..... 68 livres.

D'où il résulteroit qu'un quintal d'étain contiendroit principe oxygine..... $13^{liv.},353$.

Mais l'étain dans cette expérience, ne se précipite pas absolument dans l'état métallique, il contient donc plus de $13^{liv.},353$ de principe oxygine: ainsi on peut estimer que l'étain, en se dissolvant dans l'eau régale, se combine environ à quatorze livres ou quatorze livres & demie de principe oxygine par quintal.

XX.

Bismuth dissous dans l'acide nitreux, précipité par le Zinc.

Pour précipiter un quintal de bismuth dissous dans l'acide nitreux, il faut, Zinc..... 49 livres.

D'où il réſulte, pour la quantité de principe oxygine contenue dans un quintal de biſmuth ..... 9liv.,622.

Cette quantité excède d'un tiers, celle trouvée dans l'expérience de la précipitation de l'argent par le biſmuth; mais comme dans cette expérience, le biſmuth ſe précipite dans ſon état métallique quand on opère ou à froid ou à une chaleur douce, je donnerai la préférence au réſultat obtenu par le zinc.

XXI.

Nickel diſſous dans l'eau régale, précipité par le Zinc.

Pour opérer la précipitation d'un quintal de Nickel diſſous dans l'acide nitreux, il faut employer, Zinc... 54 livres.

D'où il réſulte, pour la quantité de principe oxygine, qu'un quintal de zinc peut enlever au nickel..... 12liv.,568.

Le précipité dans cette expérience, eſt en poudre noire, & pèſe quatre-vingts livres.

La précipitation de l'argent par le nickel, donne 16liv.,875 comme on l'a vu précédemment. Ces deux réſultats diffèrent ſenſiblement, & il eſt difficile de déterminer auquel on doit donner la préférence.

XXII.

Régule d'arſenic diſſous dans l'eau régale, précipité par le Zinc.

Pour précipiter un quintal de régule d'arſenic diſſous dans l'eau régale, il faut, Zinc..... 126 livres.

D'où il réſulteroit, pour la quantité de principe oxygine qu'abſorbe un quintal de régule d'arſenic, ... 24liv.,743.

Cette quantité eſt plus que double de celle obtenue par la précipitation de l'argent; mais comme le régule d'arſenic eſt ſuſceptible d'un grand nombre de degrés de ſaturation, il eſt poſſible que ces deux déterminations ſoient également exactes.

XXIII.

Régule d'antimoine dissous par l'eau régale, précipité par le Zinc.

Il faut pour précipiter un quintal de régule d'antimoine dissous dans l'eau régale, Zinc ..... 70 livres.

Le régule est précipité sous forme de poudre blanche.

Donc la quantité de principe oxygine qu'absorbe, en se dissolvant, un quintal de régule d'antimoine... $13^{liv.},746$.

Ce qui cadre très-bien avec le résultat obtenu dans l'expérience de la précipitation de l'argent.

Mais comme le régule précipité n'est pas entièrement dans l'état métallique, il est probable que ces résultats sont de quelque chose au-dessous de l'effectif.

En comparant le résultat des expériences faites sur les mêmes métaux par différentes voies, on remarquera que la plupart s'accordent mieux qu'on n'auroit eu lieu de l'espérer. J'ai choisi cependant parmi elles, celles qui m'ont paru porter le caractère d'une plus grande exactitude, & lorsque j'ai cru pouvoir y accorder le même degré de confiance, j'ai pris un milieu entr'elles. Ces résultats se trouvent présentés, sous un même point de vue, dans la Table suivante.

TABLEAU des quantités de principe oxygine qui se combinent avec les différentes Substances métalliques, dans leur dissolution par les Acides, & dans leur précipitation les unes par les autres.

	Livres.	*Numéros des Expériences.*
Platine	81,690	XV.
Or	43,612	XIII.
Fer	27,000. 37,000.	
Cuivre	36,000	XI.
Cobalt	29,190	VII.

	Livres.	Numéros des Expériences.
Manganèse	21,176	X.
Zinc	19,637	VIII.
Nickel	16,875 V. / 12,568 XXI.	14,721.
Régule d'antimoine	13,746	XXIII.
Étain	14,000	XIX.
Régule d'arsenic	11,739	VI.
	24,743	XXII.
Argent	10,800.	
Bismuth	9,622	XX.
Mercure	8,000.	
Plomb	4,615 I. / 4,325 XVII.	4,470.

Après avoir présenté le tableau des quantités de principe oxygine qui s'unissent avec les métaux, lorsqu'ils se précipitent les uns par les autres de la dissolution dans les acides, il m'a paru important d'examiner, si ces quantités cadroient avec celles que ces mêmes substances absorbent par leur calcination à l'air libre. Il existe sur cette matière plus d'expériences déjà faites que je ne l'avois cru d'abord, & lorsque je dirai que plusieurs ont été faites par Boyle, par M. Geoffroy le jeune, que toutes ont été répétées par M. de Morveau, & que ce dernier les a complétées; ces noms respectables en Chimie feront bien propres à inspirer de la confiance. Je ne m'étendrai point ici sur le détail des expériences, pour ne point m'exposer à répéter ce que j'ai dit ailleurs.

Le principe oxygine ayant plus d'affinité avec le principe de la chaleur qu'avec l'or, l'argent & la platine, il est impossible de calciner ces substances ni dans l'air commun, ni dans l'air vital, ni par leur combinaison avec le nitre; elles conservent constamment, dans toutes les opérations par la voie sèche, leur brillant métallique; elles ne perdent aucune portion de leur poids, si ce n'est au foyer

des grands verres ardens, ou au feu excité par l'air vital; enfin l'air dans lequel on les calcine, n'éprouve aucune altération.

Il n'en eſt pas de même des autres métaux; il n'en eſt aucun, du moins de ceux connus, qui n'augmente de poids lorſqu'on le calcine, qui ne perde les principales propriétés métalliques, qui ne ſe convertiſſe en une ſubſtance plus ou moins terreuſe, qui ne diminue le volume de l'air atmoſphérique dans lequel ſe fait la calcination, qui n'abſorbe la totalité de l'air vital lorſqu'il eſt pur.

De la limaille de fer, calcinée ſur un têt à rôtir, acquiert, ſuivant M. de Morveau, une augmentation de poids de 24liv.,4306 par quintal.

De la limaille d'acier non-trempée, traitée de la même manière, lui a donné une augmentation de poids de 31liv.,58 par quintal.

D'après des expériences qui me ſont propres, & dont je donnerai le détail ailleurs, du fer très-pur brûlé dans l'air vital, acquiert une augmentation de poids de 32liv.,414 par quintal; il eſt alors dans l'état d'éthiops martial fondu: c'eſt-à-dire, encore attirable à l'aimant. Je dis du fer très-pur, parce que tous les fers du commerce, à moins qu'ils n'aient été bien corroyés & cementés dans de la poudre de charbon animal, ſont des alliages de fer avec une quantité plus ou moins grande d'éthiops-martial; ils contiennent en conſéquence, la plupart, pluſieurs livres par quintal de principe oxygine, & ils ne ſont plus ſuſceptibles de prendre par la calcination que ce qui leur manque pour arriver aux 32 liv. $\frac{1}{2}$ qui forment le point de ſaturation. (Voyez le Mémoire ci-après *pag.* 541 & 542).

Le fer, par ſa détonation avec le nitre, acquiert une augmentation de poids beaucoup plus conſidérable encore que par la calcination à l'air libre; il prend, lorſqu'il eſt très-pur, près de quarante-cinq livres de principe oxygine par quintal, il eſt alors dans l'état de ſafran de mars ou d'ocre, & n'eſt plus attirable à l'aimant. M. de Morveau n'a trouvé dans

cette expérience que trente-quatre livres d'augmentation par quintal; d'où je conclus qu'il n'a employé que du fer commun du commerce, qui contenoit déjà beaucoup de principe oxygine.

Le fer ſe calcine également par ſa combinaiſon, ſoit avec l'arſenic, ſoit avec le précipité rouge; le principe oxygine ayant plus d'affinité avec le fer qu'avec le mercure & le régule d'arſenic, il quitte l'un & l'autre de ces deux métaux pour ſe combiner avec le fer, & le conſtituer dans l'état d'éthiops: il augmente encore dans cette expérience de trente-cinq à quarante livres par quintal. M. Prieſtley a avancé que dans la combinaiſon du fer avec la chaux de mercure, il ſe dégageoit de l'air fixe; je me ſuis aſſuré du contraire: toutes les fois qu'on emploie du fer & de la chaux de mercure dans leur état de pureté, que la combinaiſon eſt faite dans la juſte proportion des deux ſubſtances, ou qu'on a employé un léger excédant de fer, il ne ſe dégage abſolument rien.

Le cuivre, par la calcination à l'air libre, augmente, ſuivant M. de Morveau, de $14^{liv.},245$ par quintal, c'eſt-à-dire, qu'il enlève à l'air dans lequel on le calcine $14^{liv.},245$ de principe oxygine: on ne peut pas opérer une calcination auſſi complète par la détonation avec le nitre, & la quantité de principe oxygine que ce métal lui enlève, n'eſt que de dix livres. On opère une calcination ſemblable du cuivre par l'acide nitreux, & ce métal acquiert dans cette opération une augmentation de poids de $15^{liv.},85$ par quintal; par la combinaiſon avec l'arſenic la calcination eſt incomplète, & le cuivre n'enlève à ce demi-métal que ſix à ſept livres de principe oxygine par quintal.

Il eſt difficile de connoître avec une grande exactitude ce que le zinc acquiert de poids par la calcination à l'air libre; la chaux qui ſe produit, ſe diſſipe, comme on ſait, aiſément en flocons blancs très-légers, connus ſous le nom de *pompholix*, *nihil album*: malgré cette difficulté, M. de Morveau eſt parvenu à faire prendre à ce métal une aug-

mentation de poids de 17liv.,5706

En évaluant la quantité de chaux qui s'eſt diſſipée à un dixième de cette augmentation, c'eſt-à-dire à . . . . . 1,7571.

On auroit pour l'augmentation de poids d'un quintal de zinc, c'eſt-à-dire, pour la quantité de principe oxygine qu'il peut abſorber . 19,3277.

La calcination du régule d'antimoine préſente encore plus d'incertitude & plus de difficultés que celle du zinc, 1.° parce que ce demi-métal eſt volatil; 2.° parce qu'il eſt ſuſceptible de différens degrés de calcination.

Suivant M. Duclos, il acquiert par la calcination une augmentation de poids de 12liv.,50

à quoi ajoutant, comme pour le zinc, un dixième pour la portion volatiliſée . . . . . 1,25.

On aura pour la quantité de principe oxygine qui ſe combine avec le régule d'antimoine par la calcination . . . . . 14,00.

Cette quantité de principe oxygine ne conſtitue au ſurplus qu'un premier degré de calcination; l'antimoine diaphorétique, qui eſt une chaux beaucoup plus complète, en contient plus de trente livres par quintal, d'après les expériences même de M. de Morveau: c'eſt par la détonation avec le nitre ou par la diſſolution dans l'acide nitreux qu'on parvient à l'amener à cet état.

L'étain calciné à l'air libre n'augmente, ſuivant Boyſe, que de douze livres & demie par quintal; mais il y a toute apparence que cet illuſtre Phyſicien n'avoit pas pouſſé la calcination juſqu'au terme qu'elle eſt ſuſceptible d'atteindre. M. Geoffroy, qui a répété cette expérience avec beaucoup de ſoin, a obtenu une augmentation de 17liv.,45 par quintal: la chaux qui réſultoit de cette calcination étoit inſoluble dans les acides. Par la détonation avec le nitre, l'étain abſorbe 16liv.,233 de principe oxygine; par la diſſolution dans l'acide nitreux il ſe réduit en une chaux

blanche qui contient $23^{liv.},555$ de principe oxygine par quintal.

Enfin, ſi l'on pouſſe au feu une combinaiſon d'étain & d'arſenic, il ne s'opère qu'une calcination très-incomplète de l'étain; ce métal conſerve l'éclat métallique, & ne prend que $10^{liv.},764$ de principe oxygine par quintal.

Le biſmuth calciné à l'air libre acquiert, ſuivant M. Geoffroy, $7^{liv.},8948$ d'augmentation de poids par quintal, & ſuivant M. Baumé $7^{liv.},75$.

Le mercure, comme l'on ſait, calciné dans un vaiſſeau à long col, terminé par une ouverture très-fine qui permet à l'air de ſe renouveler, ſe convertit par une chaleur long-temps continuée, en une chaux rouge, connue ſous le nom de *mercure précipité per ſe;* elle contient environ $7^{liv.},75$ de principe oxygine par quintal.

Nous n'avons d'expériences exactes ſur les chaux de plomb qu'à l'égard du *minium;* mais cette chaux n'eſt pas le réſultat d'une calcination pure & ſimple du plomb; elle contient, outre le principe oxygine, de l'air fixe; & il ne paroît pas que dans l'état de chaux griſe, le plomb contienne plus de huit à neuf livres de principe oxygine par quintal.

En rapprochant ces réſultats de la calcination de ceux obtenus par les précipitations des métaux les uns par les autres, on ſera étonné de voir que les quantités de principe oxygine qui ſe combinent avec chaque métal, cadrent avec une aſſez grande préciſion; il n'y a qu'à l'égard du cuivre & du plomb que l'écart eſt aſſez grand: cette différence tient ſans doute à ce que le cuivre & le plomb ont différens degrés de calcination.

Pour rapprocher ſous un même point de vue les quantités de principe oxygine dont les métaux ſe chargent dans différentes circonſtances, on a formé le Tableau ſuivant; il laiſſe encore un grand nombre de lacunes, mais ſi l'on conſidère que le principe qui s'unit aux métaux dans leur calcination, n'eſt connu que depuis un très-petit nombre d'années,

NCIPE OXYGINE QUI SE COMBINENT SUBSTANCES MÉTALLIQUES.

détonation ec TRE.	Par la combinaison avec l'ARSENIC.	Par la dissolution dans les ACIDES.	*OBSERVATIONS.*
ivres.	*Livres.*	*Livres.*	
.....	3,000.		
000.			
000.	6,667.	15,85.	
,000.	.....	22,383.	
,233.	10,764.	23,555.	
.....	.....	14,190.	

TABLEAU DES QUANTITÉS DE PRINCIPE OXYGINE QUI SE COMBINENT AVEC LES DIFFÉRENTES SUBSTANCES MÉTALLIQUES.

DENOMINATIONS des SUBSTANCES metalliques.	Par la précipitation des MÉTAUX les uns par les autres.	Par la calcination à l'AIR libre.	Par la détonation avec le NITRE.	Par la combinaison avec l'ARSENIC.	Par la dissolution dans les ACIDES.	*OBSERVATIONS.*
	Livr.	*Livr.*	*Livr.*	*Livr.*	*Livr.*	
Platine	81,[illegible]0.					
Or	43,612.					
Fer dans l'état d'éthiops martial	27,000.	3,000.	.....	3,000.		
Fer dans l'état de safran de Mars	37,000.	.....	40,000.			
Cuivre	36,000.	14,245.	10,000.	6,667.	17,85	
Cobalt	29,190.					
Manganèse	21,176.					
Zinc	19,637.	19,328.				
Nickel	16,875.					
	12,568.					
Régule d'antimoine	13,746.	14,000.	30,000.	.....	22,383.	
Étain	14,000.	17,450.	16,233.	10,764.	23,555.	
Régule d'arsenic	11,739.					
	24,743.					
Argent	10,800.					
Bismuth	9,622.	7,750.				
Mercure	8,000.	7,750.				
Plomb	4,470.	9,000.	.....	.....	14,190.	

d'années, on conviendra que c'eſt avoir marché rapidement, que d'avoir atteint le point où nous ſommes.

On voit par l'inſpection de ce Tableau, 1.° que les métaux, ſoit lors de la précipitation les uns par les autres, ſoit lorſqu'on les calcine à l'air, ſe ſaturent d'une quantité à peu-près égale de principe oxygine, & que chaque ſubſtance métallique en exige une quantité qui lui eſt propre:

2.° Que le cuivre & le plomb ſemblent ſeuls faire une exception, mais qu'il faut ſuſpendre ſon jugement ſur ces différences juſqu'à ce que les expériences aient été refaites avec ſoin, & qu'elles aient été examinées ſous un nouveau point de vue:

3.° Qu'il ſeroit à ſouhaiter que dans toutes les précipitations des métaux les uns par les autres, on eût tenu un compte exact du degré de concentration de l'acide, du degré de chaleur auquel la diſſolution & la précipitation ont été faites; parce que, comme je l'ai dit ailleurs, le degré de chaleur change beaucoup les phénomènes des diſſolutions métalliques:

4.° Que la quantité de principe oxygine qui ſe combine avec les métaux pendant leur diſſolution, étant, comme je l'ai fait voir dans mon Mémoire ſur la *diſſolution des Métaux en général*, un des élémens principaux de cette partie de la Chimie, il n'en eſt aucun qui mérite davantage de fixer l'attention des Chimiſtes.

Enfin, on conclura de tout ceci, que ce n'eſt point en raiſon de leur plus ou moins grande affinité pour les acides, que les métaux ſe précipitent les uns les autres, mais principalement en raiſon de leur affinité plus ou moins grande pour le principe oxygine.

MÉMOIRE

Sur l'affinité du Principe oxygine avec les différentes Substances auxquelles il est susceptible de s'unir.

Par M. LAVOISIER.

20 Décemb. 1783.

IL résulte des expériences dont j'ai rendu compte dans mes précédens Mémoires, que le principe oxygine combiné avec la matière de la chaleur, constitue l'air vital; que cette même substance combinée avec le soufre, forme l'acide vitriolique; avec l'air nitreux, l'acide nitreux; avec le sucre, l'acide saccarin; avec le phosphore, l'acide phosphorique; avec le charbon, l'air fixe ou acide charbonneux; avec l'air inflammable aqueux, l'eau, & peut-être l'acide nitreux, suivant la différence des proportions; que ce principe est commun à tous les acides, qu'il se combine avec les métaux pour former des chaux métalliques, que lorsqu'il est uni à quelques-unes d'elles dans de très-fortes proportions, il leur communique quelques propriétés salines, & les convertit même en de véritables acides.

Mais dans quel ordre se font toutes ces combinaisons, quels sont les degrés d'affinité qu'a le principe oxygine avec ces différentes substances, suivant quelles loix s'excluent-elles, se précipitent-elles? c'est l'objet que je me propose d'examiner dans ce Mémoire, celui que j'ai eu en vue dès le commencement du travail, dont j'ai successivement rendu compte à l'Académie, celui pour lequel je n'ai cessé de rassembler des matériaux depuis plusieurs années.

Je n'ignore pas combien la confection d'une Table des affinités, comporte de difficultés; & pour qu'on ne croie pas que je me les suis dissimulées, je vais les exposer ici dans toute leur force.

Un premier défaut, commun à toutes les Tables d'affinités

qui ont été formées jusqu'ici, consiste à ne présenter que des résultats d'affinités simples, tandis qu'il n'existe pour nous dans la Nature que des cas d'affinités doubles, souvent triples, & peut-être beaucoup plus compliqués encore.

Pour se former des idées précises sur ces phénomènes, il faut se représenter tous les corps de la Nature comme plongés dans un fluide élastique très-rare, très-léger, connu sous le nom de *fluide igné, de principe de la chaleur*; ce fluide qui les pénètre tous, tend continuellement à en écarter les parties, & il y parviendroit si elles n'étoient retenues par l'attraction qu'elles exercent les unes sur les autres; c'est cette attraction qu'on a coutume d'appeler du nom d'*affinité d'agrégation*. La résistance que les molécules constituantes des corps apportent à leur séparation, n'est donc qu'un résultat de deux forces qui sont variables l'une & l'autre; la première, suivant une certaine loi relative aux degrés du thermomètre; la seconde, en raison de l'écartement plus ou moins grand, occasionné entre les parties des corps par l'introduction du fluide igné: c'est par une suite de ces deux causes, que le même corps, plus ou moins échauffé, devient successivement solide, liquide ou aériforme, suivant que l'effort que fait la matière du feu pour en écarter les parties, est plus fort ou plus foible, ou en équilibre avec la force agrégative. J'ai parlé ailleurs d'une autre cause qui s'oppose à l'écartement des molécules des corps, & principalement des fluides, c'est la pression de l'atmosphère.

Il suit de-là, que lorsque l'on combine deux corps, l'action qu'ils exercent l'un sur l'autre est absolument différente, suivant le degré de chaleur auquel se fait la combinaison; sont-ils concrets l'un & l'autre, par exemple, comme du plomb & de l'étain, ils n'ont aucune action l'un sur l'autre, parce que l'attraction de leurs parties avec elles-mêmes, est plus forte que l'action réciproque que les molécules des deux métaux peuvent exercer les unes sur les autres; de-là l'axiome chimique, *corpora non agunt nisi sint soluta*: mais lorsque par une action plus forte de la chaleur, les molécules de l'un des deux métaux ont été écartées, que leur attraction, leur

affinité d'agrégation a été diminuée ; alors ils agiſſent l'un ſur l'autre, & la combinaiſon des deux métaux a lieu.

Une Table d'affinité ne peut donc préſenter des réſultats vrais qu'à un certain degré de chaleur, & le mercure en fournit un exemple frappant : qu'on échauffe ce métal juſqu'au degré capable de le faire bouillir, il décompoſe l'air vital, il s'empare du principe oxygine qui le conſtitue, il ſe calcine & ſe convertit en chaux rouge de mercure ; veut-on lui faire éprouver une chaleur un peu plus forte, & capable ſeulement de ramollir le verre, l'air vital ſe dégage, & le mercure ſe revivifie ; ainſi au degré du mercure bouillant, le principe oxygine a plus d'affinité avec le mercure que la matière de la chaleur ; & le contraire a lieu à une température plus élevée.

Une Table des rapports, conſtruite ſur les principes de toutes celles que nous connoiſſons, ne peut cependant exprimer que l'un ou l'autre de ces deux effets ; elle eſt donc néceſſairement fautive dans l'un ou l'autre cas. M. Bergman a cherché à remédier à cet inconvénient, en diviſant en deux parties ſa Table des affinités, l'une deſtinée à préſenter les réſultats des expériences par la voie humide, l'autre par la voie sèche ; mais pour obtenir des Tables rigoureuſement d'accord avec l'expérience, il faudroit, pour ainſi dire, en former une pour chaque degré du thermomètre.

Un ſecond défaut de nos Tables d'affinités, eſt de ne faire entrer pour rien les effets de l'attraction de l'eau, & peut-être de ſa décompoſition, dans les combinaiſons par la voie humide : on regarde l'eau comme un agent ſimplement paſſif, tandis qu'il agit avec une force réelle & perturbatrice qui doit entrer en ligne de compte dans les réſultats.

Une troiſième imperfection des Tables d'affinités, eſt de ne pouvoir exprimer les variations qui ſurviennent dans la force attractive des molécules des corps, en raiſon des différens degrés de ſaturation : il y a certaines combinaiſons pour leſquelles il y a deux & trois degrés de ſaturation marqués, d'autres pour leſquelles il y en a un plus grand nombre ; la

formation des acides en fournit un grand nombre d'exemples, & il ne ſera pas inutile de m'y arrêter un moment. L'acide vitriolique, comme je l'ai fait voir dans un Mémoire imprimé dans le Recueil de 1777, réſulte de l'union du ſoufre & du principe oxygine: mais par la combinaiſon de ces deux principes, on peut faire deux acides diſtincts, & qui diffèrent eſſentiellement l'un de l'autre par le plus grand nombre de leurs propriétés; l'acide vitriolique qui eſt peſant, fixe, ſans odeur, & qui attire l'eau avec une grande avidité; l'acide ſulfureux qui eſt éminemment volatil, qui ne ſe combine avec l'eau qu'en aſſez petite quantité, qui a une odeur très-pénétrante: ces deux acides ont chacun leur degré de ſaturation, le premier conſtitue l'acide ſulfureux, le dernier conſtitue l'acide vitriolique, ſans qu'il y ait aucun intermédiaire entre le ſoufre & l'acide ſulfureux, entre l'acide ſulfureux & l'acide vitriolique; & pour convertir l'un dans l'autre, il ſuffit d'ajouter du principe oxygine à l'acide ſulfureux, & d'en retrancher à l'acide vitriolique.

L'acide marin, comme je l'ai déjà obſervé, préſente le même phénomène; il eſt compoſé d'un principe inconnu, & qu'il n'a pas encore été poſſible d'obtenir à nu, combiné avec le principe oxygine; ſi on le fait paſſer ſur de la manganèſe ou d'autres chaux métalliques, comme il a plus d'affinité que la plupart d'elles avec le principe oxygine, il le leur enlève & s'en ſature complétement, alors il forme un acide gazeux, ſuſceptible d'être abſorbé par l'eau juſqu'à ſaturation, qui a la propriété de diſſoudre l'or, &c. C'eſt cet acide que M.rs Bergman & Schéele on nommé *acide marin déphlogiſtiqué*: dans l'état au contraire où on l'obtient par la diſtillation du ſel marin, ſoit avec l'argile, ſoit avec l'acide vitriolique, il n'eſt pas complétement ſaturé de principe oxygine; alors il eſt en analogie avec l'acide ſulfureux, il eſt très-volatil, d'une odeur très-pénétrante, &c. il y a grande apparence qu'il en eſt de même des deux acides phoſphoriques, de celui obtenu par *deliquium*, & de celui obtenu par combuſtion; le premier eſt beaucoup moins ſaturé de principe oxygine que le ſecond, & il exiſte entre eux la même différence qu'entre l'acide ſulfureux & l'acide vitriolique.

Enfin l'air nitreux eſt ſuſceptible de prendre avec le principe oxygine, non-ſeulement deux degrés, mais une infinité de degrés de ſaturation; & il en réſulte une infinité d'acides nitreux différens, depuis celui qu'on nomme *déphlogiſtiqué*, & qui eſt blanc & ſans couleur, juſqu'à celui qui eſt le plus rutilant & le plus fumant.

On conçoit que la force d'affinité qui unit les deux principes; le ſoufre, par exemple, avec le principe oxygine, n'eſt pas la même dans les deux degrés de ſaturation, dans l'acide vitriolique & dans l'acide ſulfureux; mais c'eſt ſur-tout dans l'acide nitreux que cette différence eſt remarquable. L'air nitreux, qui tient beaucoup à cet acide, lorſqu'il eſt complétement ſaturé de principe oxigine, y tient très-peu dans l'acide nitreux fumant, puiſque le ſimple degré de chaleur de l'atmoſphère ſuffit pour l'en ſéparer: je pourrois ajouter que cette différence dans la proportion du principe oxygine change les affinités de l'acide, avec les différentes ſubſtances avec leſquelles il eſt ſuſceptible de s'unir; que l'acide, qui étoit le plus fort lorſqu'il étoit ſaturé complétement de ce principe, devient quelquefois d'autant plus foible qu'il en eſt privé davantage; mais je ſortirois de l'objet de ce Mémoire, dans lequel je ne me ſuis propoſé que d'examiner les degrés d'affinité du principe oxygine avec différentes ſubſtances, & non pas les degrés d'affinité qu'acquièrent ces différentes ſubſtances lorſqu'elles ſont combinées avec le principe oxygine.

Ce que je viens de dire contre les Tables d'affinités en général, s'applique naturellement à celle que je vais préſenter; mais je n'en penſe pas moins qu'elle peut être de quelqu'utilité, au moins juſqu'à ce que des expériences plus multipliées & l'application du calcul à la Chimie, nous mettent en état de porter plus loin nos vues. Peut-être un jour la préciſion des données ſera-t-elle amenée au point que le Géomètre pourra calculer, dans ſon cabinet, les phénomènes d'une combinaiſon chimique quelconque, pour ainſi dire de la même manière qu'il calcule le mouvement des corps céleſtes. Les vues que M. de la Place a ſur cet objet, & les expériences que nous avons projetées, d'après ſes idées, pour exprimer par des

nombres la force des affinités des différens corps, permettent déjà de ne pas regarder cette espérance absolument comme une chimère.

En attendant, voici l'ordre qu'on observe dans les affinités du principe oxygine, à quelques exceptions près, résultant principalement, comme je l'ai dit, des changemens dans les degrés de chaleur.

Tableau des affinités du Principe oxygine avec les différentes substances avec lesquelles il est susceptible de s'unir.

PRINCIPE OXYGINE.

Principe inconnu de l'acide marin, ou principe muriatique.
Substance charbonneuse.
Zinc.
Fer.
Principe inflammable aqueux.
Régule de Manganèse.
Cobalt.
Nickel.
Plomb.
Étain.
Phosphore de Kunckel.
Cuivre.
Bismuth.
Régule d'antimoine.
Mercure.
Argent.
Régule d'arsenic.
Sucre.
Soufre.
Air nitreux.
Principe de la chaleur.
Or.
Acide marin fumant du commerce.
Acide nitreux.
Chaux de Manganèse.

Ce Tableau présente à peu-près toutes les substances avec lesquelles j'ai reconnu jusqu'ici que le principe oxygine étoit susceptible de s'unir; & elles y sont rangées dans l'ordre de leur affinité.

Je suis bien éloigné de prétendre donner ici un travail complet sur cet objet; malgré les soins que je me suis donné, je ne puis encore le regarder que comme un essai, & je ne doute pas que de nouvelles expériences, ou peut-être même un examen plus approfondi de celles déjà connues, ne m'obligent de transposer quelques termes.

J'ai suivi dans ce Tableau, la forme adoptée par M. Geoffroy, & depuis lui, par tous ceux qui ont concouru à la perfection des Tables d'affinité; ainsi le principe oxygine est en tête de la colonne, tout en bas se trouve la chaux de manganèse, qui est de toutes les substances avec lesquelles il est susceptible de s'unir, celle pour laquelle il paroît avoir le moins d'affinité.

L'acide nitreux ordinaire est, comme je l'ai répété bien des fois, composé d'air nitreux & de principe oxygine; mais il est susceptible d'en prendre un excès de ce dernier, & de former ce que M.rs Schéelle & Bergman ont nommé *acide nitreux déphlogistiqué*. C'est ce qu'on opère en distillant de l'acide nitreux sur de la manganèse. Peut-être l'affinité de l'acide avec le régule contribue-t-elle au dégagement du principe oxygine, mais il seroit trop long de discuter ici cet objet. L'acide nitreux, ainsi surchargé de principe oxygine, est aussi blanc, aussi limpide que de l'eau pure; il n'a point l'odeur fétide de l'acide nitreux, il ne répand pas des vapeurs rouges, même quand on le fait chauffer, il répand au contraire des vapeurs blanches; il est susceptible dans cet état de dissoudre une petite portion d'or; cet excès de principe oxygine y tient si peu qu'il peut lui être enlevé généralement par toutes les substances contenues au-dessus de lui dans le Tableau, & même par l'action de la simple chaleur; & c'est par cette raison sans doute, que dans presque toutes les distillations d'acide nitreux, où on n'emploie pas un assez

grand

grand refroidiſſement pour condenſer les vapeurs, il y a ſéparation & dégagement d'air vital.

Si, à de l'acide nitreux ainſi ſurchargé de principe oxygine, on mêle de l'acide marin, ce dernier acide s'empare de cet excès, il devient ſuſceptible de diſſoudre l'or, & il eſt alors abſolument dans l'état que M.rs Schéelle & Bergman ont déſigné ſous le nom d'*acide marin déphlogiſtiqué*. L'acide nitreux, par une conſéquence néceſſaire, devient fumant, c'eſt-à-dire, ſurchargé d'air nitreux.

Immédiatement au-deſſus de l'acide marin, eſt placé l'or; & en effet on verra à l'article où je traiterai de l'union du principe oxygine avec ce métal, qu'il ſe calcine en ſe diſſolvant dans l'acide marin: il enlève donc à cet acide une portion de principe oxygine.

La chaux d'or peut être enſuite revivifiée par la ſimple action de la chaleur, & c'eſt ce qu'on a indiqué en plaçant au-deſſus de l'or le principe de la chaleur; dans cette opération, le principe oxygine, combiné avec le principe de la chaleur, forme de l'air vital qui n'eſt plus ſuſceptible d'être décompoſé par l'or.

L'air nitreux qui vient enſuite, eſt ſuſceptible d'enlever le principe oxygine au principe de la chaleur: il ſe forme de l'acide nitreux; une petite portion de la matière de la chaleur devient libre, comme je l'ai expoſé ailleurs; une portion beaucoup plus conſidérable ſe fixe dans la combinaiſon.

L'acide nitreux, qui s'eſt enſuite formé, peut être décompoſé par le ſoufre, par le ſucre, par le régule d'arſenic, par toutes les ſubſtances métalliques, par le phoſphore, par le principe inflammable aqueux, par la ſubſtance charbonneuſe. Dans le premier cas, c'eſt-à-dire, avec le ſoufre, il ſe forme de l'acide vitriolique; avec le ſucre, il ſe forme de l'acide ſaccarin; avec l'arſenic, de l'acide arſenical: les affinités du principe oxygine, pour ces trois ſubſtances, ſont à-peu-près les mêmes; & on n'a point d'expérience déciſive pour les placer dans un ordre plutôt que dans un autre.

Le ſoufre, qui ſuit immédiatement l'air nitreux, eſt

ſuſceptible d'enlever le principe oxygine à l'or & au principe de la chaleur ; il décompoſe l'air vital, & rend libre le principe de la chaleur qui entre dans ſa compoſition ; enfin, il décompoſe l'acide nitreux ; mais l'acide vitriolique qui réſulte de la combinaiſon du ſoufre avec le principe oxygine, eſt décompoſé à ſon tour par toutes les ſubſtances métalliques, par le phoſphore, par le principe inflammable aqueux, & par la ſubſtance charbonneuſe.

L'argent qu'on a placé le dixième, en comptant par en bas, dans le Tableau des affinités, ſe calcine en ſe diſſolvant dans l'acide nitreux ; il ſe forme en même-temps de l'air nitreux, d'où il réſulte que le principe oxygine a plus d'affinité avec l'argent qu'avec l'air nitreux ; mais ſi on ajoute du mercure coulant à cette diſſolution, il s'empare du principe oxygine qui étoit uni à l'argent ; ce dernier métal ſe précipite avec ſon brillant métallique ; & c'eſt pour exprimer cet effet qu'on a placé le mercure immédiatement au-deſſus de l'argent.

Le mercure eſt de même précipité par le régule d'antimoine, le régule d'antimoine par le biſmuth, le biſmuth par le cuivre.

Le phoſphore de Kunckel, jeté enſuite dans une diſſolution de ces différens métaux, les revivifie & les précipite dans l'état métallique, comme l'a fait voir M. Sage, pour le mercure & pour l'argent ; en même-temps le principe oxygine ſe combine avec le phoſphore & forme de l'acide phoſphorique ; d'où il réſulte évidemment que le poſphore a plus d'affinité avec le principe oxygine qu'avec l'argent, le mercure, le régule d'antimoine, le biſmuth & le cuivre.

On conçoit qu'aucune des ſubſtances métalliques, qui ſont placées dans la Table au-deſſous du phoſphore, ne peuvent ſe diſſoudre dans l'acide phoſphorique ; car, comme je l'ai dit bien des fois, les métaux en général ne peuvent ſe diſſoudre ſans avoir été préalablement calcinés, c'eſt-à-dire, ſans s'être approprié une certaine portion de principe oxygine ; or, comme d'après la Table, le principe oxygine a plus

d'affinité avec le phoſphore qu'il n'en a avec le cuivre, le biſmuth, le régule d'antimoine, le mercure, l'argent, & le régule d'arſenic, il en réſulte, par une conſéquence néceſſaire, que ces ſubſtances métalliques ne peuvent pas ſe calciner dans l'acide phoſphorique, & par conſéquent qu'elles ne peuvent s'y diſſoudre, ſur-tout parce qu'aucune d'elles n'ont, comme le fer, la reſſource de ſe calciner aux dépens de l'eau.

L'étain, le plomb, le nickel, le cobalt & la manganèſe ſe trouvent enſuite rangées, ſuivant l'ordre de leur affinité avec le principe oxygine.

Vient enſuite le principe inflammable aqueux, qui forme l'eau par le réſultat de ſa combinaiſon avec le principe oxygine; cette combinaiſon ne peut être détruite, d'après les connoiſſances acquiſes juſqu'à ce jour, que par le fer, le zinc, la matière charbonneuſe & le principe inconnu de l'acide marin, que j'appellerai déſormais *principe muriatique*: cette même ſéparation s'opère dans l'acte de la végétation, par des moyens qui ne nous ſont point encore bien connus, & par la fermentation vineuſe & putride.

La ſubſtance charbonneuſe étant, après le principe inconnu de l'acide marin, celle qui a le plus d'affinité avec le principe oxygine, il en réſulte que le charbon doit décompoſer l'acide nitreux & l'acide marin ſurchargés de principe oxygine; qu'il doit enlever le principe oxygine à la matière de la chaleur, c'eſt-à-dire, décompoſer l'air & en ſéparer la matière de la chaleur; qu'il doit décompoſer l'acide nitreux, l'acide ſulfureux, l'acide vitriolique, l'acide arſenical, l'acide phoſphorique; revivifier toutes les chaux métalliques; enfin, décompoſer l'eau, & déſunir les deux principes qui la compoſent: avec le principe oxygine qu'il enlève à toutes ces ſubſtances, il forme de l'air fixe ou acide charbonneux, & il reſte du ſoufre, du phoſphore, du régule d'arſenic, des ſubſtances métalliques dans leur état brillant & malléable.

A l'égard du principe inconnu de l'acide marin ou principe muriatique, il forme avec le principe oxygine une

combinaiſon ſi ſolide & ſi ferme, qu'on ne connoît juſqu'ici aucun moyen de l'en ſéparer.

On ne doit pas perdre de vue, que dans le Tableau que je préſente des affinités du principe oxygine, non-ſeulement chaque ſubſtance enlève ce principe à celle qui eſt immédiatement au-deſſous, mais encore à toutes celles qui la ſuivent juſqu'au bas de la colonne; de même elle cède ce même principe à toutes celles qui ſont au-deſſus juſqu'au haut de la colonne: ainſi, non-ſeulement le phoſphore enlève le principe oxygine à la chaux de cuivre, mais il l'enlève encore aux chaux de bismuth, de régule d'antimoine, de mercure, d'argent, d'arſenic, à l'acide du ſucre, à l'acide vitriolique, à l'acide nitreux, à l'air vital, &c. Il cède au contraire ce principe à l'étain, au plomb, au nickel, au cobalt, au régule de manganèſe, au principe inflammable aqueux, au fer, au zinc, au charbon; enfin, il doit le céder également au principe muriatique: on en peut dire autant de chaque ſubſtance, à un petit nombre d'exceptions près, qui tiennent principalement à la température dans laquelle on opère.

Il ſeroit ſuperflu que je m'étendiſſe davantage ſur l'explication de cette Table, ou plutôt de cette nouvelle colonne à ajouter à la Table des rapports; on trouvera d'ailleurs des preuves multipliées de ce que j'avance, ſoit dans les Mémoires que j'ai publiés précédemment, ſoit dans ceux que je préſente dans ce moment à l'Académie, & dans leſquels je traite dans un très-grand détail de l'union du principe oxygine avec les différentes ſubſtances avec leſquelles il eſt ſuſceptible de s'unir.

MÉMOIRE
SUR LUNION
DU PRINCIPE OXYGINE
AVEC LE FER.

Par M. LAVOISIER.

Présenté le 20 Déc. 1783.

LE fer eſt une des ſubſtances métalliques qui a le plus d'affinité avec le principe oxygine, & cette combinaiſon préſente des phénomènes intéreſſans par la variété des proportions.

Si on expoſe de la limaille de fer à l'action du feu, dans un têt à rôtir, & qu'on l'agite pour renouveler les ſurfaces, le fer perd bientôt ſa ductilité, il devient caſſant, & on le réduit en quelques heures en une poudre noire qui eſt encore attirable à l'aimant, mais moins que ne l'étoit le fer pur & malléable. Si on a opéré ſur un quintal de fer très-pur & très-doux, on obtient 132 à 133 livres de cette eſpèce de chaux: dans cette expérience, l'air de l'atmoſphère cède au fer le principe oxygine qui entre dans ſa compoſition; la matière du feu devient libre, mais ſon dégagement eſt ſi lent qu'il échappe aux ſens, & qu'il eſt imperceptible à la vue. Les phénomènes ſe préſentent d'une manière bien plus frappante, ſi on opère cette même calcination dans de l'air vital. Je me ſuis ſervi à cet effet, de copeaux de fer fort minces que j'ai peſés très-exactement, que j'ai placés ſur une petite ſoucoupe de porcelaine, & que j'ai fait paſſer ſous une cloche remplie d'air vital, & plongée dans du mercure. J'avois placé ſur un de ces copeaux, un petit morceau d'amadou & un atome de phoſphore, & j'ai communiqué l'inflammation à l'aide d'un fer rouge recourbé que j'ai introduit ſous la cloche à travers le mercure; l'inflammation du fer a été extrêmement rapide, & a fourni

un très-beau spectacle ; il s'est fondu & s'est rassemblé en gouttes qui se sont figées ensuite par le refroidissement, & dont j'ai constaté très-soigneusement le poids.

La quantité de fer employée,

	grains.
Avant la combustion, pesoit	145,6.
Après la combustion, il pesoit	192,0.
Donc augmentation de poids	46,4.

La quantité d'air vital absorbée, s'est trouvée de 97 pouces pesant, à raison de $0^{grains},47317$ le pouce cube $45^{grains},9$; ce qui s'accorde très-exactement avec l'augmentation de poids observée sur le fer : il s'est trouvé en outre une très-petite portion d'air fixe dans le résidu ; mais j'ai lieu de croire qu'en employant de l'air vital & du fer très-purs, on n'en auroit pas un atome. L'augmentation de poids du fer a été, comme l'on voit dans cette expérience, de $32^{livres},414$ par quintal.

Soit que ce fer ait été calciné dans l'air ordinaire ou dans l'air vital, il est également dans l'état connu sous le nom d'*éthiops martial* ; si on continue à le pousser au feu, il prend une couleur brune qui s'éclaircit peu-à-peu, il continue d'augmenter de poids, perd la propriété d'être attirable à l'aimant, & se convertit en ocre. Cette augmentation de poids est dûe, comme celle de toutes les autres chaux métalliques, à la fixation de l'air vital ; mais comme cette opération se fait communément dans une atmosphère dont l'air est en partie converti en air fixe par la combustion des charbons, il se combine avec la chaux de fer, non-seulement du principe oxygine, mais encore de l'acide charbonneux ou air fixe.

Si on pousse l'ocre qui s'est ainsi formé par voie de calcination, à un très-grand degré de feu dans des vaisseaux fermés, elle laisse échapper une grande partie de l'acide charbonneux qu'elle avoit absorbé, & même une portion d'air vital, & elle revient à l'état d'éthiops ; mais à quelque

degré de feu qu'on la pouſſe enſuite, quelque long temps qu'on le continue, elle reſte conſtamment dans l'état d'éthiops, & retient obſtinément, par quintal, 25 à 30 livres de principe oxygine, qu'il n'eſt plus poſſible d'en ſéparer autrement que par la voie de combinaiſon.

Cette union du principe oxygine avec le fer, s'opère également par la voie humide, & elle ſe fait, par le moyen de l'eau diſtillée ſeule, comme l'a fait voir M. Bergman, & comme l'avoit également annoncé le Docteur Demeſte. Si on met de la limaille de fer dans de l'eau diſtillée, qu'on l'y laiſſe ſéjourner pendant très-long-temps, qu'on agite fréquemment le mélange, pour renouveler les ſurfaces, en ayant l'attention que le fer ſoit toujours complétement recouvert par l'eau, & qu'il ne reçoive pas le contact direct de l'air; ce métal ſe calcine peu-à-peu, il ſe convertit en une poudre noire, qui eſt de véritable éthiops martial. Si on a opéré ſur un quintal de fer, & ſi l'on a employé du métal bien pur, l'éthiops, quand il a été parfaitement ſéché dans des vaiſſeaux clos, pèſe de 130 à 135 livres; je dis que ce métal doit être choiſi bien pur, parce que la plupart des fers du Commerce ſont un alliage de fer doux avec un peu d'éthiops martial, c'eſt-à-dire, qu'ils contiennent preſque toujours une petite portion de principe oxygine; alors, ils en prennent moins en ſe convertiſſant en éthiops: auſſi, dans les uſages relatifs aux Arts, ne doit-on jamais compter ſur une augmentation de plus de 30 livres par quintal; on ne l'obtient pas même avec de mauvais fer, & ſur-tout avec la fonte: pendant tout le cours de cette calcination humide, il ſe dégage une quantité d'air inflammable très-conſidérable. Si le fer a acquis une augmentation de 30 livres par quintal, c'eſt-à-dire, ſi on a opéré ſur du fer, tel qu'il ſe trouve communément dans le Commerce, on obtient par quintal 646 pieds cubes d'air inflammable, peſant environ 4 livres 8 onces $\frac{1}{2}$. J'ai fait voir ailleurs qu'il y a dans cette expérience 34 livres 8 onces $\frac{1}{2}$ d'eau décompoſée, c'eſt-à-dire, une quantité exactement égale en poids à l'augmentation reçue par le fer & à l'air inflammable

qui s'eſt dégagé, en ſorte qu'il paroît prouvé que le principe oxygine qui a opéré la calcination, & l'air inflammable qu'on a obtenu, ſont l'un & l'autre le réſultat de la décompoſition de l'eau.

L'éthiops qui ſe forme dans cette opération, comme dans toute autre par la voie humide, doit être toujours ſéché dans des vaiſſeaux clos, & qui aient peu de capacité, autrement il ſe convertiroit en ocre en abſorbant l'air des vaiſſeaux.

On peut accélérer beaucoup cette calcination du fer, en ſe ſervant d'un acide foible au lieu d'eau. C'étoit par une ſuite de ce principe que M. Rouelle, pour préparer l'éthiops, arroſoit de la limaille de fer avec du vinaigre ; on agitoit fortement, & bientôt la limaille ſe diviſoit & ſe convertiſſoit en éthiops.

On opère encore d'une manière plus prompte la converſion du fer en éthiops, par un procédé dont la première idée paroît appartenir à M. Croharé: on verſe ſur de la limaille de fer aſſez d'acide nitreux très-affoibli pour la recouvrir en entier, c'eſt-à-dire, une quantité beaucoup moindre que celle qui ſeroit néceſſaire pour la diſſoudre : bientôt il ſe dégage un mélange d'air nitreux & d'air inflammable, le fer ſe calcine, partie aux dépens de l'eau, partie aux dépens de l'acide nitreux, il augmente de poids de trente à trente-cinq livres par quintal, & ſe trouve converti en éthiops; l'acide nitreux eſt preſque entièrement décompoſé dans cette opération.

Si on emploie de l'acide nitreux un peu moins phlegmatique & en quantité ſuffiſante pour diſſoudre le fer, alors il n'y a plus de dégagement d'air inflammable, on n'obtient que de l'air nitreux, le fer ſe calcine aux dépens de l'acide, il ſe réduit en éthiops, mais en même temps il eſt diſſous par la portion de l'acide non décompoſée, & forme un nitre martial. La preuve que c'eſt aux dépens de l'acide que ſe fait alors la calcination du fer, c'eſt 1.° qu'il ne ſe dégage que de l'air nitreux, & pas un atome d'air inflammable pendant la combinaiſon; 2.° c'eſt que ſi on eſſaie de refaire du ſalpêtre en précipitant la diſſolution par le moyen d'un alkali fixe, il faut ſouvent

ſouvent un tiers de moins d'alkali qu'il n'en falloit pour ſaturer la même quantité d'acide avant la diſſolution, & la quantité de nitre qu'on obtient, eſt moindre également d'un tiers.

Ce n'eſt pas non plus ſans fondement, que j'avance que le fer, dans cette diſſolution, eſt dans l'état d'éthiops martial; on en a la preuve en le précipitant par un alkali cauſtique, principalement par l'alkali volatil; il ſe précipite ſous forme de poudre noire, & ſi on le fait ſécher avec ſoin dans des vaiſſeaux fermés, on a de très-bel éthiops qui conſerve toujours exactement les trente livres de principe oxygine par quintal qu'il a enlevées à l'acide nitreux: enfin, ſi cette preuve ne ſuffiſoit pas, on en trouveroit une plus convaincante encore, en conſidérant le rapport exact qu'il y a entre la portion d'acide décompoſée & manquante, la quantité d'acide nitreux dégagée, & l'augmentation que le métal ſe trouve avoir acquiſe après la précipitation.

Les phénomènes ſont bien différens, ſi au lieu d'opérer la diſſolution avec un acide étendu de beaucoup d'eau, on s'eſt ſervi d'acide nitreux plus fort, compoſé, par exemple, d'une partie d'acide nitreux concentré, & de deux d'eau, & ſur-tout ſi on a aidé la diſſolution par la chaleur; alors le fer enlève à l'acide nitreux une quantité de principe oxygine beaucoup plus conſidérable, il ſe convertit en ocre; & ſi on précipite par un alkali cauſtique, on obtient un précipité jaune qui a acquis une augmentation de poids de 40 à 50 livres par quintal. Si on pouſſe au feu ce précipité il lâche une partie du principe oxygine qui lui étoit uni, il donne ſouvent une petite portion d'air fixe, revient à l'état d'éthiops, & conſerve une augmentation de poids de 25 à 30 livres par quintal: la quantité d'acide nitreux décompoſée dans cette opération, eſt aſſez exactement d'un cinquième; ainſi la quantité d'alkali néceſſaire pour opérer la précipitation complète, eſt d'un cinquième moindre que celle qui auroit été néceſſaire pour ſaturer originairement la quantité d'acide employée; & la quantité de nitre qu'on obtient par évaporation, ſe trouve également diminuée d'un cinquième.

Si on évapore à ſiccité une diſſolution de fer de cette dernière eſpèce, on obtient beaucoup d'air nitreux; il reſte de l'ocre qui préſente une augmentation de poids de 40 à 50 livres par quintal, qui, pouſſée au feu, donne de l'air fixe & de l'air vital, & ſe convertit en éthiops martial.

Enfin ſi l'acide nitreux eſt exceſſivement concentré, le fer le décompoſe en entier, il s'empare de tout le principe oxygine qui le conſtituoit, & ſe convertit en ocre: on n'obtient que de l'air nitreux, & il ne reſte preſque point d'acide non décompoſé.

L'acide vitriolique préſente dans ſa combinaiſon avec le fer, des phénomènes analogues à ceux que préſente l'acide nitreux, mais avec des différences remarquables. Si on verſe de l'acide vitriolique concentré, ſur du fer, & qu'on faſſe bouillir dans une cornue, le métal décompoſe preſque entièrement l'acide; il ſe forme d'une part du ſoufre qui ſe ſublime dans le col de la cornue, de l'autre de l'ocre qui reſte au fond, & qui pouſſée au feu fournit un peu d'acide.

Si l'acide vitriolique eſt étendu d'une demi-partie d'eau, il ne ſe forme plus de ſoufre, mais le fer n'en décompoſe pas moins l'acide; ce dernier paſſe dans l'état d'acide ſulfureux aériforme, & le principe oxygine dont il a été dépouillé, s'unit au fer pour le conſtituer dans l'état d'éthiops.

Enfin ſi l'acide vitriolique eſt étendu de quatre à cinq parties d'eau, il n'y a plus de décompoſition de l'acide, & c'eſt alors aux dépens de l'eau que le métal ſe calcine; cette dernière ſe décompoſe, & il ſe dégage de l'air inflammable, avec lequel on peut refaire de l'eau par la combuſtion. Une preuve que ce n'eſt point aux dépens de l'acide que le fer s'eſt alors calciné, & que l'air inflammable s'eſt dégagé, c'eſt que ſi on précipite par un alkali fixe, & qu'on faſſe évaporer, on obtient exactement la même quantité de tartre vitriolé que la même quantité d'acide auroit fournie avant la diſſolution.

Le fer diſſous dans l'acide vitriolique, eſt dans l'état d'éthiops, & on peut en donner des preuves multipliées :

premièrement ſi on fait diſſoudre 100 grains du fer le plus pur dans ſuffiſante quantité d'acide vitriolique affoibli, il ſe produit 110 pouces cubiques d'air inflammable, peſant $4^{grains},11939$; mais comme l'eau eſt compoſée, d'après le réſultat de différentes expériences dont nous avons rendu compte, M. Meuſnier & moi, de $22^{parties},924345$ d'air inflammable, & de 12 parties d'air vital, le tout en volume, il en réſulte que le métal, en ſe calcinant, a abſorbé $57^{pouces},53324$ d'air vital qui, à raiſon de $0^{grains},47317$ le pouce cube, donne pour la quantité de principe oxygine combiné avec le fer, $27^{grains},223$; c'eſt à peu-près la proportion néceſſaire pour le conſtituer dans l'état d'éthiops.

Secondement, ſi après avoir diſſous le fer dans l'acide vitriolique, on le précipite par un alkali volatil cauſtique, & qu'on le faſſe bien ſécher dans des vaiſſeaux fermés, on l'obtient dans l'état d'éthiops, & il conſerve encore la même augmentation de poids de 25 à 30 livres par quintal: il n'en eſt pas de même lorſqu'on opère la précipitation par un alkali non cauſtique; alors l'acide charbonneux, l'air fixe ſe porte ſur le précipité, & le conſtitue dans un état de fer ſpathique particulier, comme l'a fait voir M. de Fourcroy.

Si une diſſolution de fer par l'acide vitriolique, eſt conſervée dans une bouteille exactement bouchée, le fer s'y conſerve dans l'état d'éthiops martial; mais ſi on donne à cette diſſolution le contact d'une quantité donnée d'air atmoſphérique, ou mieux encore d'air vital renfermé par du mercure, le fer, après avoir épuiſé toute l'action qu'il peut exercer ſur le principe oxygine de l'eau, agit ſur celui de l'air; en conſéquence, l'air dans lequel on a placé cette diſſolution, diminue de volume, la liqueur ſe trouble peu-à-peu, le fer converti en ocre, & ſe précipite au fond du vaſe: ces phénomènes ſont d'autant mieux marqués & plus prompts, que la liqueur préſente plus de ſurface, qu'elle a plus de contact avec l'air.

La même choſe arrive à l'éthiops martial qu'on a précipité d'une diſſolution quelconque de fer par un alkali cauſtique;

ſi on le met encore humide ſous une cloche remplie d'air vital, il jaunit promptement à ſa ſurface, il ſe convertit en ocre, & en même temps l'air contenu dans la cloche eſt abſorbé.

Si la couche de précipité martial eſt trop épaiſſe, elle ne jaunit qu'à ſa ſurface, la portion qui n'a pas le contact de l'air, demeure dans l'état d'éthiops, la partie ſupérieure ſeule paſſe à l'état d'ocre: une partie de ces faits ont été obſervés par M. Schéele, dans ſon Traité de l'Air & du Feu.

On voit donc que dans la diſſolution du fer par l'acide vitriolique, le métal ſe convertit en éthiops martial, de la même manière qu'il ſe convertit dans l'eau ſeule, mais que cette opération ſe fait avec beaucoup plus de rapidité: cette dernière circonſtance n'eſt pas facile à expliquer dans l'état actuel de nos connoiſſances; on ne conçoit pas aiſément comment l'addition d'un acide augmente l'action du fer ſur l'eau, & de l'eau ſur le fer; je vais cependant haſarder une explication de ce phénomène, mais en avouant en même temps que je n'en ſuis pas pleinement ſatisfait: lorſqu'on met de la limaille de fer dans l'eau, elle s'y calcine d'abord à ſa ſurface à l'aide du principe oxygine enlevé à l'eau; il ſe forme donc ſur la limaille de fer une eſpèce de vernis, d'enduit fort mince d'éthiops martial, c'eſt-à-dire, de fer ſaturé de principe oxygine, lequel doit défendre les molécules intérieures du contact de l'eau; ce n'eſt donc que peu-à-peu & très à la longue, que la calcination peut s'opérer, & l'on ne doit pas s'étonner ſi l'opération eſt extrêmement lente; le même effet a lieu dans le premier inſtant lorſqu'on ajoute de l'acide vitriolique à l'eau; le fer ſe calcine d'abord aux dépens de l'eau, & c'eſt ſans doute par cette raiſon que la diſſolution eſt d'abord très-lente; mais comme à meſure qu'il ſe forme une couche d'éthiops, il eſt diſſous par l'acide vitriolique, que le fer eſt continuellement décapé, & que ſes molécules ſont continuellement miſes en contact immédiat avec l'eau; la diſſolution doit s'accélérer & devenir beaucoup plus rapide qu'elle ne peut l'être dans l'eau ſeule.

Quelques-uns des Phyſiciens avec leſquels je me ſuis entretenu de ces expériences, étoient portés à croire que le fer ſe diſſout dans l'acide vitriolique avant de ſe calciner, & que ce n'eſt qu'après cette union formée qu'il décompoſe l'eau, & lui enlève le principe oxygine ; mais une foule d'expériences ſemblent annoncer d'une manière démonſtrative, que les ſubſtances métalliques en général ne ſe diſſolvent dans les acides qu'après avoir été calcinées, & il eſt très-probable qu'il en eſt de même du fer.

Je ferai remarquer au ſurplus, qu'il exiſte un degré de calcination qui convient le mieux à la diſſolution du fer dans les acides ; plus ou moins chargé de principe oxygine, il devient moins diſſoluble, & c'eſt ſur-tout à l'égard de l'ocre, que cet effet eſt ſenſible ; dans cette combinaiſon métallique, la tendance du fer à la combinaiſon, eſt preſque complétement ſatisfaite, elle n'eſt plus en conſéquence diſſoluble dans les acides, & elle l'eſt plutôt au contraire dans les ſubſtances alkalines.

On trouve ici une analogie frappante qui lie parfaitement toute cette théorie. J'ai fait voir ailleurs que le principe oxygine étoit le principe de l'acidité, qu'il n'y avoit point d'acide dans la compoſition duquel ce principe n'entrât : les ſubſtances métalliques doivent donc, d'après cette théorie, ſe rapprocher de plus en plus de la qualité acide à meſure qu'elles ſont plus chargées de principe oxygine, & c'eſt par cette raiſon ſans doute qu'elles deviennent indifférentes à s'unir aux acides, & qu'elles finiſſent par acquérir une affinité marquée pour les alkalis. On m'objectera peut-être ici que ſi le fer n'étoit pas réellement ſoluble dans les acides dans ſon état de fer, & s'il étoit néceſſaire qu'il fût converti en éthiops martial avant de ſe diſſoudre, il devroit s'enſuivre qu'en mettant ſéparément en diſſolution dans l'acide vitriolique, d'une part du fer, & de l'autre de l'éthiops martial, la diſſolution de ce dernier devroit ſe faire plus promptement & plus facilement.

Je répondrai qu'on ne peut établir de comparaiſon entre

deux effets, qu'autant que toutes les circonſtances ſont abſolument ſemblables ; or, elles ne le ſont pas dans la double expérience dont il eſt queſtion. Lorſqu'on jette du fer dans l'acide vitriolique, il commence, comme je l'ai dit, par ſe former de l'éthiops martial ; mais cet éthiops rencontrant, au moment où il ſe forme, l'acide vitriolique, s'y diſſout avant de ſe raſſembler ; il eſt alors diviſé dans ſes molécules intégrantes, & l'action de l'acide vitriolique n'eſt point contrebalancée par l'affinité d'agrégation. Il n'en eſt pas de même quand on met dans de l'acide vitriolique de l'éthiops martial ; ce dernier, quelque diviſé qu'on le ſuppoſe, eſt encore dans un état d'agrégation, & l'attraction que ſes molécules exercent les unes ſur les autres, eſt un obſtacle que l'acide a peine à vaincre ; une preuve que la lenteur avec laquelle l'éthiops martial ſe diſſout dans les acides, tient à cette circonſtance, c'eſt que ſi on prend une diſſolution de fer dans laquelle ce métal ſoit dans l'état d'éthiops, qu'on la précipite par un alkali parfaitement cauſtique, & qu'on y verſe enſuite un acide quelconque, l'éthiops ſe redifſout preſque ſur le champ ; ſi au contraire on laiſſe raſſembler le précipité, & ſi l'on donne aux molécules le temps d'agir les unes ſur les autres en vertu de leur force agrégative, la diſſolution par les acides ne ſe fait plus avec la même facilité. La terre des cailloux préſente un phénomène tout ſemblable : lorſqu'elle eſt raſſemblée, & qu'on a donné le temps à la force d'agrégation de réunir les molécules, elle n'eſt plus ſoluble dans l'acide vitriolique ; dans l'état de diviſion au contraire, au moment où elle vient d'être précipitée elle ſe diſſout complétement dans le même acide : enfin on ne peut point ſe diſpenſer de reconnoître dans l'éthiops pluſieurs degrés de ſaturation, & il eſt poſſible que lorſqu'il eſt chargé de principe oxygine, autant qu'il le peut être ſans paſſer à l'état d'ocre, il ne ſoit pas dans l'état le plus propre à la diſſolution ; il y a d'autant plus lieu de le croire, qu'à en juger par la quantité d'air inflammable qui ſe dégage de la diſſolution du fer dans l'acide vitriolique étendu d'eau, il ne paroît pas qu'il

ſe combine plus de vingt-ſept livres de principe oxygine avec ce métal.

Une dernière preuve que l'air inflammable qui ſe dégage de la diſſolution du fer dans l'acide vitriolique, eſt dû à la décompoſition de l'eau, c'eſt que lorſqu'il n'y a pas lieu à la décompoſition de l'eau, il n'y a pas de production d'air inflammable; & c'eſt ce qui arrive quand au lieu de fer on emploie l'éthiops martial: cette ſubſtance étant déjà chargée de principe oxygine autant & même plus qu'elle n'en peut enlever à l'eau, elle n'exerce plus d'action ſur elle; en conſéquence la combinaiſon ſe fait paiſiblement, ſans efferveſcence & ſans dégagement d'air inflammable.

C'eſt un phénomène bien digne de remarque que cette propriété du fer de ſe calciner, tantôt aux dépens de l'acide, tantôt aux dépens de l'eau, ſuivant le degré de concentration de l'acide. Il en réſulte que le principe oxygine tient au ſoufre dans l'acide vitriolique, avec une force à peu-près égale à celle qui unit ce même principe à l'air inflammable dans l'eau; & que, quand ces deux ſubſtances ſont mêlées enſemble, comme elles le ſont dans l'acide vitriolique en liqueur, il ne faut qu'une légère circonſtance pour déterminer plutôt la décompoſition de l'une que de l'autre. Mais en quoi conſiſte cette circonſtance? c'eſt ce qu'il ne ſera pas difficile d'apercevoir, en examinant attentivement ce qui ſe paſſe dans cette diſſolution. C'eſt à M. de la Place que je dois l'idée de cete explication

Si on prend de l'acide vitriolique très-concentré, & qu'on l'expoſe à l'air, il en attirera l'humidité, augmentera de poids & de volume juſqu'à ce qu'il ſoit parvenu à un certain degré de ſaturation. Si, à de l'acide vitriolique qui a ainſi enlevé à l'air toute l'humidité qu'il en pouvoit tirer, & qui s'en eſt complétement ſaturé, on ajoute encore une nouvelle portion d'eau, on pourra concevoir dans cet acide phlegmatique une eau de ſaturation & une eau ſurabondante à la ſaturation, une eau combinée & une eau en quelque façon libre. Si dans un ſemblable acide on jette du fer,

c'eſt ſur l'eau libre & non combinée qu'il exercera ſon action de préférence, parce qu'elle n'eſt contre-balancée par aucune force ; c'eſt donc l'eau qui fournira alors le principe oxygine, & l'acide ne ſera point décompoſé.

L'effet contraire doit arriver ſi l'acide vitriolique eſt très-concentré ; il y a alors moins d'eau qu'il n'eſt néceſſaire pour ſaturer tout l'acide ; il y a donc, par rapport à l'acide, une portion qu'on peut appeler *acide de ſaturation*, *acide ſaturé d'eau*, & une portion qu'on peut regarder comme libre. Du fer jeté dans un ſemblable acide, doit attaquer de préférence l'acide libre ; il ne doit pas avoir la même priſe, exercer la même action ſur l'eau qui eſt engagée dans une combinaiſon, & qui y tient avec un certain degré de force.

La diſſolution du fer dans l'acide marin, exige, comme celle dans l'acide vitriolique, que ce métal ſoit dans un état très-approchant de l'éthiops martial. La quantité d'air inflammable qui ſe dégage dans cette opération, eſt exactement la même que celle qu'auroit fournie la diſſolution d'une égale quantité de fer dans l'acide vitriolique : elle eſt auſſi la même qu'on auroit obtenue de la même quantité de fer par l'eau ſeule, c'eſt-à-dire, qu'elle eſt exactement proportionnelle à la quantité de principe oxygine que le fer peut abſorber. La calcination ſe fait ici entièrement aux dépens de l'eau, l'acide n'y contribue pour rien ; on le retrouve le même & en même quantité, après comme avant la diſſolution. Je m'en ſuis aſſuré par la combinaiſon avec l'alkali de la ſoude, & j'ai reconnu que ſi on prenoit une livre d'acide marin, il falloit la même quantité d'alkali pour le ſaturer, & qu'on formoit la même quantité de ſel marin régénéré, ſoit qu'on fît la combinaiſon directement, ſoit qu'on fît la précipitation après l'avoir ſaturé avec du fer : il eſt aſſez probable que ſi l'on diſſolvoit du fer dans de l'acide marin déphlogiſtiqué, c'eſt-à-dire ſurchargé de principe oxygine, la diſſolution s'opéreroit ſans dégagement d'air inflammable, ou au moins avec un dégagement moins conſidérable.

Une

Une preuve que le fer diſſous par l'acide marin, eſt dans l'état d'éthiops, c'eſt que ſi on opère la précipitation par un alkali parfaitement cauſtique, le précipité eſt dans l'état d'éthiops, & que l'éthiops lui-même ſe diſſout dans cet acide ſans effervescence & ſans production d'air inflammable.

Le fer ſe diſſout encore, dans l'état d'éthiops, dans l'acide du vinaigre, & on peut l'en précipiter dans le même état par les alkalis cauſtiques: je n'ai pas conſtaté ſi la quantité d'air inflammable qui ſe dégage, eſt égale à celle qu'on obtient par l'acide vitriolique & l'acide marin, mais il y a très-grande apparence que les choſes ſe paſſent ainſi, & que l'air inflammable qui ſe dégage eſt dû à l'eau.

Ceux qui ont lû l'excellente Diſſertation de M. Bergman, ſur l'analyſe des différens fers, s'apercevront aiſément que j'ai beaucoup profité de ſes expériences pour tout ce que je viens d'avancer; j'ai tiré auſſi un très-grand parti de celles que M. de Fourcroy a communiquées à l'Académie en 1776 & 1777, ſur les précipités martiaux; ſi je n'ai pas cité à chaque expérience ces Chimiſtes célèbres, c'eſt pour éviter les répétitions; du reſte, il n'eſt preſque aucun des faits qu'ils ont rapportés que je n'aie vérifiés.

La fonte de fer diſſoute dans l'acide vitriolique étendu de cinq à ſix parties d'eau, donne des réſultats exactement ſemblables à ceux que fournit le fer forgé: on obtient, en faiſant évaporer la diſſolution, du vitriol auſſi pur, auſſi régulièrement criſtalliſé; mais une circonſtance remarquable dans ces deux diſſolutions, c'eſt que le fer de fonte donne un huitième environ de moins d'air inflammable que le fer forgé; ce dernier, lorſqu'il eſt très-doux & très-pur, en fournit juſqu'à 110 pouces pour 100 grains; le fer de fonte n'en fournit au contraire que 92 à 95: ce fait a été obſervé conſtamment par M. Bergman, dans le grand nombre de fers de fonte & de fers forgés qu'il a examinés. La concluſion naturelle à en tirer, eſt que le fer de fonte a beſoin d'une moindre quantité de principe oxygine pour être ſaturé, que le fer forgé; il eſt donc très-probable que le premier en

contient déjà, en ſorte qu'il y a toute apparence que la fonte de fer eſt un mélange d'environ un huitième d'éthiops martial & de ſept huitièmes de fer pur ; autrement dit, qu'un quintal de fonte contient un peu plus de trois livres de principe oxygine.

Je ferai obſerver à cette occaſion, que la quantité d'air inflammable qui ſe dégage d'une diſſolution métallique eſt un moyen très-exact de déterminer la quantité de principe oxygine qui s'eſt combiné avec le métal ; cette quantité d'air inflammable eſt toujours la même quand on opère avec le même acide & le même métal, & cette conſtance des réſultats eſt une preuve de l'exactitude de la méthode. Il n'en eſt pas de même de la quantité d'air nitreux qui ſe forme dans la diſſolution des métaux par l'acide nitreux ; comme cet acide ſe décompoſe dans ces opérations, & comme la quantité décompoſée eſt variable ſuivant le degré de chaleur, ſelon que la diſſolution eſt plus ou moins rapide, avec quelques ſoins qu'on opère ; il eſt rare, ainſi que le remarque M. Bergman, qu'en répétant pluſieurs fois la même expérience on obtienne exactement le même réſultat.

Il me reſteroit à parler d'une autre manière de combiner le principe oxygine avec le fer ; elle conſiſte à le plonger rouge dans l'eau : dans cet état d'incandeſcence, le principe oxygine de l'eau a plus d'affinité avec le fer qu'avec l'air inflammable aqueux ; il s'opère une vraie calcination, une partie du fer de la ſurface, & même juſqu'à une certaine épaiſſeur, ſe convertit en éthiops martial, & il ſe dégage de l'air inflammable qu'on peut recueillir au moyen d'une cloche de verre. Les phénomènes ſont encore plus frappans, ſi au lieu de faire paſſer le fer rouge dans l'eau, on fait paſſer l'eau à travers le fer rouge ; c'eſt ce qu'on opère avec facilité, en faiſant couler de l'eau goutte à goutte à travers un canon de fuſil rougi au feu & ouvert par les deux bouts ; l'eau ſe décompoſe, elle abandonne au fer l'un de ſes principes conſtituans, le principe oxygine, & il ne reſſort du canon de fuſil que de l'air inflammable : pendant cette opération, il ſe

forme dans l'intérieur du canon de fusil un enduit d'éthiops martial ; cet enduit augmente d'épaisseur à mesure que l'on continue plus long-temps l'opération ; enfin, si on la prolonge suffisamment, on parvient à convertir toute l'épaisseur du canon de fusil en éthiops martial fondu, & faisant masse : le fer, dans cet état, est à demi-vitrifié, il est dur, cassant, presque inattaquable à la lime, cependant encore attirable à l'aimant ; réduit en poudre, il est exactement dans l'état d'éthiops martial, tel qu'on l'emploie en Pharmacie. J'ai exposé tous ces résultats avec un très-grand détail, dans un Mémoire sur la décomposition de l'Eau, imprimé dans le Volume de 1781 ; & dans un Mémoire fait en commun avec M. Meunier, & qui est imprimé dans le même Volume. *Voyez pages 269 & 468.*

Je rappelle ici ces expériences, parce qu'elles tiennent immédiatement au sujet que je traite, & qu'elles me conduisent d'ailleurs naturellement à quelques réflexions sur la trempe de l'acier : puisque toutes les fois qu'on chauffe du fer, & qu'on le refroidit brusquement dans l'eau, il y a dégagement d'air inflammable, il est évident qu'il arrive nécessairement à toute pièce d'acier que l'on trempe, un effet semblable à celui qui a lieu dans l'intérieur du canon de fusil ; la couche supérieure se convertit en éthiops martial, & les couches intérieures sont progressivement rapprochées de cet état, en raison de ce qu'elles sont moins éloignées de la surface : l'addition du principe oxygine que reçoit l'acier dans cette opération, en augmente le poids, & le met dans un état mitoyen entre celui de métal doux & ductile, & l'état demi-vitreux de l'éthiops : c'est le degré de dureté & de fragilité qui résulte de cet état mitoyen, quelquefois plus proche de l'état métallique, quelquefois éloigné de cet état jusqu'à devenir excessivement cassant, qui constitue le degré de la trempe : ce n'est pas que je ne convienne que l'effet d'un refroidissement subit ne doive être compté pour quelque chose dans la trempe de l'acier, mais tout ce qu'on en peut conclure, est qu'il se complique dans cette opération, deux

cauſes & deux effets. Il ſeroit ſans doute intéreſſant de connoître l'influence de chacun en particulier ; le deſir d'y parvenir, m'a fait relire l'Ouvrage de M. de Réaumur, ſur la converſion du fer forgé en acier ; & quoiqu'à l'époque où cet Ouvrage a été fait, ce Phyſicien ne pût être guidé par les mêmes vues, j'y ai trouvé cependant quelques expériences exactement dirigées vers mon objet.

Pour bien diſtinguer dans la trempe ce qui appartient au refroidiſſement, d'avec ce qui appartient à la calcination & à la formation de l'éthiops, il falloit refroidir ſans calciner, & calciner ſans refroidir : M. de Réaumur a rempli le premier objet, en trempant le métal rouge dans un fluide qui ne ſe décompoſe pas comme l'eau, & qui n'eſt pas ſuſceptible de lui fournir de principe oxygine ; c'eſt le mercure coulant : le refroidiſſement a été très-rapide, mais il n'a obtenu par ce procédé qu'un acier imparfaitement trempé.

Cet acier avoit bien une certaine dureté, il étoit caſſant & grenu, mais il n'avoit point à ſa ſurface ce vernis d'éthiops néceſſaire à la qualité de tous les inſtrumens tranchans. L'inverſe de cette expérience étoit de calciner le fer à ſa ſurface, de le revêtir d'une couche d'éthiops martial ſans refroidiſſement, & c'eſt ce que M. de Réaumur a obtenu, en trempant le fer dans de l'acide nitreux foible ; on ſait, & j'ai fait voir que dans cette opération il y a calcination & formation d'éthiops : cette expérience ne réuſſit pas exactement à froid, parce que la couche d'éthiops martial qui ſe forme, eſt trop peu épaiſſe, & qu'elle ſe diſſout preſque auſſitôt qu'elle eſt formée ; mais ſi on fait ſeulement rougir obſcurément le fer, & qu'on le trempe dans cet état dans l'acide nitreux, on obtient un acier extrêmement dur à ſa ſurface, & qui eſt abſolument inattaquable à la lime : on ne peut pas dire qu'il y ait ici calcination ſans refroidiſſement, puiſque le fer a été chauffé, mais il l'a été beaucoup moins que dans la trempe ordinaire, cependant l'acier qui s'eſt formé, s'eſt trouvé plus dur ; la plus grande facilité de la calcination a donc contribué à former de l'acier mieux trempé, de l'acier plus dur.

Une expérience bien ſimple que je vais expoſer, m'a paru confirmer d'une manière frappante toute cette théorie de la trempe de l'acier. J'ai pris un petit cylindre de fer doux, de ſix lignes de diamètre & de trois à quatre pouces de longueur, je l'ai fait rougir au feu dans un creuſet bien fermé & rempli de matières charbonneuſes du règne animal, puis je l'ai trempé dans l'eau, & je l'ai converti ainſi en une ſorte d'acier; je l'ai enſuite introduit dans un vaſe, j'ai verſé deſſus de l'acide vitriolique affoibli, j'ai fait chauffer légèrement & j'ai reçu le produit aériforme dans un appareil pneumato-chimique. La diſſolution s'eſt faite avec peine, ſur-tout dans le commencement, & le dégagement d'air inflammable ne s'eſt opéré que lentement : lorſque j'ai jugé que l'action de l'acide avoit diminué le cylindre d'une demi-ligne de diamètre environ, j'ai arrêté l'expérience; j'ai retiré le cylindre, je l'ai ſéché & je l'ai peſé, puis je l'ai remis dans de nouvel acide. J'ai opéré de la même manière une ſeconde, une troiſième, une quatrième fois, toujours en tenant un compte exact de la quantité de métal diſſous & de l'air inflammable produit. En comparant enſuite le réſultat de chaque expérience, j'ai reconnu que la couche extérieure fourniſſoit, proportionnellement à ſon poids, moins d'air inflammable que celle qui la ſuivoit; que celle-ci en fourniſſoit moins que la troiſième & ainſi de ſuite; en ſorte que ce n'étoit qu'à une certaine profondeur qu'on obtenoit toute la quantité d'air inflammable que le fer eſt ſuſceptible de donner. Les différences n'étoient pas très-grandes, mais elles étoient aſſez marquées pour qu'on ne pût pas les attribuer aux erreurs des expériences. Cette propriété d'être d'une diſſolution plus difficile & de donner moins d'air inflammable que le fer malléable, eſt un caractère du fer qui a ſubi un commencement de calcination; c'eſt donc une nouvelle preuve qu'un des principaux effets de la trempe eſt de mettre les couches exérieures de l'acier dans un état mitoyen entre celui de métal doux & celui d'éthiops martial; cet effet ſe fait ſentir juſqu'à une certaine épaiſſeur, & c'eſt ſans doute un

des effets du recuit, de faire pénétrer l'éthiops jusqu'au centre, & de le répartir à peu-près également dans toute la masse du métal qu'on recuit. Pour mieux concevoir ces effets, il faut considérer que l'éthiops martial est plus fusible que le fer doux, qu'il se ramollit par conséquent le premier dans l'opération du recuit, qu'il s'imbibe dans le fer de la même manière qu'un vernis qu'on auroit étendu à froid sur un corps poreux, le pénétreroit, & disparoîtroit presque entièrement si on l'exposoit à certain degré de chaleur; c'est ce que je me propose de constater par de nouvelles expériences.

Il est aisé de voir d'après cette théorie, pourquoi les instrumens d'acier très-petits sont excessivement cassans: une lame de canif est presque aussi fragile que du verre, elle n'est susceptible ni d'être aplatie sous le marteau, ni d'être courbée; c'est qu'elle est acier trempé dans toute sa substance. Des instrumens plus gros n'ont pas le même degré de fragilité, parce que le centre est encore fer, tandis que la surface est acier: les épées en fournissent un exemple bien frappant, la pointe en est cassante, parce que sa finesse a permis à l'effet de la trempe de pénétrer jusqu'au fond; le corps de la lame au contraire est flexible parce qu'elle est formée de fer malléable & doux, enveloppé dans une gaine d'acier.

Ces observations peuvent servir de guide sur la meilleure forme qu'il convient de donner aux instrumens destinés à être trempés; on a suivi dans les Arts une espèce de tâtonnement qui a conduit à peu-près au but, mais on ne s'est point rendu compte des motifs; les rasoirs en fournissent un exemple: si en conservant à ces instrumens la même force de lame, on leur eût donné la figure exactement triangulaire, l'usure occasionnée par l'usage & par le frottement sur le cuir & sur la pierre, auroit bientôt mis le fer à découvert, & le rasoir auroit été hors de service: qu'a-t-on fait pour remédier, ou plutôt pour prévenir cet inconvénient? on a comprimé la lame dans son milieu, on en a diminué l'épaisseur du côté du tranchant sans lui rien faire perdre du côté du

dos; on a ajouté, pour ainſi dire, un inſtrument mince à un inſtrument épais, & on a réuni dans le raſoir les avantages des pièces fines & des pièces fortes; tout eſt acier du côté du tranchant, l'acier couvre au contraire un noyau de fer malléable du côté du dos de la lame.

On n'a pas dû être guidé par de ſemblables conſidérations dans la fabrique des ſabres; heureuſement pour l'eſpèce humaine ces inſtrumens meurtriers ne ſont pas d'un uſage bien habituel; on n'a point à craindre que la couche d'acier qui les recouvre, s'uſe par le frottement; on a donc pu, on a donc dû donner à la lame la figure abſolument triangulaire. Je pourrois pouſſer beaucoup plus loin ces réflexions ſur la figure la plus avantageuſe à donner aux inſtrumens d'acier, ſuivant les uſages auxquels on les deſtine, mais je ſais que pour donner quelque choſe de ſatisfaiſant ſur cet objet, il faudroit avoir multiplié les expériences beaucoup plus que je ne l'ai fait; il faudroit un travail uniquement dirigé vers cet objet, & il exigeroit pluſieurs années d'expériences: revenons donc à mon ſujet, à l'examen des différentes combinaiſons du principe oxygine avec les métaux & avec les ſubſtances inflammables. *

* Les Mémoires qui ſervent de ſuite à celui-ci ne ſeront imprimés que dans le Volume de 1783.

MÉMOIRE

Sur la nature des Fluides élaſtiques aériformes, qui ſe dégagent de quelques Matières animales en fermentation.

Par M. LAVOISIER.

L'ACADÉMIE a été plus d'une fois conſultée ſur les moyens de prévenir les accidens qui n'arrivent que trop ſouvent aux ouvriers employés à vider les foſſes d'aiſance, & elle a été naturellement conduite à des recherches ſur la nature des émanations qui cauſent des accidens auſſi funeſtes : l'utilité publique, en pareil cas, & l'intérêt de l'humanité anobliſſent le travail le plus rebutant, & dans le compte qu'on en doit rendre à des hommes éclairés, ne laiſſent voir que le zèle avec lequel il a fallu ſurmonter le dégoût & les obſtacles.

M.rs Cadet de Vaux & Parmentier, dans un Mémoire préſenté à l'Académie en 1778, & qui a été rendu public, ont fait connoître la manière dont les Ouvriers ſont affectés par les deux eſpèces de moffettes qu'ils diſtinguent ſous les noms de *mitte* & de *plomb :* ils ont déterminé le caractère des maladies qu'elles occaſionnent, les infirmités qui en ſont les ſuites, & ils ont préſenté la chaux vive comme un moyen d'en prévenir les effets. Cette propriété de la chaux vive avoit déjà été annoncée à l'Académie par M. le Comte d'Arcy, qui s'en étoit ſervi pour ramener à l'état potable de l'eau devenue infecte : elle avoit été confirmée par les expériences que nous avons faites par ordre de l'Académie, M. Fougeroux, M. le Comte de Milly & moi, à l'occaſion du Mémoire de M.rs Cadet de Vaux & Parmentier. Enfin tout récemment, M. Marcorelle, Correſpondant de l'Académie, a employé avec un grand ſuccès, pour déſinfecter les foſſes, la chaux, la chaux éteinte, l'alkali cauſtique,

cauſtique, & il a publié ſes obſervations dans une Brochure imprimée à Narbonne, qui vient de paroître, & qui contient des détails très-intéreſſans.

M. Janin, Oculiſte de Lyon, malgré tant d'autorités, vient de propoſer de ſubſtituer les acides aux ſubſtances alkalines, le vinaigre à la chaux : il a annoncé le ſuccès de ſon procédé avec une telle confiance, qu'il a ſéduit pendant quelques inſtans, le Public & les Magiſtrats même, & que le Roi a jugé néceſſaire que l'Académie s'occupât de vérifier les avantages ou les inconvéniens des moyens propoſés.

L'Académie a penſé que dans de ſemblables circonſtances, avant de prononcer ſi telle ou telle ſubſtance agit ou n'agit point ſur le méphitiſme, la première choſe à connoître étoit la nature de ce méphitiſme : cette marche lui a paru plus concluante & plus ſûre que de faire l'épreuve du vinaigre directement ſur les foſſes, & de multiplier ainſi des expériences dont chacune en particulier ne peut ajouter que quelques degrés de probabilité à celles qui l'ont précédée.

C'eſt pour me conformer à des vues ſi ſages que j'ai fait les expériences dont je vais rendre compte : les Lecteurs qui en trouveront le récit le plus déſagréable, ſont ceux qui doivent attacher le plus de mérite au courage qu'il a fallu pour les entreprendre & pour les achever.

J'ai rempli de mercure pluſieurs jarres de criſtal de 20 à 22 pouces de capacité, & je les ai retournées dans une ſoucoupe ou bol également rempli de mercure ; j'ai introduit enſuite dans chacune environ 5 pouces cubiques de matière fécale nouvelle, & j'ai expoſé le tout à une température de 10 degrés environ du thermomètre de Reaumur, c'eſt-à-dire, au degré de chaleur qu'éprouve le plus habituellement cette matière dans les foſſes d'aiſance : dès le premier jour il a commencé à ſe dégager dans chaque jarre une petite quantité de fluide élaſtique ou d'air, qui ſe raſſembloit au haut de la jarre ; le dégagement étoit d'un demi pouce cubique environ par jour dans chaque jarre, & en trente jours elles en ont été entièrement remplies. Comme l'air qui s'étoit dégagé auroit

paſſé par-deſſous les bords des jarres, je n'ai pas pu porter plus loin cette expérience ; j'ai donc tranſvaſé cet air dans d'autres jarres également pleines de mercure, & plongées dans du mercure, & après m'être ainſi débarraſſé de la matière dont il s'étoit dégagé, j'ai opéré deſſus de la même manière, & auſſi commodément que s'il eût eu une origine moins ſale.

Juſqu'ici on avoit penſé que les produits de la fermentation putride étoient plus ou moins alkaleſcens, & qu'il ſe dégageoit de l'alkali volatil dans tout le cours de cette opération; j'étois donc bien éloigné de croire que l'air que j'avois obtenu, ſeroit un air acide, & c'eſt cependant ce qui eſt arrivé; car ayant introduit dans l'une des jarres, de l'alkali fixe cauſtique, l'air qui y étoit contenu a été abſorbé en quelques minutes ; en même-temps l'alkali qui étoit en liqueur, eſt devenu concret ou aéré, & il a acquis la propriété de faire effervеſcence avec les acides ; de l'eau de chaux miſe en contact avec cet air, l'a également abſorbé; elle s'eſt en même temps troublée, & il s'en eſt précipité de la terre calcaire inſoluble, & qui n'étoit plus dans l'état de chaux.

Cet air s'eſt également combiné avec de l'eau pure à peu-près à volume égal, par une agitation continuée pendant quelques minutes, & il en eſt réſulté une eau gazeuſe & acidule; enfin, ayant eſſayé l'effet de cet air ſur les corps enflammés & ſur des animaux, j'ai reconnu que les lumières s'y éteignoient ſur le champ, & que les animaux y étoient aſphyxiés en très-peu d'inſtans.

Ces expériences ſuffiſoient pour établir que l'air dégagé de la matière fécale étoit de l'air fixe ; or on ſait que cet air eſt un acide en vapeurs : ainſi il demeure déjà pour conſtant que le premier produit que donne cette ſubſtance par la putréfaction, eſt un produit acide ; peut-être cet air tient-il en diſſolution quelques portions d'alkali volatil concret & ſaturé d'air fixe, mais il faut que la quantité en ſoit très-petite, & elle a conſtamment échappé à toutes les recherches que j'ai pu faire pour la découvrir.

Quand j'ai dit que l'air que j'avois ainſi obtenu étoit

abſorbé par l'eau & par les ſubſtances alkalines, je ne me ſuis point exprimé d'une manière ſuffiſamment exacte ; il n'y a que les onze douzièmes de cet air qui ſoient dans ce cas, & qui par conſéquent ſoient de l'air fixe; le douzième reſtant eſt de l'air inflammable, de la nature de celui qu'on retire des marais & des eaux croupies, & il brûle avec une flamme bleue; il ne m'a pas ſemblé qu'il contînt aucune portion de gaz hépatique : cependant comme la nature de ce dernier gaz n'eſt pas encore parfaitement connue, qu'il eſt lui-même inflammable, je n'oſerois pas aſſurer qu'il n'y eût aucun rapport entre l'air inflammable dégagé de la matière fécale, & celui contenu dans le gaz hépatique ; c'eſt un ſujet de recherches qui n'entre pas dans l'objet de ce Mémoire, & il me ſuffit d'obſerver que ces airs ſont tous à-peu-près également méphitiques.

Pour raſſembler de cet air inflammable en quantité plus conſidérable, j'ai introduit de la matière fécale nouvelle ſous une cloche de verre remplie d'eau, & renverſée dans de l'eau; dans cette expérience l'air fixe ou acide crayeux étoit abſorbé par l'eau à meſure qu'il étoit formé, & l'air inflammable ſeul s'élevoit en haut de la cloche : ayant eſſayé l'effet que ce dernier produiſoit ſûr les animaux, j'ai reconnu qu'il leur étoit auſſi nuiſible que l'air fixe, avec cette ſeule différence qu'ils n'y étoient pas tout-à-fait auſſi promptement aſphyxiés.

Ce n'étoit pas aſſez de m'être aſſuré de la nature des produits aériformes que donne la matière fécale nouvelle; celle des foſſes eſt à différens degrés de fermentation, & en général elle eſt compoſée d'une plus grande maſſe de matières anciennes que de nouvelles; il étoit donc néceſſaire de répéter les mêmes expériences ſur la matière même qui avoit ſéjourné dans les foſſes.

J'ai donc introduit dans des jarres remplies de mercure, de la gadoue provenant d'une foſſe qui avoit été vidée en préſence des Commiſſaires de l'Académie & de la Société Royale de Médecine, ſur le quai Pelletier : la quantité introduite dans chaque jarre, a été de cinq pouces cubiques,

& dans cette expérience, comme dans toutes les autres, la température a toujours été de 8 à 10 degrés du thermomètre de Réaumur.

Le dégagement d'air ou plutôt de fluide aériforme, a été beaucoup plus lent dans cette seconde expérience que dans la première, c'est-à-dire, avec la gadoue qu'avec la matière fécale nouvelle; la quantité du dégagement a été d'environ un tiers de pouce cubique pendant chacun des quinze premiers jours, & d'un quart seulement pendant chacun des quinze suivans; au bout d'un mois le total du volume de l'air dégagé, étoit de neuf à dix pouces, c'est-à-dire, à peu-près double du volume de la gadoue mise en expérience.

J'ai fait passer une portion de cet air dans un endiomètre très-sensible, puis y ayant introduit de l'alkali caustique, de 100 parties, 38 ont été absorbées, & se sont trouvées être de l'air fixe très-pur; les 62 parties restantes brûloient avec une flamme bleue : c'étoit de l'air inflammable, à peu-près de la nature de celui tiré des marais.

Il paroît donc, en rapprochant le résultat de ces deux expériences, que la matière fécale, quand elle est nouvelle, produit de l'air fixe pur, ou du moins très-peu mêlé d'air inflammable; que la proportion d'air inflammable augmente ensuite par le progrès de la putréfaction; & il est probable que sur la fin on n'obtiendroit plus que de l'air inflammable pur, ou qui approcheroit beaucoup de l'être.

Des expériences faites dans l'intervalle de la rédaction à l'impression de ce Mémoire, m'ont encore confirmé dans cette opinion, & il en est de plus résulté que la gadoue renfermée dans du mercure, continuoit pendant plusieurs années à fournir de l'air inflammable, sur-tout pendant les chaleurs de l'été.

Il entroit également dans mon plan d'observer l'effet que produiroient différentes combinaisons, tant avec de la matière fécale nouvelle, qu'avec celle qui auroit déjà fermenté, & que l'on nomme *gadoue :* pour remplir cet objet, j'ai introduit dans une jarre pleine de mercure, & renversée dans du mercure,

un pouce cubique de matière fécale nouvelle, & j'y ai introduit de l'acide vitriolique affoibli avec de l'eau; mais il n'y a eu ni effervescence ni dégagement d'air: il n'en a pas été de même avec de la gadoue ancienne; au moment où l'acide vitriolique a été en contact avec elle, il s'est fait une vive effervescence, qui a duré plusieurs minutes, & la quantité de fluide aériforme dégagé, s'est trouvée de huit à neuf fois le volume de la gadoue employé: ayant fait passer cet air dans d'autres jarres, j'ai reconnu, par le moyen de l'eau de chaux, de l'alkali caustique & des autres épreuves ordinaires, que c'étoit de l'air fixe très-pur: sur cent parties que j'ai mises en contact avec de l'alkali caustique, quatre-vingt-dix-sept ont été absorbées, & je n'ai eu qu'un résidu de trois parties; cette quantité étoit trop petite pour que je pusse la soumettre aux expériences propres à en déterminer la nature; mais il y a quelqu'apparence que c'est ou de l'air inflammable ou du gaz hépathique. Je n'ai pas besoin de dire que cet air éteignoit les chandelles; que les animaux y étoient asphyxiés dès l'instant même qu'ils y étoient introduits, & que pour peu qu'ils y restassent, il n'étoit plus possible de les rappeler à la vie. Tout le monde connoît aujourd'hui les funestes effets de l'air fixe, & en faisant observer que celui obtenu de la gadoue, par sa combinaison avec l'acide vitriolique, est plus pur que celui qu'on peut obtenir par quelqu'autre combinaison que ce soit, c'est-à-dire, en même temps qu'il est le plus dangereux & le plus destructif.

Il y avoit lieu de croire que tous les acides occasionneroient avec la gadoue une effervescence semblable & un même dégagement d'air fixe, & l'expérience a confirmé cette conjecture: du vinaigre introduit dans de la gadoue ancienne, renfermée par du mercure, a produit de l'air fixe tout aussi pur, tout aussi destructif que le précédent; il n'y a eu ni effervescence, ni dégagement d'aucun fluide élastique aériforme avec la matière fécale nouvelle.

Après avoir essayé l'effet des acides sur la matière fécale

& ſur la gadoue, il me reſtoit à eſſayer l'action des ſubſtances alkalines; dans cette vue j'ai introduit dans différentes jarres remplies de mercure & renverſées dans du mercure, 5 pouces cubiques de matière fécale nouvelle & de gadoue, & j'ai ajouté dans les unes un peu de chaux vive, & dans les autres un peu d'alkali végétal cauſtique en liqueur: ayant laiſſé les choſes dans cet état pendant plus d'un mois, j'ai vu avec ſurpriſe que quoique ces matières n'euſſent été ajoutées qu'en aſſez médiocre quantité, & qu'elles ne fuſſent pas de plus du quart ou du tiers du volume de la gadoue, elles avoient abſolument arrêté toute production d'air ou de fluide aériforme, même d'air inflammable: il y a toute apparence que cet effet tient à ce que ces ſubſtances ſuſpendent les progrès de la fermentation.

Juſque-là, je n'avois opéré que dans des vaiſſeaux clos, & ſans que la matière fécale ou la gadoue euſſent aucun contact avec l'air. Cette circonſtance n'eſt pas celle qui ſe rencontre dans les foſſes d'aiſance; les matières y ſont conſervées dans un réſervoir dont la partie vide eſt remplie d'air commun: il falloit imiter cette circonſtance pour en connoître l'influence, & pour conſtater l'effet de la matière fécale & de la gadoue ſur l'air de l'atmoſphère: pour y parvenir, j'ai introduit dans une jarre pleine de mercure & plongée dans du mercure, 24 pouces cubiques d'air de l'atmoſphère, j'y ai ajouté 4 pouces cubiques de matière fécale nouvelle, & j'ai expoſé le tout à la température du laboratoire, qui étoit de 10 degrés environ, comme dans toutes les autres expériences: pendant dix jours que j'ai laiſſé ainſi la matière fécale en contact avec l'air, il s'en eſt dégagé 8 pouces cubiques d'un air fixe qui n'étoit pas parfaitement pur; le volume de l'air atmoſphérique contenu dans la cloche, qui étoit de 24 pouces cubiques, a en conſéquence été porté à 32; mais ayant tranſvaſé cet air dans une autre jarre remplie de mercure & plongée dans du mercure, & y ayant introduit de l'alkali cauſtique, l'air fixe a été abſorbé, & il m'eſt reſté 25 pouces $\frac{1}{2}$ d'air reſpirable, un peu moins ſalubre cepen-

dant qu'au commencement de l'expérience, & dans lequel il m'a ſemblé que la quantité d'air vital qui originairement étoit de 6 pouces cubiques, ſe trouvoit réduite à 5. Il réſulte de cette expérience, que la matière fécale ne vicie que très-peu l'air commun dans lequel elle eſt expoſée, & que le peu d'altération qu'elle y cauſe, conſiſte à détruire une portion de la quantité d'air vital qui y étoit contenue; mais en même temps la fermentation qui s'y opère, ajoute à cet air une quantité d'air méphitique qui ſe dégage inſenſiblement, & dont la proportion au bout de quelque temps peut être telle que l'air ne ſoit plus reſpirable, & qu'il devienne au contraire mortel pour les animaux qui le reſpirent.

Il m'a paru intéreſſant pour éclaircir de plus en plus cet objet, & pour jeter quelques lumières ſur des points de théorie, de répéter cette expérience dans de l'air vital; car puiſqu'il n'y a dans l'air commun que l'air vital qui ſoit vraiment reſpirable, la manière la plus concluante d'opérer, eſt d'employer cet air dans ſon plus grand état de pureté, ſans compliquer les réſultats par la préſence d'un air méphitique d'une nature différente, qui nous eſt inconnue, & qui ne ſert à rien pour la reſpiration ni la combuſtion.

J'ai donc fait paſſer dans une jarre remplie de mercure, & plongée dans du mercure, 24 pouces d'air vital, & j'y ai introduit 4 pouces de matière fécale: au bout de dix jours, la quantité d'air étoit augmentée de 5 à 6 pouces, mais l'alkali cauſtique a abſorbé cette portion d'air dégagée, & même près de 2 pouces au-delà, & au lieu de 24 pouces, il ne m'eſt reſté que 22 pouces $\frac{1}{5}$ d'air vital, à peu-près du même degré de pureté que celui que j'avois employé; nouvelle preuve que les émanations de la matière fécale diminuent d'une petite quantité le volume de l'air vital, que ce qui reſte n'eſt point ſenſiblement altéré, mais qu'en même temps il s'émane, pendant la fermentation, un air nuiſible qui ſe mêle avec l'air reſpirable, & qu'on peut aiſément en ſéparer.

Il y a toute apparence que cette diminution du volume

de l'air vital par ſon expoſition à la matière fécale nouvelle, eſt un effet de la petite quantité d'air inflammable qui s'en dégage : M. Prieſtley a obſervé en effet que lorſque l'air inflammable ſe dégageoit lentement des ſubſtances fermenteſcibles renfermées dans de l'air vital, ou comme il l'appelle *déphlogiſtiqué*, il ſe faiſoit une combinaiſon inſenſible de ces deux airs au moment de la formation de l'air inflammable, à peu-près de la même manière que l'air nitreux ſe combine avec l'air vital. Une preuve que c'eſt l'air inflammable qui agit, au moment où il ſe forme, ſur l'air vital, dans l'expérience que je viens de rapporter, c'eſt que, ſi au lieu de matière fécale nouvelle, qui donne très-peu d'air inflammable, on emploie de la gadoue avancée, ſon action ſur l'air vital eſt plus grande & plus rapide; il ſe fait une diminution de volume beaucoup plus forte qu'avec la matière fécale nouvelle, en même temps l'air inflammable qu'on auroit obtenu en opérant dans des jarres vides d'air, diſparoît; nouveau motif de croire qu'il s'eſt combiné avec l'air vital, & qu'il s'eſt opéré d'une manière inſenſible & lente, un effet ſemblable à celui qui a lieu inſtantanément par la combuſtion.

Toutes les expériences dont je viens de rendre compte, ayant été faites, la balance & la meſure à la main, on peut les regarder comme rigoureuſes, & elles ne ſont point ſuſceptibles d'arbitraire comme celles où l'on s'en rapporte au ſeul jugement des ſens : quelque trompeur que ſoit ſur-tout celui de l'odorat, je n'ai pas cru cependant devoir négliger de le conſulter.

J'ai mis de la matière fécale nouvelle dans cinq bocaux de verre évaſés; l'un d'eux étoit deſtiné à ſervir de terme de comparaiſon; j'ai jeté dans l'un des quatre autres de l'acide vitriolique affoibli; dans un ſecond, du vinaigre; dans un troiſième, de l'alkali cauſtique; & dans un quatrième, de la chaux : l'acide vitriolique a changé un peu le caractère de l'odeur, mais elle n'en étoit pas moins déſagréable; le vinaigre a produit une odeur vineuſe qui s'eſt mêlée avec celle propre à la matière, & qui l'a rendue peut-être plus déſagréable

désagréable encore qu'elle ne l'étoit auparavant. L'alkali caustique & la chaux ont opéré dans le premier instant un léger développement d'alkali volatil, mais en même temps la nature de l'odeur a été très-sensiblement changée, & est devenue beaucoup plus supportable: l'effet ne m'a point paru cependant aussi décidé & aussi complet que M. Marcorelle l'a annoncé dans la Brochure qu'il a publiée.

Les résultats ont été à peu-près les mêmes sur la gadoue ancienne; l'alkali caustique & la chaux ont produit une amélioration très-marquée dans la nature de l'odeur; mais à moins qu'on n'ait employé une grande quantité de ces matières, l'odeur propre à la gadoue prend le dessus en peu de temps, & la plus grande partie de l'effet de l'alkali caustique ou de la chaux est anéanti.

Tels sont les faits que j'ai cru nécessaire d'établir avant que de hasarder aucun raisonnement sur le méphitisme des fosses d'aisance, & sur les causes qui peuvent concourir à le diminuer ou à l'augmenter. Il me reste maintenant à combiner ces résultats, & à en tirer les conséquences les plus immédiates qu'il sera possible.

M. Janin propose d'employer le vinaigre de deux manières, par évaporation dans les environs de la fosse, pour agir sur les vapeurs, & détruire sans doute le méphitisme déjà formé; & par aspersion sur la matière même, pour prévenir un nouveau développement de ce même méphitisme. Mais puisque les émanations élastiques qui se dégagent des matières fécales sont ou de l'air fixe qui est un acide, ou de l'air inflammable qui est une substance dans un état de neutralisation; puisqu'il est reconnu qu'un acide ne peut pas neutraliser un autre acide, ni une substance déjà neutre, il est évident que la vapeur du vinaigre introduite dans la fosse & répandue dans les environs, ne peut pas détruire le méphitisme.

Mais si le vinaigre n'est qu'inutile lorsqu'on l'emploie en vapeurs & dans la vue d'agir sur les vapeurs, il n'en est plus de même lorsqu'on en jette une quantité considérable sur la matière même; alors il excite, comme on l'a vu, une

vive effervescence, & il produit en quelques instans beaucoup plus d'air méphitique qu'il ne s'en seroit dégagé en un mois par le progrès naturel de la fermentation.

C'est donc dans la classe des substances alkalines, & non pas dans celle des acides, qu'il faut chercher des préservatifs contre le méphitisme de la gadoue; l'alkali caustique & la chaux paroissent remplir complétement cet objet, puisqu'ils préviennent tout dégagement d'air méphitique; mais pour qu'ils agissent d'une manière efficace, il faut qu'ils soient employés en grande dose, & que leur volume soit du huitième, ou même du quart de celui de la gadoue, autrement on ne produit qu'un effet momentané, & le dégagement du méphitisme n'est que suspendu.

Il est bien important de faire remarquer que la chaux & les alkalis caustiques qui arrêtent le développement du méphitisme de la gadoue lorsqu'on les mêle avec elle, ne le détruisent pas complétement lorsqu'il est une fois produit, & la raison en est sensible; la chaux & les alkalis ne peuvent agir que sur la portion acide de l'air méphitique, c'est-à-dire, sur l'air fixe ou acide crayeux, ils l'absorbent & le neutralisent, mais ils n'ont aucune action sur l'air inflammable; or cet air est celui cependant qui se rencontre le plus abondamment dans les fosses; mais un effet mécanique supplée pour lors à un effet chimique, & c'est ce qu'il est nécessaire de développer ici.

La pesanteur spécifique de l'air fixe est environ double de celle de l'air de l'atmosphère, tandis que la pesanteur spécifique de l'air inflammable qui se dégage de la gadoue, n'est que le tiers tout au plus; mais comme l'air fixe ou acide crayeux aériforme & l'air inflammable sont susceptibles de se mélanger ensemble en toute proportion, il doit arriver souvent que le mélange de ces deux airs forme un résultat spécifiquement plus pesant que l'air de l'atmosphère, alors la mofette doit demeurer stagnante dans le bas de la fosse, & les ouvriers ne peuvent y descendre sans courir le risque de la vie: mais si on ajoute dans un pareil air de la chaux

délayée dans de l'eau ou de l'alkali cauſtique, ces ſubſtances alkalines qui ont une grande affinité avec l'acide crayeux, s'en empareront ſur le champ ; auſſitôt l'air inflammable devenu libre & rendu à ſa peſanteur ſpécifique naturelle, tendra à s'élever & ſe fera jour par l'ouverture de la foſſe, par celle des lunettes & des ventouſes ; quelqu'étroites que ſoient les fentes qu'il rencontrera, il ſera bientôt échappé. On voit donc que l'air inflammable, quand il eſt ſeul, ne peut guère être dangereux dans les foſſes, puiſqu'il s'échappe à meſure qu'il eſt formé, il n'y a que des conſtructions particulières & rares qui puiſſent s'oppoſer à ſon aſcenſion : c'eſt vraiment l'air fixe qui eſt la moſette dangereuſe, & l'air inflammable ne le devient que quand il eſt combiné avec lui dans une proportion aſſez forte pour que ſa peſanteur ſpécifique ſoit au moins égale à celle de l'air de l'atmoſphère.

Ces conſéquences qui découlent immédiatement des expériences que j'ai rapportées, me conduiſent naturellement à quelques réflexions ſur la conſtruction des foſſes & ſur les précautions à prendre pour les vider : il eſt d'une extrême importance que dans toute foſſe il y ait une ventouſe ou tuyau qui s'élève juſqu'au-deſſus du toit du bâtiment, mais l'endroit de la foſſe où doit être placé ce tuyau, n'eſt point indifférent : ſi la foſſe eſt voûtée, comme elles le ſont la plupart, il doit partir de la partie la plus élevée de la voûte, afin que l'air inflammable qui tend toujours à s'élever, ne rencontre point d'obſtacle, & ne reſte ſtagnant dans aucune partie de la foſſe.

Les tuyaux de deſcente des ſiéges, au contraire, ne doivent point être placés dans la partie haute de la voûte, pour éviter que l'air inflammable ne les enfile & ne ſe répande dans la maiſon ; il ſeroit même à ſouhaiter qu'on pût les placer dans la partie la plus baſſe, mais on eſt obligé de garder un certain milieu, parce que la matière qui s'accumule pyramidalement ſous les tuyaux de deſcente, les engorgeroit s'ils aboutiſſoient trop bas, & ſi leur ouverture inférieure étoit trop près de la matière. Dans cette conſtruction, c'eſt-

à-dire, en plaçant la ventouſe dans le haut de la voûte, & les tuyaux de deſcente auſſi bas qu'il eſt poſſible, la ventouſe formeroit une eſpèce de ventilateur, & les tuyaux de deſcente des ſiéges, au lieu d'aſpirer l'air infect & de le répandre dans les habitations, formeroient au contraire un canal de deſcente pour le renouvellement de l'air extérieur.

Quant à la vidange des foſſes, il reſte peu de précautions à ajouter à celles des ouvriers du ventilateur; elles ſont expoſées dans le Mémoire de M.rs Cadet de Vaux & Parmentier, que j'ai déjà cité, ainſi que dans le rapport des Commiſſaires de l'Académie; il ſeroit ſeulement à ſouhaiter que dans la vidange des foſſes dangereuſes, on épargnât moins la chaux, qu'on ne l'employât pas dans l'état de chaux vive, mais dans celui de chaux éteinte & délayée dans l'eau, parce qu'alors elle a une action plus marquée ſur l'air fixe; enfin l'alkali cauſtique, ou plutôt un mélange de chaux vive & d'alkali en liqueur, paroîtroit encore préférable dans certains cas, parce que ſon effet eſt plus prompt.

M. de Baer m'a communiqué une méthode dont on fait uſage à Straſbourg, & que l'on pourroit adopter dans quelques circonſtances: on n'y attend pas communément que les foſſes ſoient entièrement pleines pour les vider; la première choſe que l'on fait à l'ouverture de la foſſe, eſt d'y jeter une botte de paille enflammée; la chaleur occaſionnée par la combuſtion, établit un courant d'air qui renouvelle bientôt tout celui de la foſſe, & on y travaille enſuite ſans danger: ſi après s'être ainſi débarraſſé de l'air méphitique tout développé dans la foſſe, on prévenoit un nouveau dégagement par une addition copieuſe de chaux éteinte & d'alkali cauſtique, il eſt très-probable qu'on préviendroit tout accident: mais la méthode employée à Straſbourg, ne peut être conſeillée ſans inconvénient, que pour les foſſes diſpoſées de manière à laiſſer une iſſue par laquelle l'air inflammable s'échappe continuellement; car dans celles qui ſont terminées par une voûte plus élevée que l'origine du tuyau de deſcente des matières, & qui ne préſentent point

d'ouverture au paſſage de l'air inflammable, on riſqueroit en y jetant de la paille allumée, d'occaſionner une exploſion redoutable, & dont il y a quelquefois des exemples funeſtes.

Je ne puis me diſpenſer, avant de terminer ce Mémoire, de répondre à une queſtion qui ſe préſente naturellement, & qui m'a déjà été faite par pluſieurs Membres de l'Académie. Il eſt bien clair qu'il s'émane de la gadoue en fermentation, deux fluides éminemment méphitiques, & que quand il s'en eſt accumulé une certaine quantité dans les foſſes & qu'il y demeure ſtagnant, il doit faire périr preſque à l'inſtant les animaux qu'on y plonge: mais cette cauſe eſt-elle la ſeule qui rende les foſſes dangereuſes? les hommes n'y périſſent-ils que par défaut d'air reſpirable, ou bien ne s'émane-t-il pas de la gadoue des miaſmes irritans, qui, mêlés avec l'air reſpirable, le rendent néanmoins mortel? Je répondrai que nous ne pouvons juger & prononcer que ſur les matières que nous ſommes en état de meſurer, de raſſembler, de ſoumettre à des expériences; tels ſont les fluides aériformes qui ſe dégagent de la gadoue, & dont j'ai eſſayé de faire connoître la nature. Se dégage-t-il de cette matière d'autres fluides, d'autres molécules d'un ordre plus tenu, plus incoërcibles? ces molécules produiſent-elles ſur le poumon & ſur les organes des impreſſions dangereuſes? L'état actuel de nos connoiſſances ne nous permet pas dans ce moment de répondre complétement à ces queſtions. Il eſt bien ſûr qu'indépendamment des fluides élaſtiques aériformes, il ſe dégage encore de la gadoue des molécules odorantes, & peut-être des miaſmes d'une autre nature; mais rien ne conduit encore à conclure que ce ſoit dans les molécules odorantes ou dans ces miaſmes que réſide le principe du méphitiſme, puiſqu'il eſt de fait au contraire qu'on rencontre ſouvent des foſſes qui ont peu d'odeur & qui ſont méphitiques, & d'autres de l'odeur la plus dégoûtante, & qui n'affectent que médiocrement les organes des ouvriers; d'ailleurs, quand une cauſe connue ſuffit pour expliquer un effet, il ne faut pas ſe preſſer d'en admettre une autre éloignée

& inconnue, & on eſt au moins en droit de s'en tenir à la première, tant que rien ne la démontre inſuffiſante.

On a encore été étonné que je n'aie pas obtenu de gaz hépatique dans la combinaiſon de la gadoue avec les acides. Je n'oſerois pas aſſurer que l'air fixe qui ſe dégage dans cette combinaiſon, n'en contînt quelques légères portions; mais dans les foſſes que j'ai examinées, la quantité en étoit ſûrement très-petite, au point même de ne pouvoir être appréciée: je ne nie pas qu'il ne ſe trouve ſouvent du ſoufre dans la gadoue, & il doit par conſéquent s'y rencontrer du foie de ſoufre, mais je crois que ces ſubſtances y ſont accidentelles. Lorſqu'on fit, il y a deux ans, une fouille ſous la demi-lune du rempart près la porte Saint-Antoine, on parvint juſqu'au niveau d'une ancienne voierie, où de la gadoue avoit été très-anciennement accumulée: elle s'y étoit conſommée, & il ne reſtoit plus qu'une eſpèce de terreau noir; mais un fait remarquable, & que M. Fougeroux a communiqué à l'Académie dans le temps, c'eſt que tous les plâtras qui avoient été enveloppés dans les anciennes gadoues, étoient tous garnis de plaques ou de criſtalliſations de ſoufre.

Dans les obſervations nombreuſes que j'ai faites ſur le ſoufre qu'on tiroit de cette foſſe, je n'en ai pas trouvé un ſeul morceau qui ne fût appliqué ſur un plâtras, ou qui n'en fût extrêmement voiſin; par-tout où il n'y avoit point de plâtras, on n'apercevoit pas un atome de ſoufre: il ſembleroit donc que la gadoue ne fournit qu'un des deux matériaux du ſoufre; qu'il eſt néceſſaire, pour qu'il s'en forme, qu'elle ſe trouve en contact avec des corps ſuſceptibles de fournir de l'acide vitriolique comme les plâtras. La manière dont ſe ſe rencontre le ſoufre dans les foſſes d'aiſance, vient encore à l'appui de ces obſervations; il eſt ordinairement placé ſur les clés des voûtes, ſur des mortiers de plâtre, & en général ſur des corps qui ſont connus pour contenir de l'acide vitriolique. Tout concourt donc à faire croire que le ſoufre des foſſes eſt une production accidentelle.

Entre les différentes recherches dont l'objet que j'ai traité dans ce Mémoire, eſt encore ſuſceptible, il reſte à examiner la nature du principe odorant qui ſe diſſout avec une extrême facilité dans toutes les eſpèces d'air : nous ignorons ſi ce principe eſt de nature extractive ou réſineuſe, ſi on peut le détruire ou le décompoſer : les recherches ſur les odeurs en général, qui ne paroiſſent que curieuſes, peuvent avoir plus d'une application utile, & je me propoſe de m'en occuper.

OBSERVATION DE MERCURE, À LA ROCHEGUYON, SITUÉ PAR 49d 4′ 58″ DE LATITUDE, Le 12 Novembre 1782.

Faite par M.rs le Duc de la ROCHEFOUCAULD, DESMARETS, l'abbé ROCHON, le Marquis de SAINT-VALLIER & PATRICAULD.

LE moment de l'entrée a été bien obſervé, parce que le diſque du Soleil étoit bien terminé, mais la fluctuation de l'air a empêché qu'on obſervât auſſi-bien la ſortie de cette Planète; d'ailleurs le Soleil étoit trop près de l'horizon, pour que ſon diſque fût bien terminé : cependant nous penſons que l'erreur qu'il peut y avoir ſur le temps de la ſortie eſt peu conſidérable.

Entrée du premier bord de Mercure à 2h 53′ 33″ temps vrai.
Sortie totale de Mercure..... à 4. 20. 47″ temps vrai.

La Pendule avoit été réglée par cinq hauteurs correſpondantes du Soleil.

La Rocheguyon eſt 2′ 50″ de temps à l'occident de l'Obſervatoire royal de Paris, ſelon les Cartes de M. Caſſini.

OBSERVATION

OBSERVATION DU PASSAGE DE MERCURE, LE 12 NOVEMBRE 1782.

Par M. MÉCHAIN.

Préſenté le 21 Déc. 1782.

J'AI fait cette obſervation à l'hôtel de Noailles, rue Saint-Honoré, chez M. le Duc d'Ayen, & avec ſes inſtrumens. La marche de la pendule étoit très-bien connue; le temps vrai a été déterminé le jour même par des hauteurs correſpondantes du Soleil.

Lors de l'entrée de Mercure, les bords du Soleil étoient ondoyans & aſſez mal terminés. A $2^h\ 59'\ 30''$, temps vrai, Mercure entamoit le bord du Soleil aſſez conſidérablement.

J'ai jugé l'entrée totale, ou le

Premier contact intérieur à..... $3^h\ 2'\ 8''$ temps vrai.

M. le Duc d'Ayen a marqué le commencement de la ſortie, ou le

Second contact intérieur, à..... 4. 17. 43.
J'ai marqué la même phaſe à..... 4. 17. 46.

J'ai eſtimé l'incertitude de cette dernière obſervation de $5''$ au plus, car le bord du Soleil étoit paſſablement terminé. Nous nous ſervions de deux lunettes acromatiques de 3 pouces $\frac{1}{2}$ d'ouverture, & de 3 pieds $\frac{1}{2}$ de foyer, groſſiſſant environ quatre-vingts fois. Mercure n'étoit pas bien terminé, il paroiſſoit entouré d'une nébuloſité colorée, ſur-tout vers le bord du Soleil dont il étoit le plus près.

Pendant la durée du paſſage, j'ai meſuré pluſieurs diſtances du centre de Mercure au bord du Soleil le plus voiſin, avec un très-bon micromètre garni de fils de ſoie, adapté à l'une des deux lunettes acromatiques, & dont l'oculaire ne groſſiſſoit que quarante fois. Voici ces diſtances.

28″,5 douteuſe à	3ʰ 38′ 30″	
32,4	3. 42. 30.	
30,5	3. 45. 30.	
31,4	3. 49. 30.	Temps vrai.
29,5	3. 58. 30.	
25,7	4. 2. 30.	
19,9	4. 8. 0.	

Pour conclure de mes obſervations la longitude, la latitude vraie de Mercure, & le temps de la conjonction, j'ai calculé les élémens ſuivans, d'après les Tables du Soleil de M. de la Caille, & celles de Mercure de M. de la Lande.

Conjonct. de Mercure & du Soleil, par les Tables. 4ʰ 5′ 9″ temps vrai.

Long. comptée de l'équinoxe moyen, par les Tabl. 7ᶜ 20ᵈ 26′ 44″,2.

Latitude boréale géocentrique de Mercure..... 15. 52,6.

On n'a point eu égard ici à l'aberration.

Logarithme de la diſtance du Soleil à la Terre....	4,995114.
Logarithme de la diſtance vraie de Mercure au Soleil.	4,494142.
Logarithme de la diſtance réduite.....	4,494120.
Logar. de la diſtance réduite de Mercure à la Terre.	4,830485.
Mouvement horaire du Soleil.....	2′ 31″,15.
Mouvement horaire géocentrique de Mercure ſur l'Écliptique.....	3. 22,20.
Mouvement horaire géocentrique en latitude.....	0. 51,77.
Mouvement horaire géocentrique de Mercure ſur l'orbite relative.....	5. 56,53.
Diamètre du Soleil par les Tables.....	32. 24, 7.
Diamètre de Mercure.....	0. 9, 0.
Pararallaxe horizontale du Soleil.....	0. 8, 7.

Le diamètre de Mercure que j'ai adopté, tient un milieu entre celui que M. de la Lande a conclu du paſſage de 1753, & celui qui a été meſuré à Philadelphie, en 1769. J'ai diminué de 3″ le demi-diamètre du Soleil des Tables, dans le calcul de l'entrée & de la ſortie de Mercure.

Au moyen de ces élémens, j'ai conclu de mon obſervation de l'entrée & de la ſortie,

La conjonction vraie à.....	4^h	$3'$	$18'',00$	temps vrai.
Longitude géocentrique de Mercure, affectée de l'aberration, & comptée de l'équinoxe moyen.....	7^s 20^d	26.	39,4	de longitude.
Latitude géocentrique boréale vraie....		15.	52,1.	
Plus courte diſtance des centres.....		15.	38,13.	
Donc, la plus grande diſtance apparente du centre de Mercure au bord du Soleil.		0.	34,22,	

en ne diminuant point le demi-diamètre du Soleil, parce que cette diminution n'a pas lieu dans l'obſervation faite au micromètre.

Par la meſure actuelle, j'avois trouvé cette diſtance.....		0.	32,4.
La différence eſt.....		0.	1,8.
M. le Monnier a meſuré cette diſtance de.		0.	33,0.

Si ma diſtance obſervée & les élémens du calcul ſont exacts, il s'enſuit que la durée du paſſage eſt un peu trop grande. Mon obſervation de l'entrée totale s'accorde aſſez avec celle de M. le Monnier, il a même déterminé cette entrée $20''$ plus tôt. M. Dagelet qui obſervoit à l'École Militaire avec une lunette très-foible, l'a marquée ſeulement $20''$ environ plus tard que moi; mais pluſieurs Aſtronomes l'ayant obſervée au moins deux minutes plus tard, j'ai recommencé mes calculs, en ſuppoſant l'entrée totale à $3^h\,4'\,8''$ (quoique je n'aie aucun doute fondé ſur mon obſervation), & la ſortie toujours à..... $4^h\,17'\,46''$.

Alors j'ai trouvé

La conjonction vraie à.....	4^h	$4'$	$19'' \frac{1}{2}$	temps vrai.
Dans.....	7^s 20^d	26.	42	
Latitude géocentrique de Mercure.....		15.	53,5	
Plus grande diſtance du centre de Mercure au bord du Soleil le plus près.....			32,8	

ce qui s'accorde assez avec la mesure de M. le Monnier & la mienne.

Dans cette hypothèse, que je ne donne point pour la plus vraie, l'erreur des Tables de M. de la Lande, est de 24 secondes soustractive en longitude, & 5 secondes $\frac{1}{2}$ additive à la latitude géocentrique ; selon mon observation & mes premiers calculs, l'erreur des mêmes Tables seroit de 30 secondes soustractive de la longitude, & de 4 secondes $\frac{1}{2}$ additive à la latitude géocentrique par les Tables. Ainsi, malgré le peu d'accord des observations de l'entrée, faites à Paris, toute l'incertitude qui en résulte, n'est que de 6 secondes sur la longitude de Mercure, & elle est presque nulle sur la latitude.

Selon mon observation, j'ai trouvé que les Tables de Mercure de M. Halley, donnoient la longitude géocentrique trop avancée de $2' 00''$, & la latitude géocentrique trop petite de $13''$.

MÉMOIRE
SUR LA COMÈTE
Qui a paru à la fin de Juin & en Juillet 1781.

Par M. MÉCHAIN.

JE découvris cette Comète pendant la nuit du 28 au 29 Juin, vers onze heures; elle étoit placée à la tête de la grande Ourſe, entre les Étoiles *v* & *h* de cette Conſtellation. Je jugeai d'abord que c'étoit une Comète, parce que je ſavois que parmi toutes les nébuleuſes de la grande Ourſe, il n'y en avoit aucune qui eût cette poſition & qui fût auſſi belle. J'examinai la nouvelle Comète avec une lunette acromatique à triple objectif, de 3 pouces $\frac{1}{2}$ d'ouverture & de 3 pieds $\frac{1}{2}$ de foyer, & dont l'oculaire ne groſſiſſoit que 40 fois, afin d'avoir plus de lumière; je remarquai un noyau aſſez vif au centre, mais il n'étoit pas terminé, la lumière alloit en dégradant inſenſiblement, il n'y avoit pas de queue diſtincte: le diamètre de la Comète, y compris la nébuloſité, étoit d'environ trois minutes, on ne l'apercevoit cependant point à la vue ſimple, même après le coucher de la Lune.

Lû le 22 Juin 1782.

Je commençai par comparer la Comète à une Étoile de ſeptième grandeur, qui paſſoit peu de temps avant, & dont je déterminai, quelques jours après, la poſition par une étoile de la grande Ourſe, déſignée ſous la lettre *c* dans le Catalogue de Flamſtéed: j'eſſayai enſuite de comparer la Comète à l'étoile α de la grande Ourſe, je n'y réuſſis qu'en partie, car l'Étoile entra à peine dans le champ de la lunette, de ſorte que je n'eus ſon paſſage qu'à un ſeul fil horaire, & que je ne pus qu'eſtimer la différence des déclinaiſons: le jour vint terminer mes obſervations de cette nuit.

Le lendemain 29, vers onze heures du ſoir, je comparai

la Comète à la 42.e étoile de la grande Ourſe; ſa lumière m'a paru augmentée, on ne la diſtinguoit point ſans lunette, même dans le plus ſombre de la nuit; je la jugeai un peu plus brillante que la nébuleuſe placée entre le genou & la jambe gauche d'Hercule, qui a été découverte par M. Meſſier, au mois de Mars de la même année: M. de la Lande qui vint ce même ſoir chez moi pour y voir cette Comète, voulut bien ſe charger d'en préſenter le lendemain à l'Académie, l'annonce & les deux premières obſervations.

Le 30, mêmes apparences à peu-près; je déterminai la poſition de la Comète par l'étoile, *n.°* 41, de la grande Ourſe.

Le 1.er Juillet, je la comparai à la 36.e de la grande Ourſe; le 2, à l'étoile ϕ de la même Conſtellation; le 3, le ciel fut couvert.

Le 4, je déterminai la poſition de la Comète par l'étoile, *n.°* 31, de la grande Ourſe; le 5, par l'étoile χ de la même Conſtellation: la grande clarté de la Lune m'empêcha tous ces jours-ci, de bien juger des apparences de la Comète, cependant je la trouve aujourd'hui plus lumineuſe qu'elle n'avoit encore été.

Le 6, je la comparai à l'étoile ω de la grande Ourſe; le 7, à la 47.e de la même Conſtellation: la lumière étoit augmentée ſenſiblement, la nébuloſité plus large, & l'on remarquoit, dans la lunette, une queue de pluſieurs minutes d'étendue; ce fut ce même jour qu'elle paſſa au périhélie.

Le 8, les apparences étoient à peu-près les mêmes, je déterminai le lieu de la Comète par l'étoile, *n.°* 51, de la grande Ourſe: le mauvais temps ſurvint enſuite, je ne revis plus la Comète avant le 12, mais ce ne fut qu'à travers les nuages & ſans pouvoir l'obſerver. Le 13, le ciel étoit encore très-couvert, cependant je l'aperçus dans une ouverture de nuages, & je la comparai à la hâte à une petite Étoile indéterminée, de huitième grandeur, au dos du Lion; la Comète la ſuivoit de $2' 21''$ de temps moyen, en aſcenſion droite, & paſſoit plus au ſud de $21' 6''$; il étoit $10^h 22'$ de temps

moyen, la Comète me parut une fois plus grande que le 28 Juin, ſa queue étoit très-bien marquée.

Le 14, elle ne me parut point auſſi claire, mais la proximité de l'horizon & les vapeurs devoient en diminuer les apparences; je la comparai à la 8.e étoile du Lion.

Le 15, je l'obſervai pour la dernière fois, en la comparant à la 88.e étoile du Lion & à β de la queue; les bâtimens qui m'entourent & la rapidité du mouvement de cette Comète, m'empêchèrent de la ſuivre plus long-temps (M. Meſſier l'obſerva encore le 16), elle diſparut peu de jours après de deſſus l'horizon de Paris; mais comme elle avoit eu un mouvement de $40^d\ 3'$ en longitude, & de $35^d\ 3'$ en latitude, depuis le 28 Juin juſqu'au 15 Juillet, je pouvois très-bien déterminer les élémens de ſon orbite dans l'hypothèſe parabolique, je les avois déjà ébauchés ſur mes premières obſervations, je les rectifiai enſuite ſur celles que je jugeai les plus exactes.

Cette Comète a été auſſi obſervée par M. Meſſier à Paris, par M. Darquier à Toulouſe, & par M. le chevalier d'Angos à Rouen; c'eſt tout ce dont j'ai eu connoiſſance, elle n'a jamais paru à la vue ſimple, du moins il ne ma point été poſſible de l'apercevoir ſans lunette.

Voici les élémens de l'orbite que j'ai calculés ſur mes ſeules obſervations, on verra que l'erreur ne va point au-delà de $1'\ 30''$, & qu'elle eſt ſouvent au-deſſous d'une minute: la Comète a parcouru ſur ſon orbite un arc de $33^d\ 54'\ 0''$; ſa latitude héliocentrique a diminué de $33^d\ 28'\ 16''$, depuis le 28 Juin juſqu'au 15 Juillet.

Nœud aſcendant..... $2^s\ 23^d\ 0'\ 38''$

Inclinaiſon..... $81.\ 43.\ 26.$

Lieu du périhélie ſur l'orbite..... $7.\ 29.\ 11.\ 25.$

Diſtance périhélie 0,77586. Logarithme 9,889784.

Paſſage au périhélie, 7 Juillet, à $4^h\ 41'\ 20''$, temps moyen à Paris.

Mouvement direct.

Cette Comète eſt la ſoixante-ſixième dont on ait calculé l'orbite, il n'y en a que ſept dont les inclinaiſons ſoient plus grandes; elle a été le 13 Juillet à la plus grande proximité de la Terre, un peu au-deſſous de 0,546.

Je joins ici deux Tables, dont la première contient la date & le temps moyen de chaque obſervation, les noms des Étoiles auxquelles la Comète a été comparée, leurs numéros, ſelon le Catalogue de Flamſtéed, l'aſcenſion droite & la déclinaiſon apparente de chacune de ces Étoiles, les différences en aſcenſion droite & en déclinaiſon, obſervées entre les Étoiles & la Comète; d'où l'on pourra tirer facilement l'aſcenſion droite & la déclinaiſon apparente de la Comète, en faiſant attention que le ſigne + indique que la Comète étoit plus avancée en aſcenſion droite que l'Étoile, ou qu'elle étoit plus boréale: on ſera par ce moyen à portée de rectifier les poſitions de la Comète, ſi l'on trouvoit qu'il y eût quelque choſe à changer à celles des Étoiles; j'ai tiré celles-ci du Catalogue de Flamſtéed, ou des Catalogues plus récens, quand je les y ai trouvées, en les réduiſant exactement à l'époque de chaque obſervation; elles ſont affectées de l'aberration & de la nutation. La ſeconde Table comprend les longitudes & latitudes vraies de la Comète, calculées ſur les aſcenſions droites & déclinaiſons conclues de la Table précédente; elles ſont de plus dégagées de l'aberration de la Comète, & de la nutation: la même Table contient auſſi les différences de ces longitudes & latitudes, avec celles calculées par les élémens, elles ſont affectées du ſigne + quand la théorie a donné plus; on y trouve enfin les diſtances de la Comète au Soleil & à la Terre, pour l'inſtant de chaque obſervation. J'aurois pu diminuer encore les erreurs, mais cela m'a paru aſſez inutile, parce que le mouvement de la Comète étoit rapide, & que ces erreurs n'excèdent pas celles qu'on peut craindre dans les poſitions des Étoiles tirées du Catalogue de Flamſtéed, ſur-tout ſi l'on y joint encore la petite incertitude à laquelle eſt aſſujettie l'obſervation des Comètes, car il eſt aſſez difficile de bien eſtimer le paſſage du centre aux fils du micromètre.

PREMIÈRE

PREMIÈRE TABLE.

MOIS.	TEMPS MOYEN.	NOMS des ÉTOILES.	ASCENSION droite APPARENTE.	DÉCLIN. APPARENTE.	DIFFÉR. D'ASCEN droite avec la Comète.	DIFFÉREN. en DÉCLIN. avec la Comète
	H. M. S.		D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	M. S.
Juin... 28	13. 27. 50	Étoile de 7.e gr.	144. 43. 22	62. 8. 28	+ 2. 8. 28	+ 20. 42
29	11. 5. 0	42.e gr. Ourſe.	159. 24. 42	60. 28. 55	— 10. 25. 57	+ 27. 35
30	10. 8. 34	41.e gr. Ourſe.	158. 9. 29	58. 31. 33	— 7. 6. 32	+ 38. 30
Juillet 1	10. 3. 60	36.e gr. Ourſe.	154. 7. 35	57. 5. 56	— 1. 6. 56	+ 4. 7
2	10. 31. 35	φ gr. Ourſe..	144. 17. 2	55. 5. 0	+ 10. 37. 14	— 5. 44
4	9. 45. 53	31.e gr. Ourſe.	145. 19. 25	50. 50. 35	+ 12. 49. 26	— 31. 32
5	11. 12. 30	χ gr. Ourſe..	132. 10. 29	48. 0. 30	+ 27. 31. 38	— 27. 49
6	9. 48. 36	ω gr. Ourſe..	160. 20. 26	44. 21. 3	+ 0. 37. 13	+ 37. 52
7	10. 55. 36	47.e gr. Ourſe.	161. 46. 18	41. 35. 27	+ 0. 26. 12	+ 22. 16
8	9. 38. 18	51.e gr. Ourſe.	163. 3. 51	39. 24. 51	+ 0. 13. 2	— 16. 52
14	10. 16. 0	86.e du Lion.	169. 46. 2	19. 36. 31	— 1. 23. 53	— 11. 18
15	10. 17. 30	β du Lion...	174. 28. 24	15. 47. 48	— 5. 30. 4	+ 17. 24

SECONDE TABLE.

MOIS & JOURS.	LONGIT. vraie de la COMÈTE observée.	LATITUDE vraie de la COMÈTE observée.	ERREUR en LONGIT.	ERREUR en LATITUDE.	LA DISTANCE moyenne du SOLEIL à la TERRE = 1,0. DIST. de la Com. au SOL.	DIST. de la Com. à la TERR.
	D. M. S.	D. M. S.	M. S.	M. S.		
Juin 28	123. 29. 41	45. 28. 20 B	+ 0. 30	+ 1. 0	0,7939	0,7236,
29	125. 47. 3	44. 35. 37	+ 0. 4	0. 0	0,7904	0,7069,
30	128. 13. 50	43. 31. 57	+ 0. 21	— 0. 14	0,7870	0,6885,
Juillet 1	130. 46. 50	42. 16. 29	+ 1. 22	+ 0. 43	0,7840	0,6699,
2	133. 24. 51	40. 51. 56	+ 1. 30	+ 0. 14	0,7814	0,6518,
4	138. 30. 7	37. 40. 31	+ 1. 1	+ 0. 11	0,7778	0,6201,
5	141. 13. 56	35. 41. 28	— 0. 18	+ 0. 50	0,7766	0,6047,
6	143. 35. 55	33. 48. 27	— 0. 3	+ 0. 4	0,7760	0,5928,
7	146. 10. 12	31. 30. 55	+ 1. 6	+ 1. 27	0,7759	0,5803,
8	148. 27. 58	29. 20. 9	+ 0. 54	+ 1. 7	0,7762	0,5708,
14	161. 38. 4	13. 14. 43	— 0. 41	+ 0. 33	0,7886	0,5460,
15	163. 31. 54	10. 25. 2	+ 0. 2	— 0. 6	0,7923	0,5482,

Quoique je n'aie rapporté qu'une obſervation à chaque jour, j'en ai cependant fait pluſieurs toutes les fois qu'il n'y pas eu un trop grand intervalle de temps entre le paſſage de l'Étoile & celui de la Comète; dans ce cas j'ai toujours pris le réſultat moyen: de plus, les différences d'aſcenſion droite ont toujours été conclues des paſſages aux trois fils horaires du micromètre.

MÉMOIRE

CONTENANT

LES OBSERVATIONS ET LA THÉORIE

DE LA SECONDE COMÈTE DE 1781.

Par M. MÉCHAIN.

LE 9 Octobre, vers quatre heures du matin, je decouvris, avec ma lunette acromatique, une petite nébulosité, près de l'étoile ♑ du Cancer; je soupçonnai que c'étoit une nouvelle Comète qui commençoit à paroître; elle étoit très-foible & sans apparence de queue; la Lune qui n'en étoit éloignée que de 35 à 36 degrés, contribuoit beaucoup à diminuer la lumière de la Comète, dont le centre paroissoit cependant assez lumineux; le diamètre du noyau, y compris la nébulosité qui l'entouroit, étoit tout au plus de deux minutes. Je trouvai par un milieu, entre plusieurs observations, qu'à $4^h\ 43'\ 9''$, temps moyen, la Comète précédoit ♑ du Cancer au fil horaire, de $1^d\ 24'\ 14''$, & qu'elle étoit plus boréale de $1'\ 58''$; donc l'ascension droite de la Comète étoit de $126^d\ 39'\ 34''$, & sa déclinaison boréale de $18^d\ 58'\ 49''$. J'ai fait cette observation & les suivantes avec une lunette acromatique de trois pieds & demi de foyer, garnie d'un très-bon micromètre à fils. 1782.

Le 10 au matin, je m'aperçus que cette nébulosité s'étoit un peu élevée vers le Nord, ce déplacement m'assura que c'étoit une Comète: la Lune en étoit encore plus près que la veille, de sorte que je ne pus porter aucun jugement sur l'augmentation ou sur la diminution de sa lumière. Je comparai la Comète à la même étoile ♑ du Cancer; à $4^h\ 50'\ 0''$, temps moyen, elle précédoit l'Étoile au fil horaire de $1^d\ 12'\ 49''$, & elle étoit plus boréale de $24'\ 32''$; d'où je conclus l'ascension droite de la Comète de $126^d\ 50'\ 59''$, & sa déclinaison boréale de $19^d\ 21'\ 23''$.

Le 11, quoique la Lune ne fût éloignée de la Comète que de dix à onze degrés, je crus m'apercevoir de l'augmentation de la lumière de la Comète. Je déterminai par plusieurs observations, qu'à $4^h\ 28'\ 0''$, temps moyen, au matin, la Comète étoit à l'Orient de l'Étoile, *n.° 344 du Catalogue de Mayer*, de $2^d\ 15'\ 7''$, & plus nord de $1'\ 53''$; donc, ascension droite de la Comète $127^d\ 2'\ 5''$, déclinaison boréale $19^d\ 44'\ 47''$.

Le 12 & le 13, le ciel fut couvert.

Le 14 à 3 heures du matin, la Comète étoit très-près d'une Étoile de huitième à neuvième grandeur; je la suivis avec la lunette acromatique, garnie de son fort équipage: l'Étoile ne disparut point derrière le disque de la Comète, quoiqu'elle fût plongée dans la nébulosité; mais j'ai remarqué que le centre de la Comète passoit un peu au Midi de l'Étoile, qui n'étoit par conséquent point derrière le vrai noyau, & ce noyau me parut extrêmement petit & peu distinct; avec une lunette moins forte on auroit pu croire que le centre de la Comète avoit passé devant l'Étoile. Après que l'Étoile fut dégagée de la nébulosité, je ne vis point d'augmentation sensible dans la lumière de la Comète, depuis le 11; il étoit impossible de l'apercevoir à la vue simple, quoique le ciel fût très-serein & la lumière de la Lune très-foible; la Comète étoit d'ailleurs parmi les Étoiles de la nébuleuse du Cancer; à $3^h\ 35'\ 0''$, temps moyen, elle suivoit au fil horaire l'Étoile, *n.° 356 du Catalogue de Mayer*, de $0^d\ 46'\ 37''\ \frac{1}{2}$, & elle étoit plus boréale de $19'\ 33''$; donc son ascension droite étoit de $127^d\ 39'\ 25''$, & sa déclinaison borale $21^d\ 5'\ 40''$.

A $4^h\ 8'\ 0''$, temps moyen, la Comète étoit plus orientale que ν du Cancer, de $2^d\ 38'\ 41''$, & plus australe de $4'\ 3''$; donc son ascension droite étoit de $127^d\ 39'\ 30''$, & sa déclinaison $21^d\ 6'\ 20''$.

Le 15 au matin, le ciel étant parfaitement clair, la Comète me parut avoir une queue très courte & en forme d'éventail; à $4^h\ 58'\ 0''$, temps moyen, elle suivoit ν du Cancer

au fil horaire, de $2^d\ 53'\ 28''\frac{1}{2}$, & elle étoit plus boréale de $28'\ 46''$; donc ſon aſcenſion droite étoit de $127^d\ 54'\ 17''$, & ſa déclinaiſon boréale de $21^d\ 39'\ 8''\frac{1}{2}$. A $5^h\ 11'$, temps moyen, la Comète étoit à l'orient de γ du Cancer, de $0^d\ 14'\ 47''\frac{1}{2}$, & plus auſtrale de $35'\ 10''$; d'où je conclus ſon aſcenſion droite de $127^d\ 54'\ 15''$, ſa déclinaiſon de $21^d\ 39'\ 24''$.

Le 17, à $4^h\ 55'\ 0''$, temps moyen, la Comète ſuivoit γ du Cancer au fil horaire, de $0^d\ 43'\ 22''$, elle étoit plus boréale de $36'\ 4''\frac{1}{2}$; d'où j'ai tiré ſon aſcenſion droite de $128^d\ 22'\ 50''$, ſa déclinaiſon boréale de $22^d\ 50'\ 38''$.

Le 18, le ciel étoit très-ſerein, j'ai commencé à ſoupçonner que j'apercevois la Comète à la vue ſimple; à $4^h\ 51'\ 30''$, temps moyen, elle paſſoit $5^d\ 32'\ 9''\frac{1}{2}$ avant 1 ξ du Cancer, & $35'\ 31''$ plus nord; donc ſon aſcenſion droite étoit de $128^d\ 38'\ 22''\frac{1}{2}$, ſa déclinaiſon de $23^d\ 30'\ 22''$.

Le 20, à $5^h\ 8'\ 38''$, temps moyen, la Comète précédoit ν du Cancer au fil horaire, de $3^d\ 15'\ 32''$, elle étoit plus auſtrale de $15'\ 22''$; donc ſon aſcenſion droite étoit de $129^d\ 13'\ 34''$, ſa déclinaiſon boréale de $25^d\ 2'\ 43''$.

Le 23, à $5^h\ 14'\ 0''$, temps moyen, la Comète précédoit une petite Étoile de ſept à huitième grandeur, de $0^d\ 3'\ 38''$, elle étoit plus boréale de $13'\ 33''$; M. Dagelet ayant comparé, avec ſon mural, cette Étoile à 2 φ du Cancer, j'en ai conclu l'aſcenſion droite pour le 23 Octobre, de $130^d\ 19'\ 55''$, la déclinaiſon de $27^d\ 45'\ 16''\frac{1}{2}$; donc l'aſcenſion droite de la Comète de $130^d\ 16'\ 17''$, la déclinaiſon boréale de $29^d\ 58'\ 40''$.

Le 24, la queue de la Comète étoit très-ſenſible par la lunette, à $4^h\ 16'\ 30''$ temps moyen, ſon noyau ſuivoit 1 ι du Cancer au fil horaire de $2^d\ 18'\ 45''$, & il étoit plus auſtral de $26'\ 16''$; d'où j'ai conclu l'aſcenſion droite de la Comète, de $130^d\ 40'\ 38''$, ſa déclinaiſon boréale de $29^d\ 6'\ 32''$; le ciel fut enſuite couvert juſqu'au 28.

Le 28, à $1^h\ 45'\ 20''$, temps moyen, au matin, la Comète paſſoit au fil horaire, $4^d\ 0'\ 25''$ avant la 40.e du Lynx, ſelon le Catalogue de Flamſtéed, elle étoit exactement ſur le

même parallèle; j'en ai tiré l'aſcenſion droite de la Comète, de $132^d\ 55'\ 21''$, ſa déclinaiſon boréale de $35^d\ 18'\ 34''$: la Comète ſe diſtinguoit très-aiſément à la vue ſimple, le noyau étoit bien détaché de la chevelure qui paroiſſoit fort étendue dans la lunette.

Le temps fut très-mauvais juſqu'au 4 de Novembre, cependant j'aperçus la Comète le 1.er de ce mois, mais les nuages ne me laiſsèrent pas le temps de l'obſerver.

Le 4 Novembre, à $7^h\ 16'\ 17''$ du ſoir, temps moyen, la Comète précédoit α de la grande Ourſe, de $11^d\ 6'\ 19''$, & elle étoit plus boréale de $40'\ 21''$; donc ſon aſcenſion droite étoit de $151^d\ 25'\ 16''\frac{1}{2}$, ſa déclinaiſon de $63^d\ 36'\ 11''$, en tenant compte de la parallaxe de hauteur qui étoit de 28 ſecondes; la Comète bien diſtincte à la vue ſimple, même après le lever de la Lune, & quoique le ciel fût fort embrumé & parſemé de bandes de légers nuages.

Le 6, à $7^h\ 36'\ 36''$ du ſoir, temps moyen, la Comète paſſoit $40^d\ 0'\ 56''$ avant β de la petite Ourſe, & $3'\ 4''$ moins nord; j'en ai conclu l'aſcenſion droite de $182^d\ 52'\ 4''\frac{1}{2}$, la déclinaiſon de $75^d\ 0'\ 15''\frac{1}{2}$, l'une & l'autre corrigées de la parallaxe.

Le 7, je trouvai par pluſieurs comparaiſons, qu'à $5^h\ 56'\ 20''$, temps moyen, la Comète précédoit a de la petite Ourſe, de $33'\ 5''$, & qu'elle étoit plus nord de $23'\ 11''$; d'où j'ai tiré ſon aſcenſion droite de $216^d\ 30'\ 48''$, ſa déclinaiſon boréale de $77^d\ 3'\ 20''$, en ayant égard à la parallaxe.

Le même ſoir, à $11^h\ 12'\ 22''$, temps moyen, la Comète ſuivoit, au fil horaire, une Étoile de 7 à 8.e grandeur, de $3^d\ 2'\ 0''$; elle étoit moins boréale de $7'\ 54''5$: ayant enſuite déterminé pour ce jour l'aſcenſion droite de l'Étoile, de $222^d\ 24'\ 15''$, ſa déclinaiſon de $76^d\ 56'\ 34''$, j'en ai conclu l'aſcenſion droite de la Comète, $225^d\ 26'\ 31''$, ſa déclinaiſon boréale de $76^d\ 49'\ 7''$, l'une & l'autre corrigées de la parallaxe. La queue de la Comète, vue par une lunette de nuit, paroiſſoit avoir 3 à 4 degrés de longueur, la chevelure environ 20 minutes de diamètre; le noyau étoit très-vif, mais non terminé.

Le 8, j'ai eſſayé de comparer la Comète à γ de la petite

Ourſe, mais les nuages m'ont empêché de voir l'Étoile à ſon paſſage; l'ayant comparée à une petite Étoile que je liai le jour ſuivant avec γ, j'en ai conclu que le 8, à $12^h\ 24'\ 29''$, temps moyen, la Comète étoit plus avancée en aſcenſion droite que γ, de $27^d\ 59'\ 42''\ \frac{1}{2}$, & moins boréale de $24'\ 48''$; donc, en ayant égard d'ailleurs à la parallaxe, l'aſcenſion droite de la Comète étoit alors de $258^d\ 17'\ 34''$, ſa déclinaiſon de $72^d\ 12'\ 14''$; la Comète toujours plus apparente à la vue ſimple, avec une queue de 3 à 4 degrés dans la lunette de nuit.

Le 9, la Comète a été en oppoſition avec le Soleil, entre ſix à ſept heures du ſoir, elle n'étoit qu'à 40 minutes du pôle de l'Écliptique; à $6^h\ 30'\ 35''$, temps moyen, je déterminai par δ du Dragon, ſon aſcenſion droite de $271^d\ 20'\ 36''$, ſa déclinaiſon de $66^d\ 58'\ 44''$: à $12^h\ 12'\ 2''$, temps moyen, je fixai encore ſon aſcenſion droite de $274^d\ 8'\ 57''$, ſa déclinaiſon de $65^d\ 12'\ 3''$, en la comparant à la 42.e étoile du Dragon: la Comète étoit ſi près du pôle de l'Ecliptique, le 8 & le 9, qu'une légère erreur dans l'obſervation ou dans la poſition des Étoiles, en produit une très-conſidérable ſur la longitude de la Comète; par cette raiſon je n'ai fait uſage que de la latitude de ces deux jours pour la comparer aux élémens de l'orbite.

Le 10 & le 11, le ciel fut couvert & il plut beaucoup: le 12 je comparai la Comète, à travers la brume à δ du Cygne; à $9^h\ 17'\ 54''$, temps moyen, elle précédoit l'Étoile, de $3^d\ 48'\ 7''$, & elle étoit plus boréale de $34'\ 17''$; j'en ai conclu, en corrigeant l'effet de la parallaxe, l'aſcenſion droite de la Comète, de $290^d\ 44'\ 25''$, la déclinaiſon de $45^d\ 10'\ 58''$.

Le 14, je n'eus qu'un inſtant entre les nuages pour comparer la Comète à une Étoile de ſeptième grandeur, que je liai dans les jours ſuivans avec η du Cygne: de ces obſervations j'ai déduit que le 14, à $10^h\ 46'\ 16''$, temps moyen, la Comète étoit à l'occident de η, de $1^d\ 59'\ 50''$, & plus au nord, de $3'\ 35''$; donc aſcenſion droite de la Comète, $295^d\ 1'\ 8''$; déclinaiſon $34^d\ 35'\ 11''$, l'une & l'autre corrigées

de l'effet de la parallaxe : l'obſervation de ce jour eſt douteuſe.

Le 17, à $8^h\ 29'\ 44''$, temps moyen, la Comète ſuivoit au fil horaire la ſeizième étoile du Renard, de $0^d\ 0'\ 37''\frac{1}{2}$ & elle étoit plus boréale de $2'\ 6''$; donc, en ayant égard à la parallaxe, aſcenſion droite de la Comète, $298^d\ 11'\ 38''$; déclinaiſon, $24^d\ 22'\ 50''$: la Comète paroiſſoit ſenſiblement diminuée, la queue avoit encore pluſieurs degrés d'étendue dans la lunette de nuit.

Le 19, à $5^h\ 51'\ 54''$, temps moyen, la Comète ſuivoit η de la flèche au fil horaire, de $0^d\ 35'\ 36''$; elle étoit plus boréale de $20'\ 57''\frac{1}{2}$; d'où j'ai tiré ſon aſcenſion droite de $299^d\ 27'\ 26''$, ſa déclinaiſon de $19^d\ 43'\ 30''$, en corrigeant l'effet de la parallaxe.

Le 22, on voyoit encore très-bien la Comète à l'œil nu, cependant elle étoit diminuée au moins de moitié : à $5^h\ 57'\ 30''$ elle précédoit ρ de l'Aigle, de $0^d\ 13'\ 9''$; elle étoit plus auſtrale de $10'\ 32''$; donc ſon aſcenſion droite étoit de $300^d\ 48'\ 20''$, ſa déclinaiſon boréale de $14^d\ 21'\ 50''$, dégagée de la parallaxe.

Le 25, à $7^h\ 16'\ 21''$, temps moyen, la Comète précédoit ε du Dauphin au fil horaire, de $3^d\ 56'\ 59''$; elle étoit plus auſtrale de $2'\ 44''$; donc ſon aſcenſion droite étoit de $301^d\ 44'\ 41''$, ſa déclinaiſon $10^d\ 31'\ 44''$.

Le 1.er Décembre, on ne diſtinguoit plus la Comète à la vue ſimple, mais on voyoit encore une légère trace de queue par la lunette : à $6^h\ 2'\ 40''$, temps moyen, elle ſuivoit β de l'Aigle, de $6^d\ 42'\ 21''$, & elle étoit plus auſtrale de $16'\ 49''$; d'où j'ai conclu ſon aſcenſion droite de $300^d\ 50'\ 55''\frac{1}{2}$, ſa déclinaiſon boréale de $5^d\ 35'\ 47''$. J'ai négligé la parallaxe dans cette Obſervation & dans les ſuivantes, parce que la Comète étoit trop éloignée de la Terre pour que l'effet en fût ſenſible.

Le 10 Décembre, le ciel étant très-ſerein, j'ai encore aperçu la Comète à la vue ſimple, mais très-difficilement, la queue me parut avoir environ trois degrés de longueur, étant vue par la lunette de nuit ; à $7^h\ 34'\ 50''$, temps moyen, le

le noyau passa au fil horaire $8^d\,25'\,15''$ après η *d'Antinoüs*, & il étoit plus nord de $45'\,38''$; donc l'ascension droite étoit de $303^d\,45'\,22''$, la déclinaison boréale de $1^d\,13'\,10''$.

Le 12, à $5^h\,37'\,39''$, temps moyen, la Comète suivoit η *d'Antinoüs* au fil horaire de $8^d\,33'\,54''$, elle étoit plus boréale de $6'\,18''$; d'où j'ai conclu son ascension droite de $303^d\,54'\,1''$, sa déclinaison boréale de $0^d\,33'\,50''\,\frac{1}{2}$.

Le 20, à $6^h\,6'\,30''$, temps moyen, la Comète étoit à l'Orient de θ *d'Antinoüs* de $4^d\,20'\,58''$, & $12'\,26''$ plus australe; donc son ascension droite étoit de $304^d\,21'\,25''$, sa déclinaison australe de $1^d\,39'\,53''$.

Le 25, à $6^h\,31'\,0''$, temps moyen, la Comète précédoit au fil horaire, la 70.e de l'Aigle & d'*Antinoüs*, selon le Catalogue de Flamstéed, de $1^d\,44'\,10''$; elle étoit plus boréale de $35'\,6''$; donc son ascension droite étoit de $304^d\,35'\,25''$, sa déclinaison australe de $2^d\,42'\,47''$.

J'aurois pu revoir la Comète le 26 Décembre; mais comme son mouvement étoit fort ralenti, je me proposai d'attendre quatre à cinq jours, afin de la comparer à la 69.e étoile de l'Aigle & d'*Antinoüs*: la vivacité de sa lumière me faisoit espérer de la suivre encore jusqu'au 7 ou 8 Janvier: le ciel a été si constamment couvert, que je ne pus la rechercher que le 11 Janvier, mais il ne me fut pas possible de la retrouver; elle étoit alors très-éloignée de la Terre, & se couchoit dans le crépuscule: d'ailleurs son mouvement étoit devenu si lent, qu'il étoit bien peu important de l'observer plus long-temps.

Cette Comète a décrit, depuis le 9 Octobre jusqu'au 25 Décembre, un arc apparent d'environ 164 degrés, presque perpendiculairement à l'Écliptique, quoique l'inclinaison vraie de son orbite ne soit que de $27^d\,13'$: elle a traversé le Cancer, la queue du Lynx, la grande Ourse, la petite Ourse, le Dragon, le cou du Cygne, le Renard, la Flèche; elle a passé entre le Dauphin & l'Aigle; enfin elle a disparu près de la main d'*Antinoüs*. J'ai déterminé les élémens de son orbite par la méthode ordinaire, sur l'ensemble de mes Observations: les voici.

Nœud aſcendant. . . . . 2ˢ 17ᵈ 22′ 52″
Inclinaiſon de l'orbite. . . . . 0. 27. 13. 8.
Lieu du périhélie ſur l'orbite. . . . . 0. 16. 3. 28.
Diſtance périhélie 0,961013, dont le logarithme eſt 9,9827293.
Paſſ. au périhélie, le 29 Nov. à 12ʰ 41′ 46″, temps moyen à Paris.
Mouvement réel rétrograde.

C'eſt la 67.ᵉ dont on ait calculé l'orbite.

M. de la Place ayant bien voulu me communiquer une méthode analytique très-générale & fort élégante, qu'il a fait imprimer depuis dans le Volume de l'Académie, pour l'année 1780, j'ai eſſayé d'en faire l'application à la recherche des élémens de cette Comète. J'ai choiſi un cas qui échappe à la méthode de Newton, celui où le mouvement en longitude eſt infiniment plus petit que le mouvement en latitude. J'ai pris cinq Obſervations du mois de Novembre, dont les extrêmes étoient éloignées entr'elles d'un intervalle de onze jours, durant lequel le mouvement géocentrique en longitude n'a été que de 33′ 8″, tandis que celui en latitude a été de 25ᵈ 18′ 26″. La première approximation m'a donné la diſtance périhélie, à trois millièmes près, & le temps du paſſage au périhélie à moins d'un quart de jour; on doit ſentir par-là l'avantage de cette méthode. J'ai enſuite rectifié ces élémens approchés de la manière indiquée dans le Mémoire de M. de la Place, où l'on trouvera les détails & les réſultats de mes calculs.

J'ai réuni dans la Table ſuivante les longitudes & les latitudes géocentriques de la Comète, calculées d'après les Obſervations que je viens de détailler: ces longitudes & latitudes ſont dégagées de l'aberration de la Comète & de la nutation. J'ai placé dans deux colonnes de cette Table, les différences entre l'Obſervation & le Calcul fait ſur mes premiers élémens rapportés ci-deſſus. Les deux dernières colonnes indiquent la diſtance de la Comète au Soleil, & celle a la Terre à l'inſtant de chaque Obſervation: enfin, pour que l'on ſoit à portée de vérifier dans tous les temps mes poſitions de la Comète, j'ai placé dans une ſeconde Table, les aſcenſions droites & déclinaiſons apparentes des Étoiles affectées de l'aberration & de la nutation.

TABLE I. *Des Longitudes & Latitudes géocentriques de la seconde Comète de 1781, comparées au calcul fait sur les élémens de l'orbite.*

MOIS & JOURS.	TEMPS MOYEN.	LONGIT. OBSERVÉE.	LATITUDE OBSERVÉE.	LES ÉLÉMENS donnent en LONG.	LES ÉLÉMENS donnent en LATIT.	DIST au SOL.	DIST à la TERRE.
	H. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	M. S.	M. S.		
Octobre 8	16. 43. 9	124. 22. 37	0. 12. 49 A.	0. 0	0. 0		
9	16. 50. 0	124. 27. 42	0. 11. 40 B.	+ 0. 6	— 0. 7	1,294	1,171.
10	16. 28. 0	124. 32. 16	0. 36. 55 B.	+ 0. 34	+ 0. 1	1,283	1,135.
13	16. 8. 0	124. 46. 36	2. 4. 33	+ 0. 39	+ 0. 18	1,251	1,027.
14	16. 58. 0	124. 51. 56	2. 39. 42	— 0. 5	+ 0. 3	142,1	0,989.
16	16. 55. 0	124. 59. 56	3. 55. 31	+ 0. 23	— 0. 9	1,210	0,916.
17	16. 51. 30	125. 3. 55	4. 37. 33	+ 0. 39	+ 0. 18	1,210	0,879.
19	17. 8. 38	125. 11. 46	6. 15. 2	— 0. 2	+ 0. 20	1,190	0,806.
22	17. 14. 0	125. 20. 52	9. 19. 32	+ 0. 14	— 0. 6	1,161	0,696.
23	16. 16. 30	125. 23. 44	10. 30. 39	+ 0. 4	+ 0. 34	1,752	0,661.
27	13. 45. 20	125. 31. 46	16. 59. 40	— 0. 14	— 0. 22	1,117	0,523.
Nov. 4	7. 16. 17	125. 16. 42	47. 28. 56	+ 1. 15	+ 0. 4	1,057	0,291.
6	7. 36. 36	124. 43. 42	63. 2. 9	+ 1. 29	— 0. 11	1,043	0,258.
7	5. 56. 20	124. 6. 12	71. 17. 2	— 1. 14	+ 0. 46	1,037	0,250.
7	11. 12. 22	123. 49. 16	73. 18. 57	+ 0. 6	— 1. 14		
8	12. 24. 29	120. 37. 52	83. 1. 29	.....	+ 0. 51	1,028	0,249.
9	6. 30. 35	39. 47. 30	89. 18. 26	.....	— 0. 9	1,024	0,253.
12	9. 17. 54	307. 46. 20	65. 56. 27	+ 1. 52	— 0. 43	1,007	0,302.
14	10. 46. 16	307. 13. 48	54. 51. 22	+ 1. 59	+ 0. 7	0,997	0,355.
17	8. 29. 44	306. 57. 32	44. 17. 12	+ 1. 17	— 0. 13	0,984	0,445.
19	5. 51. 54	306. 51. 48	39. 29. 18	+ 1. 20	+ 0. 36	0,978	0,508.
22	5. 57. 30	306. 45. 3	33. 58. 35	+ 1. 47	+ 0. 18	0,970	0,613.
25	7. 16. 21	306. 41. 44	30. 2. 5	+ 0. 25	+ 0. 4	0,964	0,722.
Décemb. 1	6. 2. 40	306. 33. 23	24. 59. 4	+ 0. 53	+ 0. 30	0,962	0,935.
10	7. 34. 50	306. 23. 4	20. 31. 10	+ 1. 10	+ 0. 28	0,979	1,245.
12	5. 37. 39	306. 22. 10	19. 51. 2	+ 0. 31	— 0. 10	0,986	1,308.
20	6. 6. 30	306. 17. 59	17. 34. 25	0. 0	+ 0. 44	1,027	1,554.
25	6. 31. 0	306. 15. 39	16. 30. 13	+ 1. 25	— 0. 22	1,060	1,695.

TABLE II. *Des Aſcenſions droites & Déclinaiſons apparentes des Étoiles, telles qu'on les a employées dans la réduction de celles de la Comète.*

ASCENSION droite APPARENTE.			DÉCLINAIS. APPARENTE.			Caractères des ÉTOILES, & indication des Catalogues d'où l'on a tiré leurs poſitions.
D.	*M.*	*S.*	*D.*	*M.*	*S.*	
128.	3.	48	18.	56.	51 B.	♌ du Cancer. Catalogue de Bradley.
124.	46.	57	19.	42.	44	θ du Cancer. Catalogue de Mayer.
126.	52.	47	20.	46.	7	39.ᵉ du Cancer, ſelon Flamſtéed, ou *n.° 356* de Mayer: la poſition eſt d'après le Catalogue de Mayer.
125.	0.	49	21.	10.	22½	*n* du Cancer. Catalogue de Bradley.
127.	39.	28	22.	14.	34	γ du Cancer. Catalogue de Bradley.
134.	11.	32	22.	54.	51	ξ Précédente du Cancer; par un milieu entre Mayer & Bradley.
132.	29.	6	25.	18.	5	γ du Cancer. Catalogue de Mayer.
130.	19.	55	27.	45.	17	Étoile de ſept à huitième grandeur; déterminée par M. Dagelet.
128.	21.	53	29.	32.	48	ι précédente du Cancer. Catalogue de Mayer.
136.	55.	46	35.	18.	34	40.ᵉ du Lynx. Catalogue de Flamſtéed.
162.	31.	36	62.	55.	22	α de la grande Ourſe. Catalogue de Bradley.
222.	52.	28	75.	2.	53	β de la petite Ourſe. Catalogue de Bradley.
217.	2.	18	76.	40.	0	α de la petite Ourſe. déterm. par M. Darquier.
222.	24.	15	76.	56.	34	Étoile de ſept à huitième grandeur. M.ʳˢ Darquier & Méchain.
230.	17.	21	72.	36.	34	γ de la petite Ourſe. Catal. de M. de la Caille.
288.	6.	18	67.	16.	51	♌ du Dragon. Catalogue de Bradley.
276.	12.	56	65.	25.	55	*n.° 42* du Dragon. Catalogue de Flamſtéed.
294.	32.	7	44.	36.	29	♌ du Cygne. Catalogue de Bradley.
297.	0.	39	34.	31.	19	*n* du Cygne. Catalogue de Flamſtéed.
298.	10.	47	24.	20.	32	*n.° 16* du Renard. Catalogue de Flamſtéed.
298.	51.	45	19.	22.	24	*n* de la Flèche. Catalogue de Flamſtéed.
301.	1.	25	14.	32.	14	ζ de l'Aigle. Catalogue de Flamſtéed.
305.	41.	33	10.	34.	20	ε du Dauphin. Catalogue de la Caille.
296.	8.	35	5.	52.	35	β de l'Aigle. Catalogue de M. Maskeline.
295.	20.	7	0.	27.	32 B.	*n* d'*Antinoüs*. Catalogue de la Caille.
300.	0.	27½	1.	27.	27 A.	θ d'*Antinoüs*. Catalogue de Bradley.
306.	19.	35	3.	17.	53 A.	*n.° 70* de l'Aigle & d'*Antinoüs*. Catalogue de Flamſtéed.

Cette Comète a encore été obſervée à Paris, par M. Meſſier; à Toulouſe, par M. Darquier; à York, par M. Pigott le fils, qui l'aperçut pour la première fois le 14 Novembre dans la conſtellation du Cygne; à Dreſde, par M. Kohler.

EXPÉRIENCES SUR L'ACIDE SULFUREUX.

Par M. BERTHOLLET.

L'ACIDE ſulfureux & l'acide vitriolique ont des propriétés très-éloignées, quoique l'un prenne facilement la nature de l'autre, j'ai tâché de déterminer avec plus de préciſion qu'on ne l'a fait, d'où dépendent leurs différences, par des expériences que j'ai préſentées à l'Académie en 1777, & que je vais lui rappeler.

Le ſel ſulfureux de Stalh eſt, comme on ſait, la combinaiſon de l'acide ſulfureux avec l'alkali fixe végétal qu'on forme en expoſant cet alkali à la vapeur du ſoufre en combuſtion. J'ai mis neuf gros de ce ſel ſulfureux dans une petite cornue de verre, à laquelle j'ai adapté, par le moyen d'un lut, un tube de verre recourbé qui plongeoit dans l'eau, & répondoit à un flacon de verre plein d'eau; j'ai mis du feu ſous la cornue : la chaleur a d'abord fait paſſer une partie de l'air de l'appareil dans le flacon ; cet air éprouvé avec le gaz nitreux, ne m'a pas paru vicié; j'ai augmenté le feu peu à peu, & bientôt il s'eſt fait un ſublimé; pendant cette ſublimation l'eau remontoit promptement, de façon que pour l'empêcher d'entrer dans la cornue, j'ai percé le lut; après quoi j'ai ôté le feu.

Le ſublimé peſoit douze grains, c'étoit du ſoufre pur; le réſidu étoit noirâtre, & blanc dans quelques parties; je l'ai diſſous & j'en ai filtré la ſolution : il eſt reſté ſur le filtre un peu de poudre noire; la liqueur n'avoit point de couleur, elle a donné par l'évaporation du tartre vitriolé, & ſur la fin un peu de ſel ſulfureux qui n'avoit pas encore été décompoſé. La poudre noire qui, après la deſſiccation, peſoit quatre ou cinq grains, m'a préſenté tous les caractères du ſoufre; il faut obſerver que dans le commencement de la ſublimation, tout le ſel étoit devenu noir, & que cette

couleur eſt allée en diminuant à meſure que le ſublimé augmentoit, de façon qu'à la fin il y avoit des parties qui n'en conſervoient plus. Il paroît donc que cette couleur eſt dûe au ſoufre qui ſe ſépare d'abord ſous la forme d'une poudre noire, & qui prend la forme ordinaire du ſoufre par la ſublimation. Cette expérience répétée plus d'une fois m'a préſenté des réſultats uniformes.

J'ai après cela expoſé du ſel ſulfureux dans un petit creuſet découvert, ſur des charbons ardens; quand l'eau de criſtalliſation a été diſſipée j'ai bientôt aperçu une flamme légère & ſemblable à celle du ſoufre : la ſurface même ſe couvroit de ſoufre jaune qui ſervoit à la combuſtion, & l'intérieur étoit noirâtre dans les commencemens. Il n'y a point pendant toute cette combuſtion, de fuſion dans le ſel, & quand elle a ceſſé, le ſel eſt blanc & entièrement converti en tartre vitriolé.

Il réſulte de ces expériences, que par le moyen de la chaleur, l'acide ſulfureux ſe convertit en acide vitriolique; que ce changement s'opère par la ſéparation d'une certaine quantité de ſoufre qui peut être évaluée à quinze ou ſeize grains par once de ſel ſulfureux; & comme cent parties de tartre vitriolé contiennent environ quarante parties d'acide vitriolique privé d'eau étrangère, l'on peut évaluer environ au ſeizième du poids de l'acide ſulfureux privé d'eau étrangère, la partie qui doit s'en ſéparer ſous la forme de ſoufre, c'eſt-à-dire, à environ trente-ſix grains par once de cet acide.

Ce ſoufre, comme on l'a vu, a d'abord une couleur noire, & il ne devient jaune que par la ſublimation; l'on voit pareillement ſe former dans quelques diſſolutions métalliques par l'acide vitriolique, du ſoufre ſous la forme d'une poudre noire. L'air étranger paroît n'entrer pour rien dans le changement de l'acide ſulfureux en acide vitriolique; car lorſque le ſoufre commençoit à ſe ſublimer, il reſtoit peu d'air dans l'appareil dont je me ſervois; & ſi l'eau remontoit dans ce moment, l'on ne peut l'attribuer qu'à la diminution que ce peu d'air éprouvoit par la combuſtion d'une très-petite portion de ſoufre.

M. Prieſtley a publié dans ſon premier volume ſur les

différentes branches de la Phyſique, des expériences qui ont beaucoup de rapport avec les miennes; je vais en rapporter la première : « Parmi différentes ſubſtances liquides que « j'expoſai à une chaleur de longue durée, dans un fourneau « à ſable, dit ce célèbre Phyſicien, j'y plaçai un tube de verre « conique d'environ un pouce de diamètre à ſon fond, & « terminé en pointe; il avoit deux pieds & demi de longueur; « & je l'avois ſcellé hermétiquement, après y avoir enfermé « environ une meſure d'eau diſtillée, fortement imprégnée d'air « acide vitriolique. Je n'avois point d'autre objet que d'obſerver « s'il ne s'y paſſeroit aucun changement; c'étoit le 9 Septembre « 1777 : mais le réſultat fut beaucoup plus curieux que je « n'aurois pu l'imaginer, *a priori*. Je noterai les phénomènes « dans le même ordre que je les obſervai dans les différens « intervalles où j'examinai le tube. «

Le 30 du même mois, cette eau imprégnée qui de- « meura tranſparente juſqu'à la fin du procédé, avoit dépoſé « une petite quantité de poudre noire au milieu de laquelle « ſe trouvoit un morceau de matière exactement ſemblable à « du ſoufre, d'environ un huitième de pouce de diamètre; de « petits morceaux de la même matière flottoient à la ſurface « de la liqueur, & à un pouce au-deſſus, partie de l'intérieur « du tube étoit couvert de bandes pareilles; depuis le ſommet « du tube juſqu'à environ huit pouces de la liqueur, on voyoit « de belles criſtalliſations blanches, en aiguilles diſpoſées avec « irrégularité, mais en général ſous la forme d'étoiles, le verre « étant parfaitement tranſparent dans les interſtices. «

Le tube demeura dans cet état, les criſtalliſations « croiſſant & changeant pluſieurs fois de place, juſqu'au 20 « Janvier ſuivant que le procédé fut terminé. »

M. Prieſtley fit pluſieurs expériences pareilles dans des tubes de différentes longueurs; il ſe forma toujours des criſtalliſations de ſoufre dans la partie ſupérieure du tube; mais il paroît qu'il ne vit pas toujours la poudre noire; elle diſparoiſſoit ſans doute par la ſublimation du ſoufre, ou même quelques circonſtances pouvoient empêcher le ſoufre de paroître dès les commencemens ſous cette forme.

Lorſque M. Prieſtley, après avoir rompu ſes tubes trouvoit l'eau acide, il croyoit que cette acidité dépendoit de ce que l'acide ſulfureux n'avoit ſubi qu'en partie l'effet de ſon procédé. Si ce célèbre Phyſicien eût examiné la liqueur qu'il retiroit des tubes, il eût obſervé que ſon acide ſulfureux avoit pris au moins en partie la forme d'acide vitriolique; & que l'acidité, bien loin d'être diminuée par-là, devoit être fort augmentée; car l'acide vitriolique a une acidité bien plus forte que l'acide ſulfureux.

L'acide ſulfureux que M. Prieſtley a pareillement éprouvé ſous la forme de gaz ſulfureux, ou combiné avec l'eſprit de vin & l'huile de térébenthine, a formé également des particules de ſoufre.

Les expériences que j'avois faites ſur le ſel ſulfureux de Stalh, je les ai répétées ſur un ſel ſulfureux fait par un autre procédé : j'ai diſtillé avec du charbon en poudre un réſidu de la diſtillation de l'éther vitriolique, & j'ai combiné l'acide ſulfureux qui a paſſé dans la diſtillation avec l'alkali fixe végétal & avec l'alkali minéral; l'un & l'autre ſel m'ont préſenté, ſoit dans un vaiſſeau clos, ſoit dans un creuſet, les mêmes phénomènes que le ſel ſulfureux de Stalh; mais une ſingularité à laquelle je n'ai pas encore donné aſſez d'attention, c'eſt que le ſel que j'ai fait avec l'alkali fixe végétal n'a pas criſtalliſé, comme celui qui eſt fait à la manière de Stalh; il étoit déliqueſcent de même que le ſel ſulfureux à baſe d'alkali fixe minéral, & celui à baſe d'alkali volatil; j'ai fait avec l'acide ſulfureux & la terre calcaire un ſel beaucoup plus ſoluble que la ſélénite. Tous ces ſels ont une ſaveur douce; mais je le répète, je n'ai point aſſez examiné leurs propriétés.

Ce que je viens de préſenter eſt indépendant de toute opinion; mais je vais expoſer quelques conjectures auxquelles les faits précédens m'ont conduit.

Je regarde le ſoufre comme une combinaiſon du phlogiſtique avec une baſe qui eſt commune à lui & à l'acide vitriolique, & je regarde l'acide vitriolique comme une combinaiſon de cette même baſe avec l'air vital privé de ſon élaſticité. Il me paroît que l'acide ſulfureux contient

contient proportionnellement moins de principe aérien que l'acide vitriolique, & moins de phlogiſtique que le ſoufre; la balance qui ſe trouve entre ces deux principes & la baſe commune à l'acide vitriolique & au ſoufre, eſt rompue par la chaleur; le phlogiſtique s'unit plus intimement avec une partie de cette baſe, & le principe aérien qui étoit en tiers avec cette partie, ſe combine pareillement avec l'autre partie qui eſt abandonnée par le phlogiſtique. Il réſulte de-là deux combinaiſons plus ſimples & par-là plus parfaites: le ſoufre ou la combinaiſon de la baſe de l'acide vitriolique & du phlogiſtique; & l'acide vitriolique ou la combinaiſon du principe aérien & de la baſe commune au ſoufre & à l'acide vitriolique.

Toutes les fois donc, ſelon cette manière de voir, qu'il ſe forme de l'acide ſulfureux, il arrive deux choſes: l'acide vitriolique donne une portion de ſon principe aérien, & la ſubſtance à laquelle il la communique, lui donne un peu de phlogiſtique; c'eſt donc ce qui doit arriver dans la formation de l'éther vitriolique; l'eſprit de vin doit donner une partie de ſon phlogiſtique à l'acide vitriolique, & en recevoir une partie aérienne; la formation des autres éthers me paroit aſſez conforme à cette idée, & l'on explique bien par-là pourquoi l'acide nitreux convertit ſi facilement l'eſprit de vin en éther, & pourquoi au contraire l'acide marin le plus concentré ne peut produire le même effet, à moins qu'il ne ſoit dans l'état déphlogiſtiqué.

On peut ſe former une idée plus ſimple & plus indépendante des opinions différentes qu'on a ſur le phlogiſtique, en regardant l'acide ſulfureux comme une diſſolution de ſoufre par l'acide vitriolique, & j'ai effectivement formé de l'acide ſulfureux, en diſtillant de l'acide vitriolique avec les fleurs de ſoufre. Les différences que j'ai remarquées dans l'acide ſulfureux, peuvent dépendre des différentes proportions du ſoufre tenu en diſſolution.

RECHERCHES

SUR L'AUGMENTATION DE POIDS

Qu'éprouvent le Soufre, le Phoſphore & l'Arſenic, lorſqu'ils ſont changés en Acide.

Par M. BERTHOLLET.

1782. LA tranſmutation du ſoufre, du phoſphore & de la chaux d'arſenic en acides qui ont chacun des propriétés caractériſtiques, eſt un des phénomènes qui ont le plus mérité d'occuper la Chimie, & qui tiennent le plus aux combinaiſons élevées de cette Science ; mais pour qu'on pût apprécier les opinions qui ſe ſont formées ſur cet objet, il convenoit qu'on mît beaucoup d'exactitude dans les faits qui doivent leur ſervir de baſe.

L'on avoit obſervé que la combuſtion du ſoufre & celle du phoſphore diminuoient l'air comme la calcination des métaux, mais l'on n'avoit pas ſaiſi, avant M. Lavoiſier, le rapport le plus important de ces phénomènes: le ſoufre & le phoſphore éprouvent une augmentation de poids comme les métaux que l'on réduit en chaux; je vais tâcher de déterminer cette augmentation qui eſt dûe au même élément.

Lorſqu'on expoſe à l'action du feu, dans un appareil pneumato-chimique, un mélange de ſoufre & de nitre, les phénomènes ſont très-différens ſelon les proportions de ces deux ſubſtances, ainſi que je l'ai fait voir dans un autre Mémoire; ſi l'on ne mêle qu'une partie de ſoufre contre quatre parties de nitre, il ne ſe fait point d'exploſion, mais il ſe dégage tranquillement beaucoup de gaz nitreux, & il ſe ſublime une petite portion de ſoufre: lorſque l'opération eſt finie, on trouve dans la cornue du tartre vitriolé, c'eſt par le poids de ce tartre vitriolé que j'ai cherché à découvrir

l'augmentation qu'éprouve le ſoufre lorſqu'il eſt changé en acide vitriolique.

J'ai traité ainſi quatre gros de nitre & un gros de fleurs de ſoufre, il s'eſt ſublimé à peu-près douze grains de ſoufre, & il s'eſt trouvé dans la cornue trois gros & douze grains, ou 228 grains de tartre vitriolé: or, dans une demi-once de nitre il y a, ſelon les expériences de M. Bergman, 141 grains d'alkali, & par conſéquent les 228 grains de tartre vitriolé contenoient environ 87 grains d'acide vitriolique: il ſuit de cette expérience, que 60 grains de ſoufre forment 87 grains d'acide vitriolique.

Je me ſuis ſervi d'une autre méthode; M. Schéele a fait voir qu'on pouvoit décompoſer le ſoufre par le moyen de l'acide nitreux, j'ai donc diſtillé demi-once de fleurs de ſoufre avec de l'acide nitreux concentré dans une grande cornue, & lorſqu'il eſt reſté peu de liqueur dans la cornue, j'ai ceſſé le feu, j'ai trouvé 2 gros 55 grains de ſoufre non décompoſé; & pour déterminer la quantité d'acide vitriolique qui réſultoit d'un gros & dix-ſept grains de ſoufre décompoſé, j'ai étendu la liqueur d'eau diſtillée, & j'y ai verſé de la diſſolution de terre peſante dans l'acide marin, il s'eſt formé un précipité de ſpath peſant, qui ayant été deſſéché ſur un bain de ſable, a peſé 948 grains, dont la calcination a enſuité diſſipé 28 grains; or, 100 parties de ſpath peſant contiennent, ſuivant M. Bergman, 84 parties de terre peſante; les 948 grains du précipité contenoient donc environ 796 grains de terre peſante, 124 grains d'acide vitriolique, & 28 grains d'eau étrangère; dans cette ſeconde expérience, 89 grains de ſoufre ont donc été changés en 124 grains d'acide vitriolique.

L'on voit que ces deux expériences s'accordent autant qu'on pouvoit l'eſpérer; & ſi l'on admet une petite perte d'acide vitriolique qui a dû ſe diſſiper en acide ſulfureux dans l'une & l'autre expérience, l'on peut fixer au tiers de ſon poids la quantité du principe aérien qui eſt dans l'acide vitriolique.

Mais l'acide vitriolique dont on vient de parler, eſt dépourvu

de toute eau étrangère, & tel que nous ne pouvons jamais l'avoir, ſi ce n'eſt dans un état de combinaiſon : pour découvrir quel rapport il a dans cet état avec l'acide vitriolique en liqueur, j'ai verſé ſur une diſſolution de plomb par l'acide nitreux, étendue dans beaucoup d'eau, une demi-once d'acide vitriolique, dont la peſanteur ſpécifique, comparée à celle de l'eau diſtillée, avoit été déterminée par M. de Vandermonde, dans le rapport de 17881 à 10000, & j'ai eu un précipité qui a peſé, après une exacte deſſiccation, une once & trois gros.

Or, ſelon M. Bergman, 100 parties de plomb s'uniſſent à 43 parties d'acide vitriolique * pour former le vitriol de plomb : il y a donc dans une once & trois gros de ce précipité, 238 grains d'acide vitriolique ; la demi-once d'acide vitriolique dont je me ſuis ſervi, contenoit donc environ 50 grains d'eau étrangère, & par conſéquent une once d'acide vitriolique de cette gravité ſpécifique, contient environ 100 grains d'eau étrangère, 344 grains de principe fourni par le ſoufre, & 132 grains de principe aérien.

On ſait que le phoſphore ſe convertit en acide par la combuſtion ; & M.rs Schéele & Lavoiſier ont fait voir qu'on pouvoit le réduire également en acide par l'action de l'acide nitreux. J'ai réduit en acide un gros de phoſphore par ce dernier moyen & en ſuivant le procédé décrit par M. Lavoiſier ; j'ai ſaturé cet acide avec l'alkali fixe, j'ai mêlé une diſſolution de demi-once de mercure exactement ſaturée au ſel phoſphorique que j'avois fait, & il s'eſt formé un précipité qui peſoit demi-once & 40 grains ; en ajoutant ſur la liqueur filtrée, de la nouvelle diſſolution de mercure, il s'eſt encore formé un précipité de 1 once 2 gros 60 grains, ce précipité eſt blanc, & il devient jaune par une forte deſſiccation : j'ai ſaturé l'acide phoſphorique avant de le mêler avec la diſſolution mercurielle, parce que l'acide nitreux diſſoudroit une partie du précipité s'il ne trouvoit à ſe combiner avec l'alkali.

* *De præcipitatis metallicis Opuſc.* Tom. II.

Il ſuit de la première expérience, que le ſel mercuriel phoſphorique contient environ un ſeptième d'acide phoſphorique, & que par conſéquent les deux précipités réunis contenoient 158 grains d'acide phoſphorique; 72 grains de phoſphore ſe convertiſſent donc en 158 grains d'acide phoſphorique; l'acide phoſphorique doit donc un peu plus de la moitié de ſon poids au principe aérien que lui donne l'acide nitreux, ou qu'il acquiert par la combuſtion.

Le réſultat de l'expérience que je viens de décrire, eſt parfaitement d'accord avec celles de M. Lavoiſier qui a prouvé par la diminution de l'air dans laquelle on fait la combuſtion, & par l'augmentation du poids qui ſe trouve dans l'acide phoſphorique, que l'acide phoſphorique doit à l'air un peu moins des deux tiers de ſon poids.

J'eſpérois pouvoir déterminer par le moyen que j'ai décrit, la quantité d'acide phoſphorique contenue dans les os différens, car je penſois qu'en diſſolvant les os dans l'acide nitreux, & en précipitant de cette diſſolution la terre par l'alkali fixe, je pourrois, en mêlant à la liqueur ſéparée du précipité, une diſſolution de mercure, produire un précipité qui me feroit connoître facilement la quantité d'acide phoſphorique contenue dans l'os que j'aurois entrepris d'examiner, mais cette ſpéculation n'a pas été heureuſe: lorſque j'ai fait l'expérience, j'ai trouvé que la terre oſſeuſe qu'on précipitoit par l'alkali, ſe combinoit de nouveau avec l'acide phoſphorique, de ſorte qu'au lieu d'avoir une terre calcaire précipitée, l'on n'a qu'une combinaiſon de terre calcaire & d'acide phoſphorique: je me ſuis bien aſſuré de ce fait, parce qu'un Chimiſte vient d'imprimer le contraire dans le Journal de Phyſique, ſans doute parce qu'il a négligé d'examiner les propriétés du précipité: ſi donc l'on veut avoir la terre calcaire des os, il faut commencer par la combiner avec l'acide vitriolique, ſéparer la ſélénite qui s'eſt formée, & en précipiter la terre.

Je n'ai pas regretté de ne pouvoir déterminer ainſi la quantité d'acide phoſphorique des os, lorſque j'ai réfléchi qu'ils avoient une baſe identique, & qu'ils ne devoient

différer que par les principes étrangers & combuſtibles, car après la calcination il reſte toujours un ſel phoſphorique de la même nature, & une cendre qui ne vaut pas la peine d'être appréciée : il ſuffit donc de détruire les principes combuſtibles, & de déterminer en général les rapports de la terre calcaire avec l'acide phoſphorique ; or, cinq parties de ce ſel contiennent près de trois parties d'acide phoſphorique, comme je l'ai dit dans mes Obſervations ſur l'acide phoſphorique de l'urine ; & ſi les Chimiſtes qui ſe ſont occupés à déterminer par des expériences multipliées & laborieuſes, la quantité d'acide phoſphorique des différentes ſubſtances oſſeuſes, ont été peu d'accord ſur leurs réſultats, il faut l'attribuer aux procédés compliqués qu'ils ont employés, & qui ne pouvoient les conduire à aucune préciſion. *

J'ai diſtillé une demi-once de nitre & autant de chaux d'arſenic, il s'eſt ſublimé une petite portion de l'arſenic, & j'ai trouvé dans la cornue ſix gros du ſel dont nous devons la connoiſſance à M. Macquer ; une portion de ce ſel avoit pénétré la cornue, de façon que je n'ai pu déterminer par cette expérience la quantité d'air qui ſe fixoit dans l'arſenic qui eſt changé en acide.

Il n'eſt pas ſurprenant qu'on ait, en diſtillant parties égales de nitre & d'arſenic, un ſel avec excès d'acide, puiſque l'alkali qui entroit dans la compoſition de quatre gros de nitre, & qui faiſoit un peu moins de la moitié de ce ſel, ſe trouve combiné, dans le ſel de M. Macquer, à plus de quatre gros d'acide arſenical.

J'ai réduit en acide, par le moyen de l'acide nitreux, une once d'arſenic en chaux ; j'ai donné à la fin un coup de feu qui a dû être ſuffiſant pour chaſſer ou pour décompoſer tout l'acide nitreux, ſans revivifier l'acide arſenical ; j'ai caſſé après cela la cornue, j'en ai détaché l'acide, j'ai ſéparé celui qui reſtoit adhérent au verre, en le diſſolvant dans l'eau, en

* Il faut cependant remarquer que je néglige ici la ſubſtance découverte dans les os, par M. Prouſt, parce qu'on a juſqu'à préſent trop peu de connoiſſances ſur cette ſubſtance.

le faiſant évaporer & en le deſſéchant fortement; j'ai retiré en tout 1 once 63 grains d'acide: il paroît donc que l'arſenic acquiert environ un neuvième de ſon poids lorſqu'il ſe convertit en acide, mais ce n'eſt point-là toute la quantité de principe aérien que contient l'acide arſenical, car dans l'état de chaux il en contenoit déjà; & pour déterminer toute la quantité de ce principe, il faudroit faire l'opération avec le régule d'arſenic: ſi l'on expoſe l'acide arſenical à une forte chaleur, dans un appareil pneumato-chimique, il reprend l'état de chaux, & il ſe dégage une grande quantité d'air déphlogiſtiqué.

M. Bergman dit, dans ſa Diſſertation ſur l'arſenic, que 100 parties d'arſenic blanc contiennent au moins 20 parties de phlogiſtique, & que tout ce qui peut enlever le phlogiſtique à cette chaux, la réduit en acide; je m'imagine qu'il aura employé de l'acide marin dans ſon procédé; & comme cet acide entraîne facilement dans la diſtillation les ſubſtances avec leſquelles on le traite, il aura trouvé dans le réſidu une diminution de poids que cet illuſtre Chimiſte n'auroit pas dû attribuer au phlogiſtique.

OBSERVATIONS
SUR
LA DÉCOMPOSITION SPONTANÉE
DE QUELQUES ACIDES VÉGÉTAUX.

Par M. BERTHOLLET.

18 Décemb. 1782.

LA plus grande partie des végétaux contient ou des acides tout formés, ou des ſubſtances qui deviennent ſpontanément acides ſi elles ſe trouvent dans des circonſtances favorables; mais pendant que les acides minéraux paroiſſent réſiſter à l'action du temps, ceux-ci éprouvent bientôt ſon influence & ſubiſſent une deſtruction plus ou moins rapide: c'eſt cette opération de la Nature qui fait l'objet de mes obſervations; elles n'ont exigé qu'un peu de patience dans l'Obſervateur, & elles ſeroient peu dignes de l'attention de l'Académie, ſi elles ne pouvoient contribuer à jeter quelque jour ſur la nature des acides, ſur laquelle les Chimiſtes modernes ont fait des recherches auſſi intéreſſantes qu'ingénieuſes.

Le tartre eſt un ſel neutre avec excès d'acide, dont les Chimiſtes ſe ſont beaucoup occupés: à préſent leurs idées me paroiſſent aſſez généralement fixées ſur cette eſpèce de combinaiſon; cependant M. de Machi a prétendu prouver que naturellement ce ſel ne contenoit point d'alkali, & que celui qu'on en retire par la calcination, ou par le moyen des acides minéraux, eſt une production nouvelle. Parmi les preuves qu'il donne de ſon opinion, il y en a une qui ſeroit concluante ſi ſon obſervation étoit exacte. Il a décompoſé le tartre en le tenant en diſſolution dans l'eau, & il prétend qu'il ne réſulte point d'alkali de cette décompoſition. Je vais rapporter ſes paroles. *

* Recueil de Diſſert. *phyſico-chim.* p. 60.

J'ai

J'ai mis dans un bocal une once de crême de tartre, ſur « laquelle j'ai verſé dix onces d'eau bouillante ; il s'en eſt « diſſous ce qui a pu : la liqueur refroidie, j'ai couvert le bocal « d'un double papier & d'un parchemin avec un trou d'épingle, « & j'ai laiſſé le tout pendant trois mois ſans y toucher : au « bout de ce temps j'ai trouvé ma liqueur notablement diminuée « & pleine d'une mucoſité qui occupoit le tiers du fluide : « cette mucoſité étoit un peu jaunâtre, épaiſſe, tenace : je l'en- « levai, & l'eſſayai avec les acides & avec les alkalis ; ni les « uns ni les autres n'y firent d'effervescence ni de combinai- « ſon, j'obſervai ſeulement que l'alkali des ſavonniers lui donna « la propriété ſavonneuſe, en la rendant en partie ſoluble dans « l'eſprit-de-vin, & en louchiſſant l'eau de couleur d'opale, « lorſque j'y verſois quelques gouttes de cette ſolution ſpiri- « tueuſe. Sa ſaveur étoit fade, point alkaline ni acide : le ſirop « violat ni la teinture de tourneſol n'en reſſentirent aucune « altération dans leur couleur. J'en ſéchai une portion, qui « donna un parchemin ſec, caſſant & ſans ſaveur : une partie « que je brûlai, exhala quelque odeur de tartre brûlé, s'enflamma « vers la fin, & laiſſa un peu de terre ſi légèrement alkaline, « que ſa qualité m'auroit échappé, ſi je n'avois précipité avec « ſa leſſive une ſolution de ſel d'epſom à baſe terreuſe. «

La liqueur qui contenoit le mucilage de la crême de tartre, « étoit rouſſe & d'une ſaveur aigrelette : je l'ai fait évaporer, « comptant bien y trouver quelque choſe de notre alkali naturel ; « mais les criſtaux informes & peu conſiſtans que j'ai obtenus, « n'étoient que des criſtaux de tartre ; & l'eſpèce d'eau-mère « qui me reſta, n'avoit aucune apparence d'alkalicité ».

M. Corvinus rapporte, dans une thèſe qu'il a ſoutenue en 1780, ſous la préſidence de M. Spielman, qu'il a répété, avec quelques changemens, l'expérience de M. de Machi. Il a diſſous deux onces de crême de tartre dans huit livres d'eau, & il a mis cette diſſolution dans une étuve, dans laquelle la chaleur n'a jamais été au-deſſous de 10 degrés du thermomètre de Réaumur, mais elle eſt montée ſouvent juſqu'au 30.e degré ; à meſure que la mucoſité s'élevoit &

formoit une pellicule, il l'enlevoit: au bout de trois mois, la plus grande partie de l'eau étant évaporée, il trouva près de la moitié de la crême de tartre en criſtaux qui paroiſſoient impurs. Il rediſſolvit ces criſtaux & les abandonna comme la première fois: quelques ſemaines s'étant écoulées, il filtra la liqueur qui étoit brune; elle donna tous les indices d'alkalicité, & elle laiſſa, par l'évaporation, trois gros d'alkali fixe d'une couleur brune. M. Corvinus, qui adopte l'opinion de M. de Machi ſur la formation de l'alkali du tartre, croit que celui qu'il a retiré dans cette expérience eſt un produit de la fermentation.

Voilà donc deux réſultats différens d'une expérience intéreſſante; l'un ne donne point d'alkali dans la décompoſition du tartre, & l'autre n'en donne que trois gros pour deux onces de tartre: lequel faut-il adopter? Et pourquoi, ſi l'expérience de M. Corvinus eſt exacte, n'a-t-il eu que trois gros d'alkali, pendant que par la combuſtion du tartre, les expériences de M.rs Rouelle & de Machi prouvent que l'on retire à peu-près le tiers de ſon poids d'alkali? J'ai diſſous deux onces de crême de tartre dans huit livres d'eau diſtillée, & j'ai abandonné cette diſſolution, ſimplement couverte d'un papier à la température naturelle de mon laboratoire: elle m'a préſenté les apparences décrites par M. de Machi, & non celles qu'a obſervées M. Corvinus, parce qu'il s'eſt ſervi d'une chaleur factice, & qu'il enlevoit la mucoſité à meſure qu'elle ſe formoit. Au bout de quatre ou cinq mois, la mucoſité étoit déjà abondante; la liqueur étoit rouſſâtre, mais elle continuoit de rougir le ſirop violat & d'avoir une ſaveur acide, la mucoſité alloit en augmentant; je remplaçai l'eau qui s'évaporoit, & après huit à neuf mois la liqueur commençoit à verdir le ſirop violat, en prenant une couleur de plus en plus foncée. J'ai laiſſé le vaſe en repos juſqu'à ce que dix-huit mois ſe ſoient écoulés; alors, comme depuis quelque temps, je n'obſervois aucun changement dans la liqueur, je l'ai filtrée; la mucoſité qui paroiſſoit très-volumineuſe, & qui eſt reſtée ſur le filtre, s'eſt réduite, par la

deſſiccation, en pellicules minces & d'un très-petit poids; elles ſe ſont embraſées ſans donner de flamme, & ſe ſont réduites promptement en une cendre qui a donné des ſignes d'alkalicité.

La liqueur, qui donnoit tous les indices d'une forte alkalicité, a laiſſé, par l'évaporation, ſix gros $\frac{1}{2}$ de réſidu bien ſec, qui avoit le goût de l'alkali mêlé d'une ſaveur huileuſe très-déſagréable, & qui faiſoit une efferveſcence vive avec les acides; l'alkali paroiſſoit y être uni à de l'huile. J'ai eſſayé ſi, par le moyen de l'eſprit-de-vin, je pourrois ſéparer l'huile; la partie du réſidu la plus huileuſe s'eſt diſſoute effectivement dans l'eſprit-de-vin, & par l'évaporation elle a laiſſé un réſidu plus onctueux que le premier, mais une partie de l'huile eſt reſtée unie avec l'alkali.

En combinant une partie du réſidu de la crême de tartre avec l'acide vitriolique, il s'eſt ſéparé de cette diſſolution des molécules noires & concrètes, & la diſſolution a perdu par-là la plus grande partie de ſa couleur.

Par la calcination dans un creuſet couvert, ce réſidu a perdu à peu-près le douzième de ſon poids, & il s'eſt changé en alkali charbonneux, ſemblable à celui qu'on obtient de la diſtillation du tartre; car pour faire la comparaiſon, j'ai diſtillé deux onces de crême de tartre, qui m'ont laiſſé un alkali charbonneux qui peſoit ſix gros.

Il réſulte de l'expérience que je viens de décrire, premièrement, que M. de Machi n'a pas retiré de l'alkali, parce que l'acide du tartre ſur lequel il a opéré, n'a été décompoſé qu'en partie, & qu'il faut à la température naturelle beaucoup plus de temps qu'il n'en a employé pour une décompoſition complète; ſecondement, que quoique M. Corvinus ait entièrement décompoſé le tartre, il n'a cependant retiré tout au plus que la moitié de l'alkali que donnent deux onces de crême de tartre. Il eſt probable que comme il ſéparoit la mucoſité à meſure qu'elle naiſſoit, & qu'elle venoit former une pellicule à la ſurface de la liqueur, il ſéparoit en même-temps une partie de la crême de tartre, qui devoit ſe criſtal-

liſer & ſe confondre avec la pellicule. Comme il employoit un degré de chaleur aſſez conſidérable, l'évaporation ſe faiſoit promptement, & devoit néceſſairement donner lieu à cette criſtalliſation : troiſièmement, que la quantité d'alkali qui réſulte de cette décompoſition ſpontanée, eſt rigoureuſement la même que celle qu'on obtient par la diſtillation de la même quantité de tartre : celle-ci eſt, comme on l'a vu, un peu plus forte que la quantité déterminée par M.rs Rouelle & de Machi, parce qu'ils ont probablement employé la combuſtion & la calcination à l'air libre : quatrièmement enfin, que dans la décompoſition ſpontanée, la même huile qu'on obtient par la diſtillation ſous une forme empireumatique, eſt retenue en partie par l'alkali qui ſe combine avec elle ; mais cette combinaiſon ne peut pas être appelée exactement *ſavonneuſe*, car l'acide crayeux n'en eſt pas exclu, comme il l'eſt dans les véritables ſavons.

C'eſt cette huile, unie à l'alkali retiré de la crême de tartre, qui, par l'action de l'acide vitriolique, a formé les molécules noirâtres dont j'ai parlé.

Après avoir examiné ce qui ſe paſſoit dans la décompoſition du tartre, j'ai tenté la même expérience ſur la terre foliée de tartre & ſur le ſel d'oſeille : j'ai diſſous une once de terre foliée ; j'y ai ajouté aſſez de vinaigre diſtillé pour que la liqueur rougît le ſirop violat. J'ai pareillement diſſous une once de ſel d'oſeille dans deux livres d'eau diſtillée : j'ai laiſſé les vaiſſeaux où étoient ces diſſolutions dans le même lieu où s'étoit décompoſé le tartre, & ſimplement couverts de papier. Dans moins de deux mois la diſſolution de terre foliée de tartre a perdu l'odeur de vinaigre ; ſa couleur s'eſt foncée conſidérablement, elle a verdi le ſirop violat, & il a commencé à ſe former à ſa ſurface une mucoſité ſemblable à de la moiſiſſure, qui eſt allée en augmentant pendant quatre mois : depuis ce terme, la propriété de verdir le ſirop violat n'a plus augmenté & ſa couleur ne s'eſt plus foncée, de ſorte qu'il paroît que la décompoſition étoit achevée ; cependant ce n'eſt qu'après une année révolue que j'ai filtré la liqueur

& que je l'ai fait évaporer. La mucosité, qui paroissoit volumineuse, ne formoit, après la dessiccation, qu'un très-petit volume: il s'est trouvé, après l'évaporation & une forte dessiccation, six gros d'alkali fixe très-effervescent qui donnoit peu de couleur aux acides avec lesquels on le combinoit, & qui, par la calcination, ne devenoit que légèrement charbonneux. Une once de la même terre foliée de tartre a laissé, par la distillation, six gros & demi d'alkali très-charbonneux. Il paroît donc que dans la décomposition spontanée la partie huileuse du vinaigre a été elle-même décomposée pour la plus grande partie, & que dans la distillation elle a été retenue par l'alkali, & réduite en charbon, ce qui a augmenté le poids de l'alkali retiré par cette dernière opération.

La solution de sel d'oseille, à laquelle j'ai ajouté de temps en temps de l'eau distillée, ne m'a présenté aucun indice de décomposition après deux ans & demi: je l'ai même exposée une partie de ce temps à une douce chaleur d'un bain de sable; après cela elle s'est trouvée presque évaporée, & le sel d'oseille formoit de beaux cristaux.

J'ai soupçonné qu'il se dégageoit des fluides élastiques des acides végétaux qui se décomposent spontanément, comme il s'en dégage lorsqu'on les décompose par l'action du feu. Pour m'en assurer, j'ai dissous une demi-once de tartre, & autant de terre foliée & de sel d'oseille, dans deux livres d'eau distillée. J'ai adapté à chaque bocal rempli de l'une de ces solutions, & bouché avec beaucoup de soin, un tube recourbé, qui répondoit à un autre bocal renversé, rempli de simple eau distillée, & recouvert d'un vaisseau de verre qui empêchoit la poussière d'entrer dans le vase sur lequel étoit renversé le second bocal; il ne s'est rien dégagé d'aucune de ces solutions pendant deux ans. Ayant alors défait mes appareils, je n'ai trouvé aucun changement dans la solution de sel d'oseille; celle de tartre & celle de terre foliée avoient à leurs surfaces une mucosité semblable à celle qu'elles m'avoient présentées dans mes premières expériences; la décomposition étoit toute pareille, seulement elle n'étoit pas achevée

de ſorte qu'elle a lieu ſans le contact de l'air & ſans qu'il ſe dégage des ſubſtances gazeuſes; la ſeule différence qu'il y ait, c'eſt qu'elle ſe fait plus lentement.

Que devient dans cette dernière expérience la grande quantité de gaz qu'on retire par la diſtillation du tartre, dont les trois quarts à peu-près ſont dûs à un acide qui ſe réduit, pour la plus grande partie, en gaz? J'avoue que je ne ſais quelle combinaiſon il peut former: la mucoſité qui ſe produit eſt d'un trop petit poids quand elle eſt deſſéchée, pour ſervir à expliquer cette deſtruction *.

Il me ſemble qu'on peut rendre raiſon de la différence que préſente le ſel d'oſeille avec le tartre, avec lequel il a d'ailleurs pluſieurs rapports, par la différence qu'on y trouve dans l'analyſe par le feu. De ces deux ſels, compoſés tous deux d'alkali végétal & d'un acide avec excès, l'un donne dans la diſtillation une quantité conſidérable d'huile, & laiſſe un réſidu très-charbonneux; & l'autre ne donne rien d'huileux, ſon réſidu eſt peu charbonneux, comme l'ont obſervé M.rs Savari & Bergman, & comme je l'ai obſervé moi-même, & la plus grande partie de ſon acide paſſe dans la diſtillation ſans être décompoſée: il eſt très-vraiſemblable que l'air fixe qu'on retire de ces deux ſels, ainſi que de tous les acides végétaux, eſt formé dans l'opération, comme il l'eſt lorſqu'on diſtille une chaux métallique avec du charbon; car quoique l'acide d'oſeille ne donne pas de l'huile, il en contient cependant un peu, ou du moins une ſubſtance analogue, car il donne du gaz inflammable, & ſon réſidu eſt un peu charbonneux.

Le principe acide du ſel d'oſeille doit être moins émouſſé par l'huile qui s'y trouve en beaucoup plus petite quantité que dans le tartre; il doit mieux réſiſter à l'action de la chaleur, tout comme on a vu qu'il ſe décompoſe moins facile-

* Depuis les Expériences importantes de M.r Cavendish, Monge & Lavoiſier, ſur la formation de l'eau par la combuſtion de l'air vital & du gaz inflammable, il me paroît probable qu'il ſe paſſe ici quelque choſe de ſemblable.

ment lorſqu'il eſt diſſous dans l'eau. Si l'air vital y étoit ſans principe huileux, il auroit le caractère des acides minéraux.

L'on peut expliquer par les mêmes principes, une propriété remarquable que M. Savari a trouvée dans le ſel d'oſeille, & que la crême de tartre n'a pas: c'eſt de former avec les huiles avec leſquelles on le triture, une eſpèce de ſavon analogue ſans doute aux ſavons acides dont on s'eſt occupé ces derniers temps.

Pour comparer la propriété anti-ſeptique de la crême de tartre & du ſel d'oſeille, j'ai mis une once de chair de veau dans une ſolution d'un gros de crême de tartre dans vingt onces d'eau diſtillée, & autant dans une pareille ſolution de ſel d'oſeille: cette dernière a préſervé la chair de la putréfaction beaucoup plus long-temps que la ſolution de crême de tartre; de ſorte que le ſel d'oſeille ſeroit bien préférable à la crême de tartre, lorſqu'on ſe propoſeroit de l'employer comme anti-ſeptique.

OBSERVATIONS
SUR LA CAUSTICITÉ
DES ALKALIS ET DE LA CHAUX.

Par M. BERTHOLLET.

1782. J'AI attribué la cauſticité des ſels & des précipités métalliques, à la tendance que ces ſubſtances ont à ſe combiner avec le phlogiſtique des ſubſtances animales qui ſont en contact avec elles; de façon que cette cauſticité ſe trouve en raiſon de la privation de phlogiſtique qu'ont éprouvée les ſubſtances métalliques, & de l'affinité qu'elles ont avec ce principe.

Mais la cauſticité des alkalis & celle de la chaux ne peuvent être dûes à la même eſpèce d'affinité, quoiqu'elles ſoient certainement un effet des mêmes loix, & qu'elles doivent également dépendre d'une tendance à ſe combiner.

Quelle eſt donc l'eſpèce de tendance à la combinaiſon qu'exercent les alkalis & la chaux lorſqu'ils agiſſent comme cauſtiques ſur les ſubſtances animales, & qu'ils les décompoſent? Sur quel principe ſe porte leur action? Voilà l'objet dont je m'occupe dans ce Mémoire.

J'ai fait bouillir de la laine avec l'alkali végétal cauſtique; les premières portions ont été entièrement diſſoutes; j'y en ai ajouté juſqu'à ce que l'alkali ait été pleinement ſaturé; alors j'ai filtré la liqueur: elle avoit une amertume déſagréable, mais ſans cauſticité & même ſans âcreté; elle étoit brune & tranſparente.

Les acides troublent & épaiſſiſſent cette liqueur, parce qu'ils en ſéparent la ſubſtance animale; mais ils ne font point effervescence; de ſorte que les alkalis cauſtiques rongent & détruiſent les ſubſtances animales, en ſe combinant en entier avec elles, & non point en s'uniſſant ſeulement à quelqu'un de

de leurs principes ; par exemple, à l'acide crayeux, comme on auroit pu le conclure de la doctrine de M. Macbride.

La ſoie s'eſt combinée avec l'alkali cauſtique, de la même manière que la laine ; la chair donne, en ſe diſſolvant, une couleur de ſang ; cette couleur s'affoiblit & ſe détruit au bout de quelques jours : alors la liqueur eſt trouble ; ſi on la filtre elle reprend ſa tranſparence, & elle reſſemble à la liqueur alkaline ſaturée de toute autre ſubſtance animale ; la diſſolution de la chair a auſſi une odeur de putridité qui lui eſt particulière, & qui ne ſe diſſipe qu'après un temps aſſez long.

On voit par ce qui vient d'être dit ſur la couleur de la diſſolution récente de la chair, d'où dépend la rougeur que la pierre à cautère imprime aux parties ſur leſquelles on l'applique, couleur qu'on pourroit regarder comme une preuve d'inflammation, & que le ſavant Éditeur de la *Pharmacopée de Londres*, a obſervée ſur les chairs des cadavres ſur leſquels il a appliqué ce cauſtique.

La ſubſtance glutineuſe du froment s'eſt diſſoute dans les alkalis cauſtiques, & les a adoucis comme les autres ſubſtances animales.

En mêlant enſemble une diſſolution métallique & l'alkali ſaturé de ſubſtance animale, il ſe fait ordinairement un précipité qui eſt dû à la combinaiſon qui s'eſt formée entre la ſubſtance animale & la ſubſtance métallique, pendant que l'alkali s'eſt uni à l'acide. J'ai combiné de cette façon la ſubſtance animale avec le fer, le cuivre, le plomb, le mercure & l'argent. Le ſublimé corroſif n'eſt point décompoſé par l'alkali ſaturé, mais la diſſolution de mercure dans l'acide nitreux, donne un précipité abondant qui eſt de couleur d'ardoiſe & qui devient noirâtre : la combinaiſon d'argent eſt d'abord blanche, mais ſa couleur change dans le moment ; elle devient de plus en plus foncée & finit par être noire, ſans doute parce que la chaux d'argent exerce ſa cauſticité ſur la ſubſtance animale avec laquelle elle vient de s'unir.

Les principes des ſubſtances animales, liés dans ces

combinaiſons, ne tendent plus à ſe ſéparer; quelles que ſoient les ſubſtances animales, elles ſont devenues incorruptibles. Si l'on fait calciner ces combinaiſons, on trouve que la chaux métallique forme à-peu-près la moitié de leur poids.

Si l'on mêle l'alkali ſaturé de ſubſtance animale, avec les diſſolutions de la terre calcaire, la liqueur ſe trouble, elle perd une grande partie de ſa couleur; mais ſi l'on filtre ce mélange, l'on ne trouve ſur le filtre que très-peu de ſubſtance animale, ſans terre calcaire; & quelles que ſoient les proportions qu'on emploie, il ne ſe forme point de combinaiſons entre la terre calcaire & la ſubſtance animale.

Il paroît donc qu'il n'y a qu'une très-foible affinité entre la terre calcaire & les ſubſtances animales, & que la cauſticité de la chaux dépend principalement de la force avec laquelle elle tend à s'unir au principe aqueux; auſſi la chaux éteinte, quoiqu'elle ne contienne qu'environ un quart de ſon poids d'eau, conſerve-t-elle peu de cauſticité.

Il n'eſt pas ſurprenant, après ces conſidérations, que la magnéſie privée d'acide crayeux, n'ait point de cauſticité; car, priſe intérieurement elle ne produit preſque que l'effet que produiroit une pareille quantité de la même terre ſaturée d'acide crayeux & d'eau; quoique lorſqu'elle eſt calcinée elle s'échauffe avec les acides, & qu'elle donne de l'alkali volatil cauſtique, lorſqu'on décompoſe le ſel ammoniac par ſon moyen, comme le fait la chaux; c'eſt qu'elle eſt inſoluble dans l'eau, & que par conſéquent elle n'a point d'action ſur le principe aqueux.

Les diſſolutions de magnéſie n'ont pas plus d'action ſur l'alkali ſaturé de ſubſtance animale, que celles de terre calcaire; mais il n'en eſt pas de même de l'alun, ſa baſe ſe combine avec la ſubſtance animale, & forme un précipité blanc & abondant; ce précipité bien ſec perd à peu-près les deux tiers de ſon poids, lorſqu'on le calcine, de ſorte qu'une partie d'argile s'y trouve combinée avec deux parties de ſubſtance animale.

Ne pourroit-on pas expliquer par l'affinité de la terre

argileuſe avec les ſubſtances animales, la propriété qu'a la baſe de l'alun, de fixer ſur la ſoie & ſur la laine, les parties colorantes avec leſquelles elle ſe trouve combinée ? Ne pourroit-on pas expliquer encore la propriété qu'ont les terres argileuſes de conſerver les parties animales qu'elles renferment, par l'action qu'elles exercent ſur elles en vertu de leur affinité, & qui les ſouſtrait à la réaction ſpontanée de leurs parties & aux influences de l'air, pendant que la terre calcaire abandonne ces ſubſtances à elles-mêmes, & aux agens étrangers ?

Pour comparer l'action de l'alkali cauſtique ſur les ſubſtances animales, avec ſon action ſur les ſubſtances végétales, je l'ai traité avec le ſucre & avec l'amidon; il a réduit, par le moyen de l'ébullition, l'amidon en gelée; il n'eſt point devenu efferveſcent, mais il ne m'a paru avoir perdu de ſa cauſticité qu'en raiſon des parties ſucrées & mucilagineuſes qui enveloppoient les ſiennes; je ne crois pas qu'il forme avec les parties de nature végétale, de véritable combinaiſon; il a précipité le ſublimé corroſif comme le fait l'alkali pur.

Dans toutes mes expériences je n'ai pas trouvé de différence remarquable entre l'alkali végétal & l'alkali minéral cauſtique.

J'ai diſtillé l'alkali ſaturé de ſubſtance animale, & j'en ai retiré une liqueur alkaline & huileuſe, & de l'alkali volatil concret; le réſidu charbonneux a donné, par la lixiviation, une liqueur alkaline qui a précipité le fer en bleu de Pruſſe. Il ſe forme donc, entre l'alkali & la ſubſtance animale, deux eſpèces de combinaiſons : celle que j'ai décrite dans ce Mémoire, & celle de la partie colorante du bleu de Pruſſe, qui eſt bien différente, & dans laquelle la ſubſtance animale paroît avoir pris réellement le caractère d'un acide.

RAPPORT

SUR UN PROJET POUR LA RÉFORMATION DU CADASTRE DE LA HAUTE GUYENNE,

Présenté à l'Assemblée de cette Province; & sur lequel les Chefs de cette Assemblée ont demandé l'avis de l'Académie.

Par M.rs TILLET, l'abbé BOSSUT, DESMAREST, DU SÉJOUR & DE CONDORCET.

12 Juin 1782.

L'OBJET qu'on se propose dans un Cadastre, est en général de répartir un impôt dont la somme est déterminée, sur la totalité de celles des terres d'une province, qui sont sujettes à cet impôt, & de le répartir proportionnellement au produit net de ces terres: ce produit net qui se forme en déduisant de la valeur des fruits les frais de culture, est appelé *produit imposable* dans les Mémoires qui nous ont été remis, & nous lui donnerons désormais ce nom.

Il existe un Cadastre dans la haute Guyenne, mais ce Cadastre a été fait avec trop peu d'exactitude: peu de temps après sa confection, c'est-à-dire, après 1669, un grand nombre de particuliers abandonnèrent leurs terres, dont l'imposition excédoit le produit: on défendit alors ces abandons, à moins que les propriétaires, en délaissant la terre sur-imposée, ne fissent un abandon total de leurs autres possessions: des villages entiers remirent leurs terres, & on fut obligé de prendre sur la masse générale de l'imposition, une somme destinée à être répartie en diminution sur les Communautés qui se plaignoient le plus; mais la distribution de cette somme ne pouvoit être faite que d'une manière arbitraire.

L'Adminiſtration a cru en conſéquence, qu'une réforme du Cadaſtre étoit néceſſaire, & elle a cherché les moyens les plus ſûrs de remplir cet objet avec le plus de perfection & le moins de frais; elle deſiroit en même temps, que ces changemens indiſpenſables ſe fiſſent, autant qu'il ſeroit poſſible, de manière à ne cauſer aucun trouble aux particuliers, & à corriger promptement les parties les plus défectueuſes de l'ancien Cadaſtre.

Les moyens qui ſont contenus dans le Mémoire dont nous allons rendre compte, lui ont paru mériter la préférence; mais avant de les adopter en totalité, elle a voulu connoître, ſur pluſieurs points, l'opinion de l'Académie.

Pour mettre de l'ordre dans ce Rapport, nous commencerons par examiner le projet en lui-même, comme s'il étoit queſtion d'établir en même temps dans la province entière un nouveau Cadaſtre; & nous traiterons enſuite des moyens propoſés pour remplir cet objet ſucceſſivement & partie par partie.

La première opération eſt la connoiſſance exacte de l'étendue de chaque propriété: un Cadaſtre ne peut être exécuté d'après des principes ſûrs, s'il n'eſt précédé d'un arpentage général. On propoſe ici de lever un plan détaillé & figuré de toutes les terres; on lèvera ce plan au graphomètre, en calculant des triangles aſſez petits, qu'on rapportera enſuite à ceux de la Carte de France, ce qui ſervira de vérification pour ce nouveau travail: les baſes ſeront meſurées, autant qu'il ſera poſſible, ſur la perpendiculaire à la méridienne, au moyen de perches garnies d'un niveau & de deux fils d'aplomb, afin d'avoir avec préciſion la meſure horizontale des baſes: les plans des différentes propriétés contenues dans chaque triangle, ſeront levés à la planchette; & comme il faudra que la ſomme de leur étendue ſoit égale à la ſurface de chaque triangle, on aura un moyen de vérification pour cette meſure, comme on en a eu un pour celle des petits triangles: l'étendue de chaque propriété ſera marquée en arpens de Paris, perches, dixièmes de perches, appelées

primes; dixièmes de primes, appelées *ſecondes:* de manière que la fraction négligée ſera toujours moindre que la dix millième partie d'un arpent : ces meſures ſeront enſuite réduites en meſures du pays, les ſeules que connoiſſent la plupart des propriétaires; mais on conſervera la première énonciation faite en meſures de Paris : ſur le plan figuré, chaque pièce ſera numérotée, on y marquera la meſure de ſa ſuperficie; des caractères ſimples diſtingueront les différentes natures de biens, comme bois, prairies, vignes, terres labourables, jardins, maiſons, &c. les caractères chimiques connus indiqueront la nature du terrein, & d'autres caractères marqueront dans quelles claſſes des terres diviſées relativement à leur produit, ont été rangées, ou chaque propriété, ou même ſes différentes parties, & dans ce cas l'étendue de chacune.

Cette méthode nous paroît réunir toute l'exactitude & toute la ſimplicité dont les méthodes connues juſqu'ici ſont ſuſceptibles; & les erreurs qu'on pourra commettre en la ſuivant, ne peuvent être d'aucune importance, relativement à l'objet principal *(a)*.

C'eſt ici le plan horizontal que l'on lève, ainſi, cette méthode répond à celle que les Arpenteurs nomment de *cutellation:* l'Académie, conſultée ſur la comparaiſon de cette méthode avec celle qu'ils nomment de *développement*, a prononcé en faveur de la première; ainſi, nous nous contenterons de faire obſerver ici que dans l'opération du Cadaſtre, la meſure des propriétés n'étant qu'un préliminaire de leur eſtimation, la principale raiſon qu'on apportoit en faveur de la méthode de *développement* (c'eſt-à-dire la ſupériorité de

(a) On s'eſt ſervi de l'expreſſion *les méthodes connues*, parce que l'inſtrument pour meſurer les diſtances, inventé par M. l'abbé Rochon, pourroit, étant appliqué à l'arpentage, donner une méthode très-exacte & beaucoup plus prompte qu'aucune de celles qui ont été employées juſqu'ici. Si d'ailleurs on multiplioit ces grandes opérations, il arriveroit néceſſairement que les méthodes connues deviendroient de plus en plus expéditives, ou qu'on en découvriroit de nouvelles.

produit des terreins inclinés ſur les terreins horizontaux qui ont une baſe égale) ne peut avoir ici aucune application.

Après avoir meſuré les propriétés, il s'agit de les eſtimer.

On peut remplir cet objet de deux manières; 1.° En eſtimant ſéparément chaque terre ou chaque partie de terre, ſi la même pièce en contient de différentes valeurs. On ſent en effet que ce n'eſt pas telle terre déterminée que l'on eſtime, mais une terre contenant tant d'arpens, & chaque arpent produiſant tant: c'eſt le ſeul moyen d'empêcher que les partages, les réunions de domaines, ne jettent à la longue du déſordre dans le Cadaſtre.

2.° Ou bien en partageant les terres en un certain nombre de claſſes, & en regardant comme égales entre elles celles qui ne diffèrent que d'une quantité plus petite que la différence établie entre deux claſſes conſécutives.

Comme il ne s'agit pas ici de lever un impôt proportionnel aux produits, mais de partager proportionnellement aux produits, un impôt fixe, il eſt clair que de cette dernière méthode réſulte néceſſairement une léſion.

Il eſt donc important d'examiner quelle eſt cette eſpèce de léſion, & ſi même elle eſt auſſi réelle qu'elle le paroît d'abord; en effet, comme cette méthode eſt beaucoup plus ſimple que la première, il eſt clair que ſi la léſion qui en réſulte eſt moindre que celle qui naîtroit des erreurs inévitables de l'eſtimation, & peut par conſéquent être regardée comme nulle, on doit préférer la ſeconde méthode.

On peut claſſer les terres, relativement à leurs produits, de deux manières différentes; l'une, en donnant à chaque claſſe la dénomination du produit le plus bas, des terres qui y ſont placées; l'autre, en donnant à chaque claſſe, au contraire, la dénomination du produit le plus haut des terres qu'elle renferme.

Le taux réel de l'impôt ſe prendroit en diviſant l'impôt total qui eſt déterminé, par la ſomme des produits formés en multipliant les revenus impoſables par le nombre des arpens qui ont ce même revenu.

Dans le premier des deux ſyſtèmes de claſſification, le taux de l'impôt ſe détermine en diviſant cette même ſomme fixe par la ſomme des produits formés en multipliant le nombre des arpens de chaque claſſe, par le revenu impoſable le plus bas de ceux que comprend cette claſſe; ce taux eſt donc plus fort que le taux réel.

Dans le ſecond ſyſtème le taux de l'impôt ſe forme en diviſant la même ſomme par la ſomme des produits formés en multipliant la ſomme des arpens de chaque claſſe, par le revenu impoſable le plus haut de ceux que comprend cette claſſe; & ce taux eſt plus bas que le taux réel.

Il ne réſulte de cette différence, en plus ou en moins avec le taux réel, aucun avantage ou aucun déſavantage général, puiſque la ſomme de l'impôt eſt fixe; mais il en réſulte une diſproportion entre les taxes particulières.

On pourroit prendre auſſi le taux de l'impôt, en diviſant la ſomme impoſée par la ſomme des produits du nombre des arpens de chaque claſſe, multipliés par le terme moyen des revenus impoſables de cette claſſe; le taux dans ce cas peut être au-deſſus ou au-deſſous du taux réel.

Nous allons donc examiner ſéparément ces trois ſyſtèmes, cette matière n'a jamais été diſcutée d'après des principes rigoureux, & c'eſt une raiſon de nous y arrêter plus long-temps.

Nous rapporterons ſeulement ici les concluſions auxquelles nous avons été conduits; nous avons cru devoir ſéparer du rapport les détails & le développement des calculs qui ſont d'ailleurs trop ſimples pour mériter une diſcuſſion approfondie.

Dans le premier ſyſtème, c'eſt-à-dire, dans celui où l'impôt de chaque claſſe eſt réglé par le revenu impoſable le plus foible qui y eſt compris.

Il arrivera, 1.° que les produits impoſables de chaque claſſe payeront tous l'impôt à un taux plus fort que le plus haut produit de la même claſſe; 2.° que dans chaque claſſe le produit le plus foible payera au-deſſus du taux réel, & que cette léſion aura lieu juſqu'à la propriété dont le produit impoſable

impoſable ſera au plus bas produit de la claſſe, comme le taux ſuppoſé de l'impôt ſera au taux réel; en ſorte que dans ce ſyſtème il peut y avoir des claſſes entières qui payent plus qu'elles ne doivent.

Dans le ſecond ſyſtème, on trouvera,

1.° Que dans chaque claſſe les revenus impoſables les plus foibles payeront dans une proportion plus grande que les plus forts, cela eſt commun aux deux ſyſtèmes:

2.° Que la propriété de chaque claſſe dont le revenu impoſable eſt le plus fort, payera moins qu'elle ne doit; & ainſi en deſcendant juſqu'au point où le produit impoſable eſt au plus haut degré de la claſſe, comme le taux ſuppoſé eſt au taux réel; en ſorte que dans ce ſyſtème il peut y avoir des claſſes pour la totalité deſquelles le taux de l'impôt ſoit trop foible *(b)*.

(b) Pour mettre ces raiſonnemens à la portée de ceux qui ne ſont pas familiariſés avec les méthodes de calcul, nous allons préſenter ici des exemples arithmétiques des différentes concluſions que nous avons tirées.

Nous ſuppoſerons d'abord trois claſſes, la première de 10 à 20 livres; la ſeconde de 20 à 30; la troiſième de 30 à 40, dans chacune dix propriétés, & que ces propriétés doivent payer 100 livres. Nous ſuppoſerons de plus, dans la claſſe de 10 à 20 livres, cinq propriétés de 11 & cinq de 12; dans celle de 20 à 30, une de 21, & 9 de 29; dans celle de 30 à 40, deux de 31, & 8 de 39.

Le taux réel de l'impôt ſe trouveroit en diviſant 100 livres par la valeur totale de ces trente propriétés, c'eſt-à-dire, par 771; le taux réel ſera donc $\frac{100}{771}$; le taux du premier ſyſtème ſera $\frac{100}{600}$ plus grand que $\frac{100}{771}$; & dans le deuxième, le taux ſera $\frac{100}{900}$ plus petit que le taux réel. Puiſque dans les deux ſyſtèmes, les propriétés de chaque claſſe payeront le même impôt, il eſt évident que les plus foibles payeront plus à proportion que les plus forts.

Dans le premier ſyſtème, les propriétés de 11 livres payeront $\frac{10\text{liv.}100}{600}$, & elles devroient $\frac{11,100}{771}$; elles payeront donc plus qu'elles ne doivent payer: celles de 12 payeroient $\frac{10\text{liv.}100}{600}$, au lieu de $\frac{12\text{liv.}100}{771}$, c'eſt-à-dire plus qu'elles ne devroient payer; faiſant enſuite ici la proportion, le taux réel ou $\frac{100}{771}$ eſt au taux ſuppoſé ou $\frac{100}{600}$, comme 10 livres, produit ſur lequel on règle l'impoſition, eſt à un certain produit réel, on trouve ce produit réel égal à $\frac{771}{600}$ 10 livres; ainſi tout ce qui ſera au-deſſus dans cette claſſe, payera trop peu, & tout le reſte payera trop; il en ſera de même des autres claſſes.

Le taux réel eſt ſuppoſé reſter inconnu, il faut donc ſe réduire à trouver les limites des erreurs qu'on peut commettre; & on trouvera que pour le deuxième ſyſtème l'erreur ſera moindre que la différence des deux extrêmes d'une claſſe multipliée par le taux d'impôt que donne le ſyſtème; il faudra donc, pour rendre ces erreurs proportionnelles, former les claſſes de manière que les différences de produit impoſable d'une claſſe à l'autre, ſoient proportionnelles.

En adoptant la même manière de fixer les différences de claſſes, on trouvera de même dans le premier ſyſtème, pour limite de l'erreur, la différence d'une claſſe à l'autre multipliée par le taux d'impôt que donne le deuxième ſyſtème *(c)*.

Dans le deuxième ſyſtème, les propriétés de 29 livres payeront $\frac{30,100}{900}$, au lieu de $\frac{29,100}{771}$, & par conſéquent payeront moins qu'elles ne doivent; celles de 21 livres payeront de même $\frac{30\text{liv.}100}{900}$, au lieu de $\frac{21\text{liv.}100}{771}$, & par conſéquent, plus qu'elles ne doivent, & faiſant cette proportion, le taux réel ou $\frac{100}{771}$, eſt un taux ſuppoſé ou $\frac{100}{900}$, comme 30 livres, produit ſur lequel on règle l'impoſition, eſt à un certain produit réel, on trouve ce produit égal $\frac{30\text{liv.}771}{900}$; ainſi tout ce qui eſt au-deſſus de cette valeur, payera trop peu, & tout ce qui eſt au-deſſous payera trop.

On voit qu'ayant les mêmes proportions entre les taux réels & les taux propoſés, ſi on n'avoit dans la première claſſe que des produits réels au-deſſous de $\frac{771,10}{600}$ livres, toutes ces claſſes payeroient trop dans le premier ſyſtème; de même dans le deuxième, ſi la deuxième claſſe n'avoit que des produits réels au-deſſus de $\frac{30\text{liv.}771}{900}$, toute cette claſſe payeroit trop peu: le premier cas auroit lieu, par exemple, ſi, tout le reſte égal d'ailleurs, on ſuppoſoit dans la première claſſe dix propriétés de 10, & dans la deuxième une propriété de 26 livres & 9 de 29: le deuxième auroit lieu, ſi, dans la deuxième claſſe, on ſuppoſoit dix propriétés de 29, & dans la première 5 de 11 livres, une de 12 & 4 de 14.

(c) En continuant les mêmes exemples, il ſera aiſé d'entendre ce que nous avons dit des limites d'erreur dans les divers ſyſtèmes; conſidérons donc le deuxième ſyſtème, il eſt clair que tout ce qui eſt entre 10 & 20, ſera impoſé comme 20, & ſur le taux d'impôt $\frac{100}{900}$ qui eſt plus petit que $\frac{100}{771}$, taux réel; ſoit par conſéquent une propriété au-deſſous de 20 & au-deſſus de 10, il eſt clair que la ſuppoſant de 10 livres, & payant le taux d'impôt $\frac{100}{900}$, elle payera moins qu'elle ne doit; ſi donc $\frac{20\text{liv.}100}{900}$ eſt trop

D'où il réſulte que dans ces deux ſyſtèmes, non-ſeulement il faut claſſer ſuivant la méthode que nous venons d'indiquer, mais multiplier les claſſes de manière que la différence d'une claſſe à l'autre ſoit très-petite par rapport à la plus foible des deux claſſes.

Si maintenant nous examinons le troiſième ſyſtème, nous trouverons, 1.° que les terres de chaque claſſe au-deſſous de celle dont le produit impoſable eſt le plus grand, payeront moins qu'elle à proportion ; 2.° que ſi le taux du ſyſtème eſt inférieur au taux réel, les terres qui ſont au-deſſus du terme moyen ſeront taxées moins qu'elles ne devroient l'être ; & que s'il eſt ſupérieur au taux réel, les terres qui ſont au-deſſus du terme moyen ſeront trop taxées ; en ſorte que dans le premier cas toutes les terres d'une claſſe pourront payer trop peu, & dans le deuxième toutes les terres d'une claſſe payer trop.

Si l'on veut dans ce cas aſſigner les limites de l'erreur, & qu'on ſuppoſe les différences des claſſes proportionnelles,

---

grand, il eſt clair que ce ne peut être que d'une quantité plus petite que $\frac{20\text{liv.}100}{900}$ moins $\frac{10\text{liv.}100}{900}$. Dans le premier ſyſtème, toute la même claſſe ſera impoſée comme 10 livres, & au taux $\frac{100}{600}$ plus grand que $\frac{100}{771}$; mais il eſt clair que le plus petit produit devant payer 10 liv. $\frac{100}{771}$, la plus grande erreur poſſible ſera 10 livres $\frac{100}{600}$ moins $\frac{10\text{liv.}100}{771}$, mais cette dernière quantité eſt inconnue.

Suppoſons maintenant une diviſion de claſſes avec des différences proportionnelles ; par exemple, que les limites de ces claſſes ſoient 10, 15, 22 livres 10, 33 livres 15 ſous. Il eſt aiſé de voir que les taux d'impôt des deux ſyſtèmes, ſeront entr'eux comme les termes extrêmes de chaque claſſe ; ſoit donc une propriété dans la première claſſe, dont le produit ſoit 10 livres 1 ſou, le taux de ce ſyſtème $\frac{1}{10}$, & le taux réel $\frac{1}{12}$, cette propriété payera $\frac{1}{10}$ de 10 livres 1 ſou, au lieu de payer $\frac{1}{12}$ de 10 livres 1 ſou ; mais le taux du deuxième ſyſtème étant $\frac{1}{15}$, & 10 livres $\frac{1}{10}$ étant égal à 15 livres $\frac{1}{15}$, on peut ſuppoſer qu'elle payera 15 livres $\frac{1}{15}$ au lieu de 10 livres 1 ſou $\frac{1}{12}$: cela poſé, puiſque le taux réel eſt plus fort que $\frac{1}{15}$, taux du deuxième ſyſtème, & le produit plus grand que 10 livres; il eſt clair que, ſi l'on ignore la valeur de cette propriété & le taux réel, on ſait du moins que ce qu'elle doit payer eſt plus que 10 livres $\frac{1}{15}$, on ſait auſſi qu'elle doit payer moins que 15 livres $\frac{1}{15}$; la limite d'erreur eſt donc au-deſſous de 15 livres $\frac{1}{15}$ — 10 livres $\frac{1}{15}$.

on trouvera que pour les produits ſupérieurs au terme moyen, l'erreur ſera toujours moindre que la différence, entre le terme extrême ſupérieur & le terme moyen, multipliée par le taux de l'impôt, tel qu'on l'auroit dans le premier ſyſtème; & pour les produits qui ſont au-deſſous du terme moyen, la limite de l'erreur ſera la même que l'on a eue ci-deſſus pour le ſecond ſyſtème *(d)*.

On obſervera de plus, qu'en faiſant les différences proportionnelles, les taux d'impôt dans chacun des ſyſtèmes, ſeront en raiſon inverſe du produit ſur lequel on formera la taxe; qu'ainſi il devient indifférent dans cette hypothèſe de ſuivre un des trois ſyſtèmes de claſſification. Il réſulte donc de ce que nous venons de dire, qu'il faut former la claſſification en prenant, entre les claſſes, des différences proportionnelles, & les prendre telles que la léſion qui en réſulte ne ſoit pas ſenſible.

Nous obſerverons maintenant, 1.° que l'eſtimation de chaque terre n'eſt pas rigoureuſement exacte, & qu'ainſi il

---

(d) Nous avons dit qu'on pouvoit former un troiſième ſyſtème en taxant d'après le terme moyen de chaque claſſe; ainſi en reprenant le premier exemple ci-deſſus, on auroit pu taxer les propriétés entre 10 & 20 ſur le pied de 15; celles entre 20 & 30 ſur le pied de 25; celles entre 30 & 40 ſur le pied de 35, le taux d'impôt étant alors $\frac{100}{750}$ qui eſt plus grand que le taux réel $\frac{100}{771}$; ſi conſervant tout le reſte, on avoit eu 10 propriétés de 21, au lieu d'une de 21 & 9 de 29, on auroit alors eu le taux réel $\frac{100}{699}$: ainſi le taux auroit été plus petit que le taux réel.

Dans le premier cas, les propriétés de 11, 12 livres, qui payeront comme 15 livres, & ſur le taux $\frac{100}{750}$ livres plus grand que $\frac{100}{771}$, payeront trop: dans le deuxième, les propriétés qui payeront comme 15 livres, mais au taux $\frac{100}{750}$ plus petit que le taux réel $\frac{100}{699}$, payeront encore trop, parce que leur rapport avec 15, eſt plus petit que celui de 699 à 750, rapport des deux taux.

Si les différences ſont proportionnelles, il eſt aiſé de voir que le taux de ce troiſième ſyſtème ſera au taux du deuxième, comme le terme moyen eſt au terme extrême; on payeroit donc préciſément comme dans ce deuxième ſyſtème: ainſi les limites de l'erreur devront être ſuppoſées les mêmes.

Soient, par exemple, 10, 15 livres, 22, 10 ſous, 33 livres 15 ſous les extrêmes des claſſes, on voit que ſi $\frac{1}{10}$ eſt, par exemple, le taux du premier ſyſtème, $\frac{1}{15}$ ſera celui du ſecond, & $\frac{1}{12}$ $\frac{1}{2}$ celui du troiſième.

eſt inutile de chercher dans la claſſification une exactitude plus grande que celle qui peut être miſe dans l'eſtimation; 2.° que cette erreur dans la claſſification n'affectera ſur-tout que la partie inférieure de chaque claſſe des terres, qu'elle ſera favorable pour d'autres valeurs; en ſorte que pour les propriétaires qui ont des terres de différentes valeurs, ces erreurs ſeront compenſées en partie; 3.° que pour que l'erreur approchât de la limite que nous avons fixée, il faudroit que preſque toutes les propriétés de chaque claſſe fuſſent très-voiſines du point le plus haut, & qu'un très-petit nombre fût placé dans le point le plus bas: ce qui d'abord eſt très-peu probable, & ce qui d'ailleurs pourroit ſe réparer facilement en faiſant paſſer ce petit nombre de propriétés dans une claſſe inférieure.

Ainſi pourvu que le rapport d'une claſſe à l'autre ne ſoit pas grand, la léſion ne ſera point ſenſible.

Dans le Projet propoſé, les différences entre les claſſes ne ſont ni égales ni proportionnelles: il y a trente claſſes, la première eſt de 10 ſous, l'avant-dernière de 253 livres; la première des différences eſt 10 ſous, la dernière eſt 38 livres; le premier rapport de la différence à la quantité eſt 1; le dernier eſt moindre $\frac{1}{7}$, & plus grand $\frac{1}{6}$.

Les auteurs de ce Projet conviennent, dans la théorie, du principe que nous avons expoſé, c'eſt-à-dire, de la néceſſité de prendre entre les claſſes, des différences proportionnelles; mais les motifs de l'irrégularité apparente qu'on obſerve ici, ſont, 1.° la crainte de multiplier trop les claſſes, 2.° l'extrême petiteſſe des différences dans les premiers termes, petiteſſe, telle que certainement les eſtimateurs les plus exacts ne peuvent y avoir égard. Si on ſuppoſe en effet les différences proportionnelles aux dixièmes, la première claſſe étant 10 ſous, la ſeconde ſera 11, la troiſième 12 & un denier environ; 3.° le peu d'importance de l'erreur: de ces motifs, le ſecond eſt le ſeul qui, ſuivant nous, doive être de quelque poids; la multiplication des claſſes n'a d'autre inconvénient que d'augmenter un travail purement arithmétique, & toute erreur

plus grande que celle de l'eſtimation, nous ſemble ne devoir pas être négligée : il nous paroîtroit donc à deſirer qu'on pût admettre une plus grande diviſion de claſſes, cinquante, par exemple, au lieu de trente, alors il ſeroit poſſible de ſuppoſer la différence d'une claſſe à l'autre, d'environ un dixième ſeulement, en réuniſſant dans les mêmes claſſes celles des dernières diviſions dont la différence n'excéderoit pas une très-petite ſomme, 5 ſous, par exemple. En effet, ſuivant cette méthode, non-ſeulement la léſion ſeroit très-petite, mais de plus l'erreur de la claſſification ſeroit du même ordre, tout au plus, que celle de l'eſtimation, parce que les terres d'un très-petit rapport n'ayant aucune culture régulière, ne ſont pas ſuſceptibles d'une évaluation bien exacte ; mais il nous ſuffit d'avoir expoſé notre opinion ſur les principes de ces opérations, c'eſt à l'Adminiſtration à décider ſur la manière de les employer.

Nous ajouterons qu'il nous paroît plus ſimple de nommer chaque claſſe par le terme du produit le plus bas qui y eſt contenu, quoique ces dénominations ſoient indifférentes : en effet, un propriétaire peu inſtruit, qui voit que ſa terre a été placée dans la claſſe de 10 livres, verra ſur le champ que pour ſe faire placer dans une autre claſſe, ou pour obtenir un changement, il doit prouver qu'elle eſt au-deſſous de cette valeur ; au lieu que ſi elle étoit placée dans celle de 11, il faudroit qu'il ſongeât qu'il doit prouver qu'elle eſt non-ſeulement au-deſſous de 11, mais même de 10 : ce raiſonnement qui n'eſt rien pour des hommes habitués aux affaires, pourroit embarraſſer les propriétaires de campagne, à qui il ſera difficile de faire entendre que pour être mal placé dans la claſſe de onze livres, il faut réellement avoir une terre au-deſſous de 10 livres.

Nous allons paſſer maintenant à la manière d'eſtimer les terres, & de les placer dans la claſſification dont nous venons d'expoſer les principes.

Il ſe préſente ici trois eſpèces de propriétés aſſujetties au

même impôt, mais qui par la manière de les eſtimer, exigent une méthode différente:

1.° Les terres qui donnent des productions réelles, annuelles ou périodiques:

2.° Les maiſons:

3.° Les moulins de différentes eſpèces; il n'eſt queſtion dans ce projet ni de mines ni de carrières.

Nous ne parlerons que de la première eſpèce de propriétés; le principe général, adopté par les auteurs du Projet, eſt le même pour toutes les trois; il conſiſte à raſſembler le plus d'élémens & de moyens de vérification qu'il eſt poſſible: les différences dans la manière de les eſtimer, tiennent à la nature des objets, ou à des principes particuliers ſur la méthode d'aſſujettir à l'impôt les maiſons & les uſines; principes dont la diſcuſſion nous eſt étrangère: nous nous bornerons à obſerver ſeulement, ſans prononcer ſur la vérité ou la juſtice de ces principes, que les intérêts des habitans des campagnes ont été ménagés avec ſoin.

Pour parvenir à l'eſtimation des terres, on forme une Table contenant dix-ſept colonnes, & où l'on marque

1.° Le nom du propriétaire.
2.° Celui du canton.
3.° Les productions naturelles du ſol.
4.° Celles de la culture.
5.° Les qualités phyſiques de la terre.
6.° L'expoſition.
7.° Les débouchés.
8.° La meſure de ſuperficie.
9.° Le prix des ventes.
10.° Le produit affermé.
11.° Celui des dixmes.
12.° Les frais de culture.
13.° Les produits des fruits.
14.° Le produit impoſable.
15.° L'impoſition actuelle.
16.° Le numéro du plan général.

Une dix-ſeptième eſt réſervée pour les obſervations particulières.

C'eſt d'après ces élémens que l'on doit partir pour placer chaque terre dans la claſſe qui lui convient.

Les deux premières colonnes, remplies par les noms des propriétaires & par ceux des cantons, ne ſont ſuſceptibles d'aucune obſervation.

Les troiſième, cinquième & ſixième, qui déſignent les productions naturelles du ſol, les qualités phyſiques de la terre, & l'expoſition, ne peuvent ſervir de baſe à l'eſtimation: mais on ſait qu'il exiſte une liaiſon conſtante entre la nature des terreins & leur fertilité; l'eſpèce de productions qui peut y être cultivée avec ſuccès; enfin, la méthode de les cultiver. Les productions naturelles d'une terre, c'eſt-à-dire, les plantes qui y croiſſent ſpontanément ſont auſſi des indices très-conſtans de ſa force productive & du genre de productions qu'elle eſt le plus propre à recevoir: l'expoſition a, comme on ſait, des influences très-marquées ſur le ſuccès des différentes eſpèces de culture. Les Naturaliſtes & les Botaniſtes paroiſſent convenir de ces principes.

On propoſe de juger ici de la nature d'un terrein, en diſtinguant la qualité dominante de la terre, ſa conſiſtance, le genre des pierres qui y ſont mêlées, leur abondance ou leur dureté, l'épaiſſeur de la couche de terre, les bancs de pierres ou de rochers qui l'interrompent; on choiſit parmi les productions naturelles, les plantes qui y paroiſſent en plus grand nombre, & qui ſemblent y avoir une végétation plus vigoureuſe.

Ces détails, formés en même temps que ceux qui ſont de néceſſité abſolue, n'augmenteront pas beaucoup le travail, & il peut en réſulter deux avantages: le premier, de préſenter un moyen de vérification; ſi en effet, deux terres qui, ayant une même culture & les mêmes débouchés, ſe trouvent encore de la même nature, & que cependant elles ſoient eſtimées avoir des produits très-différens, cette différence paroît

paroît indiquer une erreur, & doit obliger à revoir avec une nouvelle attention, tous les élémens qui ont ſervi à l'eſtimation. Le ſecond avantage eſt de mettre à portée de mieux connoître, par une ſuite d'obſervations multipliées, les rapports qui exiſtent entre la nature & l'expoſition du ſol, ſes productions naturelles, ſa fertilité & le ſuccès des différentes eſpèces de productions ou des procédés employés pour cultiver. Ce travail, bien exécuté, peut devenir très-utile aux Sciences rurales, & on ſent qu'il ne peut être fait avec autant d'étendue & d'exactitude, qu'en le réuniſſant à la confection d'une opération générale & néceſſaire.

L'article IV, qui déſigne les productions que l'on cultive dans chaque terre, ſoit conſtamment, ſoit alternativement, les années de repos, le nombre des labours, le plus ou moins d'engrais, &c. a la même utilité que ceux dont nous venons de parler; d'ailleurs, il eſt d'uſage dans toute eſpèce de Cadaſtre, de marquer à chaque article l'eſpèce de propriété qu'il renferme.

Nous avons déjà obſervé, que l'article VII qui marque les débouchés, ſert à comparer les terres entr'elles, & contribue à donner des moyens de vérification, c'eſt-à-dire, des moyens d'apercevoir les erreurs qui ont pu être commiſes.

Nous avons parlé de la meſure de ſuperficie.

Le produit des ventes ne peut pas ſervir à déterminer le produit impoſable, cependant il arrive rarement qu'il ne s'établiſſe pas dans le même canton pour les terres ſuſceptibles des mêmes productions, un denier commun de ventes; ainſi, toutes les fois que l'évaluation du produit impoſable d'une terre s'écartera de ce denier commun, d'une manière ſenſible, on aura lieu de ſoupçonner une erreur, & on ſera averti de la néceſſité d'un nouvel examen.

Les dixmes ne ſont évaluées que d'après le produit des fruits, mais on les place ici, 1.° pour avertir qu'elles doivent être ajoutées aux frais de culture; 2.° parce que, connoiſſant, d'après cette évaluation, la valeur des dixmes d'un canton, on peut la comparer avec la valeur eſtimée de la même

dixme, & ſe procurer, par ce moyen, une nouvelle preuve de l'exactitude de ſes opérations.

On marque le prix des fermes. Si toutes les terres étoient affermées, on pourroit prendre ce prix pour le produit impoſable; mais, 1.° il s'en faut beaucoup que toutes les terres ſoient affermées, au lieu qu'il eſt poſſible, pour toutes, de trouver le produit impoſable, en déduiſant du produit des fruits les frais de culture. 2.° Quoique le prix du bail ſoit le réſultat des calculs que les Propriétaires & les Fermiers font ſur leurs intérêts, & que la concurrence doive le porter à très-peu-près à la vraie valeur du produit impoſable, il n'en eſt pas en général auſſi approché qu'il paroîtroit devoir l'être.

Les conditions des baux dépendent de beaucoup de conſidérations perſonnelles & locales; d'ailleurs, par-tout où l'on impoſe proportionnellement aux prix des fermes, on cherche à en cacher la valeur pour diminuer le prix de l'impôt. Ainſi, avant d'impoſer ſur le prix des fermes, il faudroit néceſſairement examiner ſi ce produit ne diffère point ſenſiblement de celui qu'on retrouveroit en retranchant les frais de culture du produit des fruits : on ne ſe ſeroit donc point diſpenſé de l'eſtimation directe.

Enfin, il arrive ſouvent que des propriétés de différente nature, ſur différentes Paroiſſes, ſont affermées en bloc; ces baux ne ſerviroient donc ni pour une répartition par Paroiſſes, ni pour une répartition qui doit, pour être conſtante, être faite ſur les propriétés particulières, & non ſur la maſſe des biens que réunit un propriétaire.

Telles ſont les raiſons qui ont engagé à ne pas établir l'impôt ſur le prix des baux, mais ce prix eſt important à connoître, 1.° parce qu'en le comparant au produit impoſable, ſi on trouve entre ces deux valeurs des différences conſidérables, qui ne ſoient pas les mêmes à peu-près pour une terre que pour une autre terre voiſine de la même nature, on eſt encore averti qu'il y a lieu de ſoupçonner une erreur. 2.° Parce que cette même comparaiſon peut donner, ſoit à

l'Adminiſtration, ſoit aux Propriétaires, des connoiſſances très-utiles.

Il nous reſte à parler des colonnes XII & XIII. Nous obſerverons d'abord que ce ſont les deux ſeuls objets qui ne puiſſent être déterminés par une méthode rigoureuſe; ils dépendent néceſſairement du plus ou du moins de connoiſſances & de ſagacité de ceux qui ſont chargés des eſtimations.

Cependant comme toutes les opérations ſont publiques, comme les propriétaires ou leurs fermiers peuvent en être témoins, on ſent que des erreurs très-graves ſont preſque impoſſibles *(e)*. Mais indépendamment de ce qu'on peut appeler des erreurs particulières, auxquelles le choix des eſtimateurs peut ſeul remédier, il y a ſur la manière d'eſtimer, quelques obſervations générales qui ſont de notre reſſort.

On n'eſtime ni les frais de culture, ni les produits des fruits, d'après une ſeule année, mais en formant une année commune; & il ſe préſente ici deux queſtions, l'une ſur la période d'années qui doit former l'année commune, l'autre, ſur la manière de la former.

Pour fixer la période d'années qu'il eſt à propos de choiſir, il convient d'obſerver, 1.° que pour compenſer les inégalités que produit la température des différentes années, il faut prendre cette période auſſi étendue qu'il eſt poſſible, mais en ſe bornant cependant aux années pour leſquelles on peut avoir des données aſſez préciſes.

2.° Que dans le cas où les productions d'une terre ne ſont point annuelles, mais périodiques il faut former une année commune d'un nombre d'années qui renferme un multiple de cette période; par exemple, ſi la terre produit une année du froment, une autre de l'avoine, & ſe repoſe

(e) Nous remarquerons ſeulement ici que, dans le cas où l'on auroit envie de connoître quelle peut être à peu-près l'exactitude des eſtimations, il ſeroit poſſible, par des expériences vérifiées avec les précautions néceſſaires, de déterminer les limites d'erreur avec aſſez de préciſion, & de s'éclairer en même temps ſur les meilleurs moyens de faire les eſtimations.

la troiſième, il faut prendre, pour former l'année commune, un nombre d'années multiple de 3, & alors, ſi on prend douze ans, par exemple, ce ne ſera point d'après douze années réellement, mais d'après quatre que ſe formera l'année commune de chaque production, & par conſéquent la véritable année commune. Ces périodes ſont quelquefois aſſez longues, & ne ſont pas même très-régulières, ſur-tout dans les pays où l'on eſt dans l'uſage de mettre, de temps en temps, en chanvre, en lin, en légumes ou en prairies artificielles, les terres qui ſont regardées comme terres à grain, & il faut avoir égard à toutes ces différences. Ainſi, on obſervera dans ce Cadaſtre, de faire entrer dans l'année commune, chaque eſpèce de récolte, à proportion du nombre de fois que chacune ſe répète dans une certaine période d'années.

3.° Qu'il y a des eſpèces de propriétés qui ne produiſent que durant un certain nombre d'années, au bout deſquelles on eſt obligé de faire une nouvelle dépenſe; telles ſont toutes celles où l'on cultive des arbres, les vignes, les châtaigneraies, &c. dans les pays du moins où l'on eſt dans l'uſage de renouveler toute une plantation à la fois: dans ce cas, la période commune doit embraſſer toute la durée d'une de ces plantations, dont les premières & les dernières années diffèrent beaucoup en produit, de celles où la plantation eſt en rapport: une année moyenne priſe ſur une ſeule période, ne peut être regardée comme une année commune, que dans le cas où la durée du plant eſt aſſez longue pour que les variations d'une année à l'autre, cauſées par l'âge du plant, ſoient peu ſenſibles; & le nombre d'années qui dans ce cas ſert véritablement à former une année commune, n'eſt pas le nombre total des années, mais celui des années pendant leſquelles on peut ſuppoſer au plant la même force productrice.

La ſeconde queſtion regarde la manière de former une année commune; la méthode ordinaire conſiſte à faire une ſomme des produits de toutes les années, & à les diviſer par leur nombre: cette méthode peut être regardée ici comme

ſuffiſante, elle eſt fondée ſur la ſuppoſition qu'au bout d'un certain nombre d'années les récoltes ſe compenſent à très-peu-près, ſuppoſition généralement admiſe, & qui paroît conforme à l'expérience de tous les pays.

Les années d'une abondance aſſez grande pour rendre cette méthode fautive, ne peuvent guère ſe ſuppoſer; quant aux accidens extraordinaires qui n'ont lieu qu'au bout d'eſpaces très-éloignés, comme on en conſervera la mémoire long temps, & qu'ainſi le retour de leurs périodes eſt plus facile à connoître d'une manière rapprochée, il ſera fort aiſé de les faire entrer dans le calcul, ſi toutefois on trouvoit par l'expérience, que leurs effets méritaſſent cette recherche: s'il eſt d'uſage d'accorder des diminutions d'impôt pour ces accidens extraordinaires, alors il y auroit plus d'exactitude à ne pas faire entrer dans l'année commune, les années où ces accidens ſe rencontrent.

On peut demander encore, comme il faut évaluer les fruits en argent, ſi par cette évaluation, il faut évaluer l'année commune de fruits, au prix moyen du même nombre d'années, ou évaluer chaque produit par le prix moyen de chaque année, & en tirer une valeur commune?

Il eſt clair que la première méthode n'eſt exacte que quand le prix moyen eſt conſtant ou preſque conſtant; or, le prix moyen n'eſt pas conſtant, il ne peut l'être même à peu-près, quand il s'agit du prix moyen pour un canton peu étendu, où ce prix éprouve néceſſairement des variations ſenſibles; il en réſulte donc que c'eſt la ſeconde manière qu'il faut préférer.

Enfin on peut demander comment, lorſque les années ſont très-inégales, & que ces inégalités ont lieu d'une manière périodique par la nature des productions, comme dans les terreins en bois, qui ne rapportent que tous les quinze, les dix-huit ans, on doit former l'année commune? on peut en effet, dans ce dernier cas qui ſervira d'exemple, 1.° diviſer

l'année commune, des années où la production eſt recueillie, par le nombre d'années que contient la période.

Mais il eſt aiſé de ſentir que s'il eſt queſtion d'une impoſition nouvelle, cette méthode eſt inexacte; en effet, il n'y auroit certainement pas d'égalité entre ceux qui recevroient le revenu de dix-huit années, avant d'avoir payé une année d'impôts & ceux qui payeront dix-huit années d'impôt avant d'avoir reçu leur revenu. Ce n'eſt pas la même choſe lorſqu'il s'agit d'un impôt déjà établi, & qu'on veut répartir avec plus d'égalité; on ſent que dans ce cas la léſion eſt bien moindre (il ne peut être queſtion de la totalité de l'impôt, mais ſeulement d'une partie), & qu'il y a même beaucoup de cas où cette méthode ſeroit plus juſte que celle qu'on y voudroit ſubſtituer.

2.° On peut avoir égard à l'époque où le revenu arrive, & partager le produit comme une annuité qui doit répondre à une ſomme fixe, donnée à une certaine époque: cette méthode eſt la plus juſte pour un impôt nouveau, & dont la ſomme eſt fixe; ſi on vouloit l'appliquer à une répartition nouvelle d'un impôt, il faudroit calculer l'annuité, en ayant égard à l'impôt déjà payé dans les années de la période que l'on conſidère. Mais cette recherche ne donneroit qu'une exactitude ſuperflue, parce que l'erreur à laquelle on remédieroit, par ce moyen, ſeroit en général fort au-deſſous des erreurs, dans l'eſtimation *(f)*.

3.° On peut, pour plus de ſimplicité, regarder le terme de toucher les revenus, comme étant pour tous le plus éloigné: cette méthode, qui ſeroit injuſte pour un impôt dont la ſomme eſt fixe, en ſorte que toute grâce pour l'un eſt une charge pour l'autre, n'eſt ſans inconvénient, que dans le

(f) Nous ſommes entrés ici dans des détails qui peuvent paroître minutieux, mais comme le degré d'exactitude des eſtimations eſt inconnu, & qu'il eſt poſſible d'en perfectionner la méthode, comme nous l'avons obſervé, nous avons voulu ne rien omettre des principes néceſſaires pour calculer les élémens qui pourroient alors mériter d'entrer dans l'évaluation des produits.

cas où l'impôt n'a pas une valeur fixe, mais eſt proportionnel au revenu *(g)*.

Ce que nous avons dit des eſtimations de produits, s'applique aux eſtimations de frais de culture, ſans aucun changement. On ne dit point ici ſi l'on fait entrer dans ces frais l'intérêt des avances de culture, ni la manière dont on détermine ces avances, ou l'intérêt qu'on doit leur ſuppoſer.

Il ne reſte donc plus qu'à former le produit impoſable, ce qui ne demande qu'une ſimple ſouſtraction : nous obſerverons ſeulement que l'on trouvera dans le travail réel un point de vérification, qui ne paroît pas dans ces colonnes; en effet, on fera les évaluations en nature avant de les faire en argent, ce qui peut indiquer encore les erreurs qu'on aura pu commettre, ſoit dans les évaluations, ſoit dans les calculs.

D'après l'eſtimation, on placera chaque terre dans la claſſe qui lui appartient.

Tel eſt le plan général du Cadaſtre propoſé à l'Adminiſtration de la haute Guyenne; & il nous a paru que dans la manière de lever les plans des terreins, & d'en déterminer les ſuperficies, de diviſer les terres en différentes claſſes, enfin, de les eſtimer, les auteurs du Projet avoient propoſé les moyens les plus ſimples & les plus exacts d'éviter les erreurs; nous croyons ſeulement devoir répéter ſur le dernier article : 1.° que l'exactitude dépend néceſſairement de la ſagacité des eſtimateurs, mais les auteurs du Projet, en leur traçant la méthode dont nous avons rendu compte, leur donnent les moyens d'éviter ou de reconnoître leurs erreurs.

2.° Que les détails que renferment ces Tables d'eſtimation, peuvent fournir des obſervations très-précieuſes pour les

(g) Nous obſerverons de plus ici que la plupart des propriétaires ne font point, du moins dans la pratique, ce calcul des annuités, & qu'ainſi preſque tous ceux dont le revenu échoit les premières années après l'établiſſement de l'impôt, perdroient à être impoſés ſuivant la règle rigoureuſe : mais c'eſt à l'Adminiſtration ſeulement à décider quels égards elle doit avoir à cette obſervation.

Adminiſtrateurs, pour les Propriétaires, & pour les hommes qui s'occupent de l'étude de l'Agriculture & de celle des Sciences phyſiques.

Quelque bien fait que puiſſe être le plan propoſé, quelque ſoin qu'on ait pris pour former dans la Province de bons arpenteurs & des eſtimateurs éclairés, il ſeroit impoſſible que la confection d'un Cadaſtre général n'exigeât beaucoup de temps, & qu'il ne fallût employer des ſommes conſidérables pour un ouvrage, dont les avantages ne ſeroient ſenſibles que lorſqu'il ſeroit achevé.

Ces conſidérations ont déterminé les auteurs du Projet à propoſer une méthode de faire partiellement le Cadaſtre, de manière à remédier peu-à-peu aux défauts de l'ancien, & à faire jouir, dès les premières années, les Paroiſſes les plus maltraitées, des avantages d'une impoſition plus régulière. La grande difficulté de ce Projet conſiſtoit à trouver une méthode approchée de connoître le taux de l'impôt, différente de la méthode rigoureuſe, qui conſiſte à diviſer la ſomme de l'impôt, par celle du produit impoſable, & qui exige par conſéquent que le travail des arpentages & des eſtimations ait été fait en entier.

En effet, ſi ce taux d'impoſition étoit connu à très-peu près, il ſuffiroit, pour rectifier le cadaſtre d'une paroiſſe, de faire les opérations néceſſaires pour fixer le produit impoſable ſur cette paroiſſe ſeule: on verroit par la ſomme de ce produit impoſable, l'impôt qu'elle doit payer; on le répartiroit avec égalité ſur les propriétaires, & la ſomme qu'elle payoit de trop, ſeroit répartie proportionnellement ſur le reſte des paroiſſes. Par ce moyen on ſoulageroit chaque année, parmi les Paroiſſes qui ſe plaignent, celles dont les plaintes paroiſſent le mieux fondées; & il arriveroit enfin un moment dans lequel toutes ou preſque toutes auroient demandé le cadaſtre, & où par conſéquent le cadaſtre entier ſeroit exécuté ſur la demande même des contribuables, & ſans leur cauſer l'inquiétude & la défiance que toutes les opérations

opérations de ce genre ne manquent guère d'exciter quand elles ſe font par voie d'autorité.

Il nous reſte donc à examiner, 1.° le moyen de connoître par eſtimation, le taux de l'impôt ; 2.° les effets que peut produire le rejet des ſommes ſurimpoſées, ſur la totalité de ceux qui n'auront pas encore le nouveau Cadaſtre ; 3.° la manière de former un cadaſtre vraiment général après qu'il aura été exécuté partiellement ſur la totalité des Paroiſſes.

Pour connoître à peu-près le taux de l'impôt, on propoſe de choiſir, dans la province & dans chaque canton de la province, un certain nombre de Paroiſſes où ſe trouvent à peu-près les différentes eſpèces de terreins & de productions que renferme la province entière ; & de choiſir ces Paroiſſes parmi celles qu'on ſuppoſera ne payer qu'une impoſition proportionnée à leur revenu. On croit pouvoir regarder comme n'étant point trop impoſées les Paroiſſes qui ne ſe ſont jamais plaintes du trop impoſé, ou qui ne ſe ſont plaintes que foiblement ; qui n'ont demandé des ſecours que pour des accidens extraordinaires ; où il n'y a point eu d'abandon de terres. On exclura de ce nombre celles qui ont été citées conſtamment par les Paroiſſes voiſines, comme ayant été trop peu impoſées ; celles où les terres qui paroiſſent d'une valeur égale, ſont vendues conſtamment beaucoup plus cher que dans les Paroiſſes voiſines.

On prendra ces Paroiſſes dans différens cantons, parce que ces différences obſervées d'une Paroiſſe à l'autre ne naiſſent que de l'opinion commune établie dans le canton ; & qu'ainſi ſans cette précaution on pourroit ſe tromper beaucoup, s'il exiſtoit des différences ſenſibles entre les cantons comme entre les Paroiſſes.

Le même moyen qui ſervira à diſtinguer les Paroiſſes où l'impoſition peut être regardée comme aſſez exacte, ſervira à diſtinguer dans chaque Paroiſſe les fonds qu'on peut regarder comme bien impoſés. Les prix des ventes, des fermes, les plaintes plus ou moins fréquentes donneront de même une aſſez grande probabilité. On choiſira donc un certain

nombre d'exemples dans leſquels on fera entrer un nombre à peu-près égal de terres de différentes productions, & un nombre à peu-près égal de terres de différent produit pour chaque genre de productions. On fera d'après les moyens que nous avons expoſés, & avec les plus grands ſoins, l'eſtimation de ces terres; on en déduira le taux de l'impôt pour chacune, & on en formera un taux commun.

Mais les auteurs du Projet ont ſenti que pour former ce taux commun, il ne falloit pas ici prendre un milieu arithmétique entre les différens réſultats. Pour que cette méthode fût bonne il faudroit que le taux fût à peu-près le même pour les différens cantons, pour les différentes productions & les différentes qualités de terreins deſtinés à chaque production.

C'eſt en comparant une terre, non avec les terres du même canton ſeulement, mais avec celles de la même eſpèce, du même degré, que s'eſt formée l'opinion ſur l'exactitude de l'impoſition; il ſeroit donc très-poſſible qu'il y eût dans l'état actuel, entre les différentes productions ou entre les différens degrés de terreins, des taux très-différens, comme entre des cantons fort éloignés. Il faut donc multiplier le taux de chaque eſpèce & de chaque degré dans chaque canton, par le nombre d'arpens de terres ſemblables qu'il eſt ſuppoſé contenir d'après une détermination approchée, dans laquelle il n'eſt pas néceſſaire d'avoir une grande préciſion, & le diviſer par la totalité; on aura par ce moyen le taux de chaque canton, & on formera enſuite par la même méthode un taux moyen entre les différens cantons.

Cette méthode nous paroît ſuffiſamment exacte, pourvu qu'on ait ſoin, en prenant, d'après quelques exemples, le taux commun d'un degré, d'une eſpèce dans un même canton, d'écarter ceux qui s'éloigneroient trop des autres, & que dans ce cas on cherche à pénétrer la cauſe de cette différence, & à multiplier davantage les exemples.

D'autres recherches ſeroient inutiles; en effet, le premier fondement de l'opération eſt la poſſibilité de reconnoître

qu'une Paroiſſe n'eſt pas trop impoſée par rapport à une Paroiſſe voiſine, que telle terre labourable de cette Paroiſſe ne l'eſt pas trop par rapport aux autres terres labourables à peu-près de la même nature, & c'eſt d'après des raiſons morales qu'on croit pouvoir admettre cette poſſibilité. On ſe croit donc aſſuré d'avance que le taux que l'on trouve approche du taux commun pour les propriétés ſemblables, quant aux lieux, à la production, à la valeur & à la poſition. Ainſi la méthode de former le taux commun qu'on propoſe ici, n'eſt ſuſceptible d'aucune objection fondée.

Il faut examiner maintenant les effets de l'opération faite ſucceſſivement, d'après ce taux eſtimé, en ſuppoſant d'abord qu'il eſt au-deſſus, & enſuite au-deſſous du taux réel: il eſt poſſible, juſqu'à un certain point, de former le taux, de manière qu'il ſoit à volonté au-deſſus, ou bien qu'il ſoit au-deſſous du taux réel; mais on ne peut en être abſolument ſûr, & d'ailleurs, plus on chercheroit à le rapprocher du taux réel, plus il deviendra incertain s'il eſt au-deſſus ou au-deſſous, & plus on voudra s'aſſurer de le fixer au-deſſus ou au-deſſous, plus on riſquera de s'éloigner du taux réel.

Suppoſons d'abord qu'il ſoit au-deſſus, il ſera aiſé d'en conclure que, puiſqu'on ne fait un nouveau Cadaſtre que pour les Paroiſſes qui ſe plaignent, à meſure que le Cadaſtre avancera, le nombre de Paroiſſes léſées diminuera, de manière que les plaintes pourront ceſſer long-temps avant la confection totale: ſuppoſons en effet cette erreur d'un cinquième, il eſt clair que lorſqu'on aura fait les deux tiers, par exemple, ce qui reſtera payera déjà un impôt moindre de deux cinquièmes que celui qu'il devoit payer, & par conſéquent, les terres de la partie cadaſtrée payeront le double de celles de la même valeur de la partie non cadaſtrée; il eſt donc vraiſemblable que dès-lors les plaintes auroient ceſſé, & qu'il faudroit faire enſuite le Cadaſtre ou d'une ſeule fois ou par parties, mais en rétabliſſant l'égalité entre les différentes parties cadaſtrées, à chaque opération nouvelle.

Suppoſons enſuite que ce taux eſtimé ſoit au-deſſous du

taux réel, il réſultera de ce qu'on rejette ſur la totalité de ce qui reſte à cadaſtrer, les ſommes diminuées chaque année, il doit arriver un terme où toutes celles qui reſtent ſe plaindront à la fois : ſoit en effet encore l'erreur d'un cinquième, lorſque l'on aura fait les deux tiers, ce qui reſtera payera deux cinquièmes de plus, en ſorte que l'impoſition des Paroiſſes cadaſtrées ſera à celles des Paroiſſes non cadaſtrées, dans le rapport de 4 à 7 : dans ce cas, les plaintes doivent devenir générales, il faudra donc alors faire le reſte de l'opération à la fois, ou en l'achevant par parties, rejeter les diminutions, non plus ſur les Paroiſſes non cadaſtrées, mais ſur la totalité.

De ces deux méthodes, on préfère ici la première, 1.° parce qu'il paroît plus naturel de diminuer les ſurimpoſitions, à pluſieurs repriſes, que de les diminuer plus qu'il ne faut pour les augmenter enſuite : 2.° parce que la ſurcharge qui en réſulte eſt plus petite, & ne peut s'étendre au-deſſus de l'erreur commiſe dans l'eſtimation du taux de l'impôt.

Mais comme nous l'avons dit, lorſqu'on cherche à s'approcher du taux réel, il peut être impoſſible de répondre dans quel ſens on s'en eſt écarté, c'eſt le réſultat ſeul qui peut l'apprendre, & dès-lors, il faut être décidé d'avance ſur la marche que l'on ſuivra, ſuivant la différence des évènemens *(h)*.

(h) On pourroit auſſi, dans le cas où le vœu d'une province entière ſeroit pour la réforme d'un Cadaſtre, & dans un pays où les principes de ces opérations ſeroient plus connus des propriétaires qu'ils ne ſont dans la plupart de nos provinces, ſuivre le plan que nous allons expoſer. Suppoſons, par exemple, que l'on puiſſe faire chaque année les opérations du Cadaſtre pour la vingtième partie d'une province, & par conſéquent faire toute l'opération en vingt ans ; on feroit l'opération ſur un des vingt cantons la première année, ſans rien changer à la ſomme fixe qu'il paye, & on auroit un taux d'impoſition pour ce canton ; la deuxième année, on feroit la même opération ſur un autre, on auroit un autre taux d'impoſition, & on prendroit un taux commun, & ainſi de ſuite. Ce moyen eſt très-ſimple & ne peut avoir d'autre inconvénient que de rendre variable, pendant pluſieurs années, le taux de l'impoſition des cantons cadaſtrés, & de ſoulager moins promptement que celui qui eſt propoſé ici, ceux qui ont été les plus léſés par une mauvaiſe répartition : mais il y a un grand nombre de circonſtances où ſa ſimplicité devroit le faire préférer.

Enfin, le temps employé à former ce Cadaſtre peut être aſſez grand pour que des révolutions dans le Commerce changent la valeur reſpective des terres; dans ce cas, une correction du Cadaſtre devient néceſſaire, mais cette opération n'eſt pas effrayante, elle ne demande de réviſion que pour les branches de culture, & les cantons qui ont pu éprouver ces révolutions, & des opérations arithmétiques pour tout le reſte; or, la forme méthodique donnée au Cadaſtre facilitera beaucoup ce travail.

Comme, ſuivant l'opinion de beaucoup d'hommes éclairés, un Cadaſtre ne doit pas être perpétuel, mais ſubir des changemens relatifs à ceux qu'éprouvent les proportions entre les produits des terres, il reſte encore un travail à faire, celui de rétablir l'ordre à meſure qu'il s'altérera. Nous obſerverons ſur cet objet, 1.° que le premier établiſſement étant fait, d'après une année commune, il faut, pour qu'une réforme, même dans une ſeule Paroiſſe, puiſſe être juſte, attendre un temps égal à celui qu'on a employé pour former cette année commune; ainſi, il ne pourroit ſe faire de changement dans une Paroiſſe qu'au bout de ce temps.

2.° Que les changemens qui néceſſiteroient une répartition nouvelle entre les différentes paroiſſes d'une Élection, ou dans la Province, doivent demander beaucoup plus de temps, & qu'ainſi, ces changements ne doivent ſe faire qu'à des époques plus éloignées.

3.° Enfin, qu'à l'aide de la méthode qu'on propoſe dans ce Projet, les changemens de répartitions pour différentes Paroiſſes, feront ſentir aiſément à des Adminiſtrateurs inſtruits, le moment où la diſproportion entre les Paroiſſes exigera une nouvelle répartition dans la totalité d'une Élection; & que celle-ci étant faite, on connoîtra de même quand celle de la province entière devra être corrigée: en ſorte que la manière d'exécuter le Cadaſtre que nous venons d'expoſer, eſt propre, non-ſeulement à approcher, autant qu'il eſt poſſible, d'une répartition exacte, mais encore à fournir des

moyens faciles de réparer le désordre que le temps peut amener dans cette répartition.

Nous croyons devoir terminer ici notre Rapport; nous avons déjà observé que les points principaux sur lesquels nous devions donner notre avis, étoient, 1.° la manière d'arpenter, & nous l'avons trouvée conforme aux meilleurs principes de la Géométrie pratique: 2.° la manière de classer les terres, & nous l'avons jugée d'accord avec ce que nous a donné l'application du calcul à cette question, en observant seulement qu'il pourroit y avoir quelque avantage à multiplier les divisions, & à y conserver avec plus de régularité, des différences proportionnelles, mais en subordonnant toujours cette régularité au degré d'exactitude que permet l'erreur plus ou moins grande qu'on peut soupçonner dans l'estimation: 3.° la manière d'estimer les terres, & elle nous a paru réunir tous les moyens de porter de la précision dans cette opération, & sur-tout d'éviter les disproportions dans l'estimation des terres de même culture, & à peu-près de même valeur: 4.° enfin la manière de déterminer d'avance, & d'après des observations choisies, un taux d'imposition peu différent du véritable, & cette méthode nous a paru également être aussi exacte que l'exige la nature de ce travail. En effet, le résultat réel de cette opération se borne à diminuer l'imposition de ceux qui se plaignent; il faudroit que l'inexactitude fût très-grande pour qu'on pût craindre, non que cette inexactitude augmentât le désordre, mais qu'elle ne produisît un changement avantageux qu'avec trop de lenteur.

MÉMOIRE
SUR
LE PASSAGE DE MERCURE
PAR-DESSUS
LE DISQUE DU SOLEIL,
Observé le 12 Novembre 1782.

Par M. LE MONNIER.

A $2^h\ 58'\ 53''\frac{1}{2}$ de temps apparent, j'ai aperçu le diſque du Soleil altéré, en ſorte que la planète de Mercure a dû l'entamer 15 à 30 ſecondes plus tôt: ma lunette acromatique de dix pieds, étoit, en ces momens de calme, très-ſtable, l'ayant diſpoſée d'ailleurs à l'abri des agitations que le vent y auroit pu cauſer. 16 Novemb. 1782.

A $3^h\ 1'\ 48''$, entrée totale de Mercure, vulgairement nommé *contact interne des deux diſques:* je l'avois eſtimée $7''\frac{1}{2}$ ou $10''$ plus tôt, la circonférence du Soleil, quoique ondoyante, paroiſſant bien terminée; d'autant que le Ciel étoit généralement fort ſerein à l'endroit où l'on voyoit le Soleil.

A $3^h\ 6'\ 30''$ Mercure paroiſſoit $0^d\ 14'\ 22''$ éloigné du vertical oriental paſſant par le bord du Soleil: lunette de 8 pieds ou environ.

3. 09. $22\frac{1}{2}$	$0^d\ 14'\ 46''$
3. 12. 10	0. 15. $13\frac{1}{2}$ ou $14''$.

J'ai meſuré à $3^h\ 40'$ la diſtance de Mercure au bord le plus proche, avec mon micromètre adapté à ſa lunette ordinaire de huit pieds, & je l'ai trouvée de 33 ſecondes: j'ai encore meſuré la même diſtance apparente de 33 ſecondes, environ 10 minutes après, & j'ai préféré la première diſtance obſervée, outre que le Soleil s'étoit moins approché pour

lors de l'horizon. Si on ſuppoſe pour ce jour-là, le diamètre du Soleil de 32′ 27″, on auroit 15′ 40 à 41″ pour la plus courte diſtance apparente de Mercure au Soleil pendant ſa traverſée ſur le diſque, & cela dans la partie boréale, ſuppoſé qu'il n'y eût pas de décompoſition de rayons.

On voyoit d'ailleurs autour de Mercure, une atmoſphère auſſi diſtincte au moins & auſſi étendue que celle d'une facule qui environnoit la plus groſſe des trois taches qu'on diſtinguoit ſur le diſque au nord-oueſt; ſavoir, dans la lunette acromatique qui renverſe les objets. Je trouve encore ſur mes regiſtres, les diſtances ſuivantes priſes dans des cercles verticaux entre le bord oriental du Soleil & Mercure.

A $3^h\ 15'\ 42''\frac{1}{2}$	$0^d\ 15'\ 39''\frac{1}{2}$	on en pourroit conclure, en interpolant, qu'à $3^h\ 18'\ 35''$, les centres du Soleil & de Mercure étoient dans un même vertical apparent.
3. 21. 25 ou $27''\frac{1}{2}$..	0. 16. 29.	
3. 25. 40	0. 16. 53.	

Les bords du Soleil étant devenus trop ondoyans, j'ai abandonné l'obſervation de la ſortie de Mercure, préférant les précédentes obſervations, y compris celles de l'entrée, à une traverſée trop incertaine, puiſque la ſortie s'eſt faite environ 18 minutes avant le coucher du Soleil, c'eſt-à-dire, à $4^h\ 19'$.

Les Tables de Halley donnent à $3^h\ 0'\ 12''\frac{1}{2}$, temps apparent de l'entrée du centre, la longitude héliocentrique de Mercure, $1^f\ 20^d\ 9'\ 43''\frac{1}{2}$, & géocentrique, $7^f 20^d\ 16'\ 45''$, avec une latitude dans ces deux cas de 31′ 2″, & 14′ 20″ boréale; les mêmes Tables donnent auſſi le lieu du Soleil, $7^f\ 20^d\ 22'\ 47''$, & celles de l'Aſtronomie nautique 40″ plus avancé: ſoient les rapports des diſtances au Soleil, comme 99868 à 3132.

Pour comparer les Tables à l'obſervation, il ſeroit néceſſaire d'entrer dans quelques légères corrections poſtérieures données en 1723, par Halley, aux élémens de ſes Tables; comme auſſi à l'inégale préceſſion de l'équinoxe, laquelle étant preſque nulle, le nœud rétrograde de la Lune étant

à 5^d

à 5^d de Υ, doit être en ce cas négligeable. On doit négliger auſſi dans cette recherche, la différence des aberrations du Soleil & de Mercure, puiſqu'on n'apercevoit en effet aucuns rayons provenant de cette Planète; mais il faut avoir égard à leur différence de parallaxe, ſavoir de $2'',51$ en longitude, & de $2'',56$ en latitude.

ADDITIONS

Nous avons reçu d'Amérique la durée obſervée à New-Cambrige, puiſqu'on la peut déduire des obſervations ſuivantes. A $10^h\,06'\,00''$ de temps apparent, contact externe ou première apparence du diſque du Soleil entamé; & à $10^h\,12'\,07''$ contact interne ou premier filet de lumière entre le diſque noir & la circonférence du Soleil dont ce diſque ſe détachoit; le même contact interne à la ſortie, a paru ſe faire à $11^h\,23'\,08''$, le Soleil & Mercure paroiſſant bien terminés dans leur circonférence, les Obſervateurs ne s'apercevant d'aucune ondulation, ſemblent juger de l'inſtant de ce contact à 4 ou $5''$ près. A $11^h\,29'\,19''$, ſortie totale; ils prétendent que Mercure, en entrant & en ſortant, paroiſſoit ſous une forme ovale ou elliptique, effet qui leur a paru néanmoins plus ſenſible lors de l'entrée qu'à la ſortie; il y a eu auſſi 8 à $9''$ d'incertitude aux phaſes de l'entrée, les bords du Soleil étant un peu ondoyans; le diamètre horizontal du Soleil meſuré, étoit $32'\,21'',85$, & celui de Mercure, $9'',25$: à $10^h\,47'$ de temps apparent, la moindre diſtance des bords du Soleil & de Mercure, étoit $22'',6$, & on a trouvé encore la même diſtance à $10^h\,48'\,\frac{1}{2}$. La latitude de New-Cambrige, peut être ici adoptée de $42^d\,25'$; mais la longitude eſt moindre que $4^h\,54'$, d'environ une demi-minute; ſavoir, à l'oueſt du Méridien de Paris.

MÉMOIRE

SUR LES COURANS D'AIR EN SENS OPPOSÉS,

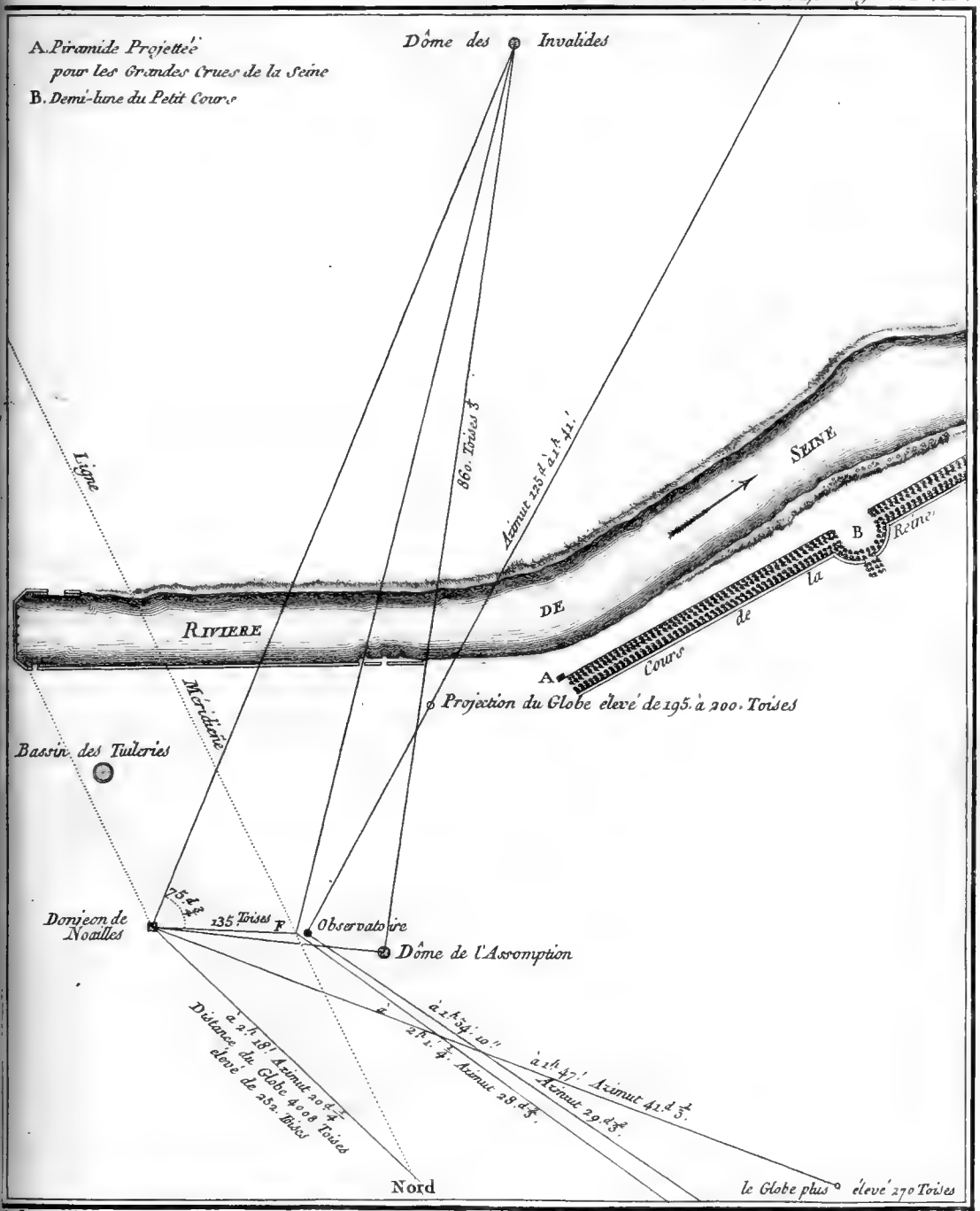
A l'occaſion des Aéroſtats obſervés le 1.er Décembre 1783.

Par M. LE MONNIER.

LE premier Globe qu'on a vu partir du baſſin des Tuileries, s'eſt élevé fort vîte & preſque perpendiculairement; mais à ſa plus grande hauteur il n'a pu parvenir juſqu'au zénith de mon Obſervatoire, ni juſqu'au Méridien du dôme de l'Aſſomption. Vu dans la lunette, il paroiſſoit de la groſſeur ordinaire des Planètes, lors de ſa plus grande élévation; & environ 50 minutes après ſon départ, il eſt retombé aux environs du château de Vincennes, d'où l'on voit que les courans d'en bas, formés ſur la Seine & par le vent de ſud-eſt, ont été remplacés par un courant plus élevé & en ſens contraire.

Le ſecond globe, ou aéroſtat, n'a pas monté, tout le temps que nous l'avons aperçu, à plus de 200 toiſes: il a d'abord ſuivi, à cauſe du courant ſur la Seine, une direction compoſée, & bientôt il a obéi au vent du ſud-eſt, tant qu'il n'a pas monté plus haut que les 200 toiſes. A $1^h\,40'$ du ſoir, ſa hauteur apparente 28 degrés $\frac{1}{3}$, & l'azimut du nord à l'oueſt 115 degrés: environ une minute d'heure après, ſa hauteur 33 degrés $\frac{1}{3}$, azimut 110 degrés.

Sur le donjeon de l'hôtel de Noailles, M.rs Rochon & Méchain ont aperçu à $1^h\,47'$, ſa hauteur $20^d\,47'$, l'azimut 89 degrés $\frac{1}{2}$; & comme j'étois à une ſtation plus baſſe, je l'ai vu élevé, à $1^h\,50'\,\frac{3}{4}$, de 21 degrés au moins, mais au même


A. Piramide Projettée
pour les Grandes Crues de la Seine
B. Demi-lune du Petit Cours
Dôme des Invalides
860. Toises
Azimut 225 d. 21 h. 41'.
Ligne
SEINE
B
Reine
la
de
Cours
DE
RIVIERE
A
Projection du Globe elevé de 195. à 200. Toises
Méridien
Bassin des Tuileries
75. d. 3/4
135 Toises
F
Donjeon de Noailles
Observatoire
Dôme de l'Assomption
à 2 h. 18' Azimut 20 d. 1/2
Distance du Globe 4008 Toises
élevé de 252. Toises
à 2 h. 4' Azimut 28 d. 3/4
à 1 h. 54' 10".
à 1 h. 47' Azimut 29 d. 3/4.
Azimut 41 d. 3/4.
Nord
le Globe plus élevé 270 Toises

Z. le C. sculp.

NATURAL HIST

inſtant 16 degrés à l'hôtel de Noailles, avec un azimut de 97 degrés, à compter du ſud.

A	1^h	$52' \frac{1}{3}$,	hauteur	15^d	$50' \frac{1}{2}$, azimut du Nord.
	1.	$54 \frac{1}{6}$		11. 44.	$29^d \frac{2}{3}$.

Au donjeon de Noailles	1^d	$52' \frac{3}{4}$	hauteur	12^d	$10'$	azimut $99^d \frac{2}{3}$
	1.	55.		9.	20.	$100 \frac{1}{4}$
	1.	57.		9.	10.	102
	2.	02.		7.	10.	$105 \frac{3}{4}$
	2.	03.		6.	10.	107

On a perdu de vue l'Aréoſtat à 2^h 18′, lorſqu'à peine élevé de 3^d 35′ & 169 degrés $\frac{3}{4}$ d'azimut, il étoit éloigné d'environ 4000 toiſes.

OBSERVATION DE L'ÉCLIPSE DE SOLEIL DU 17 OCTOBRE 1781,

Faite à Paris, de la Guérite du Collége de Louis-le-Grand.

Par M. MESSIER.

J'AVOIS reconnu que de l'Obſervatoire de la Marine, à l'hôtel de Clugny, il ne ſeroit pas poſſible d'y obſerver toute la durée de l'Éclipſe, à cauſe des maiſons trop élevées, je changeai donc de lieu, & je choiſis la guérite du collége de Louis-le-Grand, que je connoiſſois déjà pour y avoir fait pluſieurs obſervations dans des circonſtances ſemblables; de cette guérite très-élevée, l'on découvre tout l'horizon.

Le 16 Octobre au matin, je fis porter au collége de Louis-le-Grand, une pendule à ſecondes, qui fut réglée ſur celle de mon obſervatoire, par des ſignaux donnés le 16 vers midi, & le 17, peu de minutes après la fin de l'Éclipſe & à midi: la marche de la pendule de mon obſervatoire étoit connue par des hauteurs correſpondantes du Soleil, priſes le 10 Octobre & le 17, jour de l'Éclipſe, ainſi que par les midis obſervés à un inſtrument des paſſages le 16 & le 17.

Ma grande lunette acromatique de 40 pouces de foyer, à grande ouverture, garnie de ſon micromètre à fils, que j'avois fait porter, étoit placée ſur une table de bois de chêne très-ſolide, & dirigée à une des croiſées qui donnoient au levant, de laquelle je devois voir toute la durée de l'Éclipſe.

Le 17, jour de l'Éclipſe, le ciel étoit couvert à l'horizon, d'un brouillard ſi épais qu'il ne fut pas poſſible de voir le Soleil à ſon lever, il ne parut que pluſieurs minutes après &

foiblement à travers le brouillard; mais en s'élevant davantage il se dégageoit du brouillard, & vers la fin de l'Éclipse, le Soleil paroissoit comme dégagé en grande partie, & bien terminé; les taches qui étoient sur son disque, très-apparentes. Aussitôt que je vis le Soleil à travers le brouillard, j'aperçus que l'Éclipse étoit déjà commencée; je m'occupai à mesurer sa grandeur, au moyen du micromètre à fils qui étoit adapté à la lunette, & qu'on pouvoit incliner dans tous les sens; je mesurai la distance des cornes & la partie restante éclairée du Soleil: voici la Table de ces observations.

TABLE des déterminations de la grandeur de l'Éclipse.

TEMPS VRAI.	PARTIE éclairée du SOLEIL.	DIST. des CORNES.	PHASES de l'ÉCLIPSE observées.
H. M. S.	M. S.	M. S.	
7. 11. 38	.....	.....	Le ☉ paroît à travers le br.
7. 15. 10	25. 52	.....	Partie restante éclairée du ☉
7. 17. 7	.....	20. 7	Distance des cornes.
7. 19. 3	23. 59	.....	Partie éclairée du Soleil.
7. 20. 22	.....	22. 0	Distance des cornes.
7. 22. 4	22. 55	.....	Parte éclairée.
7. 23. 29	.....	22. 39	Distance des cornes.
7. 25. 32	22. 0	.....	Partie éclairée.
7. 26. 27	.....	23. 18	Distance des cornes.
7. 27. 58	21. 23	.....	Partie éclairée.
7. 30. 7	.....	24. 11	Distance des cornes.
7. 31. 40	20. 51	.....	Partie éclairée.
7. 33. 19	.....	24. 59	Distance des cornes.
7. 35. 8	20. 19	.....	Partie éclairée.
7. 36. 54	.....	25. 11	Distance des cornes.
7. 38. 32	19. 52	.....	Partie éclairée.
7. 40. 7	.....	25. 29	Distance des cornes.
7. 41. 29	19. 40	.....	Partie éclairée.
7. 43. 34	.....	25. 35	Distance des cornes.
7. 45. 36	19. 31	.....	Partie éclairée.
7. 47. 10	.....	25. 30	Distance des cornes.

Suite de la Table des Déterminations, &c.

TEMPS VRAI.			PARTIE éclairée du SOLEIL.		DIST. des CORNES.		PHASES de l'ÉCLIPSE observées.
H.	*M.*	*S.*	*M.*	*S.*	*M.*	*S.*	
7.	49.	10	19.	45	.....		Partie éclairée.
7.	50.	48	.....		25.	24	Distance des cornes.
7.	52.	26	20.	3	.....		Partie éclairée.
7.	54.	36	.....		25.	18	Distance des cornes.
7.	58.	32	20.	51	.....		Partie éclairée.
8.	0.	35	.....		24.	18	Distance des cornes.
8.	4.	21	22.	0	.....		Partie éclairée.
8.	6.	14	.....		23.	3	Distance des cornes.
8.	10.	15	23.	43	.....		Partie éclairée.
8.	12.	9	.....		21.	22	Distance des cornes.
8.	14.	13	25.	0	.....		Partie éclairée.
8.	15.	41	.....		19.	53	Distance des cornes.
8.	17.	23	26.	9	.....		Partie éclairée.
8.	18.	55	.....		18.	5	Distance des cornes.
8.	20.	34	27.	11	.....		Partie éclairée.
8.	22.	11	.....		16.	30	Distance des cornes.
8.	23.	47	28.	34	.....		Partie éclairée.
8.	25.	27	.....		14.	19	Distance des cornes.
8.	26.	59	29.	41	.....		Partie éclairée.
8.	28.	49	.....		10.	58	Distance des cornes.
8.	30.	8	30.	55	.....		Partie éclairée.
8.	32.	48 ½	31.	21 ½	.....		Point du limbe du Soleil où a fini l'Éclipse, à gauche du fil horaire du micromètre, & près du bord inférieur ; supérieur dans la lunette qui renverſoit ; cette fin eſt préciſe à une ſeconde près ; il y avoit peu de brouillard ; le Ciel beau ; & le Soleil bien terminé.

A 8 heures 34 minutes de temps vrai, je meſurai trois fois le diamètre du Soleil, ſuivant ſon parallèle, les trois

diamètres s'accordèrent à donner 1913 parties du micromètre, qui répondent à 32 minutes 4 ſecondes.

Ayant communiqué mon obſervation de l'éclipſe du Soleil à M. Cagnoli *(a)*, il en a déduit les réſultats ſuivans qu'il m'a communiqués, & que je rapporte ici à la ſuite de mon obſervation; il avoit pris dans mes déterminations quatre obſervations & la fin de l'Éclipſe, qu'il a ſoumis au calcul: les voici.

TEMPS VRAI des OBSERVATIONS.	PARTIES meſurées de l'ÉCLIPSE.	PHASES OBSERVÉES.
H. M. S.	*M. S.*	
7. 17. 7 *A*	20. 7	Diſtances des cornes.
7. 31. 40 *B*	20. 51	Partie éclairée du Soleil.
7. 45. 36 *C*	19. 31	Partie éclairée.
8. 10. 15 *D*	23. 43	Partie éclairée.
8. 32. 48 ½	.....	Fin de l'Éclipſe.

« Je me ſuis appliqué (c'eſt M. Cagnoli qui parle) en premier lieu, à chercher l'erreur des Tables en latitude; la « plus grande phaſe *(C)* m'a donné — 5″,3; les deux parties « éclairées *(B, D)* qui ſont à peu de diſtance, avant & après « le milieu de l'Éclipſe, m'ont donné — 6″,8: il règne un « parfait accord entre ces deux phaſes, car chacune, diſcutée « ſéparément, m'a donné la même erreur, à deux dixièmes « de ſeconde près: j'ai cru donc pouvoir adopter pour l'erreur « des Tables aſſez bien conſtatée — 6 ſecondes; j'entends « par le ſigne —, que la latitude des Tables eſt plus petite « de 6 ſecondes que la latitude obſervée. «

En employant cette correction, la fin de l'Éclipſe m'a «

(a) M. Cagnoli qui depuis pluſieurs années donne des preuves du zèle qu'il a pour l'Aſtronomie, s'eſt procuré, à grands frais, les meilleurs inſtrumens, & a fait conſtruire un obſervatoire à Paris, rue des Boucheries-Saint-Honoré, dans lequel il obſerve.

» donné + 13 secondes pour l'erreur des Tables en longitude: » pour la confirmation de cette erreur j'ai choisi une distance » des cornes *(A)* entre les premières qui ont été observées; » celle-ci m'a donné + 12″,6.

» Pour parvenir à l'accord de tous ces calculs, j'ai été obligé » de réduire à 3 secondes seulement la correction de l'inflexion » des rayons, & de la supprimer tout-à-fait dans le calcul de » la distance des cornes; comme aussi d'employer la dimi- » nution de 3 secondes $\frac{1}{2}$ sur le demi-diamètre du Soleil, pour » la fin de l'Eclipse & pour la distance des cornes, mais non » pas pour le calcul des parties éclairées.

» J'ai déduit la conjonction vraie observée le 16 Octobre » à $21^h\ 4'\ 0''$, temps moyen; ou $21^h\ 18'\ 39''$, temps vrai: » la longitude du Soleil & de la Lune observée au même » instant, $6^f\ 24^d\ 21'\ 16''$; & la latitude boréale de la Lune, » $6'\ 11'',5$.

» Les distances des centres ont été calculées par la méthode » des angles parallactiques, je l'ai préférée parce qu'elle donne » avec précision deux élémens utiles, sans les chercher exprès; » l'un est la hauteur de la Lune pour augmenter son diamètre, » l'autre est l'inclinaison de la ligne des centres à la verticale, » ce qui étoit essentiel à cause du peu de hauteur du Soleil » & de la Lune: pour tenir compte de l'accourcissement pro- » duit par les réfractions, j'ai mis tout le scrupule possible dans » cette correction, en y faisant entrer aussi l'état de l'atmo- » sphère; j'ai comparé les phases au diamètre du Soleil observé » par M. Messier, le même jour; j'ai employé la latitude & » la longitude du collége de Louis-le-Grand, d'où il a fait » l'observation; & pour plus d'exactitude j'ai calculé la diffé- » rence de hauteur & d'azimut, en résolvant les triangles, » par la trigonométrie sphérique, dans le cas où la différence » des longitudes vraies, surpasseroit 45 minutes.

» Les Tables dont je me suis servi, sont celles qui se trou- » vent dans le premier volume de l'Astronomie de M. de » la Lande, seconde édition.

» Si on emploie les corrections indiquées par M. Mason, pour

pour le lieu de la Lune, l'erreur des Tables en longitude « se réduit à + 2 secondes, & celui en latitude à — 2″,5 : « la première disparoîtroit probablement si les équations étoient « calculées en décimales de secondes; car ayant calculé deux « lieux de la Lune à $1^h\ 30'$ de distance, j'ai trouvé la différence « des deux longitudes d'environ 5 secondes plus grande « que ce qu'elle devroit être par le mouvement horaire. «

Pour faire quelque application de ces résultats, j'ai cherché « la différence des méridiens entre l'Observatoire royal de Paris « & les lieux ci-après, où la fin de cette Éclipse a été observée. «

La première observation se trouve annoncée & calculée « dans les Éphémérides de Milan, de l'année 1783; il est « vrai que la conjonction & l'erreur des Tables conclues dans « ces Ephémérides, ne s'accordent pas à beaucoup près avec « mes résultats; mais comme les lieux de la Lune & du Soleil, « qu'on a employés dans ces calculs, diffèrent, le premier « d'environ 1 minute, & le second de 16 secondes, des « Éphémérides même de Milan, pour l'année 1781, il est « évident qu'il s'est glissé quelque erreur dans ces élémens. «

L'observation de Padoue m'a été envoyée par M. Toaldo, « Professeur d'Astronomie dans cette Université; toutes les « autres m'ont été communiquées par M. de la Lande ».

TABLE de la différence des Méridiens.

LIEUX.	OBSERVATEURS.	FIN de l'ÉCLIPSE, temps vrai.			LATITUD. des LIEUX.			DIFFÉR. des MÉRID. en temps.		
		H.	M.	S.	D.	M.	S.	H.	M.	S.
A Milan.....	Par M. l'abbé Oriani....	21.	4.	57	45.	27.	57	0.	27.	32.
A Padoue....	Par M. l'abbé Toaldo...	21.	15.	53	45.	23.	40	0.	37.	56.
A Rome.....	Par M. l'abbé Calandrelli.	21.	22.	$54\frac{1}{2}$	41.	53.	25	0.	40.	$33\frac{1}{2}$.
A Dantzich...	Par M. Volff.....	21.	26.	36	54.	22.	23	1.	5.	25.
A Utrecht....	Par M. Hennert.....	20.	40.	9	52.	5.	0	0.	11.	19.
A Bude.....	Par M. l'abbé Weiff....	21.	42.	35	47.	29.	44	1.	7.	1.
A Menomonté.	Méridien de Florence...									
	Par M. l'abbé Ximenès..	21.	15.	45	43.	42.	53	0.	35.	54.

OBSERVATION DU PASSAGE DE MERCURE SUR LE DISQUE DU SOLEIL, LE 12 NOVEMBRE 1782.

Faite à Paris, à l'Obſervatoire de la Marine.

Par M. MESSIER.

L'ACCIDENT qui m'étoit arrivé le 6 Novembre 1781, par une chute effroyable, m'avoit mis hors d'état de continuer mes obſervations; je ne pus les reprendre qu'au mois de Novembre 1782, lors de l'obſervation de ce paſſage de Mercure ſur le Soleil; ce qui fait une lacune dans mes Journaux d'obſervations, d'un an & ſix jours.

Comme je n'avois pas encore toute la force néceſſaire pour pouvoir manier & préparer mes inſtrumens pour l'obſervation de ce paſſage, M. de la Lande voulut bien me donner un de ſes Élèves, M. le François, pour me ſeconder dans cette obſervation.

Les 10 & 11 Novembre, le ciel fut très-mauvais, il tomba de la neige & de la pluie pendant ces deux jours, ce qui avoit ôté preſque toute eſpérance de pouvoir obſerver le paſſage de Mercure. Le 11, dans l'après-midi, le ciel devint aſſez beau, le Soleil parut, & j'en profitai pour placer ma lunette acromatique à grande ouverture, dans le plan du Méridien, & de manière à pouvoir ſuivre le Soleil, de mon obſervatoire, le plus long-temps poſſible, ſans eſpérer cependant de pouvoir obſerver la ſortie de Mercure: je laiſſai cette lunette ainſi diſpoſée, pour faire l'obſervation du lendemain, au cas que le ciel le permît.

Le ciel ſe découvrit la nuit du 11 au 12, & la journée

du 12 fut très-belle; je pris des hauteurs correſpondantes du Soleil, le matin & le ſoir; j'obſervai le midi à un inſtrument des paſſages, ſolidement placé dans le plan du Méridien; je continuai à obſerver avec cet inſtrument les midis du 13 & du 14 Novembre, le 14 je pris encore des hauteurs correſpondantes du Soleil: ces obſervations me donnèrent exactement la marche de la pendule qui étoit réglée ſur le mouvement des fixes.

Le 12, après avoir obſervé le midi, j'examinai le Soleil avec la lunette acromatique, j'y vis pluſieurs taches ſur ſon diſque, & je déterminai leurs poſitions au moyen du micromètre adapté à la lunette: voici les obſervations,

TEMPS à la PENDULE.	DIFFÉR. de DÉCLIN.	DÉTAILS DU PASSAGE DES TACHES.
$15^h\ 16'\ 20''$	.....	Paſſage du premier bord du Soleil au fil horaire du micromètre.
$15.\ 16.\ 45\frac{1}{2}$	$18'\ 40''$	Paſſage d'une tache, *n.° 1*, au midi du bord boréal du Soleil.
$15.\ 17.\ 1$	$15.\ 52$	Paſſage, tache *n.° 2*.
$15.\ 17.\ 57$	$22.\ 54$	Paſſage, tache *n.° 3*.
$15.\ 18.\ 13\frac{1}{2}$	$25.\ 12$	Paſſage, tache *n.° 4*.
$15.\ 18.\ 17\frac{1}{2}$	$16.\ 51$	Paſſage, tache *n.° 5*.
$15.\ 18.\ 37$	.....	Paſſage du ſecond bord du Soleil au même fil horaire.

La tache, *n.° 1*, étoit petite, ainſi que le *n.° 4*; les *n.os 2, 3 & 5*, étoient aſſez grandes.

Le ciel parfaitement beau le 12, l'après-midi; pour l'obſervation de Mercure, j'avois diſpoſé le micromètre de la lunette, de manière que l'un de ſes fils m'indiquoit le point du limbe du Soleil où Mercure devoit commencer à entrer ſur ſon diſque, le Soleil étoit bien terminé, & la lunette ne groſſiſſoit que quarante fois environ le diamètre

de l'objet; j'avois préféré ce groſſiſſement à un plus fort, pour obtenir plus de diſtinction & de netteté dans les bords du Soleil & de la Planète; j'en avois déjà reconnu l'avantage dans le paſſage de Vénus ſur le Soleil en 1769. En employant un groſſiſſement beaucoup plus fort, j'aurois augmenté les vapeurs de l'horizon, & j'aurois perdu en grande partie, la diſtinction de l'objet.

Sept à huit minutes avant l'entrée de Mercure au bord du Soleil, j'avois fait compter à la pendule, tandis que j'avois l'œil à la lunette, dirigé vers le point du limbe du Soleil où Mercure devoit entrer, qui étoit à 12 degrés environ du vertical: je vis enfin Mercure qui commençoit à échancrer le bord du Soleil, au point du limbe où je l'attendois, à $18^h\ 3'\ 22''$ de la pendule, ce qui répond à $2^h\ 58'\ 45''\frac{1}{2}$ de temps vrai; cette obſervation fut préciſe: j'eſtimai l'entrée du centre à $3^h\ 1'\ 26''\frac{1}{4}$; à $3^h\ 4'\ 12''\frac{3}{4}$, le ſecond bord de Mercure parut, mais touchoit encore le bord intérieur du Soleil; à $3^h\ 4'\ 34''\frac{3}{4}$, le ſecond bord de Mercure étoit détaché de celui du Soleil, on apercevoit un filet de lumière très-délié entre les deux diſques. Je meſurai enſuite, avec le micromètre, la diſtance du point du limbe du Soleil où Mercure étoit entré; je trouvai $3'\ 30''$ au-deſſous du bord boréal du Soleil, ſuivant le parallèle de cet Aſtre, & $3'\ 19''$ pour le point du limbe où le ſecond bord de Mercure avoit commencé à quitter celui du Soleil, pour ſon entrée totale.

Pendant que Mercure fut ſur le Soleil, je l'obſervai de cinq minutes en cinq minutes environ, pour avoir ſa poſition, en prenant des différences de paſſages entre le centre de Mercure & le bord du Soleil, au fil horaire du micromètre; & pour la déclinaiſon de Mercure, des différences entre la Planète & le bord boréal du Soleil, perpendiculairement à ſon parallèle. Voici la Table de ces obſervations,

TABLE des poſitiens de Mercure ſur le Soleil.

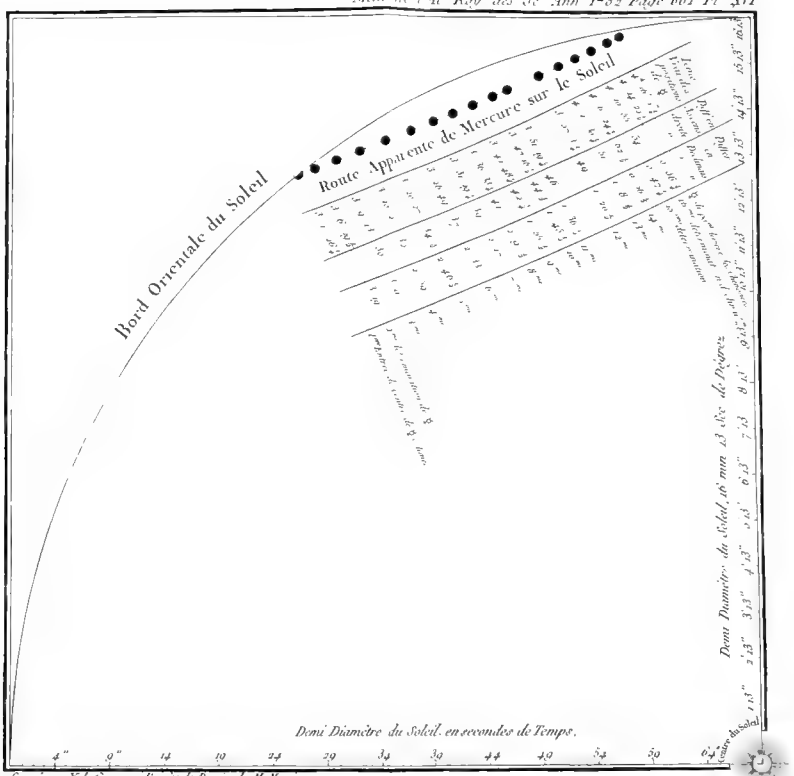
DÉTAILS des OBSERVATIONS.	TEMPS VRAI des paſſages de MERCURE au fil horaire. H. M. S.	TEMPS à la pend. des paſſ. du SOLEIL & de MERCURE. H. M. S.	DIFFÉR. de paſſages à la PEND. M. S.	DIFFÉR. de déclin. entre le SOLEIL & MERC. M. S.
1.er bord ☿ au bord du ☉.	2. 58. 45 1/2	18. 3. 22	. . .	3. 30.
2d bord de ☿ entré.	3. 4. 34 3/4	18. 9. 12	. . .	3. 19.
1er bord ☉ au fil horaire.		18. 12. 3 1/2		
Centre de ☿ au même fil. .	3. 9. 13	18. 13. 51	0. 30	3. 11.
2d bord du Soleil.		18. 14. 21		
☿ au fil horaire.	3. 15. 2	18. 19. 41	0. 32	2. 59.
2d bord du Soleil.		18. 20. 13		
☿ au fil horaire.	3. 20. 27	18. 25. 7	0. 34 1/2	2. 46 1/2.
2d bord du Soleil.		18. 25. 41 1/2		
☿ au fil horaire.	3. 26. 49	18. 31. 30	0. 37	2. 33.
2d bord du Soleil.		18. 32. 7		
☿ au fil horaire.	3. 31. 19 1/4	18. 36. 1	0. 39	2. 17.
2d bord du Soleil.		18. 36. 40		
☿ au fil horaire.	3. 36. 33 1/4	18. 41. 16	0. 41	2. 9 1/2.
2d bord du Soleil.		18. 41. 57		
☿ au fil horaire.	3. 41. 48 1/4	18. 46. 32	0. 42 3/4	1. 55 1/2.
2d bord du Soleil.		18. 47. 14 3/4		
☿ au fil horaire.	3. 47. 16 1/2	18. 52. 1	0. 44 1/2	1. 45 1/2.
2d bord du Soleil.		18. 52. 45 1/2		
☿ au fil horaire.	3. 51. 19 1/4	18. 56. 4 1/2	0. 46	1. 36 1/2.
2d bord du Soleil.		18. 56. 50 1/2		
☿ au fil horaire.	3. 57. 3 1/4	19. 1. 49 1/2	0. 49	2. 20 1/2.
2d bord du Soleil.		19. 2. 38 1/2		
☿ au fil horaire.	4. 1. 30 1/4	19. 6. 17	0. 51	1. 8 1/2.
2d bord du Soleil.		19. 7. 8		
☿ au fil horaire.	4. 6. 24 1/4	19. 11. 5	0. 52 1/2	0. 56 1/2.
2d bord du Soleil.		19. 11. 57 1/2		
☿ au fi horaire.	4. 10. 55	19. 15. 43 1/2	0. 54	0. 47 1/4.
2d bord du Soleil.		19. 16. 37 1/2		
☿☿ au fil horaire.	4. 14. 22 1/2	19. 19. 11 1/2	. . . . .	0. 36 1/4.
☿☿ ſe perd, cheminée. . .	4. 16. 5 1/2			

Vers 3^h 15′ de temps vrai, je meſurai le diamètre du Soleil ſuivant ſon cercle horaire, je le trouvai de 32′ 26″

Pendant que Mercure étoit ſur le Soleil, je comparai ſon diamètre apparent à l'épaiſſeur d'un des fils du micromètre; l'épaiſſeur de ce fil fut meſuré enſuite, & donna pour le diamètre de Mercure, 12 à $13''$.

La Planche qui ſuit, repréſente la route apparente qui a été obſervée, de Mercure ſur le Soleil; la Table qui y eſt jointe, contient les poſitions de Mercure: on voit dans la première colonne, les temps vrais de chaque détermination; dans la ſeconde, la différence de paſſage en temps de la pendule, entre le ſecond bord du Soleil & le centre de Mercure; & dans la troiſième colonne, les différences de déclinaiſon entre le bord boréal du Soleil ſuivant ſon parallèle & le centre de la Planète, les parties du micromètre ayant été réduites en minutes & ſecondes de grand cercle.

parente de Mercure sur le Soleil
Temps Vrai des Positions de ☿
Diff. en Ascension droite
Diff. en Distance
Demi Diamètre du Soleil, 16 min. 13 Sec. de Degrez
du Soleil. en secondes de Temps.
Centre du Soleil



Gravé par Y. le Gouaze, d'après le Dessin de M. Messier.

OBSERVATION
DU PASSAGE DE MERCURE SUR LE SOLEIL,
FAITE À L'OBSERVATOIRE ROYAL DE PARIS,
Le 12 Novembre 1782.

Par M. CASSINI fils.

MRS Vallot & Nouet s'étant réunis à moi pour faire cette obſervtion, nous convinmes d'employer chacun en particulier, une méthode & des inſtrumens différens; je donnai à M. Vallot la lunette acromatique de 42 lignes d'ouverture, de l'Obſervatoire, avec ſon héliomètre; M. Nouet prit un quart-de-cercle de trois pieds, pour obſerver les paſſages de Mercure & des bords du Soleil aux fils vertical & horizontal; pour moi je me ſervis de la lunette acromatique de S. A. M.gr le Prince de Conti, montée ſur une machine parallactique, & armée d'un micromètre filiaire. Ces Meſſieurs rendront compte en particulier de leurs obſervations: voici les miennes avec leurs réſultats & les détails dont j'ai cru devoir les accompagner.

On ſait que le ciel a été auſſi favorable pour cette Obſervation qu'on eût pu l'eſpérer, & l'on auroit certainement obtenu l'obſervation la plus complète & les réſultats les plus exacts, ſi le Soleil n'eût pas été ſi près de l'horizon pendant le cours du paſſage, ce qui nous a privés preſque entièrement de l'avantage des autres circonſtances.

Le Soleil n'étant déjà plus élevé ſur l'horizon que d'environ $12^{d}\frac{1}{2}$, vers le commencement de l'entrée, ſes bords commençoient à être ondoyans, ce qui me fit prendre le parti de ne point employer d'équipage plus fort que celui de mon micromètre.

	Temps vrai.	
Entrée	à 2h 58′ 35″	Je m'aperçus que le bord du Soleil étoit déjà entamé par celui de Mercure.
	2. 59. 22.	J'eſtimai le centre de Mercure ſur le bord ⊙.
	3. 4. 22.	Le bord du Soleil me paroiſſant de plus en plus ondulent, & ma lunette ayant eu un petit mouvement. Je ne pus ſaiſir le moment du pemier contact intérieur, & ce ne fut que dans une ceſſation inſtantanée d'ondulation que je m'aperçus que les deux bords étoient ſéparés.
Sortie	à 4. 17. 19.	Second contact intérieur; je crois l'avoir jugé auſſi-bien qu'il ſoit poſſible, vu l'ondulation du bord du Soleil, qui n'étoit plus alors élevé que d'environ 2 degrés.
	4. 20. 34.	J'eſtimai le centre de Mercure ſur le bord ⊙.
	4. 22. 49.	Mercure ne paroît plus mordre ſur le Soleil, mais les ondulations ſont ſi conſidérables, qu'il eſt impoſſible de juger avec exactitude le vrai moment du ſecond contact extérieur, déjà difficile à ſaiſir par lui-même.

D'après cet expoſé des obſervations & de leurs circonſtances, l'on voit que le ſecond contact intérieur eſt le ſeul que l'on puiſſe regarder comme auſſi-bien déterminé qu'il pouvoit l'être; je crois auſſi devoir quelque confiance à l'eſtimation des contacts du centre de Mercure avec les bords du Soleil, ſur-tout à la ſortie, où connoiſſant mieux la grandeur du diamètre de Mercure, il m'a été plus facile de juger de la moitié de ſa ſection.

Quoique de pareilles obſervations ne puiſſent donner des réſultats auſſi parfaits qu'on pourroit le deſirer, j'ai cependant cru devoir les calculer, afin de mettre à portée de les comparer à celles des autres Aſtronomes.

J'ai ſuppoſé

Le demi-diamètre du Soleil, de.....	16′ 10″,0.
Le demi-diamètre de Mercure.....	0. 4,5.
Le mouv. horaire ſur l'orbite relative en longitude.	5. 55,9.
En latitude.....	0. 55,8.
La différence des parallaxes.....	0. 3,8.

J'en

j'en conclus

La plus courte distance des centres....	0.	0^h	15′	43″,5.
L'heure de la conjonction.....	0.	4.	5.	40,0.
Longitude en conjonction.....	7^s	20^d	26.	44,0.
Latitude en conjonction.....	0.	0.	15.	55,0.

L'erreur des Tables de Mercure, insérées dans les élémens d'Astronomie de M. de la Lande, sera donc { en longitude 12″ soustractive. en latitude.. 1 soustractive.

J'ai déduit ces résultats de la comparaison des deux contacts intérieurs, & de l'observation des entrées & de la sortie des centres, qui m'ont donné quatre déterminations peu différentes les unes des autres, entre lesquelles j'ai pris un milieu.

Je ne dissimulerai pas que dans l'intervalle du centre à la sortie de Mercure, pendant sa traversée sur le disque du Soleil, j'avois fait un assez grand nombre d'observations des passages de Mercure & du centre du Soleil au fil horaire, pour en conclure leur différence d'ascension droite, prenant en même temps avec le micromètre la différence de déclinaison de Mercure & du bord septentrional du Soleil: mais après avoir par un calcul fort long & scrupuleux, réduit ces observations, j'ai trouvé les résultats suivans:

Plus courte distanee des centres...	0^h	15′	36″
Heure de la conjonction.....	4.	0.	20.
La latitude en conjonction.....	0.	15.	46.

Je ne rapporte ces résultats que pour faire voir ce que peut donner la méthode des différences d'ascension droite & déclinaison, que j'ai employée dans le cas le plus défavorable; car il est certain que dans le présent passage de Mercure, où le Soleil étoit si proche de l'horizon, il y avoit tout à crandre de l'effet des variations & inégalités de la réfraction sur les distances observées au micromètre: on verra que les observations faites par M. Nouet, au quart-de-cercle s'accordent infiniment mieux avec les observations des contacts.

Parmi les obſervations que M. de Foulquier, Intendant de la Guadeloupe, & Correſpondant de l'Académie, m'a dernièment envoyées, j'eſpérois trouver une obſervation de ce paſſage, d'autant plus intéreſſante que ce paſſage devoit avoir lieu entre onze heures & midi, le Soleil étant fort élevé au-deſſus de l'horizon, mais toute la matinée du 12 le ciel fut rempli de nuages & le temps pluvieux, on ne put voir ni l'entrée ni la ſortie, & ce ne fut qu'à la faveur de quelques éclaircies que l'on eut les différences d'aſcenſion droite du Soleil & de Mercure, ſuivantes :

A la baſſe Terre dans l'hôtel de l'Intendance.

Temps vrai.	1.re *Obſerv.*	2.me *Obſerv.*	3.me *Obſerv.*	4.me *Obſerv.*	5.me *Obſerv.*
Paſſage du centre ☉.	11h 18′ 41″,5	11h 31′ 45″,0	11h 44′ 39″,0	11h 47′ 40″,4	11h 50′ 47″,2
Paſſage du centre ☿.	19. 8,5.	32. 10,5.	44. 57,5.	47. 58,0.	51. 4,2.
Différ. de paſſage..	27,0.	25,5.	18,5.	17,6.	17,0.

Voici trois obſervations des ſatellites de Jupiter que M. Tondu a faites dans le même lieu ; il me marque que ſans une longue indiſpoſition qui l'a empêché d'obſerver dans les premiers temps de ſon arrivée à la Guadeloupe, il m'en auroit envoyé davantage.

1782.	*Temps vrai.*	
9 Mai.	10h 36′ 23″,5	Immerſion du troiſième Satellite au travers des nuages. Jupiter n'eſt pas bien terminé.
22 Sept.	6. 53. 27,0.	Émerſion du deuxième Satellite. Jupiter bien terminé.
29 Sept.	9. 32. 8,0.	Émerſion du deuxième Satellite. Jupiter mal terminé.

Je n'ai aucune de ces Obſervations correſpondantes faites à Paris ; il eſt d'ailleurs néceſſaire d'en attendre un plus grand nombre.

MÉMOIRE

Sur les cauſes qui produiſent trois ſortes d'herboriſations dans les Pierres.

Par M. DAUBENTON.

Lu le 10 Avril 1782.

LORSQU'IL y a ſur les Pierres ou dans leur ſubſtance, des linéamens qui reſſemblent aux ramifications d'une Plante, on dit que ces Pierres ſont herboriſées; on les a auſſi appelées *dendrites*, parce que l'on y aperçoit de petites figures d'arbres, ou au moins quelques rameaux : les Naturaliſtes ont donné à ces figures le nom d'*herboriſation*. Cependant on n'a jamais reconnu aucune plante dans les pierres herboriſées; au contraire on a imaginé différens moyens d'expliquer la formation des figures de plantes dans ces pierres.

Mais le moyen le plus ſimple & le plus ſûr pour découvrir la vraie cauſe des herboriſations, étoit de comparer ces figures aux plantes vivantes ou deſſéchées qui leur reſſemblent; j'ai fait cette comparaiſon avec la plus ſcrupuleuſe attention; je me ſuis ſervi de la loupe & du microſcope pour apercevoir les plus petites parties de chacun de mes objets de comparaiſon; & j'ai reconnu très-diſtinctement que les figures d'un grand nombre d'herboriſations étoient réellement formées par des plantes enveloppées dans la ſubſtance des pierres.

Il y a des herboriſations qui viennent d'autres cauſes; elles ſont formées par des bulles ou par de petits grains de mine de fer limoneuſe.

Je diſtingue donc trois ſortes d'herboriſations : celles de la première ſorte ſont formées par des plantes ou par des zoophites, & ſe trouvent dans les agates.

Les herboriſations de la ſeconde ſorte ſont compoſées de petits grains de mine de fer limoneuſe; on en voit un grand

nombre ſur les marbres herboriſés de Schaffouſe, de Florence & de Heſſe.

Enfin la troiſième ſorte d'herboriſation eſt formée par des cavités dans du criſtal de roche & dans du quartz demi-tranſparent.

Parmi les agates herboriſées il y en a que l'on diſtingue des autres par le nom d'*agates mouſſeuſes*; parce que l'on n'y voit que des herboriſations confuſes comme des pelotons de mouſſe. La dénomination d'*agates mouſſeuſes* auroit indiqué la cauſe des herboriſations de pluſieurs de ces pierres, ſi l'on n'avoit pas regardé ces mouſſes comme de fauſſes apparences, & comme des jeux de la Nature qui imitoient des figures de plantes.

Cependant on a fait mention des agates mouſſeuſes qui ſe trouvent dans le Duché de Deux-Ponts, & qui renferment des plantes de la famille des Byſſus, compoſées de filets cylindriques rapprochés en flocons dans les unes, ou ſimplement entrelacés dans les autres. Mais cette deſcription ne peut faire reconnoître une plante: il faut néceſſairement l'avoir vivante ou deſſéchée, & la comparer avec l'herboriſation, pour être bien ſûr que ces deux objets ſont des plantes de même eſpèce ou au moins de même genre.

Par ce moyen j'ai découvert dans des agates, neuf eſpèces de plantes; leur reſſemblance avec celles que je leur ai comparées, eſt auſſi grande qu'elle peut l'être entre des plantes incorporées dans des agates & des plantes vues à nu ſans aucune enveloppe.

J'ai reconnu dans pluſieurs agates le conferva des ruiſſeaux bien caractériſé par ſes filamens qui forment des mailles, & qui ſont d'un vert auſſi foncé dans l'agate que dans la plante vivante. L'agate où j'ai vu cette plante le mieux développée, eſt dans le cabinet de M. le Duc de la Rochefoucauld, qui a eu la bonté de me la communiquer. J'ai fait graver une plaque polie (*planche I, figure 1*) de cette agate; une partie de l'herboriſation (*figure 2*) groſſie à la loupe; & une portion de conferva (*figure 3*) tirée d'un herbier,

afin que l'on puiſſe comparer le conſerva iſolé avec celui qui eſt dans l'agate.

Madame la Préſidente de Bandeville a bien voulu me confier une petite lame d'agate de ſon cabinet, très-curieuſe, parce qu'elle renferme des plantes de deux eſpèces différentes: l'une eſt la plus petite des mouſſes, ſuivant Tournefort. La ſeconde plante que j'ai vue dans l'agate dont il s'agit, eſt le muſcoïde à très-petite urne. J'ai fait graver la lame d'agate *(planche I, figure 4)* de grandeur naturelle; les deux plantes *A, B*, groſſies à la loupe *(fig. 5 & 6)*; & au microſcope *(figures 7, 8, 9 & 10)*; & des individus des mêmes plantes deſſéchées dans un herbier *(fig. 11 & 12)*.

On nie que les herboriſations des pierres ſoient formées par des plantes réelles, parce que l'on n'y voit, dit-on, ni racines, ni feuillages reconnoiſſables, ni fruits, ni graines.

Mais peut-on s'attendre à voir dans des herboriſations les fruits & les graines de plantes, où ces parties ne ſont pas connues & n'exiſtent peut-être pas? Linnæus en a fait une claſſe particulière, ſous la dénomination de *Cryptogamie*, c'eſt-à-dire, nôces clandeſtines, parce que l'on ne ſait par quel moyen ces plantes ſe perpétuent; on préſume ſeulement que la partie à laquelle on a donné le nom d'*urne*, contient une pouſſière fécondante comme celle des ſommets des étamines dans les autres plantes.

J'ai vu cette urne dans une agate herboriſée; elle tient à ſon pédicule qui ſort d'une plante du genre des mouſſes; mais cette plante n'eſt pas aſſez bien exprimée pour que l'on en puiſſe reconnoître l'eſpèce: cette agate eſt repréſentée de grandeur naturelle *(planche II, figure 1)* On peut voir la partie de cette agate où l'urne eſt auſſi repréſentée *(A, fig. 2)*, groſſie à la loupe; & *(fig. 3 & 4)* groſſie au microſcope.

Les feuilles des mouſſes ſont apparentes dans pluſieurs herboriſations, principalement les feuilles de la mouſſe en arbre, dans une lame d'agate orientale que j'ai fait graver de grandeur naturelle *(figure 5)*; groſſie à la loupe *(figure 6)*, & au microſcope *(figures 7 & 8)*. J'ai vu

une petite agate qui renferme des feuilles du petit luſtre d'eau; elles ſont caractériſées par leurs bifurcations & par les petites dents qui ſont ſur les côtés; cette agate eſt repréſentée de grandeur naturelle *(figure 9)*, & groſſie à la loupe *(figure 10)*.

J'ai reconnu dans des agates du cabinet du Roi, le lichen digité & le lichen des rennes.

Les racines des plantes ne peuvent pas être aperçues dans les herboriſations, parce qu'elles ſont trop petites, ou parce qu'elles ſe trouvent mêlées avec de la terre qui obſcurcit la ſubſtance de l'agate.

On reconnoît facilement la ſeconde ſorte d'herboriſation qui eſt formée par de petits grains de mine de fer limoneuſe. On ſait que ces grains ſont bruns ou rouſſâtres, liſſes & luiſans, de différentes groſſeurs & de forme ronde ou irrégulière, mais toujours arrondie ſur ſes contours. J'ai vu ces grains très-diſtinctement dans la pierre herboriſée de Schaffouſe en Suiſſe, qui eſt repréſentée de grandeur naturelle *(planche II, figure 11)*. Il y en a qui ſont rangés par files; ils ont ſi peu de groſſeur, ils ſont placés ſi près les uns des autres, qu'ils ſemblent former une tige continue, & des branchages comme ceux des plantes. Mais ſi l'on groſſit les rameaux de ces prétendues plantes par le moyen d'une loupe *(figures 12, 13, 14 & 15)* on voit qu'ils ne ſont que des files de grains ronds de mine de fer, dont les uns ſe touchent, & les autres laiſſent entr'eux quelque intervalle. Lorſque ces grains ſe diſſolvent en tout ou en partie, par l'humidité ou par d'autres cauſes, il en ſort une rouille qui pénètre la pierre de toutes parts, & qui produit de petites taches autour des grains, ou qui colore les intervalles qui ſont entr'eux. C'eſt ainſi que ſe forment les tiges des herboriſations dont il s'agit; la preuve en eſt évidente en ce que l'on aperçoit ſur ces tiges des grains ronds qui ſont encore dans leur entier.

J'ai fait les mêmes obſervations ſur une mine de fer limoneuſe de Bourgogne, près la ville de Montbard; les grains

de cette mine ont pour gangue une pierre calcaire dans laquelle ils forment beaucoup d'herborisations; j'en ai vu de semblables sur le marbre herborisé de Hesse, &c.

Il m'a paru que les herborisations des agates, des sardoines & des cornalines, s'étoient formées de la même manière; mais pour s'en assurer il faudroit avoir des morceaux bruts de ces pierres herborisées, que l'on pût casser en différens sens, afin d'observer la substance qui a produit leurs herborisations.

Je viens d'expliquer les causes de deux sortes d'herborisations; la troisième sorte se trouve dans le cristal de roche & dans le quartz. J'ai vu dans le cabinet de M. le Duc de la Rochefoucauld, une aiguille de cristal de roche bien transparente *(pl. III, fig. 1)*, qui renferme des ramifications à demi-opaques & de couleur grise-blanchâtre; elles ont quelques rapports dans leurs directions avec les rinceaux de glaces qui se forment sur les vîtres dans les temps de gelée; cette herborisation m'a paru mériter une attention particulière. Je voyois que l'aiguille de cristal étoit bien caractérisée par les stries des pans du prisme, & par le poli naturel des faces de la pyramide, je ne pouvois soupçonner aucun apprêt; en examinant l'herborisation à l'aide d'une loupe, je la vis comme elle est représentée *(figure 2)*; mais je n'en découvris pas la cause; par le moyen d'un microscope qui grossit environ cent fois pour les vues ordinaires, j'aperçus distinctement que l'herborisation étoit formée par des cavités de diverses figures & de différentes grandeurs; ces cavités sont assez sensibles pour que l'on ait pu dessiner celles qui composoient deux des plus petits feuillages de l'herborisation *(figures 3 & 4)*.

J'avois remarqué depuis long-temps des linéamens & des ramifications dans des parties de quartz qui se trouvent mêlées avec l'agate ou l'améthiste; l'épreuve du microscope m'a fait voir que ces herborisations ne sont formées que par des cavités. J'ai fait représenter une lame de quartz herborisé, vue de grandeur naturelle *(figure 5)*, à

en partie groſſie à la loupe *(figure 6)*, & au microſcope *(figures 7 & 8)*.

Il y a des morceaux de criſtal de roche, & même des aiguilles, qui ont des cavités en partie remplies d'eau, puiſque l'on aperçoit dans ces cavités une bulle d'air qui monte dès que l'on tourne le criſtal de haut en bas. J'ai vu par le moyen d'une loupe, une bulle mouvante dans une lame de criſtal de roche, & j'ai reconnu, à l'aide du micromètre appliqué au microſcope, que cette bulle étoit ronde, & qu'elle n'avoit en diamètre que la onzième partie d'une ligne.

Je ne ſais ſi toutes les cavités qui ſe trouvent dans le criſtal de roche, ſont remplies d'eau; mais j'ai aperçu, par le moyen de la loupe, des cavités dans un morceau de criſtal de Madagaſcar, de la plus belle limpidité. A l'aide du microſcope, j'ai vu très-diſtinctement, dans des fragmens de criſtal, des cavités que je n'avois pas diſtinguées à l'aide de la loupe: j'en ai auſſi vu, & en plus grande quantité, dans du quartz & dans des grains de ſablon; les plus petites que j'aie pu apercevoir à l'aide du microſcope, & que j'ai meſurées par le moyen du micromètre, n'avoient qu'environ la 500.e partie d'une ligne en diamètre. Le milieu de ces cavités eſt tranſparent, il paroît environné d'un cercle opaque, & formé par les parois des cavités.

Je préſume que le quartz demi-tranſparent, n'eſt privé de la limpidité du criſtal de roche, que parce qu'il renferme un plus grand nombre de cavités, & que la tranſparence du quartz gras, eſt moindre que celle du quartz demi-tranſparent, parce qu'il y a beaucoup plus de cavités: les grains du ſablon en ont à peu-près autant que ceux du grès, que le quartz grenu, & que le quartz gras.

Je n'ai fait ces obſervations que ſur des fragmens bruts; en les ſuivant avec plus de préciſion ſur des lames polies, je parviendrai peut-être à découvrir plus de rapports que l'on n'en connoît, entre ces différens minéraux, & quelques indices

indices de l'ordre ſucceſſif de leurs formations & de celle du quartz demi-tranſparent & du criſtal de roche.

Il me ſuffit d'avoir expliqué dans ce Mémoire, les cauſes qui produiſent trois ſortes d'herboriſations par des plantes, par des grains de mine de fer limoneuſe, & par des cavités.

On trouve des impreſſions de plantes entre des feuillets de ſchiſtes: j'ai reconnu dix eſpèces de plantes du même pays que les ſchiſtes dans leſquels je les ai vues.

La pierre de Nagueza en Eſpagne, dans le royaume de Valence, eſt formée par du ſpath & des concrétions calcaires & ferrugineuſes: cette pierre a de belles teintes de jaune, elle eſt ſuſceptible de poli; lorſqu'elle l'a reçu, on la met au rang des marbres, & l'on y voit des apparences de branchages & d'épines qui ſemblent être des herboriſations.

La pierre de Florence, taillée, polie & encadrée comme on la voit dans pluſieurs cabinets, paroît être une ſorte de tableau qui repréſente une ville incendiée; on s'imagine y voir des tours, des clochers & des bâtimens à demi-détruits & encore fumans.

Je puis expliquer la cauſe des apparences d'herboriſations & d'édifices ruinés que l'on voit ſur la pierre de Nagueza & ſur celle de Florence, mais je n'aurois pas aujourd'hui le temps néceſſaire pour entrer dans les détails de cette explication: je les expoſerai dans un autre Mémoire.

SUITE DU

MÉMOIRE SUR LE CALCUL DES PROBABILITÉS,

TROISIÈME PARTIE.

Sur l'évaluation des Droits éventuels.

Par M. LE M.is DE CONDORCET.

LA deſtruction du Gouvernement féodal a laiſſé ſubſiſter en Europe un grand nombre de droits éventuels, mais on peut les réduire à deux claſſes principales; les uns ſe payent lorſque les propriétés viennent à changer par vente, les autres ſe payent aux mutations par ſucceſſion, ſoit directe ou collatérale, ſoit collatérale ſeulement.

On a regardé la première eſpèce de droits comme un obſtacle à la vente des propriétés, & par conſéquent à l'amélioration des fonds: les droits de la ſeconde eſpèce ont paru une gêne importune & ſouvent ruineuſe. On a prétendu auſſi que les propriétaires de ces droits trouveroient de l'avantage à les échanger contre un revenu annuel, mais perſonne, que je ſache, ne s'eſt occupé des moyens d'évaluer ces droits, ce travail auroit cependant quelque utilité; en effet, il donneroit aux particuliers qui voudroient ou vendre ou racheter ces droits, une baſe fixe d'après laquelle ils pourroient traiter; & dans le cas où un Gouvernement voudroit en ordonner le rembourſement, on en tireroit le moyen de connoître les avantages de cette opération, & ceux de l'exécuter avec juſtice. Enfin, les droits éventuels ſont une propriété, un vrai revenu qui peut être aſſujetti à un impôt; ils peuvent être regardés auſſi comme diminuant le véritable produit du fonds qui en eſt grévé, & leur évaluation, ſous ce point de vue, peut encore être utile.

Nous nous bornerons uniquement ici à ce qui regarde le calcul, & nous donnerons ſeulement des formules générales qui puiſſent s'appliquer à toutes les eſpèces de Droits, à tous les principes de Juriſprudence ou d'Adminiſtration d'après leſquels on peut en faire l'évaluation.

Nous commencerons par examiner le cas dans lequel la mutation, ou plutôt généralement l'évènement qui produit le droit, arrive néceſſairement après un certain eſpace de temps, comme celui où l'on doit un droit pour toute ſucceſſion directe ou non; enſuite nous conſidérerons celui où cet évènement n'eſt pas néceſſaire, comme lorſque le droit eſt dû pour une vente ou pour une ſeule eſpèce de ſucceſſion; nous examinerons enſuite ces évaluations relativement à celui qui poſsède la choſe ſoumiſe au droit: enfin nous ſuppoſerons qu'un même bien eſt aſſujetti à deux droits différens qu'il faut évaluer.

I.

Premier Principe. Nous ſuppoſerons d'abord que l'ordre ſuivant lequel les dernières mutations ſe ſont ſuccédées, ſera indéfiniment continué.

Le motif qui nous a fait adopter ce principe, eſt la grande probabilité que nous avons moins de grands changemens, moins de grandes révolutions à attendre pour l'avenir, qu'il n'y en a eu dans le paſſé: le progrès des lumières en tout genre & dans toutes les parties de l'Europe, l'eſprit de modération & de paix qui y règne, l'eſpèce de mépris où le Machiaveliſme commence à tomber, ſemblent nous aſſurer que les guerres & les révolutions deviendront à l'avenir moins fréquentes; ainſi le principe que nous adoptons, en même temps qu'il rend les calculs & les obſervations plus faciles, a de plus l'avantage d'être plus exact.

Second principe. On regardera les changemens comme également probables, quels que ſoient la valeur, la nature, la

ſituation des propriétés, le taux & la forme du droit auquel elles ſont aſſujetties. Il eſt poſſible que l'Obſervation faſſe découvrir de grandes différences entre les diverſes eſpèces de propriétés; mais alors il faudroit claſſer les droits ou les propriétés, & faire à part le calcul pour chaque claſſe; ainſi ce ſecond principe doit être admis généralement.

Nous réſoudrons d'abord le problème en ſuppoſant que le droit eſt dû, & que l'évènement ou la mutation a lieu actuellement; & enſuite nous donnerons les moyens d'appliquer les calculs au cas où l'on voudroit faire l'évaluation pour une époque placée entre deux mutations; nous donnerons pour ce problème trois méthodes fondées ſur des manières différentes d'enviſager la queſtion, dont chacune peut dans certaines circonſtances mériter d'être préférée.

Première méthode.

SOIENT $a'\ a''\ldots a'''^{n}$ les nombres d'années écoulées entre deux mutations obſervées; $b'\ b''\ldots b'''^{n}$ les nombres de mutations correſpondans à ces eſpaces de $a'\ a''\ldots a'''^{n}$ années; 1 la valeur du droit pour une propriété quelconque au moment de la mutation, $\frac{1}{m}$ l'intérêt annuel du droit 1; & qu'on demande la valeur totale du droit, tant pour la mutation actuelle que pour toutes les mutations futures, cette valeur étant rapportée au temps préſent. On ſait que le droit 1 qui ne ſeroit dû qu'au bout de z années, ſeroit alors exprimé par $\left(\frac{m}{m+1}\right)^{z}$, ou, pour abréger, par c^{z}.

Soit donc un nombre p de mutations ſucceſſives, dont p' ſoient arrivées au bout de a' années, p'' au bout de a'' années.....p'''^{n} au bout de a'''^{n} années. Il eſt clair que dans quelqu'ordre que ces mutations ſe ſoient ſuccédées, la

dernière arrivera au bout de $p' a' + p'' a'' + p''' a''' \ldots + p''' {}^{n} a''' {}^{n}$ années; en sorte que la somme dûe pour cette mutation sera toujours

$$c^{a' p'} + a'' p'' + a''' p''' \ldots \ldots \ldots \ldots + a''' {}^{n} p''' {}^{n}.$$

Si ensuite on appelle x' la probabilité de la mutation après a' années, x'' la probabilité de la mutation après a'' années, $x''' {}^{n-1}$ la probabilité de la mutation après $a''' {}^{n-1}$ années, enfin $1 - x - x'' \ldots - x''' {}^{n-1}$ la probabilité de la mutation après $a''' {}^{n}$ années, la probabilité de cette p^{e} mutation que nous venons de considérer, sera exprimée, par

$$\frac{1.2.3 \ldots \ldots p}{1.2 \ldots p' \times 1.2 \ldots p'' \times 1.2 \ldots p''' \times \ldots 1.2 \ldots p'''} \times x'^{p'} x''^{p''} x'''^{p'''} \ldots (1 - x' - x'' \ldots - x''' {}^{n-1})^{p''' {}^{n}},$$

en sorte que la valeur de toutes les p^{es} mutations, multipliées chacune par leur probabilité respective, sera

$$[c^{a'} x' + c^{a''} x'' + c^{a'''} x''' \ldots \ldots \ldots \ldots + c^{a''' {}^{n}} (1 - x' - x'' - x''' \ldots \ldots - x''' {}^{n-1})]^{p}.$$

ce qui représente la valeur moyenne du droit de cette mutation.

Mais ici les x ne sont pas des quantités données & constantes. On sait seulement que l'évènement dont la probabilité est exprimée par x', est arrivé b' fois; que celui dont la probabilité est exprimée par x'', est arrivé b'' fois, & ainsi de suite; la valeur moyenne du droit pour la p^{e} mutation, sera donc exprimée par

$$\frac{\int \{ x'^{b'} x''^{b''} \ldots (1 - x' \ldots - x''' {}^{n-1})^{b''' {}^{n}} [c^{a'} x' + c^{a''} x'' \ldots + c^{a''' {}^{n}} (1 - x' \ldots - x''' {}^{n-1})]^{p} \partial x' \partial x'' \ldots \partial x''' {}^{n-1} \}^{n-1}}{\int \{ x'^{b'} x''^{b''} \ldots (1 - x' - x'' \ldots - x''' {}^{n-1})^{b''' {}^{n}} \partial x \partial x' \partial x'' \ldots \partial x''' {}^{n-1} \}^{n-1}},$$

l'intégration étant répétée un nombre $n - 1$ de fois, & les intégrales prises depuis $x''' {}^{n-1} = 0$ jusqu'à $x''' {}^{n-1} = 1 - x' \ldots - x''' {}^{n-2}$; depuis $x''' {}^{n-2} = 0$ jusqu'à $x''' {}^{n-2} = 1 - x' \ldots - x''' {}^{n-3}$; . . depuis $x'' = 0$ jusqu'à $x' = 1 - x'$; depuis $x' = 0$ jusqu'à $x' = 1$.

Le dénominateur de cette fonction, eſt le même pour toutes les valeurs de p, & le numérateur forme une ſérie géométrique. La valeur du droit pour toutes les mutations futures, en comptant de la mutation actuelle, ſera donc exprimée par la formule

$$\frac{\int\left\{\frac{x'^{b'}x''^{b''}x'''^{b'''}\ldots(1-x'-x''\ldots-x'''^{n-2})^{b'''^{n}}}{1-c^{a'}x'-c^{a''}x''\ldots-c^{a'''^{n}}(1-x'\ldots-x'''^{n-1})}\times dx'dx''\ldots dx'''^{n-1}\right\}^{n-1}}{\int\left\{x'^{b'}x''^{b''}x'''^{b'''}\ldots(1-x'-x''\ldots-x'''^{n-1})^{b'''^{n}}dx'dx''\ldots dx'''^{n-1}\right\}^{n-1}},$$

les intégrales étant priſes comme ci-deſſus.

Si on ſuppoſe que le droit n'étoit pas dû au moment actuel, & qu'il n'a point été payé depuis α années; ſoient ſuppoſés les a', a'', a''', &c. rangés ſuivant leur ordre de grandeur, & $a' < a'' < a'''\ldots\ldots$, & que $\alpha > a'''^{m}$ & $< a'''^{m+1}$, la valeur cherchée ſera exprimée par la formule

$$\frac{\left\{\begin{array}{l}\int\left\{x'^{b'}x''^{b''}\ldots\ldots(1-x'\ldots\ldots-x''^{n-1})^{b''^{n}}\times\right.\\ \left.\frac{c^{a'''^{m+1}}-\alpha}{x'''^{m+1}}+\frac{c^{a'''^{m+2}}-\alpha}{x'''^{m+2}}\ldots+c^{a'''^{n}}-\alpha(1-x'\ldots-x'''^{n-1})}{1-c^{a'}x'-c^{a''}x''\ldots-c^{a'''^{n}}(1-x'\ldots-x'''^{n-1})}\times\right.\\ \left.dx'dx''\ldots\ldots\ldots dx'''^{n-1}\right\}^{n-1}\end{array}\right\}}{\int\left\{x'^{b'}x''^{b''}\ldots(1-x'\ldots-x'''^{n-1})^{b''^{n}}[x'''^{m+1}+x'''^{m+2}\ldots+(1-x'\ldots-x'''^{n-1})]dx'dx''\ldots dx'''^{n-1}\right\}^{n-1}},$$

qui ne diffère de la précédente, que parce qu'on a multiplié le numérateur ſous le ſigne, par

$$c^{a'''^{m+1}}-\alpha x'''^{m+1}+c^{a'''^{m+2}}-\alpha x'''^{m+2}\ldots+c^{a'''^{n}}-\alpha(1-x'\ldots-x'''^{n-1}),$$

& le dénominateur, par la fonction

$$x'''^{m+1}+x'''^{m+2}\ldots\ldots+(1-x\ldots\ldots-x'''^{n-1}),$$

ou par la fonction $1-x'\ldots-x'''^{m}$ qui lui eſt égale.

Si les b ſont des nombres très-grands, ce qui eſt d'ailleurs néceſſaire, ſi l'on veut avoir quelque aſſurance que la

valeur moyenne ainſi déterminée, diffère peu de la vraie valeur; on pourra ſubſtituer à la première formule

$$\frac{1}{1 - \frac{c^{a'}b' + c^{a''}b'' \ldots\ldots + c^{a'''^{n}}b'''^{n}}{b + b' + b'' \ldots\ldots + b'''^{n}}},$$

ou plus exactement

$$\frac{1}{1 - \frac{c^{a'}(b'+1) + c^{a''}(b''+1) \ldots\ldots + c^{a'''^{n}}(b'''^{n}+1)}{b' + b'' \ldots\ldots\ldots\ldots + b'''^{n} + n}},$$

& à la ſeconde cette même formule, multipliée par

$$\frac{c^{a'''^{m+1}} - \alpha\, b'''^{m+1} + c^{a'''^{m+2}} - \alpha\, b'''^{m+2} \ldots + c^{a'''^{n}}b'''^{n}}{b'''^{m+1} + b'''^{m+2} \ldots\ldots\ldots\ldots + b'''^{n}},$$

ou par

$$\frac{c^{a'''^{m+1}} - \alpha\,(b'''^{m+1}+1) + c^{a'''^{m+2}} - \alpha\,(b'''^{m+2}+1) \ldots + c^{a'''^{n}} - \alpha\,(b'''^{n}+1)}{b'''^{m+1} + b'''^{m+2} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots + b'''^{n} + n - m},$$

On n'a regardé comme poſſibles dans la méthode précédente que les mutations qui arrivent au bout des mêmes eſpaces de temps $a', a'' \ldots\ldots a'''^{n}$ années, pour leſquels ces mutations ont eté obſervées. Cette ſuppoſition ne peut paroître rigoureuſe que dans le cas où ces mutations ont eu lieu pour preſque tous les intervalles poſſibles depuis $a' \ldots\ldots$ juſqu'à a'''^{n} années. Nous propoſerons donc une autre méthode, dans laquelle on les ſuppoſera poſſibles après une année, 2, 3, &c. années.

Seconde méthode.

Nous conſerverons ici les mêmes dénominations que ci-deſſus. Cela poſé, ſoit x la probabilité de la mutation au bout d'une année; $(1 - x)x$ ſera cette probabilité au bout de deux années, $(1 - x)^2 x$ au bout de trois années, & ainſi de ſuite; en ſorte que $cx + (1 - x)c^2 x + (1 - x)^2 c^3 x + (1 - x)^3 c^4 x +$ &c. exprimera la valeur du droit pour la première mutation qui doit avoir

lieu ; & ſommant la ſérie, cette valeur ſera exprimée par $\frac{cx}{1-c+cx}$; pour la ſeconde mutation elle ſera $\frac{c^2x^2}{(1-c+cx)^2}$; pour la troiſième, $\frac{c^3x^3}{(1-c+cx)^3}$; & ainſi de ſuite. Ajoutant donc à ces termes 1, valeur de la mutation que l'on ſuppoſe avoir lieu, & être dûe à l'inſtant où l'on cherche à évaluer le droit, on aura, en prenant la ſomme de la ſérie,

$$1 + \frac{cx}{1-c+cx} + \frac{c^2x^2}{(1-c+cx)^2} + \&c. = \frac{1-c+cx}{1-c},$$

& la valeur totale du droit ſera exprimée par la formule

$$\frac{\int\{(1-x)^{(a'-1)b'+(a''-1)b''\ldots+(a'''-1)b'''}{}_x b'+b''\ldots+b'''(\frac{1-c+cx}{1-c})^{}dx\}}{\int\{(1-x)^{(a'-1)b'+(a''-1)b''\ldots\ldots+(a'''-1)b'''}{}_x b'+b''\ldots\ldots+b'''^{}dx\}},$$

l'intégrale étant priſe depuis $x = 0$ juſqu'à $x = 1$.

Et à cauſe de $\frac{1-c+cx}{1-c} = 1 + \frac{cx}{1-c}$, cette formule ſera exprimée par

$$1 + \frac{c}{1-c} \cdot \frac{b'+b''\ldots\ldots\ldots\ldots+b'''+1}{a'b'+a''b''\ldots\ldots\ldots\ldots a'''b'''+2}.$$

Si on ne ſuppoſe pas le droit dû, & qu'il y ait α années écoulées depuis la dernière mutation, au lieu de la formule précédente, on aura pour expreſſion de la valeur,

$$\frac{\int\{(1-x)^{(a'-1)b'+(a''-1)b''\ldots+(a'''-1)b'''+\alpha}{}_x b'+b''\ldots+b'''\frac{cx}{1-c}dx\}}{\int\{(1-x)^{(a'-1)b'+(a''-1)b''\ldots+(a'''-1)b'''+\alpha}{}_x b'+b''\ldots+b'''dx\}}$$
$$= \frac{c}{1-c} \times \frac{b'+b''\ldots\ldots\ldots\ldots+b'''+1}{a'b'+a''b''\ldots\ldots\ldots\ldots+a'''b'''+\alpha+2},$$

Dans cette méthode, on ſuppoſe que toutes les mutations obſervées ſont également probables, & qu'elles l'ont toujours été dans tout le cours de la durée ; mais on peut auſſi admettre l'hypothèſe contraire, c'eſt-à-dire, ſuppoſer la probabilité différente

différente pour les différens intervalles observés dans les mutations, ce qui nous conduit à une troisième méthode.

Troisième méthode.

CONSERVANT toujours les mêmes dénominations, nous appellerons z', $z''\ldots\ldots$, $1 - z' - z''\ldots\ldots z'''^{n-1}$, ou z''^{n} les probabilités que l'évènement pour la succession duquel on cherche la valeur du droit, sera dans la liste des évènemens dont la mutation est arrivée au bout de $a'\,a''\ldots a''^{n}$ années, & $x'\,x''\,x'''\ldots\ldots x'''^{n}$ les probabilités inégales pour les mutations correspondantes à chaque intervalle. Dans ce cas, on peut supposer, ou que dans la suite des évènemens celui qu'on considère appartiendra toujours au même z', ou peut appartenir successivement à tous; dans la première hypothèse,

L'expression de la valeur moyenne du droit sera

$$z' \cdot \frac{1-c+cx'}{1-c} + z'' \cdot \frac{1-c+cx''}{1-c} \ldots + z'''^{n} \cdot \frac{1-c+cx'''^{n}}{1-c},$$

& par conséquent la formule qui représente le droit sera

$$\left\{ \begin{array}{l} \int\Big\{\big[z'^{b'} z''^{b''} \ldots (1 - z' - z'' \ldots - z'''^{n-1})^{b'''^{n}} \times \\ \quad z'\big(1 + \frac{c}{1-c} \times \frac{b'+1}{a'b'+2}\big) + z''\big(1 + \frac{c}{1-c} \times \frac{b''+1}{a''b''+2}\big) \ldots \\ \quad \ldots + (1 - z' - z'' \ldots - z'''^{n-1})\big(1 + \frac{c}{1-c} \times \frac{b'''^{n}+1}{a'''^{n}b'''^{n}+2}\big)\big] \times \\ \qquad \partial z'\,\partial z'' \ldots\ldots \partial z'''^{n-1}\Big\}^{n-1} \end{array} \right\}$$

$$\int z'^{b'} z''^{b''} \ldots\ldots (1 - z' - z'' \ldots\ldots z'''^{n-1})\,\partial z'\,\partial z'' \ldots\ldots \partial z'''^{n-1}$$

Si l'on suppose maintenant que le même évènement peut appartenir successivement à toutes ces classes, alors la valeur moyenne du droit sera

$$\frac{1}{1 - \frac{cz'x'}{1-c+cx'} - \frac{cz''x''}{1-c+cx''} \ldots\ldots - \frac{cz'''^{n}x'''^{n}}{1-c+cx'''^{n}}},$$

on formera la valeur moyenne de cette formule pour toutes les valeurs des x, prises pour chaque x, depuis $x = 0$ jusqu'à $x = 1$, & soit Z cette valeur, la formule qui représentera, sera exprimée par

$$\frac{\int\{z'^{b'}z''^{b''}\ldots(1-z'-z''\ldots-z''^{n-1})^{b''^{n}}Z.\partial z'\partial z''..\partial z''^{n-1}\}^{n-1}}{\int\{z'^{b'}z''^{b''}\ldots(1-z'-z''\ldots-z''^{n-1})^{b''^{n}}\partial z'\partial z''...\partial z''^{n-1}\}^{n-1}},$$

Les intégrales étant prises depuis $z''' {}^{n-1} = 0$, jusqu'à $z''' {}^{n-1} = 1 - z' \ldots - z''' {}^{n-2}$, ... depuis $z'' = 0$ jusqu'à $z'' = 1 - z'$, & depuis $z' = 0$ jusqu'à $z' = 1$.

Dans es mêmes hypothèses, si on cherche la valeur pour le droit dans le cas où la mutation n'a pas eu lieu après α années, il suffira de mettre dans la formule précédente $a' b' + \alpha$, $a'' b'' + \alpha$, &c. au lieu de $a' b'$, $a'' b''$, &c. & d'en retrancher l'unité.

Nous ne dirons rien de plus de ces formules, si ce n'est qu'elles s'intègrent par les méthodes connues, & que d'ailleurs on en auroit des valeurs très-approchées, soit par la méthode donnée par M. Euler, soit par celles que M. de la Place a exposées dans ce même volume.

Mais nous ajouterons quelques observations sur les hypothèses que nous avons suivies: d'abord nous avons supposé toutes les époques annuelles; cette supposition n'est pas rigoureusement exacte, mais elle le deviendroit, si au lieu de supposer que les a représentent des années, on les prenoit pour des moitiés ou des quarts d'année; alors les erreurs qui pourroient résulter de cette manière de traiter la question, seroient très-petites, & peut-être approcheroit-on plus de la vérité, que si on cherchoit une plus grande exactitude parce que dans les arrangemens de cette espèce, la supposition rigoureuse des intérêts composés toujours croissans, s'éloigne

trop de l'uſage ordinaire. Suppoſons donc qu'on calcule de trois mois en trois mois : ſoit c la valeur pour l'année, il faudra que c' étant la valeur pour le quart, $c'^4 = c$; par ce moyen on ſuppoſeroit les droits toujours payables de trois mois en trois mois ; & comme le délai qu'il eſt néceſſaire d'accorder ſouvent, & quelquefois l'accélération du terme preſcrit, ſans que ceux qui doivent calculent la petite perte d'intérêt, produiſent une ſorte de variation dans le terme réel des payemens à faire, cette hypothèſe nous paroît ſuffiſamment exacte. On ſuppoſeroit également que ſi c eſt la valeur d'une ſomme 1 un an avant ſon échéance, $c' = c^{\frac{1}{4}}$ eſt la valeur de la même ſomme trois mois avant l'échéance : cela ſuppoſe que dans la fraction d'année qui peut avoir lieu, celui qui auroit reçu le droit d'avance, l'auroit placé de trois mois en trois mois à ce nouvel intérêt, qui repréſente l'intérêt annuel, & qui eſt un peu moindre que cet intérêt ; on lui donneroit donc un peu plus qu'il n'auroit eu dans le cas de l'intérêt annuel ſimple, mais cet excès eſt très-peu de choſe, & ſeroit compenſé par la perte du temps qu'on doit ſuppoſer auſſi entre un rembourſement & un placement nouveau.

Si on a fait un très-grand nombre d'obſervations, il eſt très-probable qu'on en aura fait de trois mois en trois mois, qu'ainſi les a', a'' .... $a^{(n)}$ repréſenteront tous les intervalles poſſibles entre les mutations, excepté quelques cas extraordinaires où les mutations ſeroient ou très-éloignées ou très-prochaines ; alors la première méthode peut être employée : la ſeconde ſuppoſe de plus, que tous les évènemens obſervés étoient également probables, ſuppoſition qui, ſi on a fait les obſervations ſur des évènemens de la même nature, eſt très-admiſſible ; & elle ſuppoſe encore que chaque année la mutation eſt également probable : cette ſeconde ſuppoſition appartient également à la troiſième méthode qui ſuppoſe d'ailleurs la probabilité ſeulement la même pour les évènemens ſemblables &, ſi on admet la ſeconde formule, pour une mutation ſeulement. Cette dernière méthode paroît donc

plus rigoureuſe, & elle doit être préférée pour tous les cas où l'on n'auroit pas d'ailleurs de raiſons de croire la probabilité la même pour tous les évènemens; & l'on préféreroit la première ou la ſeconde hypothèſe, ſuivant qu'on auroit lieu de ſuppoſer la différence entre les probabilités des évènemens, ou conſtante pour la même claſſe, ou variable en général.

Enfin ces deux dernières méthodes conviendroient dans le cas où il s'agiroit de mutations purement accidentelles, comme des ventes, ou bien comme certains droits dûs au mariage du ſeigneur, à la naiſſance de ſon fils aîné, à des ſucceſſions purement collatérales, même aux ſucceſſions directes, en ſuppoſant qu'il n'en ſoit pas dû en cas de vente, &c. mais non dans le cas, par exemple, de droits dûs à la mort de tels individus, propriétaires de biens inaliénables, puiſque la probabilité de ce droit croît alors néceſſairement, à meſure qu'on s'éloigne d'une certaine époque; au lieu que, par exemple, ſi l'on n'a point payé avant la centième année le droit dû pour une ſucceſſion collatérale ou une ſucceſſion directe, à cauſe de l'aliénation, il n'y a pas de raiſon de croire plus probable, en général, que l'évènement arrive dans cette cent unième année que dans toute autre.

Nous obſerverons qu'il y a des cas où l'on doit, quelque hypothèſe que l'on prenne, ſuivre une méthode différente. Suppoſons, par exemple, qu'il s'agiſſe d'un droit ſur les ſucceſſions, & qu'il y ait un poſſeſſeur actuel à qui l'aliénation ſoit interdite; il eſt clair qu'il faudra prendre la valeur totale du droit, & la multiplier par la ſomme des probabilités qu'il mourra au bout de a_i', a_i'', a_i''', &c. eſpaces de temps, multipliées chacune par $c^{a,i'}$, $c^{a,i''}$, $c^{a,i'''}$, &c.

II.

Nous conſidérons maintenant le cas où l'évènement qui produit le droit, peut être ſuppoſé n'être point arrivé dans un certain nombre de circonſtances. Les deux dernières méthodes n'ont aucune difficulté; en effet, il ſuffira dans la

ſeconde méthode, ſi on a une ſuite d'évènemens dont b_i', b_i'', b_i''', &c. ſoient le nombre, & a_i', a_i'', a_i''', &c. le nombre d'années qu'ils ont paſſé ſans arriver, d'ajouter $a_i' b_i' + a_i'' b_i'' + a_i''' b_i''' +$ &c. au dénominateur de la formule, & quant à la troiſième, d'y ſuppoſer de plus une ſuite de z_i', z_i'', z_i''', &c. répondant à ces ſuites de a_i & de b_i. Dans la première méthode, il paroît une difficulté de plus; en effet il faut diſtinguer deux cas, 1.° celui où ces évènemens ne ſont pas encore arrivés, mais où l'intervalle entre deux évènemens eſt moindre que a''^{n} qu'on regarde ici comme le dernier terme; dans ce cas ſoit b_i' le nombre de ceux qui répondent à un nombre a''^{m} d'années, la probabilité qu'ils arriveroient après a''^{m+1}, a''^{m+2}, &c. années ſera exprimée par

$$\frac{x''^{m+1}}{1 - x' \ldots - x''^{m}}, \quad \frac{x''^{m+2}}{1 - x' \ldots - x''^{m}}, \text{ &c.}$$

& ainſi il ſuffira de multiplier le numérateur & le dénominateur ſous le ſigne, par

$$(x''^{m+1} + x'''^{m+2} + x'''^{m+3} \ldots\ldots + x'''^{n}) b_i'.$$

Suppoſons enſuite que l'on ait un certain nombre de cas dans leſquels l'évènement, après un certain nombre d'années plus grand que a'''^{n} n'ait pas eu lieu, on ne peut, dans cette même hypothèſe, les regarder que comme des évènemens particuliers qui ne produiſent aucun droit; cela poſé, ſoient x_i', x_i'', x_i''', $\ldots\ldots x'''^{n}$ leurs probabilités, b_i'', b_i'', b_i''' $\ldots\ldots b'''^{n}$ leur nombre, a_i', a_i'', a_i''' $\ldots\ldots a'''^{n}$ celui des années qui y correſpondent; il eſt aiſé de voir 1.° qu'il faudra dans le dénominateur de la formule, & dans le facteur du numérateur qui multiplie l'expreſſion de la valeur du droit avoir égard à ces x préciſément comme à ceux de l'autre ſérie; 2.° que pour déterminer l'expreſſion de la valeur du droit, il faudra au lieu de $\frac{1}{1 - e^{a'} x' \ldots\ldots - e^{a''^{n}} x''^{n}}$, prendre

$$\frac{1 - c^{a_1'} x_1' - c^{a_1''} x_1'' \ldots\ldots - c^{a_1^{n}} x_1^{n}}{1 - c^{a'} x' - c^{a''} x'' \ldots\ldots - c^{a^{n}} x^{n} - c^{a_1'} x_1' - c^{a_1''} x_1'' \ldots\ldots - c^{a_1^{n}} x_1^{n}},$$

en ſuppoſant le dernier x égal à l'unité moins tous les autres x.

III.

Le droit éventuel eſt pour celui auquel il eſt dû une eſpèce de propriété foncière qui a une valeur, & le rembourſement de ce droit eſt une autre propriété qu'on change contre la première. Si donc leurs valeurs ſont égales, il n'éprouvera ni perte, ni gain par le changement. Il eſt clair en même temps que ce droit eſt une dette pour celui qui eſt aſſujetti à le payer; mais quelle eſt la nature de cette dette? Et qui en eſt chargé?

Suppoſons, par exemple, un droit dû ſeulement pour les ſucceſſions. Il eſt clair d'abord que ce ſont ſeulement les héritiers des propriétaires actuels, & ainſi de ſuite, de génération en génération; un propriétaire qui rembourſeroit ce droit feroit donc préciſément la même choſe que s'il plaçoit une ſomme équivalente dont le fonds & les intérêts toujours croiſſans ſeroient deſtinés à ſes héritiers ſans qu'il en jouît jamais; ce n'eſt donc pas ſa dette qu'il payeroit, c'eſt celle de ſes enfans, de ſes héritiers; les rembourſemens de ces droits ne doivent donc être faits que volontairement par lui; en ſorte que ſi on juge ces droits nuiſibles, c'eſt aux dépens du Public qu'ils doivent être faits.

On doit obſerver cependant que le droit de cette eſpèce diminue la valeur de la propriété, & à cet égard la ſuppreſſion du droit lui feroit gagner, non ſur le revenu, mais ſur le fonds de la propriété.

Si le droit eſt dû ſur une vente, il devient alors dépendant de la volonté de celui qui le paye, il en réſulte alors néceſſairement une remiſe plus ou moins forte; ainſi c'eſt d'après la valeur moyenne du droit ainſi réduite, que ſe doit faire l'évaluation.

Dans ce même cas, le propriétaire du bien qui doit ce droit, a intérêt à ce qu'il ſoit aboli; la ſuppreſſion du droit augmenteroit la valeur du bien ſans augmenter le revenu, comme pour le droit dû aux ſucceſſions; mais dans l'un & dans l'autre cas cette augmentation de valeur n'eſt pas égale à celle du droit, & elle ſeroit beaucoup plus foible dans le premier.

Il y auroit donc toujours une différence entre la valeur du droit pour celui qui le perçoit, & la valeur du même droit pour celui qui le paye. Le rembourſement volontaire ſeroit donc rare, & n'auroit lieu que dans des circonſtances particulières. Par la même raiſon on ne pourroit avec juſtice y obliger; ainſi dans le cas où on jugeroit ces droits nuiſibles il faudroit ou les rembourſer aux dépens du tréſor public, ou faciliter les rembourſemens volontaires en payant une partie de la valeur.

IV.

Supposons maintenant deux droits S & V, pour l'un deſquels la valeur du droit ſoit 1, & D pour le ſecond, c exprimant la valeur du droit 1, s'il n'eſt dû qu'au bout d'une année; en ſorte que s'il eſt dû au bout de z années, cette valeur ſoit c^z, & Dc' exprimant la valeur du ſecond droit, s'il n'eſt dû qu'au bout d'une année; en ſorte que s'il n'eſt dû qu'au bout de z années, cette valeur ſoit Dc'^z.

Si nous employons la première méthode, & que nous ſuppoſions que les eſpaces écoulés entre le payement de deux droits, le nombre des obſervations pour chaque eſpace, & la probabilité de chacun ſoient repréſentés par

a', a'' ..... a'''^{n}
b', b'' ..... b'''^{n}
x', x'' ..... x'''^{n}
} pour le cas où S ſuccède à S.

$a_{,}'$, $a_{,}''$ ..... $a_{,}''^{n'}$
$b_{,}'$, $b_{,}''$ ..... $b_{,}''^{n'}$
$x_{,}'$, $x_{,}''$ ..... $x_{,}''^{n'}$
} pour le cas où V ſuccède à S.

$$\left.\begin{array}{l} a_{\prime\prime}', a_{\prime\prime}'' \ldots\ldots\ldots\ldots a_{\prime\prime}''^{n''} \\ b_{\prime\prime}', b_{\prime\prime}'' \ldots\ldots\ldots\ldots b_{\prime\prime}''^{n''} \\ x_{\prime\prime}', x_{\prime\prime}'' \ldots\ldots\ldots\ldots x_{\prime\prime}''^{n''} \end{array}\right\} \text{pour le cas où } S \text{ succède à } V.$$

$$\left.\begin{array}{l} a_{\prime\prime\prime}', a_{\prime\prime\prime}'' \ldots\ldots\ldots\ldots a_{\prime\prime\prime}''^{n'''} \\ b_{\prime\prime\prime}', b_{\prime\prime\prime}'' \ldots\ldots\ldots\ldots b_{\prime\prime\prime}''^{n'''} \\ x_{\prime\prime\prime}', x_{\prime\prime\prime}'' \ldots\ldots\ldots\ldots x_{\prime\prime\prime}''^{n'''} \end{array}\right\} \text{pour le cas où } V \text{ succède à } V.$$

Nous chercherons d'abord la valeur du droit pour une p^e mutation: pour cela, nous ferons, pour abréger,

$$x' + x'' \ldots + x''^{n} = E, x_{\prime}' + x_{\prime}'' \ldots + x_{\prime}''^{n} = F,$$
$$x_{\prime\prime}' + x_{\prime\prime}'' \ldots + x_{\prime\prime}''^{n} = G, x_{\prime\prime\prime}' + x_{\prime\prime\prime}'' \ldots + x_{\prime\prime\prime}''^{n} = H;$$

& appelant dans le terme qui exprime la probabilité de la p^e mutation, P la partie qui se termine par l'évènement qui produit le droit S, & Q la partie qui se termine par l'évènement qui produit le droit V, nous aurons

$$PF + QG = P', \& PF + QH = Q';$$

P' & Q' étant ce que deviennent P & Q lorsque p devient $p + 1$, nous en tirerons l'équation

$$P'' - (E + H) P' = (GF - HE) P;$$

donc faisant $P = Ar^p + Bs^p$, nous aurons

$$r = \frac{E+H}{2} + \tfrac{1}{2}V[(E - H)^2 + 4GF],$$

&

$$S = \frac{E+H}{2} - \tfrac{1}{2}V[(E-H)^2+4GF], r = z + V(u), s = z - V(u).$$

On aura également $Q = A' r^p + B' s^p$; mais $Q = \frac{P' - PE}{G}$;

par conséquent on aura $A' = \frac{Ar - AE}{G}$, $B' = \frac{Bs - BE}{G}$.

Supposons

Supposons maintenant qu'on parte du moment où l'événement qui répond à S a eu lieu, on aura pour lors

$$p = 0, P = A + B = 1, \& Q = A' + B' = 0,$$

& par conséquent $A = \frac{F - s}{r - s}$, $B = \frac{r - F}{r - s}$. La somme de tous les P sera donc, en mettant pour r & s leurs valeurs,

$$\frac{1 + E - 2z}{(1 - z)^2 - u}, \text{ ou } \frac{1 - H}{1 - E - H + HE - GF};$$

de même on aura

$$Q = \frac{F}{1 - E - H + HE - GF};$$

cela posé, si nous appelons Π & Φ les valeurs précédentes de P & de Q, en y mettant dans P pour x, xc^a, chaque a étant celui des a qui correspond à chaque x, & dans Q pour les x, xc'^a, a étant toujours celui des a qui correspond à chaque x, on aura la valeur du double droit exprimée par la formule

$$\frac{\left\{\int\left\{(x'^{b'}\ldots x''^{n}{}^{b''^{n}}\cdot x_{,}'^{b_{,}'}\ldots x_{,}''^{n}{}^{b_{,}''^{n'}}\cdot x_{,,}'^{b_{,,}'}\ldots x_{,,}''^{n}{}^{b_{,,}''^{n''}}\cdot x_{,,,}'^{b_{,,,}'}\ldots x_{,,,}''^{n}{}^{b_{,,,}''^{n'''}}\right)\times (\Pi + D\Phi)\,\partial x'\,\partial x''\,\&c.\right\}^{n+n'+n''+n'''-2}\right\}}{\left\{\int\left\{(x'^{b'}\ldots x''^{n}{}^{b''^{n}}\cdot x_{,}'^{b_{,}'}\ldots x_{,}''^{n}{}^{b_{,}''^{n'}}\cdot x_{,,}'^{b_{,,}'}\ldots x_{,,}''^{n}{}^{b_{,,}''^{n''}}\cdot x_{,,,}'^{b_{,,,}'}\ldots x_{,,,}''^{n}{}^{b_{,,,}''^{n'''}}\right)\,\partial x'\,\partial x''\,\&c.\right\}^{n+n'+n''+n'''-2}\right\}},$$

dans laquelle formule, on substituera à

$$x_{,}''^{n'}, \quad 1 - (x' + x'' \ldots + x''^{n} + x_{,}' + x_{,}'' \ldots + x_{,}'''^{n'-1}),$$

& à

$$x_{,,,}''^{n'''}, \quad 1 - (x_{,,}' + x_{,,}'' \ldots + x_{,,}''^{n''} + x_{,,,}' + x_{,,,}'' \ldots + x_{,,,}''^{n'''-1}),$$

& on en prendra les intégrales séparément pour les x compris dans $E + F$, & dans $G + H$, de manière qu'elles

s'étendent de zéro à l'unité pour chaque claſſe, comme dans l'article premier.

Le cas où aucun des droits ne ſeroit dû, ſe réſoudra de la même manière que le cas analogue de l'article premier.

Si on emploie la ſeconde méthode, on obſervera que l'on peut y appliquer également les formules précédentes, & qu'il n'y aura d'autre changement à faire que de ſubſtituer dans ces formules, au lieu de E, F, G & H, ce que deviennent dans ces méthodes les probabilités que S ſuccédera à S, ou V à S, ou S à V, ou V à V. On prendra donc $\varkappa$ probabilité que S ſuccédera à S dans l'année, x' que V ſuccédera à S, $1 - x - x'$ que ni l'un ni l'autre ne ſuccédera dans l'année; de même $x_,$ exprimera la probabilité que S ſuccédera à V, & $x_,'$ que V ſuccédera à V. Nous aurons donc

$$E = \frac{x}{1-(1-x-x')}\,;\ F = \frac{x'}{1-(1-x-x')}\,;$$

$$G = \frac{x_,}{1-(1-x_,-x_,')}\,,\ H = \frac{x_,'}{1-(1-x_,-x_,')}\,;$$

& il faudra pour former Π & Φ, multiplier dans Π les $x, x', 1 - x - x', x_,, x_,', 1 - x_, - x_,'$ par c & par c' dans Φ, les intégrales étant priſes depuis 1 juſqu'à zéro ſéparément pour les x & x', comme pour les $x_,$ & $x_,'$.

Quant à la troiſième méthode, il eſt également aiſé de voir qu'il ſuffira de prendre pour les ζ les valeurs de E, F, G, H qui ſeront les mêmes que dans la première méthode. Si on prend la ſeconde hypothèſe de cette troiſième méthode, Π & Φ auront la même forme que ci-deſſus; mais ſi on prend la première, Π & Φ ſeront égaux à $E + F$, & $G + H$, & dans Π & Φ les ζ ſeront multipliés par les mêmes termes que dans les formules analogues de l'article premier.

On voit que cette méthode ſeroit générale pour un nombre de droits quelconque.

V.

Nous avons cherché jusqu'ici à évaluer le droit d'après deux mutations consécutives observées ; on pourroit l'évaluer aussi d'après l'observation des produits du droit, proportionnellement à la masse totale de ce droit pour plusieurs cantons. Supposons cette masse réduite à l'unité ; que p', p'', ... $p^{(n)}$ en indiquent les fractions payées annuellement, b', b'', ... $b^{(n)}$ le nombre de fois que chaque fraction a été payée, x', x'', ... $x^{(n)}$ la probabilité que chaque fraction p sera payée chaque année plus tôt qu'une autre fraction. La formule

$$\frac{\int\left\{x'^{b'}\ldots(1-x'\ldots x^{(n-1)})^{b^{(n)}}\cdot\frac{cp'x'+cp''x''\ldots+cp^{(n)}(1-x'\ldots-x^{(n-1)})}{1-cx'\ldots-c(1-x'\ldots-x^{(n-1)})}\,dx'\ldots dx^{(n-1)}\right\}^{n-1}}{\int\left\{x'^{b'}\ldots\ldots(1-x'\ldots-x^{(n-1)b^{(n)}})\,dx'\ldots\ldots dx^{(n-1)}\right\}^{n-1}}$$

exprimera pour chaque masse 1 la valeur du droit ; nous ne nous arrêterons pas à considérer cette hypothèse & plusieurs autres semblables qu'on pourroit former ; celles que nous avons choisies ci-dessus, & sur-tout la première, si les espaces observés entre les mutations ne diffèrent que d'une unité d'années, ou de trois mois, nous paroissent se rapprocher plus de la vérité qu'aucune de celles qu'on formeroit d'après d'autres principes. En effet, il faut, dans les questions de ce genre, préférer en général les observations particulières & individuelles, aux observations générales qui ne sont déjà elles-mêmes que des valeurs moyennes prises suivant la méthode commune de les déterminer.

Nous terminerons ce Mémoire, en observant que l'on trouveroit facilement des formules analogues à celles-ci, qui s'appliqueroient aux calculs de toutes les rentes à vie, & serviroient à résoudre les questions de ce genre avec plus de précision qu'on ne l'a fait jusqu'ici.

MESSIEURS DE LA SOCIÉTÉ Royale des Sciences établie à Montpellier, ont envoyé à l'Académie le Mémoire ſuivant, pour entretenir l'union intime qui doit être entre elles, comme ne faiſant qu'un ſeul Corps, aux termes des Statuts accordés par le Roi, au mois de Février 1706.

MÉMOIRE SUR LE TREMBLEUR,

Eſpèce peu connue de Poiſſon électrique.

Par M. BROUSSONET.

Lû le 27 Mai 1784.

L'ENGOURDISSEMENT occaſionné par la Torpille, étoit connu des Anciens ; mais quoiqu'ils fuſſent très-à portée de faire des obſervations ſur ce phénomène intéreſſant, nous ne trouvons guère dans leurs Écrits que des récits de Pêcheurs, qu'ils ont même ſouvent exagérés. N'ayant aucune idée de l'électricité, ils ne pouvoient pas, comme les Modernes, rapporter ces effets à une cauſe qui leur étoit inconnue : lorſque l'art de l'obſervation eut fait enſuite quelques progrès, on crut pouvoir attribuer cette action à une cauſe mécanique. Lorenzini & M. de Réaumur écrivirent ſur cette matière, & les ouvrages de ces deux Savans ont ſeulement prouvé que les explications les plus ingénieuſes ne ſont pas toujours les plus vraies.

Une découverte en amène ordinairement pluſieurs autres : celle de l'électricité donna la ſolution de différens problèmes qu'on avoit tenté inutilement d'expliquer par des agens alors connus ; on ne découvrit la préſence du fluide électrique dans la Torpille, qu'après avoir travaillé aſſez long-temps ſur l'électricité. M. Walsh eſt le premier qui ait démontré clairement cette propriété dans ce poiſſon ; M. Jean Hunter a auſſi le premier décrit, avec le plus de ſoin, les organes qui forment, pour ainſi dire, ſes *batteries*. La Phyſique & l'Anatomie ont fourni à ces deux Savans les mêmes réſultats dans l'examen d'un poiſſon d'une forme très-différente de celle de la Torpille, & qui étoit inconnu aux Anciens : on le trouve dans les grandes rivières de l'Amérique méridionale ; ſa reſſemblance avec l'Anguille, lui a fait donner le nom d'*Anguille électrique :* ſes effets ſont plus ſenſibles que ceux de la Torpille, mais celle-ci vit dans l'eau ſalée, & l'autre dans l'eau douce, deux ſortes de conducteurs de nature bien différente.

M. de la Condamine, dans la relation qu'il a donnée de ſon voyage dans l'Amérique méridionale, parle d'un poiſſon qui avoit la même propriété que la Torpille, & qu'il regarde comme une Lamproie, parce que ſon corps étoit percé d'un grand nombre d'ouvertures ; il l'avoit obſervé aux environs de la ville de Para, dans la rivière des Amazones. Cette eſpèce étoit probablement l'Anguille électrique, dont la tête étoit percée de quelques petits trous qui ont un peu de reſſemblance avec les évents de la Lamproie, mais qui ne ſont que les orifices de pluſieurs tuyaux excréteurs qui fourniſſent une humeur particulière deſtinée à lubréfier la tête : l'Anguille électrique eſt d'ailleurs aſſez commune dans la rivière des Amazones.

Outre les deux eſpèces de poiſſons électriques dont nous venons de parler, il en exiſte une troiſième dans certaines rivières d'Afrique ; M.rs Adanſon & Forskal en ont fait mention, mais leurs deſcriptions ſont peu étendues ; d'ailleurs ils ne nous en ont pas donné la figure.

M. Adanſon, dans ſon voyage au Sénégal, dit: « qu'il vit » pêcher dans les eaux douces du fleuve Niger, un poiſſon » qui avoit du rapport avec ceux qu'on avoit connus juſqu'alors, » ſon corps étoit rond, ſans écailles, & gliſſant comme celui » de l'anguille, mais beaucoup plus épais par rapport à ſa » longueur; il avoit encore quelques barbillons à la bouche. » Les Nègres le nommoient *Onaniear*, & les François le » *Trembleur*, à cauſe de la propriété qu'il avoit de cauſer, non » un engourdiſſement, comme la Torpille, mais un tremble- » ment très-douloureux dans les membres de ceux qui le » touchoient; ſon effet, qui ne parut point à M. Adanſon » différer ſenſiblement de la commotion électrique de l'expé- » rience de Leyde, ſe communiquoit de même par le ſimple » attouchement avec un bâton ou une verge de fer de cinq ou » ſix pieds de long, de manière qu'on laiſſoit tomber dans » le moment ce qu'on tenoit à la main; ſa chair, quoique » d'un aſſez bon goût, n'étoit pas d'un uſage également ſain pour tout le monde ».

Forskal avoit vu la même eſpèce de poiſſon dans le Nil, on la trouve décrite ſous le nom de *Raja Torpedo* (Torpille), dans l'hiſtoire des animaux qu'il avoit obſervés dans ſon voyage, & qui a été publiée après ſa mort; la qualité électrique de ce poiſſon, & quelques taches qu'il a ſur le corps, avoient fait croire à cet Auteur qu'on devoit le rapporter à une des variétés de la Torpille décrites par Rondelet; il n'a cependant aucune reſſemblance avec la Torpille, il appartient même à une claſſe très-différente; il ne doit pas non plus, comme l'avoit penſé Forskal, conſtituer un genre nouveau, & encore moins être rangé ſous celui de *Mormyrus*, dont il diffère eſſentiellement par la forme de ſes dents.

Après l'avoir examiné attentivement, nous croyons devoir le rapporter au genre que les Ichtyologiſtes ont nommé *Silurus*, avec les eſpèces duquel il a la plus grande analogie; c'eſt ſur-tout dans les rivières d'Afrique que les poiſſons de cette famille ſont les plus multipliés; nous n'en connoiſſons qu'un ſeul en Europe, le *Silurus Glanis Linn.* ou le *Mâl* des Suédois.

Les habitans des bords du Nil lui donnent le nom de *Raaſch*, qui, en Arabe, ſert à exprimer l'idée d'engourdiſſement. Les anciens Médecins Arabes ont parlé, ſous la même dénomination, d'un poiſſon électrique que les Traducteurs ont pris pour la Torpille ; mais comme ces Auteurs n'en ont donné aucune deſcription détaillée, il eſt impoſſible d'aſſurer s'ils ont eu en vue la Torpille, ou bien cette eſpèce de *Silurus* que nous appellerons le *Trembleur*, d'après M. Adanſon.

La deſcription que Forskal a donnée du Trembleur, quoique aſſez étendue, eſt cependant incomplète à bien des égards; il n'a pas parlé des rayons qui ſoutiennent la membrane des ouïes, nous attribuons à cette omiſſion le deſſein où il étoit de le ranger parmi les *Branchioſtèges*. Une ſeule nageoire ſur le dos, ſans rayons, & de même nature que cette petite nageoire qu'on voit à l'extrémité du dos des Saumons & des Truites, diſtingue eſſentiellement ce poiſſon, non-ſeulement de toutes les eſpèces du genre de *Silurus*, mais encore de tous les poiſſons connus.

Son corps étoit alongé, liſſe, ſans écailles, & devenoit très-large & aplati vers la partie antérieure; il avoit la tête aplatie; les yeux de grandeur médiocre, étoient recouverts par la peau qui enveloppoit toute la tête; chaque mâchoire étoit armée d'un grand nombre de dents petites, pointues & placées ſans ordre; les ouvertures des narines, au nombre de deux de chaque côté, étoient ſituées à l'extrémité du muſeau, elles étoient petites, & rapprochées; on voyoit autour de l'ouverture de la gueule ſix appendices ou barbillons, dont deux ſur la lèvre ſupérieure, & quatre ſur l'inférieure; de ces derniers, les deux extérieurs étoient les plus longs; la membrane branchioſtège étoit ſoutenue de chaque côté par ſix rayons oſſeux, flexibles & arqués; il avoit les nâgeoires compoſées de pluſieurs oſſelets flexibles, dont le nombre étoit le même que celui indiqué par Forskal; ſon corps étoit griſâtre, & les côtés de la queue marqués de quelques taches noirâtres. Nous avons vu des individus de plus de vingt pouces de long.

Nous n'entrerons point dans un plus grand détail ſur la deſcription du Trembleur, nous nous bornons à indiquer les principaux caractères qui avoient échappé à Forskal; la figure que nous joignons ici, donnera bien mieux qu'une deſcription très-détaillée, une idée exacte de ce poiſſon.

Les Égyptiens, au rapport de Forskal, mangent ſa chair, & ſalent ſa peau, à laquelle ils attribuent une vertu aphrodiſiaque, lorſqu'on la tient dans la main; la cauſe nous paroît trop peu analogue avec l'effet, pour ne pas regarder plutôt cette prétendue qualité comme une nouvelle preuve du goût qu'ont les Orientaux pour tous les remèdes qu'ils croient pouvoir entrer dans cette claſſe.

Le même Auteur dit que ſes effets électriques n'étoient ſenſibles que vers la queue; la peau qui recouvre cette partie, nous a paru beaucoup plus épaiſſe que celle du reſte du corps, & nous y avons bien diſtingué un tiſſu particulier, blanchâtre & fibreux, que nous avons pris pour les *batteries* du poiſſon: Forskal ne doutoit point que cette propriété ne fût analogue à l'électricité, puiſqu'il témoigne ſon regret de n'avoir pas été à portée de tenter des expériences au moyen des verges de fer iſolées par des cordons de ſoie: il paroît que cet animal poſsède la vertu électrique dans un degré plus foible que la Torpille & l'Anguille électrique; il ſeroit pourtant à ſouhaiter qu'on fît des expériences particulières à ce ſujet, il n'eſt pas douteux que les phénomènes qu'on obſervera ſur ces divers poiſſons, ne préſentent des réſultats différens les uns des autres: l'Anguille électrique, par exemple, a donné des étincelles très-petites à la vérité, mais qu'on n'a pas encore pu obtenir de la Torpille; il ne ſeroit point difficile de ſe procurer des poiſſons Trembleurs vivans d'Égypte, ils ſe tiennent dans l'eau douce, & ſont d'ailleurs conformés de manière à pouvoir vivre aſſez long-temps hors de l'eau.

Les poiſſons électriques que nous connoiſſons, quoique appartenant chacun à des claſſes différentes, ont cependant certains caractères communs, ils ont tous la peau liſſe, ſans écailles, épaiſſe & parſemée de petits trous, qui ſont en plus grand

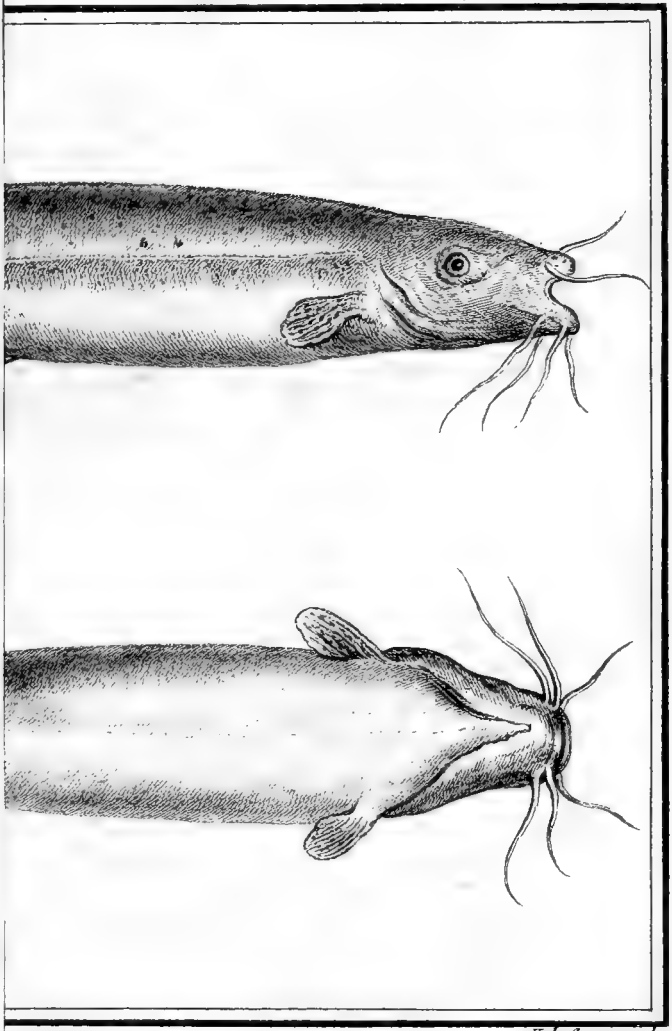
grand nombre vers la tête, & d'où ſuinte une humeur particulière: leurs nageoires ſont compoſées de rayons mous, flexibles, & joints entr'eux par une membrane épaiſſe. L'Anguille électrique n'a point de nageoires ſur le dos, le Trembleur en a une ſeule placée vers l'extrémité du dos, & entièrement dépourvue de rayons; on ne trouve point de nageoires dorſales dans la Torpille, mais ſeulement deux petites ſur la queue: ces trois eſpèces ont les yeux petits, l'ouverture des ouïes ou les évents fermés en partie par des replis de la peau; cette conformation indique aſſez que ces animaux vivent le plus ſouvent dans des fonds vaſeux.

Le corps de la Torpille eſt arrondi, ſa queue eſt pourvue de nageoires de peu d'étendue, & incapables de communiquer au corps du poiſſon un grand degré d'impulſion; auſſi cette eſpèce ne fait-elle pas de longs voyages: l'Anguille électrique eſt privée des nageoires ventrales qui ſervent de point d'appui aux poiſſons pour ſe ſoutenir dans l'eau; & comme toutes les eſpèces dans leſquelles on n'obſerve point ces parties, elle a le corps alongé, & ne peut avancer dans l'eau qu'en exécutant une eſpèce de mouvement d'ondulation; on la trouve vers l'embouchure des grandes rivières, & nous ne croyons pas qu'elle ait jamais été pêchée en pleine mer: le Trembleur paroît encore moins s'approcher de la mer que l'Anguille électrique; ceux qu'on a obſervés, avoient été pris dans les rivières, à une certaine diſtance de leur embouchure: les nageoires ventrales ſont dans celui-ci plus près de la queue que de la tête, elles indiquent auſſi par leur poſition un poiſſon deſtiné à vivre dans des eaux peu profondes, même rapides. Il n'eſt pas inutile d'obſerver que preſque tous les poiſſons de rivière ſe trouvent dans la claſſe de ceux dont les nageoires ventrales ſont ſituées dans la région abdominale, & que Linné a compris ſous la dénomination d'*Abdominales*: les eſpèces de Carpes, de Saumons, de Silures, de *Clupea*, &c. qui appartiennent à cette claſſe, ſe pêchent preſque toutes dans les eaux douces; il eſt encore remarquable qu'on ne trouve que deux ou trois eſpèces de poiſſon de mer qui n'entrent jamais

dans les rivières, dont une des nageoires dorſales ſoit molle & ſans rayons, tandis que toutes les eſpèces de Saumons, de Truites, & le plus grand nombre de Silures, qui ſont pourvues d'une nageoire de cette ſorte, vivent dans les rivières.

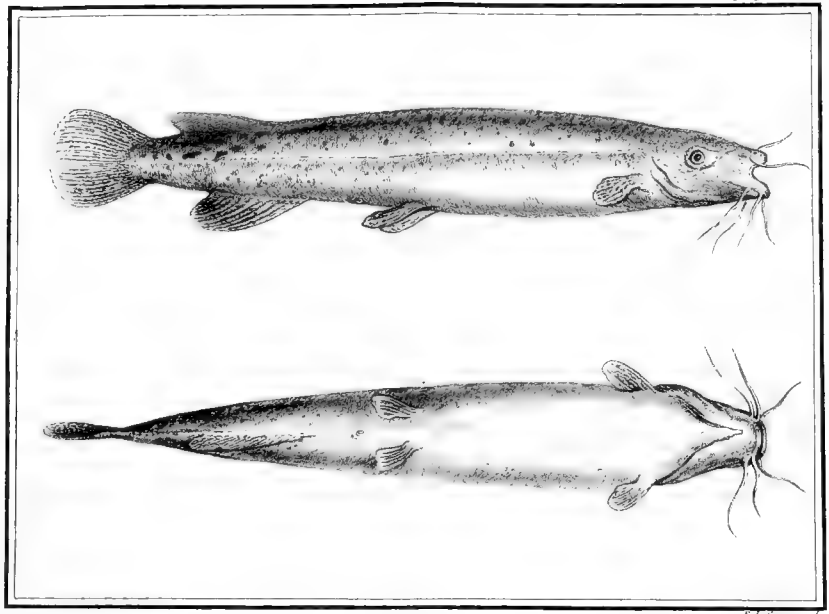
En comparant les caractères des différens poiſſons avec ceux des trois électriques que nous connoiſſons déjà, il ſeroit peut-être poſſible de découvrir ces mêmes caractères dans d'autres eſpèces qui offriroient les mêmes phénomènes; la comparaiſon ſeroit d'autant plus aiſée, que les eſpèces que nous avons, ſont toutes trois d'un ordre différent: & il eſt très-probable que nous trouverons dans la ſuite un plus grand nombre de ces animaux vraiment ſinguliers; nous ne doutons pas même qu'il n'en exiſte pluſieurs qui, poſſédant cette propriété à un degré très-foible, n'ont beſoin, pour la manifeſter, que d'être ſoumis à des expériences particulières: il paroîtra ſans doute extraordinaire que les ſeuls animaux qui ont donné les ſignes les plus ſenſibles d'électricité, ſe trouvent tous dans la claſſe des poiſſons.

FIN.



F. le Gouaz sculp.

BLEUR



LE TREMBLEUR

P. le Vasseur sculp.